



DOI 10.22363/1815-5235-2021-17-5-479-499

УДК 624.012.3

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH ARTICLE

## Новое направление по расчету прочности изгибающихся железобетонных элементов по наклонным сечениям с примером расчета опытной балки

**И.Н. Старишко***Вологодский государственный университет, Российская Федерация, 160000, Вологда, ул. Ленина, д. 15  
starishkoi@mail.ru***История статьи**

Поступила в редакцию: 25 марта 2021 г.

Доработана: 27 мая 2021 г.

Принята к публикации: 3 июня 2021 г.

**Для цитирования**

Старишко И.Н. Новое направление по расчету прочности изгибающихся железобетонных элементов по наклонным сечениям с примером расчета опытной балки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2021. Т. 17. № 5. С. 479–499. <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-479-499>

**Аннотация.** Надежность работы конструкций и сооружений в целом в процессе их эксплуатации существенно зависит от многих факторов, не всегда в полной мере учитываемых расчетом. Одной из причин этого может быть узкая направленность многих экспериментальных исследований, результаты которых приняты для ориентации при разработке теории расчета. Иногда теории расчета совсем не основаны экспериментальными исследованиями и поэтому могут давать большие расхождения с опытными результатами. Методика проведения экспериментальных исследований окажет положительный эффект на разработку надежной теории расчета изгибающихся железобетонных элементов по наклонным сечениям только тогда, когда будет сочетать все разнообразие влияния основных факторов на работу исследуемых элементов, в том числе и вид приложенных в процессе испытаний нагрузок – равномерно распределенных или сосредоточенных, с глубоким анализом полученных результатов. В предлагаемой теории расчета прочности по наклонным сечениям изгибающихся железобетонных элементов используется взаимосвязь в развитии напряженно-деформированного состояния при действии нагрузки как в нормальных, так и наклонных к продольной оси элементов сечениях, вплоть до разрушения балок, полученная в результате экспериментально-теоретических исследований. Это обеспечивает близкое совпадение опытных и расчетных данных, повышает надежность, долговечность и экономичность конструкций в процессе их эксплуатации.

**Ключевые слова:** изгибающиеся элементы, метод расчета, наклонные сечения, уравнения равновесия, критерии прочности бетона, пролеты среза, несущая способность

## A new direction for calculating the strength of bent reinforced concrete elements along inclined sections with an example of calculating an experimental beam

**Ivan N. Starishko***Vologda State University, 15, Lenin St., Vologda, 160000, Russian Federation  
starishkoi@mail.ru***Article history**

Received: March 25, 2021

Revised: May 27, 2021

Accepted: June 3, 2021

**Abstract.** The reliability of the operation of structures and structures as a whole during their operation significantly depends on many factors that are not always fully taken into account by the calculation. One of the reasons for this may be a narrow focus of many experimental researches, the results of which are taken for guidance

Старишко Иван Николаевич, доцент, кафедра автомобильных дорог, Инженерно-строительный институт, кандидат технических наук; eLIBRARY SPIN-код: 6193-8912; starishkoi@mail.ru

Ivan N. Starishko, Associate Professor, Department of Highways, Institute of Civil Engineering, Candidate of Technical Sciences; eLIBRARY SPIN-code: 6193-8912; starishkoi@mail.ru

© Старишко И.Н., 2021

 This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

**For citation**

Starishko I.N. A new direction for calculating the strength of bent reinforced concrete elements along inclined sections with an example of calculating an experimental beam. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2021;17(5):479–499.  
(In Russ.) <http://doi.org/10.22363/1815-5235-2021-17-5-479-499>

in the development of the theory of calculation. Sometimes the calculation theories are not at all substantiated by experimental research. The experimental research methodology will give a positive effect for the development of a reliable theory for the calculation of bent reinforced concrete elements along inclined sections only when it combines the whole variety of influence of the main factors on the operation of the investigated elements, including the type of loads applied during testing – evenly distributed or focused, with deep analysis of the obtained results. In the proposed theory of strength calculation for inclined sections of bent reinforced concrete elements the relationship in the development of the stress-strain state under the action of a load both in normal and inclined sections to the longitudinal axis of the elements, up to the destruction of beams, obtained as a result of experimental theoretical research, is used. This ensures a close coincidence of the experimental and calculated data, increases the reliability, durability and economic efficiency of structures during their operation.

**Keywords:** bent elements, calculation method, inclined sections, equilibrium equations, concrete strength criteria, shear spans, bearing capacity

## Введение

Расчет прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям является одной из самых острых проблем в теории железобетона на протяжении многих десятилетий. Узкая направленность большого количества экспериментальных исследований часто приводит к заблуждению при разработке теоретических основ в методике расчетов ориентируемых на результаты опытов.

Следовательно, чтобы установить влияние каких-либо факторов на прочность наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов, необходимо выполнить обширные экспериментально теоретические исследования, охватывающие весь спектр влияния возможных факторов и случайностей.

*Краткий анализ некоторых исследований, проводимых за последние годы в России по изложенной в статье теме.* В [1] отмечается, что для определения влияния внешней поперечной силы на напряженное состояние изгибаемых железобетонных балок использована аналогия между аркой с затяжкой и траекторией главных сжимающих напряжений (арочный эффект). Справедливо отмечается, что одним из основных регуляторов надежности железобетонных элементов является расчетное значение сопротивления сдвигу бетона в наклонной трещине, и излагается теория для решения указанной проблемы для балок без поперечной арматуры по схеме арки с затяжкой. Однако в практике строительства балки без поперечной арматуры, как правило, не применяются (за исключением балок небольшой высоты в поперечном сечении –  $h \leq 15\text{cm}$ ). Использование в расчетах поперечной арматуры вносит существенные корректировки и усложнения в методику расчета.

К тому же, одним из первых авторов арочного метода расчета изгибаемых железобетонных балок по наклонным сечениям, как с поперечной арматурой, так и без нее, является Г.Н.И. Кани [2], согласно которому общая схема балки состоит из нескольких арок разделенных наклонными трещинами и в расчетной модели рассматривается три схемы: а) общая арочная схема балки; б) арочные опоры, обеспечиваемые силами сцепления внутренних арок; в) арочные опоры, обеспечиваемые хомутами. Несмотря на некоторые существенные обоснования физико-механических факторов, используемых в расчетах по методу «Арочной аналогии» разработанного Г.Н.И. Кани, в нем имеется и ряд недостатков, в том числе связанных с оценкой работы поперечной арматуры. В кандидатской диссертации И.Н. Старишко приводится подробный анализ указанного арочного метода, разработанного Г.Н.И. Кани.

В экспериментальных исследованиях [3] установлено, что с повышением продольного обжатия балки ее реакция на поперечное динамическое воздействие увеличивается независимо от стадии работы податливых опор. При этом с повышением пластической составляющей деформирования опорных устройств в виде круглых цилиндров время сопротивления конструкций по наклонному сечению значительно увеличивается, то есть динамическое деформирование по наклонным сечениям изгибаемых конструкций с продольным обжатием происходит более пластично. Борьба с хрупким разрушением изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям при действии нагрузки, особенно при проектировании балок мостовых сооружений, является одной из важнейших задач при их проектировании. Эта задача решена при создании трехосного предварительного напряжения арматуры в изгибаемых железобетонных балках таврового профиля, впервые выполненного в опытах И.Н. Старишко (см. далее). Однако из опытов профессора О.Г. Кумпяк следует, что влияние хрупкого разрушения изгибаемых железобетонных элементов можно также несколько понизить и за счет исследуемой им конструкции опорных частей.

При этом считаем, что было бы полезным продолжить вышеизложенные исследования, включая балки с большими пролетами среза, что особенно важно при проектировании балок мостовых сооружений, у которых постоянно меняется длина пролета среза при движении транспортных средств. Желательно усилие обжатия балок перенести с центральной части поперечного сечения ближе к нижней растянутой грани, что в большей степени соответствовало бы реальным конструкциям разрезных предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов.

В экспериментальной работе [4] исследована прочность изгибаемых железобетонных элементов с продольной арматурой класса А500 при различных видах периодического профиля арматуры с разрушением балок по наклонным сечениям. Выявлены преимущества использования в изгибаемых железобетонных элементах арматуры класса А-500 СП (серповидный четырехсторонний вид периодического профиля растянутой арматуры) по сравнению с арматурой класса А-500С (серповидный двухсторонний вид периодического профиля). Характер развития трещин на боковых поверхностях балок показывает их зависимость от длины пролета среза  $a$ . При значениях  $a = 2h_0$  сформировавшиеся при разрушении наклонные трещины в зоне действия поперечных сил делят эту зону на ряд полуарок. Ближе к опоре полуарки имеют характерную выпуклость. При  $a = 1,3h_0$  прямолинейно направленные от опоры к месту приложения нагрузки наклонные трещины делят припорную зону балок на клиновидные участки. Часть продольной арматуры на припорных участках балок для экономии стали, в соответствии с эпюорой изгибающих моментов, подвергались обрыву. Следует отметить особенности развития трещин на нижней грани балок в зоне обрыва среднего арматурного стержня (из всего количества трех стержней Ø16 мм). Расположение трещин в виде елки с вершиной у конца обрываемого стержня и основанием в месте расположения сосредоточенной нагрузки, а также значительное раскрытие продольной трещины по продольной оси убедительно указывает на наличие раскалывающих усилий в этой зоне. Такой характер разрушения оказывается возможным даже при сильном поперечном армировании. Несомненно, образующиеся трещины способствуют освобождению от бетона концевых участков, обрываемых в зоне действия поперечных сил арматурных стержней, и нарушению сцепления с ним в предельной стадии разрушения балок. В процессе испытаний оказалось, что эффективность сцепления с бетоном профиля поверхности продольной арматуры активно влияет на величину сцепления стержней, обрываемых в зоне действия поперечных сил.

На основании выполненного эксперимента, с учетом установленных преимуществ, при использовании продольной арматуры, анализа образования и развития трещин, нами разработаны рекомендации по анкеровке продольной арматуры.

В [5; 6] изложена серия статических и динамических испытаний железобетонных балок для проверки разработанного указанными авторами нового метода расчета железобетонных балочных конструкций по наклонным сечениям. С целью проверки основных положений предлагаемой ими теории расчета проведены статические и динамические испытания изгибаемых железобетонных балок сечением  $bh = 25 \times 16$  см в средней части и  $bh = 18 \times 16$  см на припорных участках. Продольная арматура балок – 2Ø 12 класса А-I. Консоли балок (припорные участки) армировались хомутами Ø6 мм с шагом 60 мм с каждой стороны. Для оценки влияния разворота усилий в продольной арматуре (авторы рассматривают как альтернатива концепции сил зацепления) предложен следующий метод. В каждой серии часть образцов армировали традиционным образом, то есть продольная арматура на всем протяжении элемента находилась внутри бетона (образцы типа 1), в остальных элементах (образцы типа 2) продольная арматура консолей располагалась вне бетонного сечения. Это исключило возможность искривления стержней в зоне пересечения их наклонной трещиной, а также разворота усилий в арматуре и нагельного эффекта. В этих элементах вместо бетона совместная работа с арматурой обеспечивалась стальными полосами, приваренными к арматуре и утопленными в бетон.

По изложенному частично материалу можно судить о больших недостатках как в экспериментальных исследованиях, так и в теоретических:

1) в размерах поперечного сечения исследуемых элементов ширина поперечного сечения образцов больше их высоты, поэтому в эксперименте это уже не балки, а плиты, и напряженное состояние в них в зоне действия поперечных сил при действии нагрузки отличается. Это изложено и в учебниках по сопротивлению материалов в выводе формулы Д.И. Журавского при определении касательных напряжений при изгибе, где сказано, что методика расчета разработана для балок прямоугольного сечения, когда их высота больше ширины. В практике строительства рекомендуемые отношения размеров в поперечном сечении балок составляют  $b/h = 0,25–0,5$ ;

2) в экспериментальной части принята самая неэффективная для изгибаемых железобетонных балок продольная рабочая арматура из стали класса А-I (круглая, гладкая с малой прочностью и большой площадкой текучести), рекомендации к применению которой в качестве несущей рабочей арматуры для балок в нормативных документах не существует;

3) при определении значения поперечной силы воспринимаемой продольной арматурой пересеченной наклонной трещиной (нагельного эффекта) нельзя приравнивать образцы типа 1 и типа 2, так как их конструктивные решения на припорных участках существенно отличаются;

4) в выводах по результатам статьи (пункт 4) авторы правильно указывают «Не удалось достаточно оценить влияние разворота арматуры, что связано с ограниченным числом опытов и малым пролетом среза». Однако и других причин этому неудачному эксперименту множество.

*Краткий анализ некоторых исследований, проводимых в Европе и США за последние годы по изложенной в статье теме.* В [7–9] приведены многочисленные факторы, влияющие на образование и развитие наклонных трещин в изгибаемых железобетонных элементах, прочность которых зависит от геометрии трещин и ее кинематики. В экспериментальной части исследований установлено, что вертикальные части критической наклонной трещины воспринимают большее количество сдвиговых сил, а также установлено влияние многих других факторов.

Часть опытных образцов подвергалась действию равномерно распределенной нагрузки, а другие – действию сосредоточенных сил. Испытания проводились на высоком научно-техническом уровне с использованием фотометрии, с помощью камер конструкции D-800, изображение которых анализировали посредством программного обеспечения VIK 3D. Геометрия опытных образцов (размеры поперечного сечения, армирование и другие факторы) отвечала реальным конструкциям, используемым в строительной индустрии. Испытания проводились с целью получения уточненных данных по образованию и развитию наклонных к продольной оси элементов трещин и кинематики в процессе разрушения изгибаемых железобетонных элементов.

Однако сами авторы вышеуказанных работ отмечают большую сложность фиксации уникального действия сдвигопередачи, определяющего прочность на сдвиг при действии многочисленных факторов влияния. При этом в [7–9] не приводится методика расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов на сдвиг. В представленных экспериментах недостаточно исследовано влияния поперечной арматуры, которая играет существенную роль в кинематике разрушений изгибаемых элементов. Отсутствует количественная оценка влияния сил зацепления шероховатой поверхности берегов в наклонной трещине и нагельного эффекта в продольной арматуре, пересеченной наклонной трещиной на сдвиговую прочность в зоне действия поперечных сил. Тем не менее анализ, основанный на опытных моделях, учитывающих фактическую картину образования и развития наклонных трещин и кинематику при разрушении, может оказать существенное влияние на разработку расчетной модели изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, что способствует обеспечению прочности, надежности в эксплуатации и долговечности исследуемых конструкций.

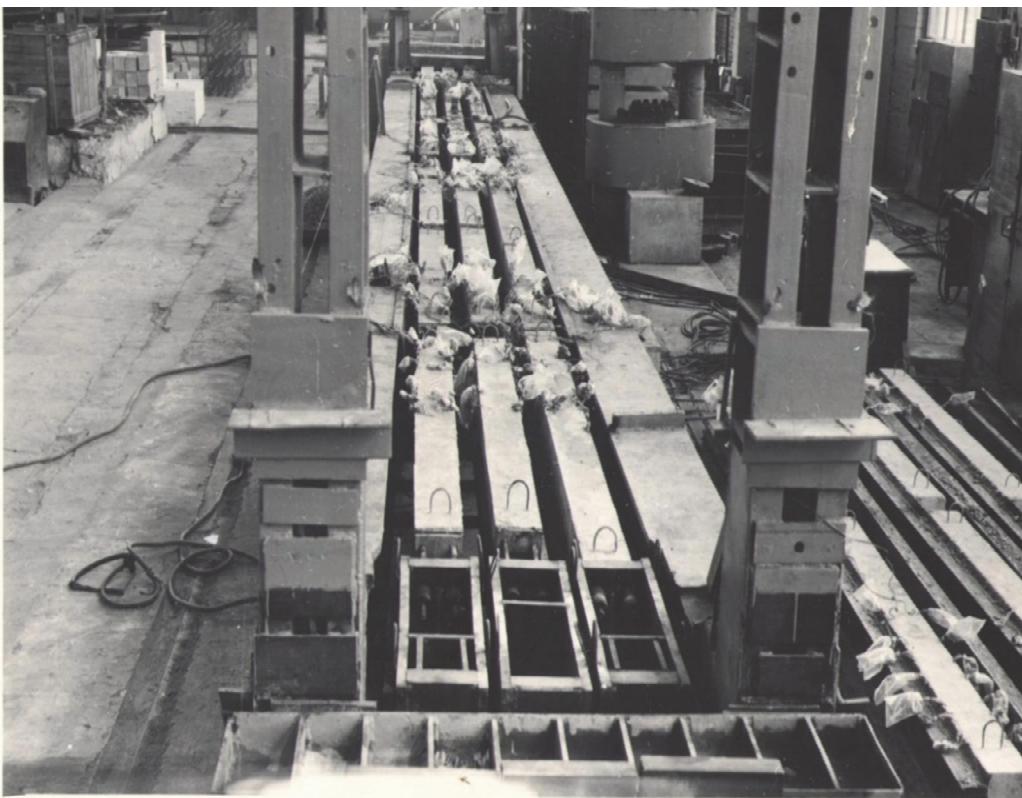
Для более полного установления влияния основных факторов на напряженно-деформированное состояние элементов при действии нагрузки и на их несущую способность с 1973 г., вначале в НИИЖБ, а затем в Вологодском государственном техническом университете, ведутся обширные экспериментальные исследования (испытано свыше 500 изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов), результаты которых частично опубликованы как в России, так и за рубежом [10; 11].

**Цель исследований** – на основе полученных результатов экспериментальных данных совершенствовать существующую методику расчета изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям.

## Материалы и методы

Для проведения вышеуказанных исследований в НИИЖБ нами были изготовлены предварительно напряженные балки, а также балки без предварительного напряжения сечением  $15 \times 30$  см, кубиковая прочность бетона 45–55 МПа. Напрягаемая, а в некоторых балках ненапрягаемая, продольная арматура: нижняя 2Ø18Ат-V, верхняя 2Ø10Ат-VI, поперечная арматура 2Ø6А-I с шагом замкнутых поперечных стержней (хомутов) в полупролетах: сильное поперечное армирование – 5 см с одной стороны балки и 10 см – с другой; среднее поперечное армирование – 15 см с одной стороны балки и 20 см – с другой; слабое поперечное армирование – 20 см с одной стороны балки, а с другой ее стороны поперечная арматура отсутствовала. Натяжение продольной арматуры выполнялось на длинном стенде, состоящем из трех линий (рис. 1). Каждая серия опытных образцов, насчитывающая по 6 балок, изготавливается на от-

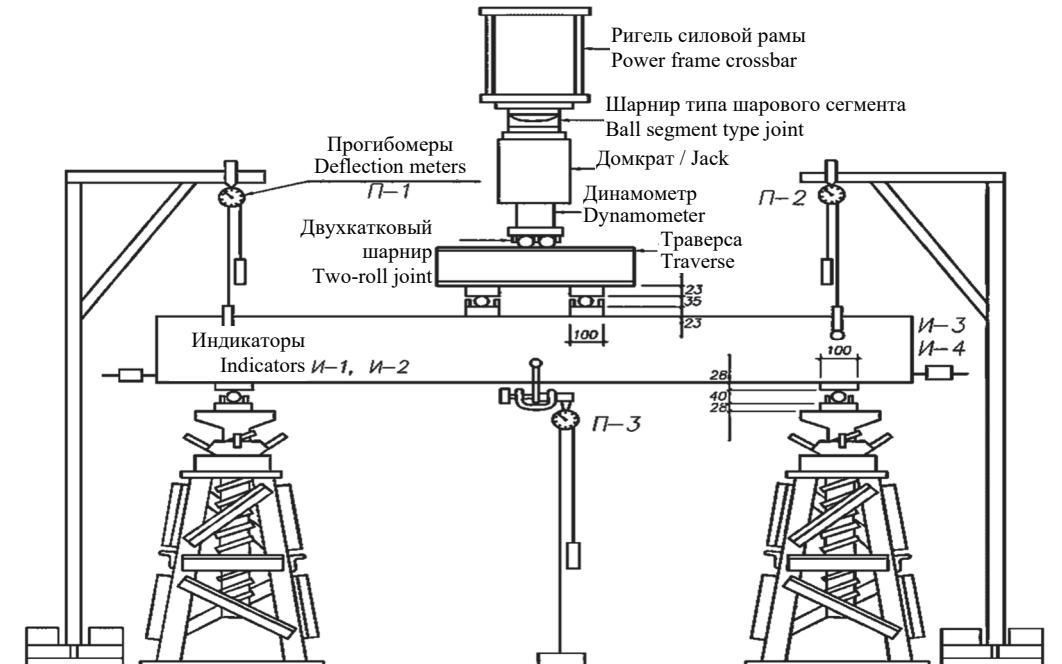
дельной линии стенда, что позволило во всех образцах иметь одинаковую величину предварительного напряжения продольной арматуры, прочность бетона, условия его твердения и другие характеристики.



**Рис. 1.** Общий вид предварительно напряженных балок, расположенных на стенде, и балок без предварительного напряжения,

расположенных за пределами стенда (справа), в опытах И.Н. Старишко, проводимых в НИИЖБе (фото И.Н. Старишко)

**Figure 1.** General view of prestressed beams located on the stand and beams without prestressed located outside the stand (right) in the experiments of I.N. Starishko conducted in NIIZHB (photo by I.N. Starishko)



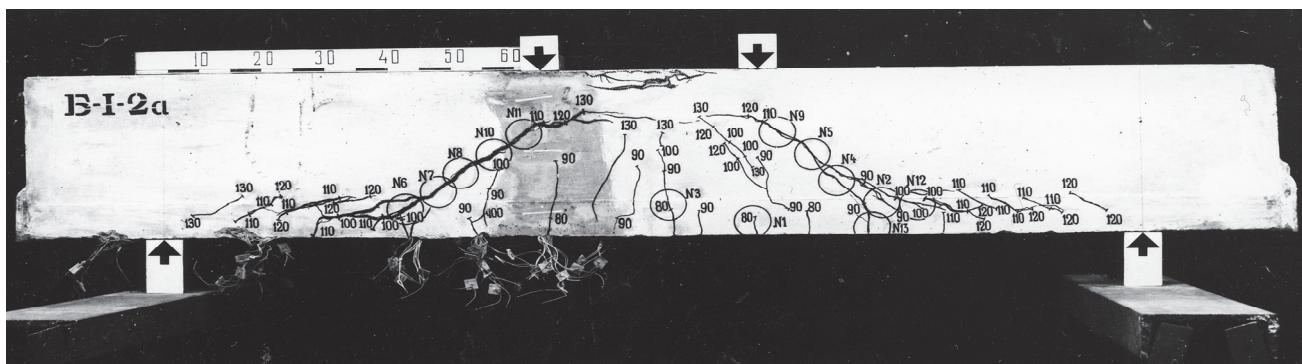
**Рис. 2.** Схема установки для испытания балок в опытах автора статьи

**Figure 2.** Diagram of the installation for testing beams in the experiments of the author of the article Equipment

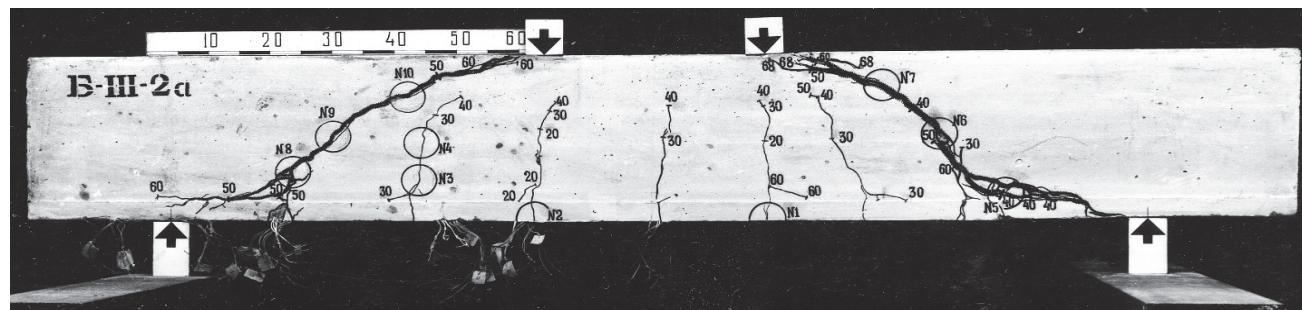
Балки испытывали на домкратной установке двумя симметрично расположенными относительно середины пролета силами (рис. 2).

После разрушения балок с одной стороны на разрушенную часть одевали бандаж и доводили до разрушения вторую ее половину. Испытания показали, что высота сжатой зоны бетона над наклонными и нормальными к продольной оси трещинами с повышением предварительного напряжения продольной арматуры возрастает, то есть в предварительно напряженных железобетонных балках она оказывается больше по сравнению с аналогичными балками без предварительного напряжения (рис. 3), а следовательно, и несущая способность по наклонным сечениям предварительно напряженных балок также возрастает.

На основании экспериментальных исследований И.Н. Старишко (1973–1976 гг., вплоть до 1984 г.) в России в СНИП 2.03.01-84 впервые начали учитывать влияние предварительного напряжения продольной арматуры, расположенной в растянутой от действия нагрузки зоне бетона, на прочность наклонных сечений. Результаты исследований прочности по наклонным сечениям предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов, а также элементов без предварительного напряжения, изложенные в данной статье, дополняются материалами, приведенными во многих источниках приложенного списка литературы. Кроме элементов прямоугольного сечения, исследования проводились также и на элементах таврового профиля [12; 13].



a



б

**Рис. 3.** Разрушение опытных изгибаемых железобетонных балок (фото И.Н. Старишко):  
 а – с предварительным напряжением продольной арматуры (балка Б-I-2а); б – без предварительного напряжения продольной арматуры (балка Б-III-2а);  
**Figure 3.** Destruction of experimental bent reinforced concrete beams (photo by I.N. Starishko):  
 а – with prestressing of the longitudinal reinforcement (beam B-I-2a); б – without prestressing of the longitudinal reinforcement (beam B-III-2a)

Методика расчета прочности наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов, излагаемая в статье, имеет более общий подход: уравнения равновесия моментов, продольных и поперечных сил в наклонном сечении решаются совместно [14–16]; прочность бетона сжатой зоны оценивается с учетом распределения нормальных и касательных напряжений и критерия прочности бетона при плоском напряженном состоянии [17; 18]; совместно рассматриваются условия развития наклонной трещины и разрушения бетона над ней и другие факторы.

Условием образования и последующего развития критической наклонной трещины в изгибаемых железобетонных предварительно напряженных элементах, а также в элементах без предварительного напряжения, является достижение нормальными и касательными напряжениями над ее вершиной предельных значений из критерия прочности бетона при плоском напряженном состоянии.

Установлены критерии прочности бетона в координатах главных напряжений в областях, сжатие – растяжение (рис. 4, а) и критерий прочности бетона в координатах нормальных и касательных напряжений (рис. 4, б).

Так как критерий прочности бетона в координатах, главных сжимающих и главных растягивающих напряжений существенно зависит от прочности бетона на сжатие и величины напряжений, то в дальнейших расчетах принят критерий прочности бетона в координатах нормальных и касательных напряжений. Если нормальные напряжения в бетоне сжатой зоны  $\sigma_b < R_b$ , то соответствующие им касательные напряжения  $\tau_{xy}$  могут быть приняты равными  $kR_b$ . При изменении  $\sigma_b$  в пределах (0,3–0,7)  $R_b$  значение  $k$  изменяется не существенно и в среднем составляет 2,2 (рис. 4, б). Конечным этапом развития критической наклонной трещины считается достижение ею сечения под грузом (рис. 5). С дальнейшим возрастанием нагрузки в предварительно напряженных балках, а также в некоторых балках без предварительного напряжения продольной арматуры наклонная трещина развивается в зону чистого изгиба по траектории близкой к горизонтали (то есть по траектории главных сжимающих напряжений), где и происходит разрушение бетона сжатой зоны над ней, а следовательно, и полное разрушение элемента (рис. 3, а). В большинстве балок без предварительного напряжения продольной арматуры [19–37] разрушение происходит у места приложения нагрузки (рис. 3, б).

Поскольку фактическая эпюра нормальных напряжений в бетоне сжатой зоны криволинейная (рис. 5), то в расчетах прочности изгибаемых элементов на действие поперечных сил, как отмечено выше, необходимо учитывать влияние и касательных напряжений.

Так как на верхней грани элемента касательные напряжения равны нулю, то предельные нормальные напряжения принимаются равными  $R_b$ .

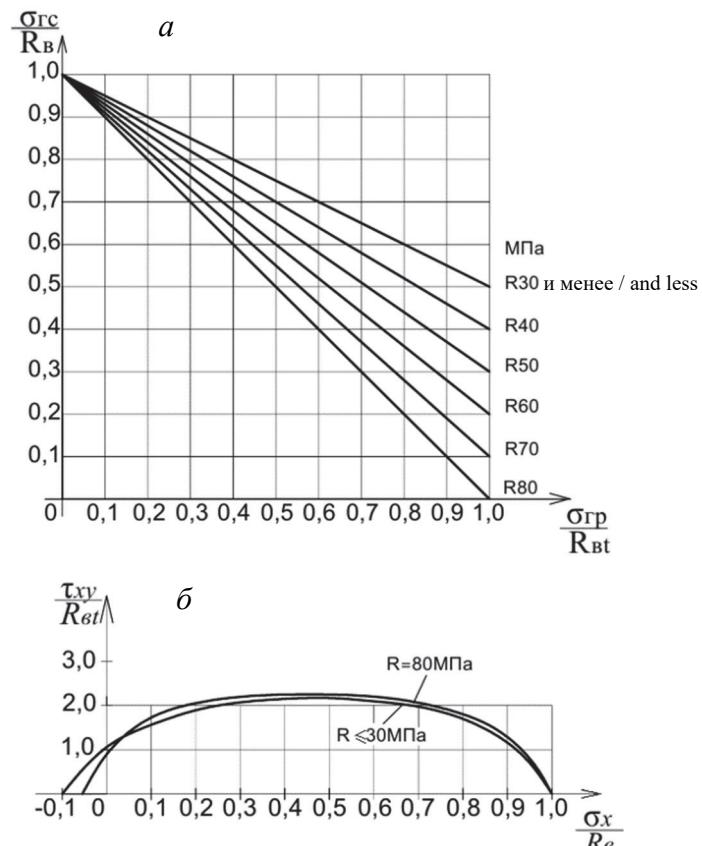


Рис. 4. Критерии прочности бетона при плоском напряженном состоянии в координатах напряжений  $\sigma_{g.c}$ ,  $\sigma_{g.p}$  (а) и  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  (б)

Figure 4. Criteria for the strength of concrete under flat stress in the stress coordinates  $\sigma_{g.c}$ ,  $\sigma_{g.p}$  (a) and  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$  (b)

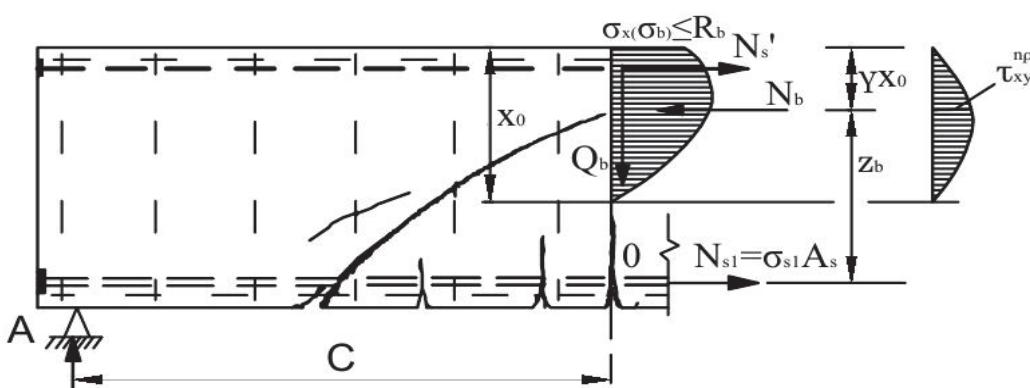
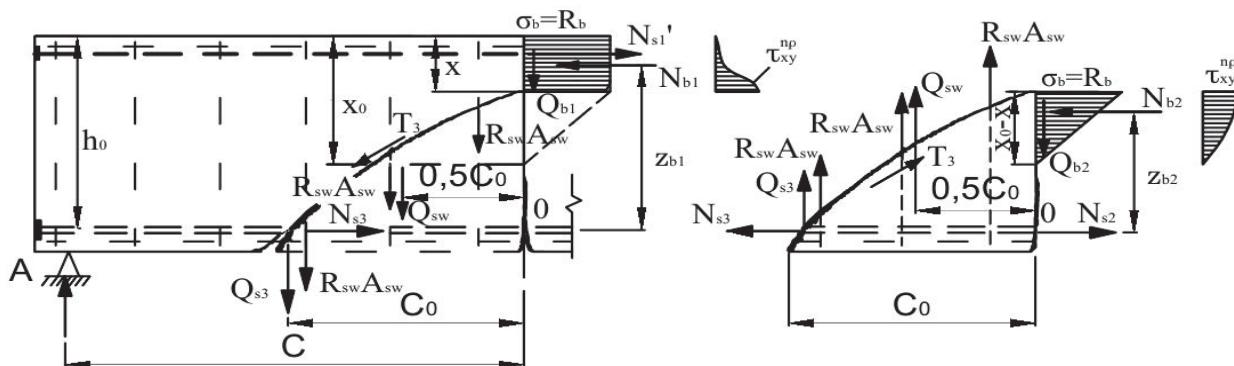
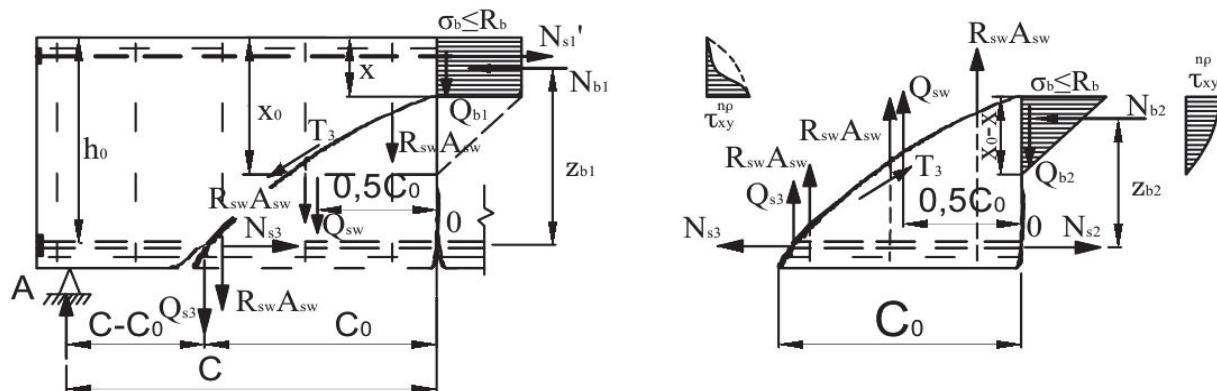


Рис. 5. Напряженное состояние нормального сечения, проходящего через вершину критической наклонной трещины при ее образовании и развитии

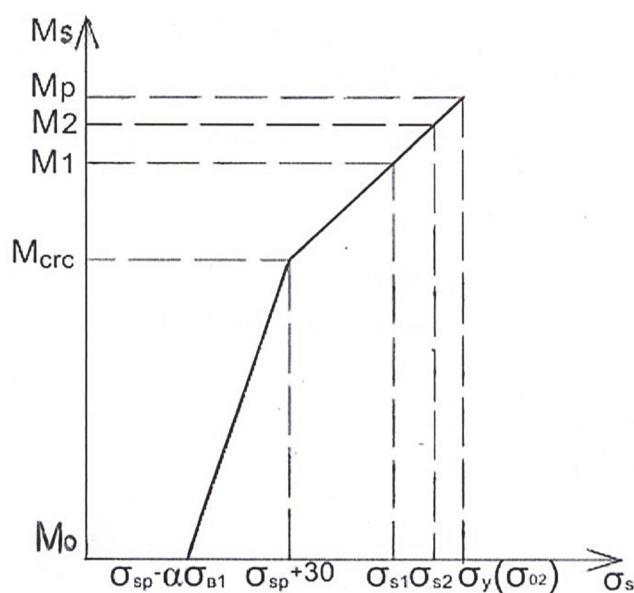
Figure 5. Stress state of the normal cross section passing through the top of the critic inclined crack during its formation and development



**Рис. 6.** Расчетная схема наклонного сечения в расчетах прочности при больших пролетах среза  
**Figure 6.** Calculation scheme of the inclined section in the calculations of strength at large cross-section spans



**Рис. 7.** Расчетная схема наклонного сечения в расчетах прочности при малых пролетах среза  
**Figure 7.** Design scheme of the inclined section in the calculations of strength at small cross-section spans



**Рис. 8.** Диаграмма зависимости напряжений в продольной арматуре от величины изгибающего момента в нормальном сечении:  
 $M_{crc}$  – момент в стадии образования нормальных к продольной оси балки трещин;  $M_1$  – момент в стадии развития критической наклонной трещины;  
 $M_2$  – момент в стадии разрушения элемента по наклонному сечению;  $M_p$  – момент в стадии разрушения элемента по нормальному сечению  
**Figure 8.** Diagram of the key dependences of the stresses in the longitudinal steel reinforcement on the value of the bending moments in the normal section:

$M_{crc}$  – the moment at the stage of subjectively forming cracks normal to the longitudinal axis of the beam;  
 $M_1$  – moment in the development stage of a critical inclined crack;  $M_2$  – the moment at the stage of destruction of the element along the inclined section;  
 $M_p$  – the moment at the stage of destruction of the element in the normal cross section

### **Напряжение в продольной напрягаемой арматуре в сечении с трещиной**

При расчете предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов в стадии развития наклонных трещин и по прочности наклонных сечений с определением напряжений в продольной напрягаемой арматуре возникали затруднения. Решение данного вопроса было осуществлено с помощью диаграммы зависимости между напряжениями в продольной арматуре  $\sigma_s$  и величиной изгибающего момента  $M_s$ , разработанной нами, которая принимается в виде двух отрезков прямых и имеет перелом в точке, соответствующей образованию трещин  $M_{crc}$  (рис. 8). В стадии развития критической наклонной трещины, в соответствии с принятой диаграммой, напряжения в продольной арматуре в нормальном сечении с трещиной определяются из соотношения

$$\frac{\sigma_{0,2} - \sigma_{s1}}{\sigma_{0,2} - (\sigma_{sp} + 30)} = \frac{M_p - M_1}{M_p - M_{crc}}. \quad (1)$$

Напряжение в продольной арматуре  $\sigma_{s1}$  в нормальном сечении в стадии развития критической наклонной трещины (рис. 8) найдем, заменяя в (1) условный предел текучести  $\sigma_{0,2}$  соответствующим расчетным сопротивлением  $R_s$ , разрушающий момент  $M_p$  – расчетным моментом  $M$ , тогда

$$\sigma_{s1} = R_s \left[ 1 - \frac{R_s - (\sigma_{sp} + 30)}{R_s} \times \frac{M - Qc}{M - M_{crc}} \right], \quad (2)$$

где  $c$  – расстояние от опоры до вершины наклонной трещины в проекции на ось элемента (длина пролета среза).

Поперечная сила при развитии критической наклонной трещины  $Q$  определяется из эпюры касательных напряжений  $\tau_{xy}$  в бетоне над нормальной трещиной в виде квадратной параболы (рис. 5). Согласно критерию прочности бетона, при плоском напряженном состоянии (рис. 4, б) в вершине наклонной трещины в зависимости от нормальных напряжений  $\sigma_x$  касательные напряжения  $\tau_{xy} = kR_{bt}$ . Тогда

$$Q = \int_0^{x_0} \tau_{xy} b dx = \frac{2}{3} \tau_{xy} b x_0 = \frac{2}{3} k R_{bt} b \xi_0 h_0, \quad (3)$$

где  $x_0$  – высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении, проходящем через вершину наклонной трещины. Относительная высота сжатой зоны бетона  $\xi_0 = \frac{x_0}{h_0}$ .

Подставляя полученное значение  $Q$  в выражение (2) и обозначая

$$\alpha = \frac{2}{3} R_{bt} b h_0 c; \quad \beta = 1 - \frac{\sigma_{sp} + 30}{R_s}; \quad \delta = M - M_{crc},$$

получим

$$\sigma_{s1} = R_s \left( 1 - \beta \frac{M - \alpha k \xi_0}{\delta} \right). \quad (4)$$

Напряжение в продольной арматуре в этом же нормальном сечении в предельном состоянии по прочности равно  $M$ . Тогда

$$\sigma_{s2} = R_s \left( 1 - \beta \frac{M - M_2}{\delta} \right), \quad (5)$$

где  $M_2 = Qc$  – изгибающий момент в нормальном сечении в предельном состоянии по прочности наклонного сечения.

### **Расчет изгибаемых железобетонных элементов прямоугольного профиля в стадии развития критической наклонной трещины**

В стадии развития критической наклонной трещины необходимо определить высоту сжатой зоны бетона над нормальной трещиной  $x_0 = \xi_0 h_0$  (в сечении под грузом), напряжение в арматуре  $\sigma_{s1}$  и бетоне  $\sigma_b$  в нормальном сечении, а также величину поперечной силы  $Q$ . Указанные величины получим из совмест-

ного решения четырех уравнений: (3), (4), а также уравнений равновесия изгибающих моментов и продольных сил в нормальном сечении:

$$\sum M = 0; \quad Qc = \omega \sigma_b b x_0 (h_0 - \gamma x_0) \pm \sigma'_{s1} A'_{sp} (h_0 - a'); \quad (6)$$

$$\sum N = 0; \quad \omega \sigma_b b x_0 \pm \sigma'_{s1} A'_{sp} = \sigma_{s1} A_{sp}, \quad (7)$$

где  $\omega$  и  $\gamma$  – коэффициент полноты и коэффициент, определяющий положение центра тяжести эпюры сжатой зоны бетона над нормальной трещиной, расположенной под вершиной критической наклонной трещины (по линии действия нагрузки или вблизи нее) (рис. 5).

Из совместного решения уравнений (6) и (7), а также уравнения (4) и после их преобразований получаем квадратное уравнение

$$\xi_0^2 + q_1 \xi_0 + P_1 = 0, \quad (8)$$

из которого

$$\xi_0 = -\frac{q_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2 - P_1}; \quad (9)$$

в формуле (9):

$$q_1 = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{\delta}{\beta R_s A_{sp} h_0} - 1 \right) + \frac{1}{\alpha K} \left[ \frac{\delta}{\beta} (1 \mp \xi) - M \right], \quad (10)$$

$$P_1 = \frac{M \beta - \delta \pm \frac{\xi a' \delta}{h_0}}{\gamma K \alpha \beta}, \quad (11)$$

$$\xi = \frac{\sigma'_{s1} A'_{sp}}{R_s A_{sp}}, \quad (12)$$

где в формулах (6), (7), (10) и (11), а также (14) верхние знаки принимаются, когда верхняя продольная арматура площадью  $A'_{sp}$  в стадии развития критической наклонной трещин окажется сжатой, нижние знаки – когда она окажется растянутой.

Как отмечено выше, коэффициентом  $\gamma$  определяется расстояние от центра тяжести площади эпюры напряжений сжатия над нормальной трещиной до верхней грани сжатой зоны бетона (рис. 5).

Напряжение в продольной напрягаемой арматуре, расположенной в сжатой зоне, принимается в зависимости от предельной сжимаемости бетона  $\varepsilon_{ub}$  и величины предварительного напряжения в ней.

$$\sigma'_{s1} = k_1 \varepsilon_{ub} E'_s - \sigma'_{sp}. \quad (13)$$

Из анализа опытных данных можно принять  $k_1 = 0,6$  при относительных расстояниях от опоры до груза  $ch_0 \leq 1,5$  и  $k_1 = 1$  при  $ch_0 \geq 3,5$ . В промежуточных значениях  $ch_0$  значения  $k_1$  определяются по интерполяции. Напряжение в сжатом бетоне из уравнения (7) равно

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{s1} A_{sp} \mp \sigma'_{s1} A'_{sp}}{\omega b x_0}. \quad (14)$$

Поперечную силу  $Q$  в стадии развития критической наклонной трещины (когда она достигает сечения под грузом) определяем по формуле (6).

### **Расчет прочности наклонных сечений по двухблочной расчетной схеме**

При расчете прочности наклонных сечений, как отмечено выше, принятая двухблочная расчетная схема. В расчетной схеме (рис. 6 и 7) действуют усилия:

– в бетоне верхнего блока (над вершиной критической наклонной трещины) продольное  $N_{b1}$ , поперечное  $Q_{b1}$ ; в продольной арматуре в месте пересечения ее наклонным сечением осевое  $N_s$ , поперечное  $Q_s$ ; в поперечной арматуре осевое  $Q_{sw}$ ; продольная и поперечная составляющие сил зацепления, действующих в наклонном сечении  $N_3$  и  $Q_3$ ;

– в бетоне нижнего блока (под вершиной критической наклонной трещины) продольное  $N_{b2}$ , поперечное  $Q_{b2}$ ; в поперечной арматуре  $Q_{sw}$ ; в продольной арматуре в нормальном сечении растянутой зоны  $N_{s2}$ ; продольная и поперечная составляющие сил зацепления  $T_3$ , действующих в наклонном сечении  $N_3$  и  $Q_3$ . При этом в расчетной схеме верхнего и нижнего блоков принято совместное действие усилий  $N_{s3} = N_s - N_3$  и  $Q_{s3} = Q_s + Q_3$ , приложенных в месте пересечения продольной растянутой арматуры наклонной трещиной. В стадии разрушения по наклонным сечениям необходимо определить: высоту сжатой зоны бетона над наклонной трещиной  $x$  (в сечении под грузом); длину горизонтальной проекции наклонной трещины  $c_0$  и величину разрушающей поперечной силы  $Q_p$ . При этом  $x_0$  берется из стадии развития наклонных трещин, что подтверждено экспериментально. Значения  $x$  и  $c_0$  определяем из совместного решения уравнений равновесия изгибающих моментов двух блоков: верхнего, относительно точки приложения опорной реакции (относительно точки  $A$ ), и нижнего, относительно центра тяжести продольной арматуры в нормальном сечении под грузом (относительно точки  $O$ ). Тогда для верхнего блока из уравнения  $\Sigma M_A = 0$  получим

$$Q_{b1} c + Q_{s3} (c - c_0) + Q_{sw}(c - 0,5c_0) = N_{b1} z_{b1} \pm N'_{s1} (h_0 - a'), \quad (15)$$

для нижнего блока из уравнения  $\Sigma M_O = 0$ :

$$Q_{s3} c_0 + Q_{sw} 0,5c_0 = N_{b2} z_{b2}. \quad (16)$$

В балках без хомутов совместная величина нагельной силы в продольной арматуре и сил зацепления шероховатой поверхности берегов в наклонной трещине определяется из уравнения равновесия поперечных сил в нижнем блоке:

$$Q_{s3} = Q_{b2} = \frac{2}{3} k R_{bt} b (x_0 - x) - 1,5 R_{bt} b (x_0 - x). \quad (17)$$

Для сохранения единой методики расчета в балках с поперечной арматурой величину нагельного эффекта принимаем такой же, как и в балках без поперечной арматуры, то есть  $Q_{s3} = Q_{b2}$ .

Подставляя значения  $\sigma_{ux} = R_b$  и  $\tau_{xy} = 2,2 R_{bt}$  в формулу (15), получим уравнение равновесия изгибающих моментов для верхнего блока, которое после преобразований имеет вид

$$0,5R_b bx^2 - \left[ R_b h_0 + 1,5R_{bt} \left( \frac{c}{2} - c_0 \right) \right] bx + (q_{sw}c - 1,5R_{bt}bx_0)c_0 - \\ - 0,5q_{sw}c_0^2 + 1,5R_{bt}bcx_0 \mp \sigma'_{s1} A'_{sp} (h_0 - a') = 0. \quad (18)$$

Уравнение равновесия изгибающих моментов для нижнего блока относительно точки  $O$  после преобразований имеет вид

$$\frac{1}{3}R_b x^2 - \left[ 0,5R_b \left( h_0 + \frac{1}{3}x_0 \right) - 1,5R_{bt}c_0 \right] x + \\ + 0,5R_{bt}x_0 \left( h_0 - \frac{1}{3}x_0 \right) - \frac{q_{sw}c_0^2}{2b} - 1,5R_{bt}x_0c_0 = 0. \quad (19)$$

Для определения значений  $x$  и  $c_0$  необходимо выполнить решение уравнений (17) и (18).

Для предварительно напряженных изгибаемых элементов без хомутов  $q_{sw} = 0$  из совместного решения уравнений (17) и (18) получим квадратное уравнение для определения высоты сжатой зоны бетона над наклонной трещиной, из которого

$$x = \frac{q_4}{2} - \sqrt{\frac{q_4^2}{4} - P_4}, \quad (20)$$

где

$$q_4 = 3h_0 - x_0 + 4,5 \frac{R_{bt}}{R_b} c; \quad (21)$$

$$P_4 = \left( 9 \frac{R_{bt}}{R_b} c - 3h_0 + x_0 \right) x_0 \mp \frac{6\sigma'_{s1} A'_{sp}(h_0 - a')}{R_b b}. \quad (22)$$

Длина горизонтальной проекции наклонной трещины  $c_0$  определяется из уравнения равновесия изгибающих моментов в нижнем блоке.

$$c_0 = \frac{R_b(h_0 - \frac{1}{3}x_0 - \frac{2}{3}x)}{3R_{bt}}. \quad (23)$$

Поперечная сила в стадии разрушения по наклонному сечению определяется из уравнения равновесия моментов внешних и внутренних сил относительно центра тяжести продольной арматуры в нормальном сечении под грузом

$$Q_p = \frac{R_b b x (h_0 - 0,5x) + 0,5 R_b b (x_0 - x) \left( h_0 - \frac{1}{3}x_0 - \frac{2}{3}x \right) \pm \sigma'_{c1} F'_h (h_0 - a')}{c}. \quad (24)$$

Напрягаемая арматура в сжатой зоне в стадии разрушения элемента по наклонному сечению вводится в уравнения (11) и (14) с напряжением, равным

$$\sigma'_{c1} = \varepsilon_{ub} E_s - \sigma_0. \quad (25)$$

## Результаты и обсуждение

Рассмотрим результаты опытных и теоретических исследований прочности и трещиностойкости по наклонным сечениям на примере расчета предварительно напряженной изгибаемой железобетонной балки, испытанной Е. Звойером (США) по разработанному нами методу.

Испытывалась опытная балка прямоугольного профиля марки S-5 без поперечной арматуры. Сечение балки  $15,2 \times 30,4$  см,  $h_0 = 21$  см. Характеристики прочности бетона  $R_b = 43,8$  МПа;  $R_{bt} = 3,00$  МПа. Начальный модуль упругости бетона  $E_b = 4 \times 10^4$  МПа. Напрягаемая арматура  $A_{sp} = 2,84$  см $^2$  (1504,9); характеристики прочности арматуры:  $\sigma_{0,2} = 1462,2$  МПа;  $\sigma_{sp} = 726,9$  МПа;  $E_s = 2,109 \times 10^5$  МПа. Расстояние от оси опоры до оси приложенного груза  $C = 92$  см. Опытная разрушающая поперечная сила  $Q_p^{on} = 70,2$  кН.

*Решение.* Расчет прочности изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, разработанный нами, решается в комплексе со следующими расчетами, приведенными в действующих нормативных документах:

1. *Расчет прочности изгибаемой железобетонной балки по нормальным сечениям.* Высота сжатой зоны бетона в нормальном сечении для определения  $M_p$  равна

$$x = \frac{R_s A_{sp}}{R_b b} = \frac{1462,2 \times 2,84}{33,8 \times 15,2} = 6,24 \text{ см.}$$

Относительная высота сжатой зоны бетона

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{6,24}{21} = 0,297.$$

Относительная граничная высота сжатой зоны бетона  $\xi_R$  определяется по формуле

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}} = \frac{0,8}{1 + \frac{0,0054}{0,0035}} = \frac{0,8}{2,543} = 0,31,$$

где  $\varepsilon_{s,el}$  – относительная деформация в арматуре растянутой зоны, вызванная внешней нагрузкой, при достижении в этой арматуре напряжения, равного расчетному сопротивлению;

$$\varepsilon_{s,el} = \frac{R_s + 400 - \sigma_{sp}}{E_s} = \frac{1462,2 + 400 - 726,9}{2,109 \times 10^5} = 0,0054,$$

где  $\varepsilon_{b2}$  – предельная относительная деформация сжатого бетона, принимаемая равной 0,0035.

Если соблюдается условие  $\xi = 0,297' \xi_R = 0,31$ , расчетное сопротивление напрягаемой арматуры  $R_s$  допускается умножать на коэффициент условия работы  $\gamma_{s3}$ , определяемый по формуле

$$\gamma_{s3} = 1,25 - 0,25 \frac{\xi}{\xi_R} = 1,25 - 0,25 \frac{0,297}{0,31} = 1,01 \leq 1,1.$$

Следовательно, высота сжатой зоны бетона в предельном состоянии по нормальному сечению с учетом коэффициента  $\gamma_{s3}$  равна

$$x = \frac{\gamma_{s3} R_s A_{sp}}{R_b b} = \frac{1,01 \times 1462,2 \times 2,84}{33,8 \times 15,2} = 6,3 \text{ см};$$

$$M_p = R_b b x (h_0 - 0,5x) = 43,8 \times 15,2 \times 6,3 (21 - 0,5 \times 6,3) = 74\ 868 \text{ МПа} \times \text{см}^3 (\text{Н} \times \text{м}) = 74,868 \text{ кНм.}$$

Поперечная сила в предельном состоянии по нормальным сечениям равна

$$Q_p = \frac{M_p}{c} = \frac{74,868}{0,92} = 81,378 \text{ кН.}$$

2. Расчет по образованию нормальных к продольной оси балки треугольников. Характеристика приведенного сечения:

$$A_{red} = bh + \alpha A_{sp} = 15,2 \times 30,4 + 5,27 \times 2,84 = 477 \text{ см}^2,$$

где

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2,109 \times 10^5}{4 \times 10^4} = 5,27;$$

$$S_{red} = \frac{bh^2}{2} + \alpha A_{sp}a = \frac{15,2 \times 30,4^2}{2} + 5,27 \times 2,84 \times 9,4 = 7164 \text{ см}^3;$$

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red}} = \frac{7164}{477} = 15,02 \text{ см};$$

$$I_{red} = \frac{bh^3}{12} + bh\left(\frac{h}{2} - y_0\right)^2 + \alpha A_{sp}(y_0 - a)^2 = \frac{15,2 \times 30,4^3}{12} + 15,2 \times 30,4\left(\frac{30,4}{2} - 15,02\right)^2 + 5,27 \times 2,84(15,02 - 9,4)^2 = 36 074 \text{ см}^4;$$

$$W_{red} = \frac{I_{red}}{y_0} = \frac{36 074}{15,02} = 2402 \text{ см}^3; W_{pl} = \gamma W_{red} = 1,75 \times 2402 = 4203,5 \text{ см}^3;$$

$$N_{sp} = \sigma_{sp} A_{sp} = 726,9 \times 2,84 = 2064 \text{ МПа} \times \text{см}^2; e_{op} = y_0 - a = 15,02 - 9,4 = 5,62 \text{ см};$$

$$r = \varphi \frac{W_{red}}{A_{red}} = 0,8 \frac{2402}{477} = 4,03 \text{ см}.$$

Момент образования трещин нормальных к оси балки:

$$M_{crc} = R_{bt} W_{pl} + N_{sp}(e_{op} + r) = 3,0 \times 4203,5 + 2064(5,62 + 4,03) = 32 528 \text{ МПа} \times \text{см}^3 (\text{Н} \times \text{м}) = 32,528 \text{ кНм}.$$

Поперечная сила при образовании нормальных к оси балки трещин:

$$Q_{cck} = \frac{M_{crc}}{c} = \frac{32,528}{0,92} = 35,356 \text{ кН}.$$

*3. Расчет в стадии развития критической наклонной трещины.* В данной стадии (когда она достигает сечения под грузом) необходимо определить: напряжение в арматуре в сечении с нормальной трещиной  $\sigma_{s1}$ , высоту сжатой зоны бетона над нормальной трещиной  $x_0 = \varphi_0 h_0$ , напряжение в бетоне  $\sigma_b$  в нормальном сечении с трещиной и величину поперечной силы  $Q$ . Указанные неизвестные необходимо установить из решения уравнений (3), (4), (9) и (14). При этом принимается значение  $\gamma = 0,4$ ;  $K = 2,2$ ;  $\sigma_{sp}' = 0$  (так как в данном примере верхняя арматура отсутствует).

Определяем напряжение в арматуре  $\sigma_{s1}$  по формуле (4), где

$$\sigma_{s1} = R_s (1 - \beta \frac{M - ak\xi_0}{\delta}) = 1462,2 (1 - 0,482 \frac{74868 - 58 783 \times 2,2 \times 0,48}{42340}) = 1248,37 \text{ МПа};$$

$$\alpha = \frac{2}{3} R_{bt} b h_0 c = \frac{2}{3} \times 3,0 \times 15,2 \times 21 \times 92 = 58 733 \text{ МПа} \times \text{см}^3 (\text{Н} \times \text{м});$$

$$\beta = 1 - \frac{\sigma_{sp} + 30}{\sigma_{0,2}} = 1 - \frac{726,9 + 30}{1462,2} = 0,482; \delta = M_p - M_{crc} = 74 868 - 32 528 = 42 340 \text{ Па} \times \text{см}^3,$$

так как  $\sigma_{s1} = 1248,37 \text{ МПа}$ ;  $R_s = 1462,2 \text{ МПа}$ , то при достижении наклонной трещиной сечения под нагрузкой напряжение в нижней продольной арматуре не достигает предельных значений.

Определяем относительную высоту сжатой зоны бетона  $\varphi_0$  по формуле (9)

$$\xi_0 = -\frac{q_1}{2} + \sqrt{\frac{q_1^2}{4} - P_1} = \frac{-0,12}{2} + \sqrt{\frac{0,12^2}{4} + 0,28} = 0,48,$$

где

$$q_1 = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{\delta}{\beta R_{sp} A_{sp} h_0} - 1 \right) + \frac{1}{\alpha \times k} \left[ \frac{\delta}{\beta} (1 + \chi) - M_p \right] = \frac{1}{0,4} \left( \frac{42\ 340}{0,482 \times 1462,2 \times 2,84 \cdot 21} - 1 \right) +$$

$$+ \frac{1}{58\ 733 \times 2,2} \left[ \frac{42\ 340}{0,482} \times (1 + 0) - 74\ 868 \right] = 0,018 + 0,1 = 0,12;$$

$$P_1 = \frac{M_p \cdot \beta - \delta + \frac{\chi a' \delta}{h_0}}{\gamma k a \beta} = \frac{74\ 868 \times 0,482 - 42\ 340 + 0}{0,4 \times 2,2 \times 58\ 733 \times 0,482} = -0,28,$$

где  $\frac{\chi a' \delta}{h_0} = 0$ , так как верхняя арматура отсутствует.

Высота сжатой зоны бетона в стадии развития критической наклонной трещины равна

$$x_0 = \xi_0 h_0 = 0,48 \times 21 = 10,08 \text{ см.}$$

По формуле (14) определяем значение  $\sigma_b$ .

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{s1} A_{sp}}{\omega b x_0} = \frac{1248,36 \times 2,84}{\frac{2}{3} \times 15,2 \times 10,08} = 34,71 R_b = 43,8 \text{ МПа.}$$

Поперечная сила в стадии развития критической наклонной трещины из формулы (3) равна

$$Q = \frac{2}{3} k R_{bt} b \xi_0 h_0 = \frac{2}{3} \times 2,2 \times 3 \text{ МПа} \times (100) \text{Н/см}^2 \times 15,2 \text{ см} \times 0,48 \times 21 \text{ см} = 67,415 \text{ кН.}$$

*4. Расчет исследуемой балки без хомутов в стадии разрушения по наклонным сечениям.* Длина горизонтальной проекции наклонной трещины в стадии разрушения по формуле (23) равна

$$c_0 = \frac{R_b (h_0 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{2}{3} x)}{3 R_{bt}} = \frac{43,8 (21 - \frac{1}{3} \times 10,08 - \frac{2}{3} \times 0,48)}{3 \times 3,0} = 84,29 \text{ см} \approx c - \frac{1}{3} h_0 = 92 - \frac{1}{3} \times 21 = 85 \text{ см.}$$

Следовательно, исследуемая балка в зоне действия поперечных сил в стадии развития наклонных трещин находится на границе между расчетными случаями для малых и больших пролетов среза и ее несущую способность по наклонным сечениям можно определять по любому из указанных случаев.

Так как в стадии развития наклонной трещины оказалось (принято), что балка относится к большим пролетам среза, то при достижении наклонной трещиной сечения под грузом, напряжение в бетоне сжатой зоны над ней достигает предельных значений  $R_b$ .

Определяем высоту сжатой зоны бетона  $x$  над наклонной трещиной.

$$x = \frac{q_4}{2} - \sqrt{\frac{q_4^2}{4} - P_4} = \frac{81,3}{2} - \sqrt{\frac{81,3^2}{4} - 38,23} = 40,65 - \sqrt{1652,42 - 38,23} = 0,48 \text{ см,}$$

где

$$q_4 = 4,5 \frac{R_{bt}}{R_b} c + 3h_0 - x_0 = 4,5 \times \frac{3}{43,8} \times 92 + 3 \times 21 - 10,08 = 81,3 \text{ см};$$

$$P_4 = (9 \frac{R_{bt}}{R_b} c - 3h_0 + x_0)x_0 - \frac{6\sigma'_{p1} A'_{sp} (h_0 - a')}{R_b b} = (9 \times \frac{3}{43,8} \times 92 - 3 \times 21 + 10,08)10,08 - 0 =$$

$$= (56,712 - 63 + 10,08)10,08 = 38,23 \text{ см}^2.$$

Разрушающую поперечную силу по наклонному сечению определяем по формуле (24) как для больших пролетов среза

$$Q_P^T = \frac{R_b b x (h_0 - 0,5x) + 0,5 R_b b (x_0 - x) \left( h_0 - \frac{1}{3} x_0 - \frac{2}{3} x \right) - \sigma'_{p1} A'_{sp} (h_0 - a')}{c} =$$

$$= \frac{43,8 \times 15,2 \times 0,48 (21 - 0,5 \times 0,48) + 0,5 \times 43,8 \times 15,2 (10,08 - 0,48) \left( 21 - \frac{1}{3} \times 10 - \frac{2}{3} \times 0,48 \right) + 0}{92} =$$

$$= \frac{6634,165 + 55434,9}{92} = 675 \text{ МПа} \times \text{см}^2 = 67,5 \text{ кН},$$

$$\frac{Q_P^{\text{оп}}}{Q_P^T} = \frac{70,2}{67,5} = 1,04.$$

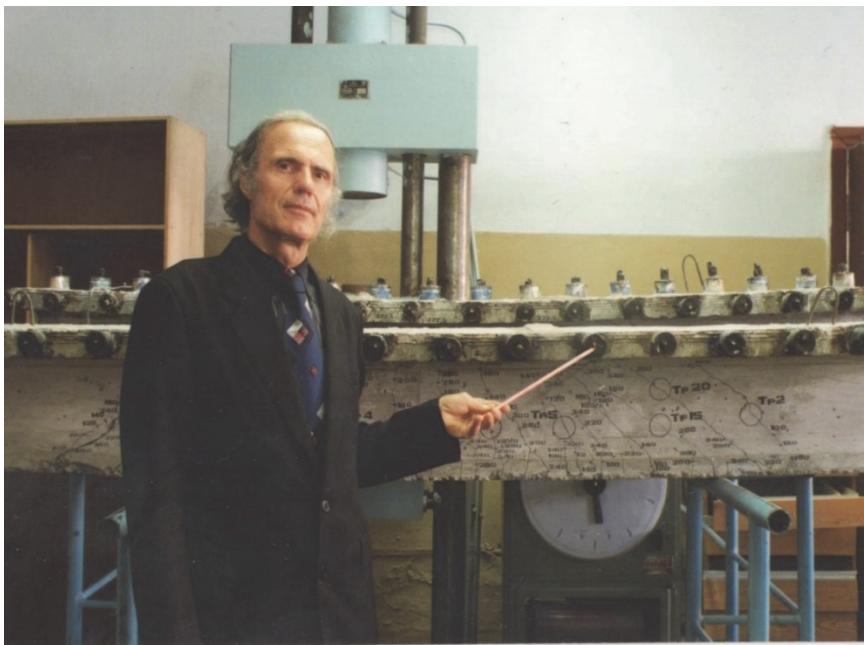
*Заключение по результатам расчетов.* В списке литературы, приведенном в статье, имеются таблицы результатов расчета по изложенной в статье методике 157 изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям, испытанных как в России, так и за рубежом. При этом по 5 балкам с различными физико-механическими характеристиками, нами выполнен подробный расчет, как и в приведенном примере расчета балки S-5, испытанной Е.М. Звойером (США), где в среднем сходимость опытных и теоретических результатов составляет 1,03, то есть примерно такая же, как и в указанном примере.

### Краткие данные по испытанию балок таврового профиля

Начиная с 1973 г. и по настоящее время нами испытано более 500 изгибаемых и внецентренно-сжатых железобетонных элементов. Из них 48 балок таврового профиля (модели мостовых сооружений). Одной из причин испытания балок таврового профиля стал тот факт, что на многих международных конференциях и в научных публикациях, как в России, так и за рубежом, обсуждались большие проблемы по устранению хрупкого (опасного) разрушения изгибаемых железобетонных балок (особенно в мостостроении) с применением высокопрочных бетонов. При этом при повышении несущей способности балок, за счет повышения прочности бетонов, хрупкость внезапного разрушения повышается. Нами впервые в экспериментальных исследованиях проведено испытание изгибаемых железобетонных балок таврового профиля при *одно-, двух- и трехосном предварительном напряжении арматуры* (продольная арматура, поперечная арматура в ребре балок и поперечная арматура в сжатых полках) (рис. 9). Оказалось, что очень ценным и необходимым при проектировании, строительстве и эксплуатации балок пролетных строений мостовых сооружений является применение балок с трехосным предварительным напряжением арматуры.

Трещиностойкость и несущая способность по наклонным сечениям таких балок значительно выше по сравнению с аналогичными балками при одноосном предварительном напряжении и тем более по

сравнению с балками без предварительного напряжения арматуры. Трешины в таких балках образуются при больших нагрузках, а после снятия нагрузки плотно закрываются, разрушение происходит плавно при наличии больших прогибов.



**Рис. 9.** Анкеровка напрягаемой арматуры при двухосном ее предварительном напряжении (ближняя балка) и трехосном предварительном напряжении (далняя балка) в опытах И.Н. Старишко, проводимых в ВоГТУ (Вологда) (фото из архива И.Н. Старишко)

**Figure 9.** Anchoring of the stressed reinforcement at its biaxial prestress (near beam) and triaxial prestress (far beam) in the experiments of I.N. Starishko conducted at VSTU (Vologda) (photo from the I.N. Starishko archive)

Такая пружинистая работа балок при отсутствии хрупкого разрушения (когда количество поперечной напрягаемой арматуры в ребре балки  $\mu sw \geq 0,9\%$ ) является безопасной, надежной и долговечной в эксплуатации.

### Заключение

В некоторых экспериментально-теоретических исследованиях при составлении методики расчета прочности изгибаемых железобетонных элементов в зоне действия поперечных сил, в сечениях с нормальными к продольной оси трещинами, расположенными в области разрушения бетона над вершиной наклонной трещины, используется гипотеза плоских сечений, что не соответствует результатам реальных физико-механических явлений происходящих в процессе их испытаний.

Опыты показывают, что в момент разрыва бетона растянутой зоны, из-за интенсивного развития пластических деформаций силы сдвига искривляют сечение. После образования трещин по длине элемента деформации, сжатой и растянутой зон сечения и высота сжатой зоны переменны, а нейтральная ось волнообразна (над трещинами она подымается, между трещинами опускается). Для средних значений высоты сжатой зоны бетона, расположенных на участке между трещинами и испытывающих симметричное воздействие слева и справа, может быть использована гипотеза плоских сечений, что применяется в расчетах прогибов изгибаемых железобетонных элементов (расчет по стадии II). Однако расчеты прочности (расчет по стадии III) выполняются по наиболее опасным сечениям, то есть по сечениям с трещиной, где гипотеза плоских сечений дает существенные погрешности и не может быть использована в расчетах прочности.

Следовательно, разработанная нами диаграмма зависимости напряжений в продольной арматуре  $\sigma_s$  от величины изгибающих моментов  $M_s$  по сечению с трещиной (рис. 8), используемая в вышеприведенных расчетах, прината вместо гипотезы плоских сечений, а также в отчете Центральной лаборатории теории железобетона НИИЖБ (Москва) по теме I-N-4-80. Название отчета «Разработать новые практические методы расчета прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил». Руководи-

тель лаборатории доктор технических наук, профессор А.А. Гвоздев. Страницы И.Н. Старишко в указанном отчете – 88–164.

Предварительное напряжение продольной арматуры в изгибающихся железобетонных элементах меняет траекторию главных сжимающих напряжений, что приводит к увеличению высоты сжатой зоны бетона над наклонными трещинами (рис. 3), а следовательно, и прочность по наклонным сечениям в них существенно повышается.

Преимуществом изложенного метода расчета изгибающихся железобетонных элементов по наклонным сечениям является то, что он включает совместное действие изгибающих моментов и поперечных сил при действии нагрузки, а также последовательный переход от образования нормальных трещин к образованию и развитию наклонных трещин и, наконец, к разрушению элементов.

Разработанная нами методика расчета изгибающихся железобетонных элементов по наклонным сечениям отражает действительные напряженно-деформированные состояния элементов с начала их загружения и до полного разрушения, что обеспечивает высокую сходимость опытных и расчетных результатов, повышает экономическую эффективность, долговечность и надежность конструкций в процессе строительства и эксплуатации, что соответствует требованиям Европейских норм по железобетону<sup>1</sup>.

### Список литературы

1. Краснощеков Ю.В. Расчетная модель сопротивления поперечной силе железобетонных изгибающихся элементов // Вестник СиБАДИ. Строительство и архитектура. 2019. № 2. С. 182–192.
2. Kani G.N.S. A rational theory for the function of web reinforcement // SACI Proc. 1969. Vol. 66. No. 3. Pp. 185–196.
3. Кумпяк О.Г., Мещулов Н.В. Прочность сжато-изгибающихся железобетонных конструкций по наклонным сечениям на податливых опорах при динамическом нагружении // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 6. С. 70–80.
4. Тихонов И.Н., Саврасов И.П. Экспериментальные исследования предельных состояний железобетонных балок с арматурой класса прочности 500 МПа // Жилищное строительство. 2010. № 8. С. 31–38.
5. Жарницкий В.И., Беликов А.А., Курнавина С.О. Экспериментальные исследования сопротивления железобетонных балок перерезывающей силе // Промышленное и гражданское строительство. 2011. № 3. С. 18–20.
6. Жарницкий В.И. Прочность железобетонных конструкций по сечениям, совпадающим с фактическим полем направления трещин (теория и эксперимент) // Бетон и железобетон – взгляд в будущее: научные труды III Всероссийской (II Международной) конференции по бетону и железобетону. 2014. Т. 1. С. 27–38.
7. Cavagnis F., Fernández Ruiz M., Muttoni A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: an analysis of the critical shear crack development on the basis of test results // Engineering structures. 2015. Vol. 103. Pp. 157–173. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.09.015>
8. Yang Y., Walraven J., Uijl J. den. Shear behavior of reinforced concrete beams without transverse reinforcement based on critical shear displacement // Journal of Structural Engineering. 2016. Vol. 143. Issue 1. 04016146. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001608](http://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001608)
9. Mohammed A.O.I. Experimental studies of strength inclined sections bent elements from autoclaved aerated concrete // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2021. Vol. 1079. Chapter 1. 022062. <http://doi.org/10.1088/1757-899X/1079/2/022062>
10. Starishko I.N. Influence of the main factors on the bearing capacity of bent reinforced concrete elements in inclined sections obtained on the basis of experimental studies // Process Management and Scientific Development. Birmingham, 2021. Pp. 140–150.
11. Starishko I.N. The state of the existing calculation methods and the factors affecting the strength of bent reinforced concrete elements along inclined sections // Science Education Practice. Toronto, 2021. Pp. 54–66.
12. Старишко И.Н. Экспериментальные исследования влияния свесов сжатых полок на несущую способность по наклонным сечениям в изгибающихся железобетонных балках таврового профиля при действии поперечных сил // Academia. Архитектура и строительство. 2016. № 1. С. 139–144.
13. Leonhardt F., Walther R. Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau // Beton-und Stahlbetonbau. 1961. Vol. 56. Pp. 277–290.
14. Старишко И.Н., Залесов А.С., Сигалов Э.Е. Несущая способность по наклонным сечениям предварительно-напряженных изгибающихся железобетонных элементов // Известия высших учебных заведений. Строительство и архитектура. 1976. № 4. С. 21–26.
15. Старишко И.Н. Факторы, определяющие несущую способность предварительно напряженных изгибающихся железобетонных элементов на припорных участках: дис. ... канд. техн. наук. М., 1985.

<sup>1</sup> Eurocode 2. Design of reinforced concrete structures. Part 1-1. General rules and regulations for buildings. European Committee for Standardisation, 2002.

16. Старышко И.Н. Совершенствование методики расчета изгибаемых железобетонных элементов по наклонным сечениям // Промышленное гражданское строительство. 2019. № 5. С. 14–23. <http://doi.org/10.33622/0869-7019.2019.05.31-40>
17. Залесов А.С., Ильин О.Ф. Несущая способность железобетонных элементов при действии поперечных сил // Бетон и железобетон. 1973. № 6. С. 19–21.
18. Залесов А.С., Ильин О.Ф. Трещиностойкость наклонных сечений железобетонных элементов // Предельные состояния элементов железобетонных конструкций / под ред. С.А. Дмитриева. М.: Стройиздат, 1976. С. 56–68.
19. Zwoyer E.M., Siess C.P. Ultimate strength of reinforced concrete beams without web reinforcement // ACI Journal. 1954. Vol. 51. Pp. 181–200.
20. Слепко Л.М. Экспериментальное исследование прямоугольных предварительно напряженных железобетонных балок на действие поперечных сил при изгибе: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Львов. 1970. С. 95–115.
21. Чехавичюс Р., Валиконис Ю. Исследование прочности сжатой зоны бетона над наклонной трещиной // Строительство и архитектура: материалы XIX науч.-техн. конф. Каунас, 1969.
22. Лоренстен М. Теория совместного действия изгибающего момента и поперечной силы в балках из обычного и предварительно напряженного железобетона / ГПНТБ СССР. М., 1968.
23. Пукелис П.Ю. К расчету прочности железобетонных элементов по наклонным сечениям по СНиП-II-21-75 // Научные труды. Вильнюсский инженерно-строительный институт. 1977. Вып. 8. С. 105–111.
24. Игнатовичюс Ч.Б. Исследования прочности железобетонных прямоугольных и тавровых балок по наклонному сечению: дис. ... канд. техн. наук. Вильнюс, 1973. 198 с.
25. Гранев В.В., Кодыш Э.Н. Разработка и актуализация нормативных документов по проектированию и строительству промышленных и гражданских зданий // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 7. С. 9–12.
26. Гликин С.М. Актуализация строительных норм и правил // Промышленное и гражданское строительство. 2011. № 7. С. 12–14.
27. Силантьев А.С. Экспериментальные исследования влияния продольного армирования на сопротивление изгибаемых железобетонных элементов без поперечной арматуры по наклонным сечениям // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 1. С. 58–61.
28. Боришанский М.С., Николаев Ю.К. Образование косых трещин в стенках предварительно напряженных балок и влияние предварительного напряжения на прочность под действием поперечных сил // Прочность и жесткость железобетонных конструкций. М., 1968. С. 5–56.
29. Григорьев Д.А. Исследование работы тонкостенных железобетонных балок с предварительно-напряженными продольной арматурой и хомутами // Труды ЦНИИС Минстроя. Ученые и изобретатели железнодорожного транспорта: сборник статей / сост. А.П. Третьяков. М.: Транскелдориздат, 1956. Вып. 19. С. 228.
30. Старышко И.Н. Результаты экспериментальных исследований влияния основных факторов на несущую способность по наклонным сечениям в изгибаемых железобетонных балках прямоугольного и таврового профиля // Вестник МГСУ. 2016. № 7. С. 8–18.
31. Старышко И.Н. Обобщение результатов экспериментальных данных исследований несущей способности наклонных сечений изгибаемых железобетонных элементов // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 4. С. 51–57.
32. Дмитриев С.А., Дмитрюкова Е.И. Влияние предварительного напряжения на деформации и прочность изгибаемых элементов // Предельное состояние элементов железобетонных конструкций / под ред. С.А. Дмитриева. М.: Стойиздат, 1976.
33. Дмитриев С.А., Дмитрюкова Е.И. Влияние предварительного напряжения и конструктивных особенностей элементов на прочность наклонных сечений // Новое о прочности железобетона / под ред. К.В. Михайлова. М.: Стройиздат, 1977.
34. Дорошевич Л.А., Шостак Б.А. О влиянии поперечной арматуры на работу балки по наклонному сечению // Вестник Львовского политехнического института. Серия: Вопросы современного строительства. 1971. Вып. 63. С. 42–50.
35. Баширов Х.З., Федоров В.С., Колчунов В.И., Чернов К.М. Прочность железобетонных конструкций по наклонным трещинам третьего типа // Вестник гражданских инженеров. 2012. № 5 (34). С. 50–54.
36. Зорич А.С. О расчете несущей способности обычных и преднапряженных элементов при совместном действии поперечной силы и изгибающего момента // VI конференция по бетону и железобетону. Киев: Будівельник, 1966.
37. Белобров И.К., Мордич А.И. Сопротивление железобетонных изгибаемых элементов действию поперечных сил // Новое о прочности железобетона / под ред. К.В. Михайлова. М.: Стройиздат, 1977. С. 223–243.

## References

1. Krasnoshchekov Y.V. Calculated model of the transverse strength resistance of reinforced concrete bending elements. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal*. 2019;(2):182–192. (In Russ.)
2. Kani G.N.S. Rational theory for web-branching. *SACI Proc.* 1969;66(3):185–196.

3. Kumpyak O.G., Meshcheulov N.V. Oblique-section compressive and flexural strength of yield-supported concrete structures under dynamic load. *Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Arkhitekturno-Stroitel'nogo Universiteta. Journal of Construction and Architecture.* 2014;(6):70–80. (In Russ.)
4. Tikhonov I.N., Savrasov I.P. Experimental studies of the limiting states of reinforced concrete beams with a strength of 500 MPa strength. *Zhilishchnoe Stroitel'stvo.* 2010;(8):31–38. (In Russ.)
5. Zharnitsky V.I., Belikov A.A., Kurnavina S.O. Experimental study of resistance of reinforced concrete beams to the shear force. *Industrial and Civil Engineering.* 2011;(3):18–20. (In Russ.)
6. Zharnitsky V.I. Shear strength of reinforced concrete structures along the sections, coincident with a field of inclined cracks. *Concrete and Reinforced Concrete - a Look into the Future: Scientific Works of the III All-Russian (II International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete.* 2014;1:27–38. (In Russ.)
7. Cavagnis F., Fernández Ruiz M., Muttoni A. Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement: an analysis of the critical shear crack development on the basis of test results. *Engineering Structures.* 2015;103:157–173. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.09.015>
8. Yang Y., Walraven J., Uijl J. den. Shear behavior of reinforced concrete beams without transverse reinforcement based on critical shear displacement. *Journal of Structural Engineering.* 2016;143(1):04016146. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001608](http://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001608)
9. Mohammed A.O.I. Experimental studies of strength inclined sections bent elements from autoclaved aerated concrete. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering.* 2021;1079(2):022062. <http://doi.org/10.1088/1757-899X/1079/2/022062>
10. Starishko I.N. Influence of the main factors on the bearing capacity of bent reinforced concrete elements in inclined sections obtained on the basis of experimental studies. *Process Management and Scientific Development.* Birmingham; 2021. p. 140–150.
11. Starishko I.N. The state of the existing calculation methods and the factors affecting the strength of bent reinforced concrete elements along inclined sections. *Science Education Practice.* Toronto; 2021. p. 54–66.
12. Starishko I.N. Experimental studies of the effect of overhangs of compressed shelves on the carrying capacity of oblique sections in bending reinforced concrete beams of a T-shaped profile under the action of transverse forces. *Academia. Architecture and Construction.* 2016;(1):139–144. (In Russ.)
13. Leonhardt F., Walther R. Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau. *Beton-und Stahlbetonbau.* 1961;56:277–290.
14. Starishko I.N., Zalesov A.S., Sigalov E.E. The load-carrying capacity along inclined sections of pre-stressed bending reinforced concrete elements. *News of Higher Educational Institutions. Construction and Architecture.* 1976;(4):21–26. (In Russ.)
15. Starishko I.N. *Factors determining the carrying capacity of prestressed bending reinforced concrete elements in the supporting sections* (Thesis for the degree of Candidate of Technical Sciences). Moscow; 1985. (In Russ.)
16. Starishko I.N. Improvement of the method for calculation of reinforced concrete bending elements by inclined sections. *Industrial and Civil Engineering.* 2019;(5):14–23. (In Russ.)
17. Zalesov A.S., Ilyin O.F. The carrying capacity of reinforced concrete elements under the action of transverse forces. *Beton i Zhelezobeton.* 1973;(6):19–21. (In Russ.)
18. Zalesov A.S., Ilyin O.F. Crack resistance of inclined sections of reinforced concrete elements. In: Dmitriev S.A. (ed.) *Limit States of Elements of Reinforced Concrete Structures.* Moscow: Stroyizdat Publ.; 1976. p. 56–68. (In Russ.)
19. Zwoyer E.M., Siess C.P. Ultimate strength of reinforced concrete beams without web reinforcement. *ACI Journal.* 1954;51:181–200.
20. Slepko L.M. *Experimental study of rectangular prestressed reinforced concrete beams on the effect of transverse forces during bending* (abstract of PhD thesis). Lviv; 1970. p. 95–115. (In Russ.)
21. Chekhavichyus R., Valikonis Yu. Investigation of the strength of a compressed zone of concrete over an inclined crack. *Construction and Architecture: Materials of the Republican XIX Conference.* Kaunas; 1969. (In Russ.)
22. Lorensten M. *The theory of joint action of the bending moment and lateral force in beams of ordinary and prestressed reinforced concrete.* Moscow; 1968. (In Russ.)
23. Pukelis P.Yu. To the calculation of the strength of reinforced concrete elements along inclined sections according to SNiP II-21-75. *Scientific Works. Vilnius Institute of Civil Engineering.* 1977;(8):105–111. (In Russ.)
24. Ignatavicius Ch.B. *Studies of the strength of reinforced concrete rectangular and T-shaped beams in an inclined section* (PhD thesis). Vilnius; 1973. (In Russ.)
25. Granev V.V., Kodysh E.N. Development and updating of regulatory documents on the design and construction of industrial and civil buildings. *Industrial and Civil Engineering.* 2014;(7):9–12. (In Russ.)
26. Glikin S.M. Actualization of construction norms and rules. *Industrial and Civil Engineering.* 2011;(7):12–14. (In Russ.)
27. Silantyev A.S. Experimental studies of the effect of longitudinal reinforcement on the resistance of bending reinforced concrete elements without transverse reinforcement over inclined sections. *Industrial and Civil Engineering.* 2012;(1):8–61. (In Russ.)

28. Borishansky M.S., Nikolaev Yu.K. The formation of oblique cracks in the walls of prestressed beams and the effect of prestressing on strength under the action of transverse forces. *Strength and Rigidity of Reinforced Concrete Structures*. Moscow; 1968. p. 5–56. (In Russ.)
29. Grigoriev D.A. Investigation of the work of thin-walled reinforced concrete beams with prestressed longitudinal reinforcement and clamps. *Proceedings of the TSNIIS of the Ministry of Construction. Scientists and Inventors of Railway Transport*. 1956;(19):228. (In Russ.)
30. Starishko I.N. The results of experimental studies of the influence of the main factors on the carrying capacity of oblique sections in bending reinforced concrete beams of rectangular and T-shaped profiles. *Vestnik MGSU. Scientific and technical journal on construction and architecture*. 2016; 7:8–18. (In Russ.)
31. Starishko I.N. Generalization of the results of experimental data on studies of the carrying capacity of inclined sections of bending reinforced concrete elements. *Industrial and Civil Engineering*. 2017;(4):51–57. (In Russ.)
32. Dmitriev S.A., Dmitryukova E.I. The effect of prestress on deformations and strength of bent elements. In: Dmitriev S.A. (ed.) *The Limiting State of Elements of Reinforced Concrete Structures*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1976. (In Russ.)
33. Dmitriev S.A., Dmitryukova E.I. The influence of prestress and design features of elements on the strength of inclined sections. In: Mikhailov K.V. (ed.) *New about the Strength of Reinforced Concrete*. Moscow: Stroyizdat Publ.; 1977. (In Russ.)
34. Doroshkevich L.A., Shostak B.A. On the influence of transverse reinforcement on the work of a beam along an inclined section. *Bulletin of the Lviv Polytechnic Institute. Series: Issues of Modern Construction*. 1971;(63):42–50. (In Russ.)
35. Bashirov H.Z., Fedorov V.S., Kolchunov V.I., Chernov K.M. Strength of reinforced concrete structures on inclined cracks of the third type. *Herald of Civil Engineers*. 2012;5(34):50–54. (In Russ.)
36. Zorich A. On the calculation of the carrying capacity of ordinary and prestressed elements under the joint action of transverse force and bending moment. *VI Conference on Concrete and Reinforced Concrete*. Kiev: Budivelnik Publ.; 1966. (In Russ.)
37. Belobrov I.K., Mordich A.I. Resistance of reinforced concrete bending elements to the action of transverse forces. In Mikhailov K.V. (ed.) *New about the Strength of Reinforced Concrete*. Moscow: Stroyizdat Publ., 1977. p. 223–243. (In Russ.)