

## Лабораторная работа № 1

### «Проверка статистических гипотез»

студента Пономарев Николай группы Б23-504. Дата сдачи: 21.11.2025

Ведущий преподаватель: оценка: \_\_\_\_\_ подпись: \_\_\_\_\_

### Вариант №14

*Цель работы:* изучение функций Statistics and Machine Learning Toolbox™ MATLAB / Python SciPy.stats для проверки статистических гипотез.

### 1. Исходные данные

Характеристики наблюдаемых случайных величин:

| СВ    | Распределение | Параметры               | Математическое ожидание, $m_i$ | Дисперсия, $\sigma_i^2$                       |
|-------|---------------|-------------------------|--------------------------------|---|
| $X_1$ | $R(0, 10)$    | $a_1 = 0, b_1 = 10$     | $m_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} =$  | $\sigma_1^2 = \frac{(b_1 - a_1)^2}{12} = 8.3$ |
| $X_2$ | $N(5, 3)$     | $m_2 = 5, \sigma_2 = 3$ | $m_2 = 5$                      | $\sigma_2^2 = 9$                              |

*Указание:* для генерации случайных чисел использовать функции **rand**, **randn**, **chi2rnd** (**scipy.stats: uniform.rvs, norm.rvs, chi2.rvs**)

Выборочные характеристики:

| СВ            | Среднее, $\bar{x}_i$ | Оценка дисперсии, $s_i^2$ | Оценка с.к.о., $s_i$ | Объем выборки, $n_i$ |
|---------------|----------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|
| $X_1$         | 5.39                 | 8.01                      | 2.83                 | 200                  |
| $X_2$         | 4.9                  | 7.82                      | 2.8                  | 250                  |
| <i>Pooled</i> | 5.11                 | 7.95                      | 2.82                 | 450                  |

Указание: для расчета использовать функции **mean**, **var**, **std** (**scipy.stats: describe**)

## 2. Однопараметрические критерии

Для случайной величины  $X_1$ :

| Тест                           | Стат. гипотеза,<br>$H_0$          | Выборочное значение статистики критерия | $p$ -value | Стат. решение при $\alpha = 0.05$ | Ошибка стат. решения |
|--------------------------------|-----------------------------------|---|------------|-----------------------------------|----------------------|
| z-test                         | $m_1 = 5$<br>(известна)           | 1.89                                    | 0.06       | $H_0$ принимаем                   | Нет                  |
| t-test                         | $m_1 = 5$<br>(неизвестна)         | 1.89                                    | 0.06       | $H_0$ принимаем                   | Нет                  |
| $\chi^2$ -test<br>(m – изв)    | $\sigma_1 = 2.88$<br>(известно)   | 195.86                                  | 0.86       | $H_0$ принимаем                   | Нет                  |
| $\chi^2$ -test<br>(m – не изв) | $\sigma_1 = 2.88$<br>(неизвестно) | 192.28                                  | 0.76       | $H_0$ принимаем                   | Нет                  |

Указание: для проверки гипотез использовать функции **ztest**, **ttest**, **vartest** (**scipy.stats: ttest\_1samp**, **chisquare**)

## 3. Двухвыборочные критерии

Для случайных величин  $X_1, X_2$ :

| Тест            | Стат. гипотеза,<br>$H_0$ | Выборочное значение статистики критерия | $p$ -value | Стат. решение при $\alpha = 0.05$ | Ошибка стат. решения |
|-----------------|--------------------------|---|------------|-----------------------------------|----------------------|
| 2-sample t-test | $m_1 = m_2$              | 1.83                                    | 0.07       | $H_0$ принимаем                   | Нет                  |

|                                    |                       |      |      |              |    |
|------------------------------------|-----------------------|------|------|--------------|----|
| 2-sample<br>F-test<br>(m – изв)    | $\sigma_1 = \sigma_2$ | 1.04 | 0.76 | $H_0$ приним | Да |
| 2-sample<br>F-test<br>(m – не изв) | $\sigma_1 = \sigma_2$ | 1.02 | 0.85 | $H_0$ приним | Да |

Указание: для проверки гипотез использовать функции **ttest2**, **vartest2** (**scipy.stats: ttest\_ind, chisquare**)

#### 4. Исследование распределений статистик критерия

Статистическая гипотеза:  $H_0: m_1 = 5$  ( $\sigma_1$  – известна)

Формула расчёта статистики критерия  $Z$ :  $Z = \frac{\bar{X} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

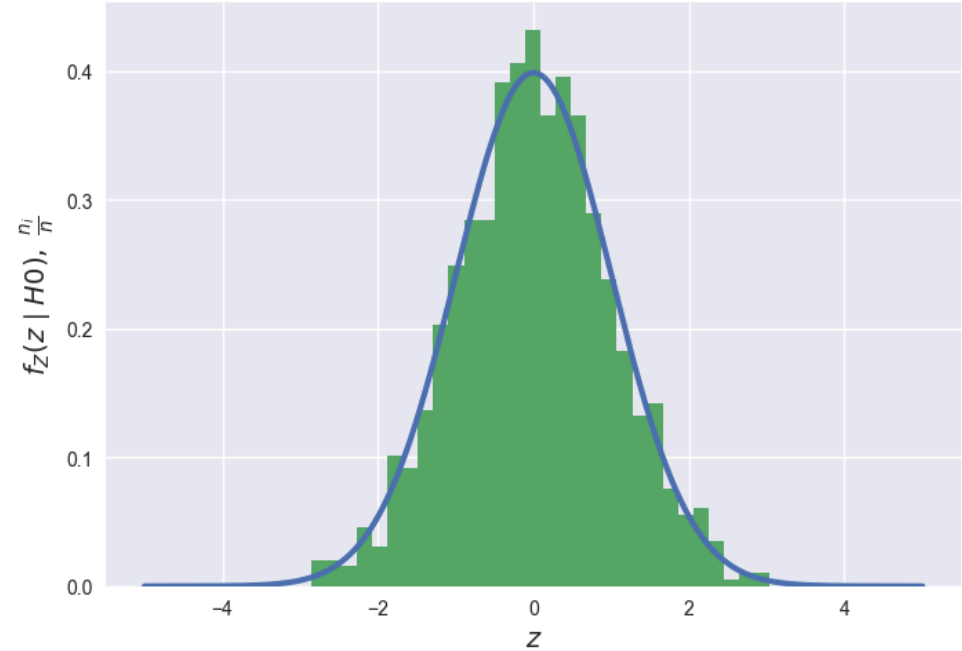
Формула расчёта статистики  $P$ -value:

$$p = 2\min(F_Z(z_{\text{выб}}|H_0), 1 - F_Z(z_{\text{выб}}|H_0))$$

Число серий экспериментов  $N = 1000$

Теоретические характеристики:

| СВ         | Распределение<br>в условиях $H_0$ | Параметры  | Математическое<br>ожидание | Дисперсия                 | С.к.о.                           |
|------------|-----------------------------------|------------|----------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| $Z$        | $N(0, 1)$                         | $m=0, d=1$ | 0                          | 1                         | 1                                |
| $P$ -value | $R(0, 1)$                         | $a=0, b=1$ | $\frac{1}{2}$              | $\frac{1}{12} \sim 0.083$ | $\frac{1}{\sqrt{12}} \sim 0.288$ |



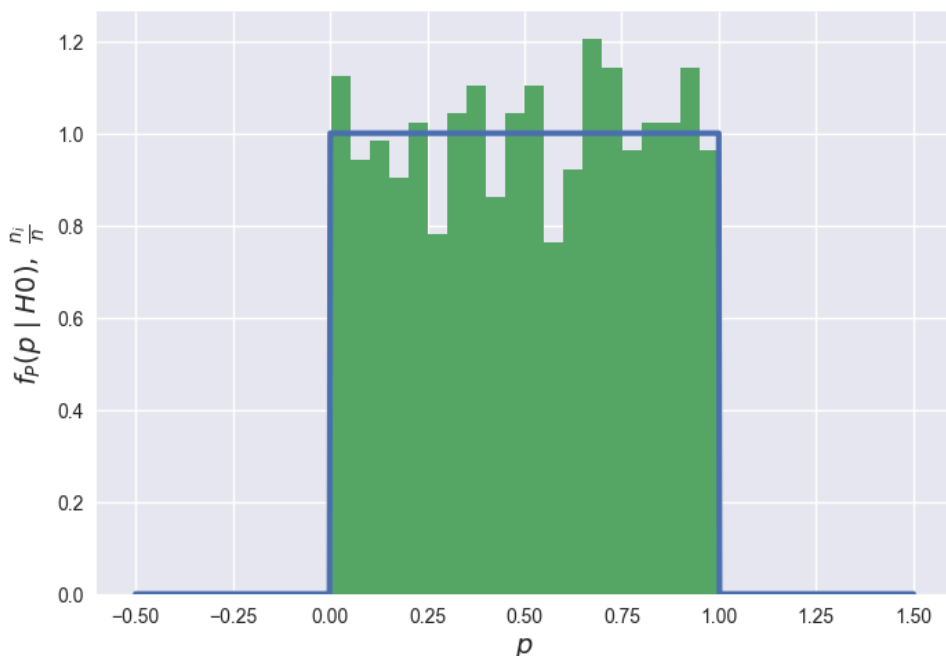
Выборочные характеристики:

| СВ               | Среднее | Оценка дисперсии | Оценка с.к.о. |
|------------------|---------|------------------|---------------|
| $Z$              | 0.02    | 0.98             | 0.99          |
| $P\text{-value}$ | 0.51    | 0.08             | 0.29          |

Указание: при расчете выборочных значений статистики критерия использовать функции **norminv**, **tin**, **chi2inf**, **finv** (**scipy.stats: norm.ppf**, **t.ppf**, **chi2.ppf**, **f.ppf**)

Гистограмма частот статистики  $Z$  и теоретическая функция  $f_Z(z | H_0)$  :

Гистограмма частот статистики  $P$ -value и теоретическая функция  $f_p(p|H_0)$ :



Указание: для построения гистограмм и теоретических функций плотности использовать функции **hist**, **normpdf**, **tpdf**, **chi2pdf**, **fpdf** (**scipy.stats: norm.pdf, t.pdf, chi2.pdf, f.pdf, histogram; matplotlib.pyplot: hist**)