

Лабораторная работа № 1

«Проверка статистических гипотез»

студента Пономарев Николай группы Б23-504. Дата сдачи: 21.11.2025

Ведущий преподаватель: оценка: _____ подпись: _____

Вариант №14

Цель работы: изучение функций Statistics and Machine Learning Toolbox™ MATLAB / Python SciPy.stats для проверки статистических гипотез.

1. Исходные данные

Характеристики наблюдаемых случайных величин:

СВ	Распределение	Параметры	Математическое ожидание, m_i	Дисперсия, σ_i^2
X_1	$R(0, 10)$	$a_1 = 0, b_1 = 1$	$m_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} = 5$	$\sigma_1^2 = \frac{(b_1 - a_1)^2}{12} = 8.3$
X_2	$N(5, 3)$	$a_2 = 5, b_2 = 3$	$m_2 = 5$	$\sigma_2^2 = 3$

Указание: для генерации случайных чисел использовать функции **rand**, **randn**, **chi2rnd** (**scipy.stats: uniform.rvs, norm.rvs, chi2.rvs**)

Выборочные характеристики:

СВ	Среднее, \bar{x}_i	Оценка дисперсии, s_i^2	Оценка с.к.о., s_i	Объем выборки, n_i
X_1	5.39	8.01	2.83	200
X_2	4.9	7.82	2.8	250
<i>Pooled</i>	5.11	7.95	2.82	450

Указание: для расчета использовать функции **mean**, **var**, **std** (**scipy.stats: describe**)

2. Однопараметрические критерии

Для случайной величины X_1 :

Тест	Стат. гипотеза, H_0	Выборочное значение статистики критерия	p -value	Стат. решение при $\alpha = 0.05$	Ошибка стат. решения
z-test	$m_1 = 5$ (известна)	1.89	0.06	H_0 принимаем	Нет
t-test	$m_1 = 5$ (неизвестна)	1.89	0.06	H_0 принимаем	Нет
χ^2 -test (m – изв)	$\sigma_1 = 2.88$ (известно)	195.86	0.86	H_0 принимаем	Нет
χ^2 -test (m – не изв)	$\sigma_1 = 2.88$ (неизвестно)	192.28	0.76	H_0 принимаем	Нет

Указание: для проверки гипотез использовать функции **ztest**, **ttest**, **vartest** (**scipy.stats: ttest_1samp**, **chisquare**)

3. Двухвыборочные критерии

Для случайных величин X_1, X_2 :

Тест	Стат. гипотеза, H_0	Выборочное значение статистики критерия	p -value	Стат. решение при $\alpha = 0.05$	Ошибка стат. решения
2-sample t-test	$m_1 = m_2$	1.83	0.07	H_0 принимаем	Нет

2-sample F-test (m – изв)	$\sigma_1 = \sigma_2$	1.04	0.76	H_0 приним	Да
2-sample F-test (m – не изв)	$\sigma_1 = \sigma_2$	1.02	0.85	H_0 приним	Да

Указание: для проверки гипотез использовать функции **ttest2**, **vartest2** (**scipy.stats: ttest_ind, chisquare**)

4. Исследование распределений статистик критерия

Статистическая гипотеза: $H_0: m_1 = 5$ (σ_1 – известна)

Формула расчёта статистики критерия Z : $Z = \frac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

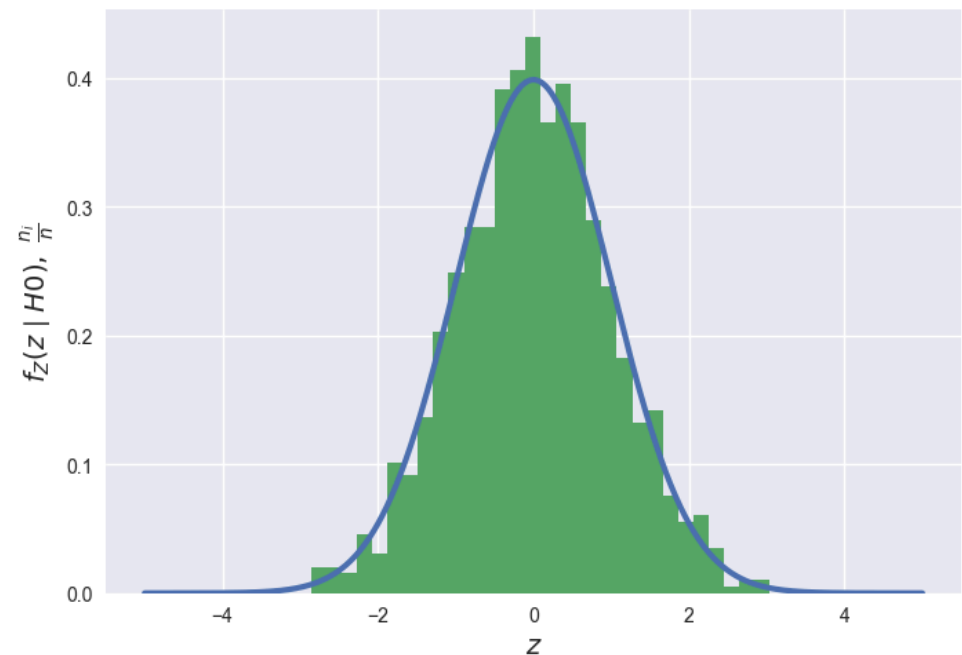
Формула расчёта статистики P -value:

$$p = 2\min(F_Z(z_{\text{выб}}|H_0), 1 - F_Z(z_{\text{выб}}|H_0))$$

Число серий экспериментов $N = 1000$

Теоретические характеристики:

СВ	Распределение в условиях H_0	Параметры	Математическое ожидание	Дисперсия	С.к.о.
Z	$N(0, 1)$	$m=0, d=1$	0	1	1
P -value	$R(0, 1)$	$a=0, b=1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12} \sim 0.083$	$\frac{1}{\sqrt{12}} \sim 0.288$



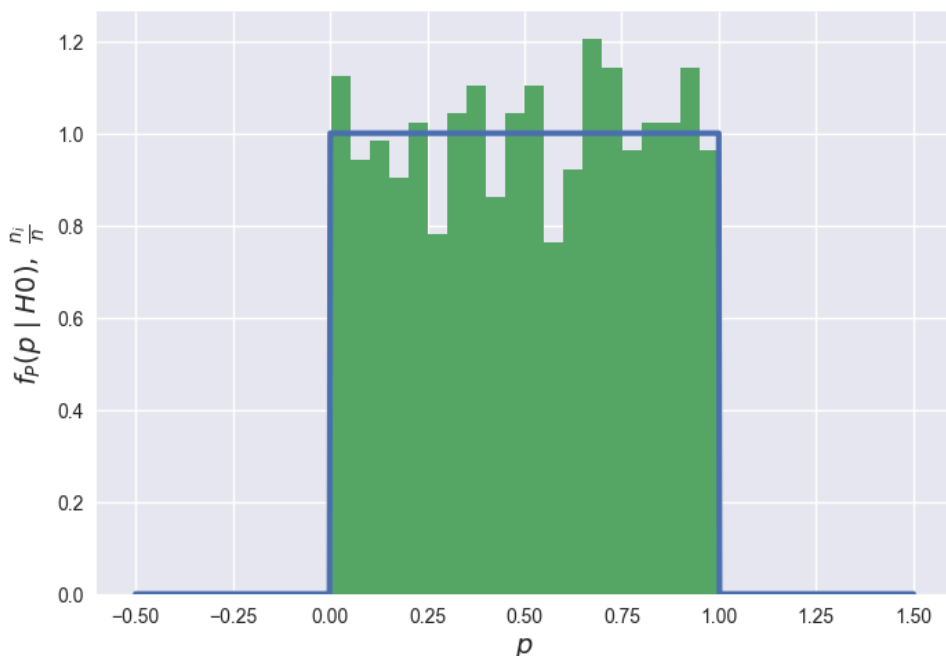
Выборочные характеристики:

СВ	Среднее	Оценка дисперсии	Оценка с.к.о.
Z	0.02	0.98	0.99
P -value	0.51	0.08	0.29

Указание: при расчете выборочных значений статистики критерия использовать функции **norminv**, **tin**, **chi2inf**, **finv** (**scipy.stats: norm.ppf**, **t.ppf**, **chi2.ppf**, **f.ppf**)

Гистограмма частот статистики Z и теоретическая функция $f_Z(z | H_0)$:

Гистограмма частот статистики P -value и теоретическая функция $f_p(p|H_0)$:



Указание: для построения гистограмм и теоретических функций плотности использовать функции **hist**, **normpdf**, **tpdf**, **chi2pdf**, **fpdf** (**scipy.stats: norm.pdf, t.pdf, chi2.pdf, f.pdf, histogram; matplotlib.pyplot: hist**)