

Разбор

3. Вероятность выхода из строя одного мотора самолета равна q . Самолет может продолжать полет, если исправна хотя бы половина моторов. Для каких значений q двухмоторный самолет следует предпочесть четырехмоторному?

В3.

A - успешный полет двухмоторного

B - успешный полет 4-мт

$$P(A) = 1 - q^2$$

$$P(B) = 1 - P_4(0) - P_4(1) = 1 - q^4 - C_4^1 p q^3 = 1 - q^4 - 4(1-q) q^3 =$$

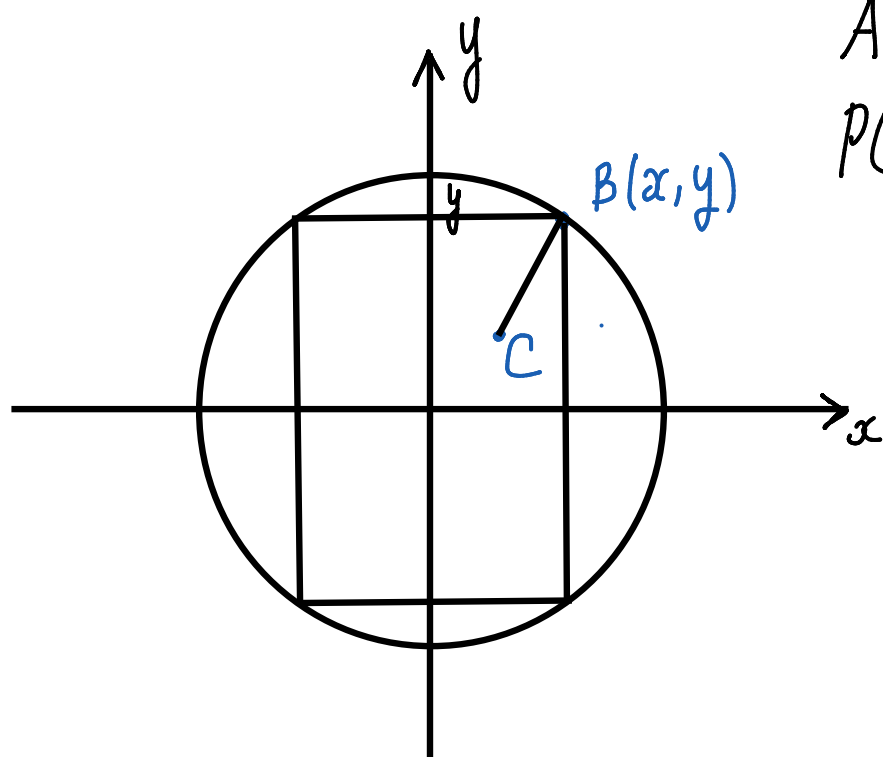
$$= 1 - 4q^3 + 3q^4$$

$$P(A) \geq P(B)$$

$$1 - q^2 \geq 1 - 4q^3 + 3q^4$$

$$\frac{1}{3} \leq q \leq 1$$

4. На окружности $x^2 + y^2 = 1$ наугад выбирается точка B , а в круге $x^2 + y^2 \leq 1$ наугад точка C . Строится прямоугольник с диагональю BC и сторонами, параллельными осям координат. Какова вероятность того, что данный прямоугольник лежит в круге? Обосновать корректность решения.



A - в круге, C в прям

$$P(A|B) = \frac{4xy}{\pi} = \frac{|4 \cos \varphi \sin \varphi|}{\pi} = \frac{|2 \sin 2\varphi|}{\pi}$$

$$P(A) = \int_0^{2\pi} \frac{2|\sin 2\varphi|}{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\varphi d\varphi = \frac{4}{\pi^2}$$

в кр будет 10 задач на полтора часа
 типовые задачи

округление: 4 цифры

если число исп 100 и больше то применяем не форм
 бернулли а одну из приближённых
 иначе не засчитает

Формула Пуассона

Если p - мало, то в схеме бернулли применяют формулу Пуассона

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}, \quad \lambda = np$$

Погрешность не превышает $\min(p, np)$

11. Вероятность клика по баннеру на одной веб-странице равна 0,0025. Какова вероятность того, что при показе 600 страниц будет 3 просмотра рекламы?

$$n = 600, \quad k = 3, \quad p = 0,0025$$

$$\lambda = np = 1,5$$

$$P_{600}(3) = \frac{1,5^3}{3!} \cdot e^{-1,5} \approx 0,1255 \quad \Delta \leq 0,0025$$

10. Прибор состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа каждого из них равна 0,001. Какова вероятность отказа больше двух элементов?

$$n = 1000, \quad p = 0,001, \quad k > 2$$

$$\lambda = np = 1$$

$$P_n(k > 2) = ?$$

$$\begin{aligned} P_{1000}(k > 2) &= 1 - P_{1000}(0) - P_{1000}(1) - P_{1000}(2) = \\ &= 1 - \frac{1^0}{0!} \cdot e^{-1} - \frac{1^1}{1!} \cdot e^{-1} - \frac{1^2}{2!} \cdot e^{-1} = 1 - e^{-1} \left(1 + 1 + \frac{1}{2} \right) \approx 0,08 \end{aligned}$$

$$\Delta < 0,001$$

14. В службу спасения поступает в среднем 0,5 звонков в час. Найти вероятность того, что за смену продолжительностью четыре часа поступит не более трех заявок.

$$\lambda = 0,5 \text{ (в час)}$$

$$\text{за 4 часа не более 3 заявок, } T = 4$$

$$P(k) = \frac{(\lambda T)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda T}$$

$$\lambda T = 2$$

$$\begin{aligned} P(k \leq 3) &= P(0) + P(1) + P(2) + P(3) = \\ &= e^{-2} \left(\frac{2^0}{1} + \frac{2^1}{1} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} \right) \approx 0,8571 \end{aligned}$$

Погрешность неуместна в этой задаче, потому что это не схема бернулли

Полиномиальная схема

Обобщением схемы Бернулли является полиномиальная схема.

Пусть при n независимых испытаниях могут произойти m несовместных исходов, p_i — вероятность $i^{\text{го}}$ исхода при одном отдельном испытании, $1 \leq i \leq m$. Тогда вероятность того, что при n испытаниях $i^{\text{й}}$ исход появится n_i раз, $n = \sum_{i=1}^m n_i$, равна:

$$P_n(n_1, n_2, \dots, n_m) \approx \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m!} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \dots \cdot p_m^{n_m}$$

2. Какова вероятность того, что при бросании 12 костей каждая грань выпадет дважды?

$$n=12, \quad m=6 \quad p_1=\dots=p_6=1/6 \\ n_1=\dots=n_6=2$$

$$P_{12}(2, \dots, 2) = \frac{12!}{(2!)^6} \cdot \left(\left(\frac{1}{6}\right)^2\right)^6 \approx 0,0034$$

3. Брак при изготовлении деталей составляет 20%. На выборочный контроль деталь попадает с вероятностью $1/2$. Какова вероятность того, что при проверке партии из 10 деталей нашли две бракованные, а половина деталей осталась непроверенной?

$$n=10$$

1: деталь не проверена

2: проверена и брак

3: проверена и не брак

$$p_1 = \frac{1}{2}, \quad n_1 = 5$$

$$p_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}, \quad n_2 = 2$$

$$p_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}, \quad n_3 = 3$$

$$P_{10}(5, 2, 3) = \frac{10!}{5! \cdot 2! \cdot 3!} \cdot \frac{1}{2^5} \cdot \frac{1}{10^2} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = 0,0504$$

В

1. На группу из 25 человек имеется 25 экзаменационных билетов. Студент выучил один билет. Каким по очереди ему следует идти на экзамен, чтобы вероятность сдать его была наибольшей?

A_i - билет вытащен на i -ом шаге

$$P(A_i) = P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \dots \cdot \bar{A}_{i-1} \cdot \bar{A}_i) = \frac{24}{25} \cdot \frac{23}{24} \cdot \dots = \frac{1}{25}$$