

УДК 624.046.2, 624.046.5, 624.041.6  
[https://doi.org/10.37538/2224-9494-2020-4\(27\)-46-64](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2020-4(27)-46-64)

# МОДЕЛЬ ПРОЧНОСТИ НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЙ БАЛОК ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

## MODEL OF SHEAR RESISTANCE OF THE BEAMS WITH ARBITRARY CROSS SECTIONS

С. Б. КРЫЛОВ, д-р техн. наук  
В. И. ТРАВУШ, д-р. техн. наук, проф.  
А. С. КРЫЛОВ

*В статье предложена новая инженерная модель прочности наклонных сечений балок произвольной формы. В отличие от других моделей прочности, расчёт выполняется по простым зависимостям с учётом продольной арматуры и без использования гипотезы плоских сечений в приопорной зоне. Выполнено сравнение с опытными данными и результатами численного моделирования. Подтверждена точность и достоверность предложенного метода расчёта.*

*A new engineering model of shear resistance of beams of arbitrary cross-sections is proposed. Unlike the other models, the calculation is performed according to simple dependencies taking into account longitudinal reinforcement and without using the hypothesis of flat sections in the support zone. A comparison is made with experimental data and the results of numerical modelling. The accuracy and reliability of the proposed calculation method are confirmed.*

### Ключевые слова:

*Балка, бетон, многоосное напряжённое состояние, наклонное сечение, прочность, сечение произвольной формы*

### Key words:

*Beam, concrete, free-form section, inclined section, multiaxial stress state, strength*

Современные методики расчёта прочности наклонных сечений железобетонных балок – как нормативные методики в разных странах, так и методики, предлагаемые в научных публикациях, – имеют ряд серьёзных недостатков. Основными из них являются: использование эмпирических выражений; использование расчётных предпосылок, не согласующихся с опытом; использование расчётных предпосылок, не согласующихся с положениями механики твёрдого тела. Предлагаемая принципиально новая модель прочности наклонных сечений балок позволяет наиболее полно учитывать опытные данные о поведении конструкции, форму сечения, наличие продольной арматуры и действие продольной силы. При этом удалось полностью отказаться от эмпирических зависимо-

стей и выстроить теорию, основываясь на принципах механики; точность получаемых результатов превосходит точность расчётов по существующим методикам.

Расчёт прочности наклонных сечений балок и других конструкций, работающих по балочной схеме, является неотъемлемой частью комплекса обязательных расчётов железобетонных конструкций по первой группе предельных состояний. На сегодняшний день этот расчёт включён в отечественный Свод правил по железобетонным конструкциям (СП 63.13330.2018), в строительные нормативные документы других стран (Западная Европа, Белоруссия, Украина, Казахстан и др.). В каждом из этих нормативных документов расчёт выполняется по своим формулам, но основные принципы расчёта приблизительно одни и те же. Во всех без исключения нормативных документах этот расчёт выполняется по эмпирическим формулам, причём разница между расчётными результатами и опытными данными составляет 1,5...2 раза.

Эмпирический характер расчётных соотношений связан с тем, что с математической точки зрения число имеющихся в распоряжении инженера уравнений равновесия (по силам и по моментам) меньше числа неизвестных в задаче. Это заставляет прибегать к целому ряду условностей. Так, расчёт и по отечественной, и по зарубежным методикам сводится к учету растягивающих напряжений в направлении поперек наклонной трещины. При этом используется прочность бетона на растяжение. В зарубежных методиках эта прочность несколько повышается за счет продольного армирования. Учет поперечного армирования также происходит приблизительно одинаково. В зарубежных методиках дополнительно учитывается влияние полков в тавровых и двутавровых сечениях с помощью коэффициентов. В современной отечественной методике влияние полков не учитывается, хотя в предыдущих нормативных документах этот вопрос рассматривался

Все упомянутые методики имеют общие серьезные недостатки.

1. Принцип расчёта основан на рассмотрении растягивающих напряжений в месте образования трещины. Но из опыта и из научно-технических публикаций известно, что разрушение конструкции происходит значительно позже образования наклонной трещины, при дальнейшем росте нагрузки. При этом разрушение возникает вследствие раздробления бетона над вершиной трещины. А напряжения в трещине после её образования и раскрытия равны нулю. Ни в одной методике эти факты не учитываются и математически не описаны. Тем самым искажается физическая суть работы конструкции.

2. Влияние полков тавровых сечений и влияние продольных сил учитывается эмпирическими коэффициентами. С позиций механики невозможно проверить их правильность и границы применимости такого подхода.

3. Ни одна методика не позволяет научно и безопасно оценить прочность сечений, отличающихся от прямоугольника и тавра или двутавра (например, крестообразного, круглого, трапециевидного), а такие задачи часто встречаются в инженерной практике.

Особенности работы наклонных сечений балок, известные в настоящее время, были выявлены на основании большого числа экспериментальных исследований разных авторов [5]. К наиболее ранним исследованиям, положенным в основу современных методов расчета, относятся работы 1936 г. А. А. Гвоздева и М. С. Боришанского.

Современный отечественный нормативный метод расчета основан во многом на экспериментальных и теоретических работах А. С. Залесова.

Разрушение железобетонных балок в приопорной зоне (в зоне действия значительных поперечных сил) бывает нескольких видов: разрушение по наклонному сечению от действия

поперечных сил, разрушение бетона по наклонной полосе между наклонными трещинами и разрушение преимущественно от действия изгибающего момента при наличии поперечной силы.

В настоящей публикации рассматриваются только первый и третий случаи разрушения – по наклонному сечению от действия поперечной силы и от действия изгибающего момента. Эти случаи являются основными и наиболее массовыми.

Следует более подробно остановиться на работе бетона при разрушении балки по наклонному сечению. В экспериментальных работах авторы выделяют следующие основные виды разрушения бетона.

Прежде всего, в расчетном наклонном сечении образуется наклонная трещина. Образование трещины (или нескольких трещин) происходит от действия главных растягивающих напряжений. Процесс образования и развития наклонных трещин может быть разным. При сравнительно небольших величинах изгибающих моментов в окрестности рассматриваемого наклонного сечения развитие трещины начинается в средней части высоты сечения. С ростом нагрузки трещина приближается к верхней и нижней сторонам балки и начинает разворачиваться вдоль нее.

При более значительных величинах изгибающих моментов развитие трещины может начаться снизу, по типу нормальной трещины. Но при дальнейшем увеличении нагрузки эта трещина меняет свое направление и получает наклон.

После образования наклонной трещины и при дальнейшем росте нагрузки балка продолжает работать. Разрушение балки происходит от разрушения бетона под трещиной. А. С. Залесов выделяет [5] два вида такого разрушения – раздробление бетона при сжатии и срез.

Возможен также случай разрушения с образованием множества отдельных наклонных трещин друг над другом с разрушением, приближающимся к случаю чистого сдвига. Случай достаточно редкий и не вполне соответствует чистому сдвигу, так как касательные напряжения на наружных поверхностях элемента (верхней и нижней) отсутствуют.

Учитывая, что нормативные методики имеют целый ряд недостатков и что результаты этих расчётов часто значительно отличаются от экспериментальных данных, разными авторами предложено множество различных методов расчета.

Здесь следует отметить модели прочности наклонных сечений А. С. Залесова [5], [6], Н. И. Карпенко, [7] В. С. Фёдорова, В. И. Колчунова, А. С. Силантьева [8]. Упомянутые модели также не свободны от целого ряда недостатков:

- большинство из них имеют чрезвычайно сложные расчётные схемы и приводит к чрезвычайно сложным выражениям;
- обычно авторам не удаётся остаться в рамках принятых расчётных предпосылок, и ряд параметров приходится принимать из опытных данных или очень приближённо;
- почти во всех моделях авторы используют закон плоских сечений для бетона над трещиной в приопорной зоне. Но в этой области сильно сказываются краевой эффект и влияние концентратора в виде трещины. Поэтому закон плоских сечений не соблюдается;
- в некоторых моделях напряжение в растянутой продольной арматуре всегда принимается равным ее расчетному сопротивлению, что не согласуется с опытом и правилами механики; за редким исключением, эти напряжения ниже расчётного сопротивления;
- при учете двухосного напряженного состояния бетона над трещиной не учтены нормальные напряжения, направленные поперек плоскости стенки балки, в то время как эти напряжения существенно превышают напряжения, действующие в вертикальном направлении.

Перечисленные несовершенства в общем случае дают значительные погрешности расчёта, а сложность выкладок затрудняет их использование на практике.

### Особенности напряженно-деформированного состояния бетона над вершиной наклонной трещины

Во многих случаях над вершиной наклонной трещины перед разрушением напряжения в бетоне превышают его призмечную прочность. Это может быть только в том случае, если бетон находится в многоосном напряженном состоянии. Для более подробного изучения этого вопроса был рассчитан фрагмент балки с искусственно созданной трещиной в конечно-элементной модели.

Была рассмотрена железобетонная балка прямоугольного поперечного сечения размером  $0,1 \times 0,2$  м (рис. 1), имеющая только продольное армирование в растянутой зоне в виде двух стержней диаметром 16 мм класса А500. Верхняя продольная арматура и поперечная арматура отсутствовали. Бетон модели принят высокопрочным, с расчетным сопротивлением на сжатие 45.3 МПа. При вычислениях были использованы расчетные характеристики материалов. Нагрузка принята равномерно распределенной. Наклонная трещина смоделирована под углом  $45^\circ$ . Сетка конечных элементов над трещиной была сгущена, учитывая быстрое изменение напряженно-деформированного состояния в этой области по высоте.

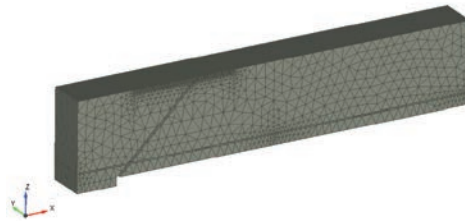


Рис. 1. Общий вид численной модели железобетонной балки с наклонной трещиной

Результаты расчетов приведены на рис. 2, 3 и 4 для фрагмента, расположенного вблизи вершины трещины.

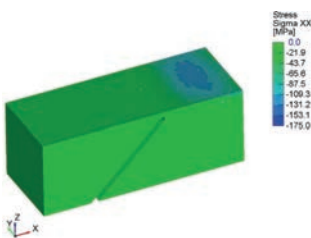


Рис. 2. Горизонтальные напряжения (вдоль оси балки)  $N_x$ , МПа

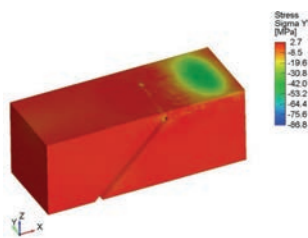


Рис. 3. Горизонтальные напряжения (из плоскости изгиба)  $N_y$ , МПа

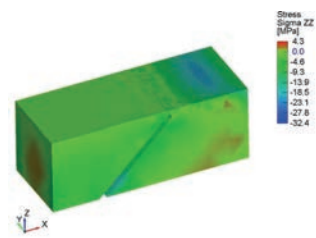


Рис. 4. Вертикальные напряжения  $N_z$ , МПа

Анализ напряжений в сжатой зоне бетона над трещиной показывает, что в этом месте действуют, помимо продольных напряжений, еще и поперечные, направленные поперёк

высоты сечения. Эти напряжения являются сжимающими. По величине они равны приблизительно 0,5 от сжимающих продольных напряжений.

Причина возникновения этих поперечных напряжений состоит в том, что при изгибе балки в месте излома в вертикальной плоскости в верхней части ее высоты за счет коэффициента Пуассона материал расширяется, а в нижней части балки сжимается в поперечном направлении. Поскольку излом охватывает малый объем балки, то материал на небольшом удалении от излома испытывает значительно меньшие деформации и активно сопротивляется расширению бетона над трещиной. Это приводит к тому, что в бетоне над трещиной действуют сжимающие нормальные напряжения, направленные ортогонально высоте сечения.

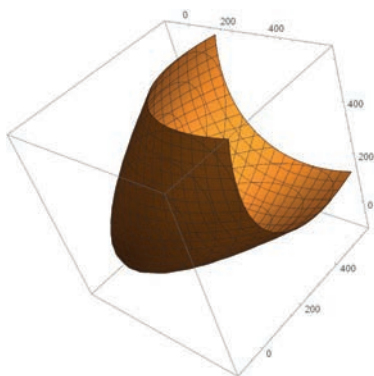
Напряжения, которые направлены вертикально, при этом являются сравнительно небольшими. Их величина приблизительно в 5 раз меньше напряжений, действующих в продольном направлении. Поэтому с небольшой погрешностью напряженное состояние в месте излома можно рассматривать как двухосное, что значительно упрощает анализ работы конструкции.

Если говорить более строго, то в самом верхнем уровне материала, примыкающем к верхней грани балки, напряженное состояние строго двухосное при отсутствии в этом месте внешней нагрузки. При этом главные напряжения действуют вдоль и поперек балки. Они вызывают упрочнение бетона. При удалении от верха балки к напряженному состоянию добавляются вертикальные касательные напряжения и соответствующие им по закону парности горизонтальные касательные напряжения. Эти напряжения при приближении к горизонтальной части трещин уменьшаются. В целом они распределены по высоте и ширине сжатой зоны по сложному закону и очень быстро меняются. Поэтому для анализа удобнее рассмотреть двухосное напряженное состояние верхнего слоя материала и в силу непрерывности распространить результат анализа на более глубокие слои сжатой зоны.

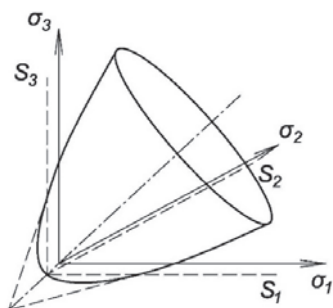
Следует заметить, что многие авторы упоминают о двухосном напряженном состоянии бетона под трещиной. Например, такие вопросы рассматриваются в работах А. С. Залесова, в работе А. С. Силантьева. Но во всех случаях предполагается, что двухосное напряженное состояние определяется продольными напряжениями и напряжениями, действующими в вертикальном направлении. До сих пор никто из исследователей не обращал внимание на напряжения, действующие поперек высоты сечения, в то время как расчеты показывают, что определяющими являются продольные и поперечные горизонтальные напряжения, а вертикальными напряжениями можно пренебречь.

Превышение призмочной прочности продольными нормальными напряжениями в бетоне перед разрушением можно рассматривать как упрочнение материала. Это упрочнение реализуется не всегда. Оно имеет место в случае прямоугольного поперечного сечения, в случае крестообразного сечения с полкой небольшой ширины и в случае сечения в форме перевёрнутого тавра с полкой небольшой ширины (и приводящихся к ним). В тавровых (полка сверху) и двутавровых сечениях упрочнение реализуется частично – на части ширины полки. Кроме того, после завершения роста трещины по высоте при дальнейшем увеличении нагрузки в полке тавра в работу вовлекаются все новые слои материала. Поэтому сечение продолжает работать и, соответственно, равнодействующая продольного усилия в сжатом бетоне продолжает возрастать.

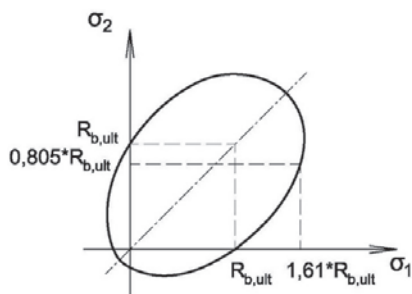
В сечении в форме перевёрнутого тавра (полка расположена снизу) при очень широкой полке упрочнение бетона в месте излома не реализуется. Это связано с тем, что широкая полка не позволяет свободно деформироваться нижней части стенки в рассматриваемом сечении. При изгибе бетон нижней части стенки стремится сжаться за счет коэффициента



**Рис. 5.** Поверхность прочности бетона при трехосном напряженном состоянии, построенная по уравнениям в монографии Г. А. Гениева и др. «Теория пластичности бетона и железобетона» [10]. Бетон класса В25 по прочности на сжатие, свойства расчётные. Сжимающие напряжения приняты положительными



**Рис. 6.** Поверхность, ограничивающая область прочного сопротивления при трехосном напряженном состоянии согласно данным Г. А. Гениева



**Рис. 7.** Кривая, ограничивающая область прочного сопротивления при двухосном напряженном состоянии согласно данным Г. А. Гениева

Пуассона, полка этому препятствует. Это вызывает растягивающие напряжения в нижней части сечения в поперечном направлении. Указанные напряжения меняют напряженное состояние сечения. Передаваясь вверх, они препятствуют развитию необходимых сжимающих поперечных напряжений в верхней части стенки в месте разрушения.

Такое взаимодействие полки и стенки хорошо видно по расположению трещин на полке. Они располагаются вдоль стенки на примыкающих к ней участках.

В том случае, если полка перевернутого тавра не очень широкая, ее объема недостаточен для сдерживания поперечных деформаций стенки. Тогда упрочнение бетона в верхней части стенки реализуется.

В случае крестообразного сечения наблюдаются те же закономерности, что и для таврового сечения с полкой внизу.

В балках круглого поперечного сечения упрочнение материала не наблюдается из-за наклона краев сечения к вертикальной оси.

Определить степень упрочнения бетона при многоосном напряженном состоянии можно на основе теории прочности бетона.

В настоящее время существует множество теорий прочности бетона при многоосном напряженном состоянии. Одна из наиболее простых – теория Г. А. Гениева [10] (рис. 5).

В современных теориях прочность бетона определяется некоторой предельной поверхностью, построенной в координатах главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Расчет балок показывает, что около верхней грани балки главные сжимающие напряжения ( $\sigma_3$ ) будут направлены вдоль этой грани. Соответственно, напряжения  $\sigma_1$  в данном случае будут не наибольшими растягивающими, а наименьшими сжимающими. Они ориентированы в вертикальном направлении. Напряжения  $\sigma_2$  будут наведены горизонтально в поперечном направлении. Учитывая уже изложенное о соотношениях напряжений в бетоне над трещиной, с достаточной для практики точностью можно положить, что  $\sigma_1 = 0$ . Тогда уравнение предельной поверхности представляется в виде функции  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)_{\sigma_1=0} = 0 \Rightarrow f(0, \sigma_2, \sigma_3) = 0$  (рис. 6 и 7).

В последнем уравнении в соответствии с приведенными ранее расчётными данными принимаем



$\sigma_1 = 0,5 \sigma_3$ . Подставляем это соотношение в уравнение предельной поверхности и решаем его относительно  $\sigma_3$ . В результате получаем, что  $\sigma_3 = 1,61 R_b$ , т. е. прочность бетона повышается в 1.61 раза по сравнению, с призменной прочностью.

Полученные данные используются при создании новой инженерной методики расчёта прочности наклонных сечений.

### **Теоретические положения, определяющие прочность наклонных сечений. Предлагаемая расчетная модель разрушения наклонных сечений балок**

Проведенные численные исследования позволяют создать расчетную модель разрушения балок по наклонному сечению, лишенную основных недостатков ранее предлагавшихся моделей, а также учитывающие основные закономерности работы конструкций. В качестве основы принимается балка прямоугольного поперечного сечения. Все основные положения предлагаемой модели формируются для нее. Для балок с другими формами поперечных сечений предлагаемые положения также применимы с некоторыми уточнениями на основе численных исследований разрушения таких конструкций.

### **Основная предпосылка для построения модели разрушения балок по наклонному сечению**

Все расчетные методики строительных конструкций строятся на основе уравнений равновесия. Расчет прочности наклонных сечений выполняется с введением эмпирических зависимостей. Основную причину этого можно установить, сравнив число уравнений равновесия, имеющихся в распоряжении инженера, и число неизвестных величин в расчете прочности наклонных сечений.

В том случае, когда рассматривается действие только нагрузок в плоскости симметрии балки, имеются три уравнения равновесия. Они выражают:

- равенство 0 суммы проекций всех сил на горизонтальную продольную ось;
- равенство 0 суммы проекций всех сил на вертикальную ось;
- равенство 0 суммы моментов всех сил относительно произвольной точки (или поперечной оси).

Неизвестными в данном прочностном расчете будут следующие величины:

- продольное усилие в бетоне (равнодействующая);
- продольное усилие в горизонтальной арматуре;
- вертикальная равнодействующая усилий в бетоне;
- предельная вертикальная реакция на опоре (условие прочности).

Остальные величины можно считать известными. Это внешние усилия ( $M, N$ ) и равнодействующие усилий в поперечной арматуре в предельном состоянии.

Имеющиеся уравнения равновесия дают следующие соотношения (рис. 8).

$N_s + N = N_b$  (знаки соответствуют рис. 8,  $N_b$  зависит от  $x$  – высоты сжатой зоны);

$A_{\text{предельное}} = Q_{b \text{ предельное}}$  (здесь  $A_{\text{предельное}}$  – реактивное усилие на опоре).

Это могло бы служить условием прочности, но величина  $Q_b$  складывается из вертикальных касательных напряжений  $\tau_b$ , которые распределены по сжатой зоне по неизвестному закону. Предельное значение  $\tau_b$  зависит от сжимающих напряжений  $\sigma_b$  или от силы  $N_b$ . Кроме того, неизвестна площадь, с которой собирается равнодействующая величина  $Q_b$  (или  $Q_{b \text{ предельное}}$ ).

$$\Sigma M_c = 0: N \cdot h/2 + M + A_{\text{предельное}} \cdot c - N_b \cdot z = 0.$$

Таким образом, для определения следующих четырех неизвестных величин  $N_b$ ,  $Q_b$ ,  $x$ ,  $A_{\text{предельное}}$  имеем только три уравнения. Остается лишнее неизвестное в виде, например, усилия в продольной арматуре в предельном состоянии (в общем случае оно не равно  $R_s$ ) или в виде высоты сжатой зоны бетона. Это означает, что число разрешающих уравнений меньше числа неизвестных величин в задаче. Таким образом, в приведенной постановке задача не имеет математически корректного решения. Это заставляет авторов вводить различные эмпирические зависимости для однозначного решения задачи.

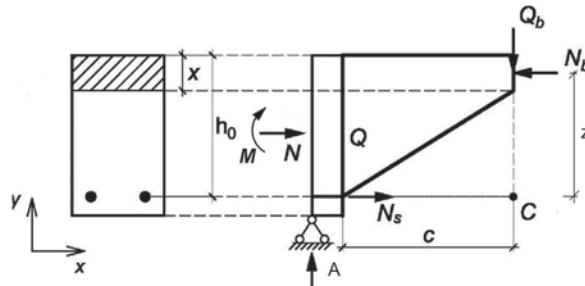


Рис. 8. Схема основных усилий в приопорной зоне балки в предельном состоянии

Для математически корректного решения задачи необходимо ввести дополнительное условие. Предлагается ввести следующее основное расчетное допущение: сжатая зона бетона в месте будущего разрушения формируется непосредственно перед образованием наклонной трещины и в дальнейшем не меняется.

Введение такого допущения опирается на следующие факты. Если рассмотреть приопорную зону балки после образования наклонной трещины, но еще до окончательного разрушения, то можно видеть, что наклонная трещина в верхней части разворачивается горизонтально и располагается вдоль верхней грани балки, следуя траектории главных напряжений. Такое положение трещины сохраняется вплоть до разрушения. Это подтверждается и численным моделированием, и опытом обследования и испытания конструкций. После образования такой трещины и при дальнейшем росте нагрузки высота сжатой зоны не может увеличиваться. Об этом свидетельствует то обстоятельство, что конец трещины никогда не направляется наклонно вниз. Во всяком случае, разрушение будет происходить в самом сильно нагруженном, т. е. в самом тонком месте, там, где трещина ближе всего подходит к верхней грани балки.

С другой стороны, высота сжатой зоны после образования трещины не уменьшается, так как равнодействующая сжимающих напряжений в ней только возрастает. Таким образом, высоту сжатой зоны бетона над трещиной сразу после ее образования можно принять постоянной при дальнейшем росте нагрузки.

Это является основным условием, позволяющим дополнить систему уравнений равновесия и, таким образом, математически корректно получить единственное решение задачи.

### Система расчетных предпосылок модели прочности наклонных сечений

Как было указано ранее, принимается, что высота сжатой зоны формируется непосредственно перед образованием наклонной трещины и поэтому может быть определена из условий равновесия для этого состояния конструкции (в этом состоянии все усилия в сечении известны с учетом сформулированных далее предпосылок).



Наклонная трещина образуется мгновенно по всей высоте сечения и сразу достигает сжатой зоны. Напряжения вдоль нее непосредственно перед образованием ее распределены равномерно по длине.

Трещина образуется под действием первых главных (растягивающих) напряжений.

При формировании сжатой зоны в момент трещинообразования (или непосредственно перед этим) бетон сжатой зоны находится в состоянии, близком к одноосному. Его прочность определяется призменной прочностью бетона.

После образования трещины напряжения, которые ранее воспринимались растянутым бетоном, передаются на растянутую арматуру.

После образования трещины при дальнейшем росте внешней нагрузки конструкция продолжает работать. При этом в бетоне над трещиной возникает сложное напряженное состояние, приводящее к увеличению его прочности на сжатие в продольном направлении. Это упрочнение бетона сжатой зоны зависит от конструкции балки и в зависимости от этого может проявляться в разной степени.

Разрушение балки по наклонному сечению может быть двух видов:

а) разрушение по сжатому бетону над трещиной от истощения его прочности; при этом в нижней продольной арматуре напряжения не достигают предела текучести (в среднем по группе учитываемых в расчёте стержней);

б) разрушение с достижением предела текучести в растянутой продольной арматуре; в этом случае арматура обычно не обрывается, а разрушается сжатый бетон вследствие истощения его предельных деформаций.

Первый случай разрушения соответствует среднему или большому продольному армированию; второй – малому продольному армированию. Оба эти вида разрушения аналогичны разрушению перearмированных и не перearмированных нормальных сечений балок.

Продольная арматура учитывается (если это необходимо для повышения точности) с помощью приведения ее к бетону по модулю упругости. При этом принимается, что бетон работает с секущим модулем упругости, соответствующим предельным относительным деформациям растяжения. Тем самым предполагается, что арматура работает совместно с бетоном вплоть до образования трещины. После этого, при рассмотрении предельного состояния сечения (разрушение) растянутая арматура учитывается автоматически, через усилия в сжатом бетоне (если уравнение равновесия моментов составляется относительно указанной ранее точки).

Поперечная арматура учитывается в соответствии с методикой действующего свода правил.

При расчете высота сжатой зоны определяется из условия равновесия всех продольных сил, в том числе и внешней продольной силы на этапе формирования наклонной трещины, когда сжатый бетон еще работает без упрочнения.

Предельную поперечную нагрузку удобно определять в момент разрушения по уравнению, выражающему равновесие моментов всех сил. При этом в бетоне сжатой зоны учитывается упрочнение материала. Сумму моментов удобно вычислять относительно точки, где пересекаются ось нижней арматуры и вертикальная ось, соответствующая концу наклонного сечения. При этом удастся исключить из рассмотрения силу  $Q_b$ . Тем самым отпадает необходимость еще в одном уравнении, выражающем равновесие проекции всех сил на вертикальную ось.

При расчетах для большей точности можно учесть поперечную нагрузку, которая попадает в промежуток между опорой и верхним концом наклонного сечения.

В конечном счете прочность наклонного сечения определяется возможностью уравновесить момент от опорной реакции с плечом  $s$  системой внутренних сил. Поэтому ключевым вопросом является определение величины  $s$ , т. е. расстояния от точки приложения опорной реакции до места разрушения, т. е. до конца расчетного сечения. Это расстояние выбирается по правилам, изложенным далее для разных сечений. При наличии поперечной арматуры расстояние до конца расчетного сечения выбирается путем проб, исходя из минимума несущей способности. Если рассматривается наклонная трещина, идущая не от опоры, а от некоторой точки на нижней грани балки в пролете, то расстояние  $s$  вычисляется от произвольного вертикального сечения (за пределами рассматриваемого наклонного сечения) до вертикальной оси, соответствующей концу расчетного сечения. При этом следует учесть все внешние нагрузки, действующие в этом промежутке. Усилия в упомянутом вертикальном сечении, от которого отсчитывается расстояние  $s$ , при этом рассматриваются как внешние.

### **Правила назначения длины расчетного наклонного сечения для балок с разными очертаниями поперечных сечений**

Приведенные далее правила основываются на результатах расчетов балок без поперечной арматуры. При наличии поперечной арматуры расчетное наклонное сечение выбирается из условия минимума несущей способности.

Для балок прямоугольных поперечных сечений и в виде перевернутого тавра расчетное наклонное сечение выбирается под углом  $30^\circ$  к горизонтальной оси, т. е. проекция его на горизонтальную ось будет равна двум высотам поперечного сечения балки. Если в процессе вычислений выясняется, что в продольной арматуре напряжения достигают величины расчетного сопротивления, то можно принять угол наклона  $45^\circ$ , т. е. длина проекции наклонного сечения на горизонтальную ось будет равна высоте балки.

Для балок таврового, двутаврового сечения, а также для сечений, приводимых к ним, расстояние  $s$  от опоры до расчетной точки принимается равным четырем расстояниям от нижней грани балки до низа верхней полки.

Если в процессе вычислений выяснится, что в растянутой продольной арматуре напряжения достигают предела текучести, то можно уменьшить расчетное расстояние  $s$  в два раза.

Для круглых сечений, а также для других форм с закруглениями сверху, для клиновидных и трапециевидных с сужением в верхней части величина расчетного расстояния принимается равной высоте сечения.

При наличии сосредоточенной нагрузки вблизи опоры необходимо рассматривать случай, когда наклонная трещина проходит от опоры до места приложения этой нагрузки.

Эти данные были получены для равномерно-распределённой нагрузки. Если положение расчётного сечения известно более точно, например, при сосредоточенной нагрузке, то расстояние  $s$  определяется соответственно.

### **Правила учета верхних и нижних полок**

1. В расчёте учитывается ширина нижней полки, равная толщине стенки, плюс по 4 толщины полки в каждую сторону от стенки.

2. При определении высоты сжатой зоны свесы верхней полки в тавровом и двутавровом сечении не учитываются. Затем, при вычислении предельной поперечной силы в расчёте

учитывается ширина верхней полки, равная толщине стенки, плюс по 2 толщины полки в каждую сторону от стенки.

### **Правила учета упрочнения сжатого бетона над вершиной наклонной трещины**

1. Упрочнение сжатого бетона над наклонной трещиной учитывается для прямоугольных сечений. Расчетная прочность бетона принимается  $1.61R_b$ .

2. Упрочнение сжатого бетона над наклонной трещиной учитывается для сечений в виде перевернутого тавра, для крестообразных сечений и для приводимых к ним при прямоугольном очертании верхней части стенки по следующим правилам:

а) когда ширина полки приближается к нулю, упрочнение учитывается как для прямоугольных сечений;

б) когда ширина полки равна или превышает две ее толщины, расчетная прочность бетона сжатой зоны принимается равной  $R_b$ ;

в) для промежуточных размеров полки упрочнение учитывается по линейной интерполяции.

3. Для тавровых (полка сверху) и двутавровых сечений упрочнение бетона учитывается в пределах расчетной ширины верхней полки как для прямоугольных сечений шириной, равной расчетной ширине верхней полки.

4. Для круглых сечений, сечений с закругленным верхом, для клинообразных сечений, для трапецевидных сечений упрочнение бетона не учитывается.

### **Инженерная методика расчета прочности наклонных сечений балок при произвольной форме поперечного сечения. Основные расчетные соотношения**

#### **Балка прямоугольного поперечного сечения без поперечного армирования**

Для большей ясности и простоты рассмотрим предлагаемую инженерную методику расчета на примере шарнирно опертой балки с прямоугольным поперечным сечением. При этом вначале рассмотрим случай, когда поперечной арматуры нет и продольная сила отсутствует.

1. *Определение высоты сжатой зоны исходя из напряженного состояния непосредственно перед образованием наклонной трещины.* В соответствии с принятыми расчетными предположениями трещина образуется от действия первых главных (растягивающих) напряжений, которые равномерно распределены вдоль расчетного сечения. Определим высоту сжатой зоны из условия равенства нулю суммы проекций всех сил на продольную ось элемента (рис. 9).

$$R_b b x - R_{bt} b \frac{(h_0 - x)}{\cos(\alpha)} \cos(\alpha) = 0. \quad (1)$$

При необходимости продольная растянутая арматура учитывается приведением ее к бетону по жесткости по методике СП 63.13330:

$$A_{s,red} = A_s \alpha = A_s \frac{E_s}{E_{b,sec}}. \quad (2)$$

В этой формуле  $E_{b,sec}$  – секущий модуль упругости бетона, определяемый из условия, что перед образованием трещины арматура работает совместно с бетоном и деформации растяжения бетона являются предельными:

$$E_{b,sec} = \frac{R_{bt}}{\varepsilon_{bt2}}. \quad (3)$$

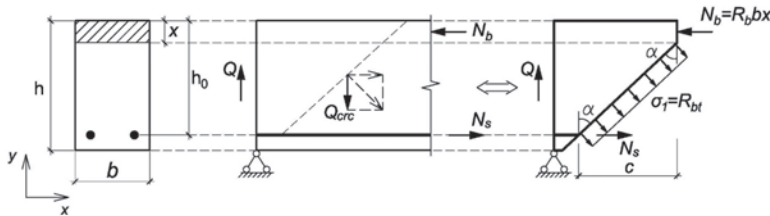
В этом случае выражение (1) примет вид

$$R_b b x - R_{bt}(b(h_0 - x) + A_{s,red}) \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} = 0. \quad (4)$$

Здесь дробь  $\cos(\alpha) / \cos(\alpha)$  оставлена без преобразования чтобы пояснить процесс вывода этой формулы.

Решив уравнение (4) относительно  $x$ , получим

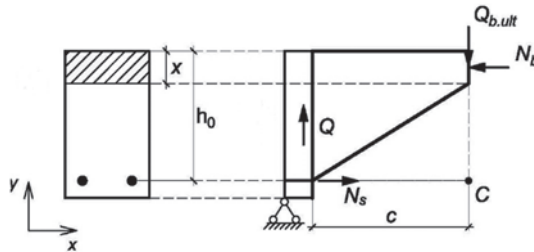
$$x = \frac{R_{bt}(h_0 b + A_{s,red})}{b(R_b + R_{bt})}.$$



**Рис. 9.** Равновесие участка железобетонной балки в момент образования наклонной трещины. Поперечной силой в сжатом бетоне пренебрегаем, так как поперечная нагрузка воспринимается бетоном на большой площади. Кроме того, эта нагрузка не участвует в составлении уравнения на данном этапе

2. *Определение предельной поперечной силы, воспринимаемой бетоном.* В соответствии с принятыми предпосылками расчетное значение прочности бетона над трещиной увеличивается из-за сложного напряженного состояния. Тогда равнодействующая продольных напряжений над трещиной определяется выражением

$$N_b = \sigma_b b x = 1.61 R_b b x. \quad (6)$$



**Рис. 10.** Равновесие приопорного участка железобетонной балки с наклонной трещиной в предельном состоянии (перед разрушением)

Предельная поперечная сила (рис. 10)  $Q = Q_{b,ult}$  определяется из условия равенства нулю моментов всех действующих сил относительно точки С:

$$Q_{b,ult} = \frac{N_b(h_0 - 0.5x)}{c}. \quad (7)$$

Величина силы в сжатом бетоне  $N_b$  в формуле (7) определяется выражением (6).

В том случае, если между опорой (или низом наклонной трещины, если рассматривается случай, когда трещина идет не от опоры) и верхним концом расчетного сечения (т. е. в пределах отрезка  $c$ ) действуют распределенные или сосредоточенные нагрузки, они должны быть учтены в выражении (7) при составлении уравнения равновесия моментов.

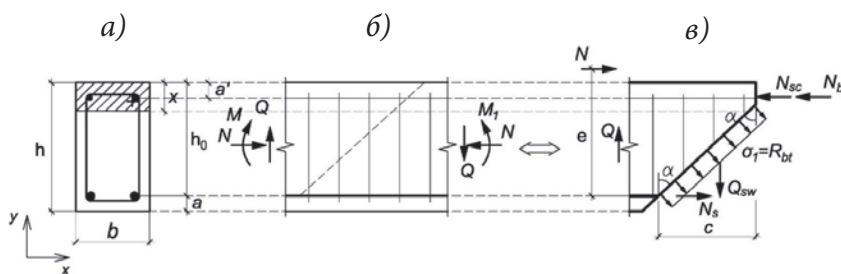
Далее следует проверить величину напряжений в растянутой арматуре и убедиться, что она меньше расчетного сопротивления арматуры на растяжение. Усилие в арматуре при этом определяется из условия  $N_s = N_b$ , в свою очередь, напряжение в арматуре определяется как  $\sigma_s = N_s / A_s$ , но не более величины  $R_s$ .

Если при проверке выяснится, что напряжение в арматуре равно расчетному сопротивлению ( $\sigma_s = R_s$ ), то необходимо выполнить повторный расчет, при котором вместо выражения (5) для определения высоты сжатой зоны необходимо использовать соотношение

$$x = \frac{R_s A_s}{R_b b}. \quad (8)$$

### Общий случай балки прямоугольного поперечного сечения

В предыдущем разделе была изложена предлагаемая методика расчета прочности наклонного сечения с предельными упрощениями для большей ясности. Теперь рассмотрим общий случай балки прямоугольного сечения. В конструкцию балки при этом добавляется поперечная арматура. К нагрузкам добавляются продольная сила  $N$  и изгибающий момент  $M$  (рис. 11).



**Рис. 11.** Равновесие участка железобетонной балки на стадии образования наклонной трещины:  
а – общий вид поперечного сечения балки; б – расчетное наклонное сечение балки;  
в – расчетная схема перед образованием трещины

В запас прочности влиянием хомутов на усилие образование трещины пренебрегаем, поскольку до образования трещины напряжения в хомутах значительно меньше  $R_{sw}$ . Для большей точности вычислений хомуты можно учесть путем приведения к бетону аналогично продольной арматуре.

1. *Определение высоты сжатой зоны над трещиной.* Высота сжатой зоны определяется из условия равенства нулю суммы проекций всех сил на продольную ось элемента. Силами зацепления между краями трещины пренебрежем.

Усилия в сжатых арматурных стержнях принимаются равными расчетному сопротивлению материала  $\sigma_{sc} = R_{sc}$ . После вычисления высоты сжатой зоны необходимо удостовериться, что эта предпосылка выполняется (т. е. необходимо убедиться, что верхняя арматура попала в сжатую зону). В противном случае выполняется пересчет без учета верхней арматуры.

Для учета влияния продольной растянутой арматуры на величину высоты сжатой зоны  $x$  и на величину предельной поперечной силы, воспринимаемой сечением, необходимо выполнить приведение растянутой продольной арматуры к бетону по жесткости, как было отмечено ранее. При этом нагельный эффект продольного армирования в предлагаемой методике не учитывается.

В расчет принимаем не полную высоту балки  $h$ , а только рабочую высоту сечения элемента  $h_0$ , поскольку часто трещина проходит над нижней арматурой.

$$\sum X = 0; R_b b x + R_{sc} A_{sc} - R_{bt} b \frac{(h_0 - x)}{\cos(\alpha)} \cos(\alpha) - R_{bt} A_{s,red} - N = 0, \quad (9)$$

где  $A_{(s,red)}$  – площадь растянутой продольной арматуры, приведенная к бетону.

Упростив выражение (9), получим

$$x = \frac{R_{bt} b h_0 - R_{sc} A_{sc} + R_{bt} A_{s,red} + N}{b(R_b + R_{bt})}. \quad (10)$$

2. *Определение предельной поперечной силы, воспринимаемой наклонным сечением элемента.* Предельную поперечную нагрузку, воспринимаемую бетоном, определяем из уравнения равновесия моментов относительно точки С (рис. 12):

$$Q_{ult} = \frac{N_b(h_0 - 0.5x) + N_{sc}(h_0 - a') + Q_{sw,ult} \frac{c}{2} - Ne}{c}, \quad (11)$$

где величину усилия в сжатом бетоне  $N_b$ , учитывая многоосное напряженное состояние, можно принять по выражению (6).

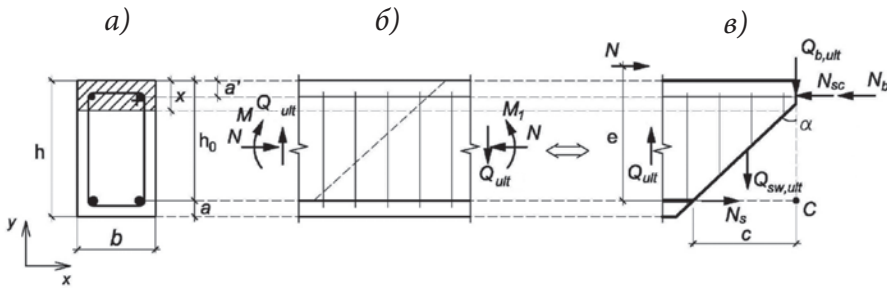


Рис. 12. Равновесие участка железобетонной балки с наклонной трещиной в предельном состоянии:  
а – общий вид поперечного сечения; б – расчетное наклонное сечение балки;  
в – расчетная схема после образования трещины

Усилие  $Q_{sw,ult}$ , следует определять согласно СП 63.13330 по формуле

$$Q_{sw,ult} = 0.8 q_{sw} c, \quad (12)$$

где  $q_{sw}$  – усилие в поперечной арматуре на единицу длины элемента, определяемое как

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s_w}, \quad (13)$$

где  $A_{sw}$  – площадь поперечной арматуры с шагом  $s_w$ , расположенной в пределах проекции наклонного сечения  $c$  на продольную ось элемента.

### Общий случай балки произвольного поперечного сечения

Для балок произвольных поперечных сечений расчет выполняется по изложенной методике. Подробные общие формулы не приводятся, так как для каждого вида сечений уравнения равновесия записываются индивидуально в зависимости от очертаний сечений и их характерных размеров с использованием правил, изложенных ранее. В самом общем случае расчетные формулы могут быть представлены в следующем виде.

Высота сжатой зоны бетона определяется из условия равенства нулю проекций всех сил на продольную ось балки

$$\sum X = 0: R_b A_b + R_{sc} A'_s - R_{bt} A_{bt} \frac{1}{\cos(\alpha)} \cos(\alpha) - R_{bt} A_{s,red} - N = 0, \quad (14)$$



где  $A_{s,red}$  – площадь растянутой продольной арматуры, приведенная к бетону;  
 $A_{bt}$  – площадь растянутой части поперечного сечения без учета защитного слоя бетона нижней продольной арматуры;  
 $A_b$  – площадь сжатой части поперечного сечения;  
 остальные обозначения стандартные.

Предельная поперечная нагрузка, воспринимаемая бетоном, определяется из уравнения равновесия моментов относительно точки  $C$  (аналогично рис. 12):

$$Q_{ult} = \frac{N_b S_b + N_{sc} (h_0 - a') + Q_{sw,ult} \frac{c}{2} - Ne}{c}, \quad (15)$$

где  $S_b$  – статический момент сжатой зоны бетона относительно оси нижней арматуры;  
 $N_{sc}$  – равнодействующая продольных сил в сжатой арматуре;  
 остальные обозначения стандартные.

При многослойном расположении арматуры можно обобщить приведенные формулы для этого случая. Но во избежание ненужных усложнений допускается проводить вычисления относительно центра тяжести нижней арматуры (точнее, относительно оси, вдоль которой направлена равнодействующая усилий в нижней арматуре), или просто не учитывать ее.

Величина равнодействующей напряжений в сжатом бетоне  $N_b$  в зависимости от вида сечения вычисляется с учетом или без учета упрочнения бетона в соответствии с уже изложенными правилами.

Под величиной  $c$  подразумевается или проекция наклонной трещины на горизонтальную ось, или расстояние от опоры до расчетной точки разрушения. В первом случае в состав внешних нагрузок входит поперечная сила  $Q$ , определенная методами строительной механики для сечения, соответствующего низу расчетной трещины. Во втором случае, при статически определимой балке, в состав нагрузок войдет величина вертикальной опорной реакции. В общем случае наклон расчетной трещины при составлении уравнений принимается по правилам, изложенным ранее. Во всех случаях при составлении уравнений равновесия должны быть учтены все внешние силы и моменты, приложенные к балке в пределах выбранного отрезка  $c$ . Внутренние силы в балке в нормальном сечении, проходящем через конец отрезка  $c$  (наиболее удаленный от низа трещины) рассматриваются как внешние нагрузки.

### Сравнительный анализ результатов расчета по предлагаемой методике

Для подтверждения точности и достоверности разработанной модели прочности наклонных сечений приводится сравнение результатов, получаемых по предлагаемой методике, по методике действующего СП и полученных при численном моделировании методом конечных элементов. Во всех численных моделях использована арматура А500 и бетон класса по прочности на сжатие В30 с расчетными свойствами. В приведенной далее таблице рассматриваются только случаи, когда напряжения в растянутой арматуре меньше расчетного сопротивления. В случаях, когда напряжения в растянутой арматуре равны расчетному сопротивлению, предельная поперечная нагрузка по СП, по разработанной методике и по расчету МКЭ почти полностью совпадают. Данные приведены для длин трещин, полученных при численном моделировании. В таблице приведены данные для больших диаметров продольной арматуры, чтобы сравнить погрешности в наиболее сложном для расчета случае. При уменьшении диаметра арматуры погрешности разработанного метода и погрешности расчета по СП уменьшаются.

Таблица

## Сравнение результатов расчётов разными методами

№	Описание	$Q_{ult,МКЭ}$ кгс	$Q_{ult,расч}^*$ без учета продольной арматуры, кгс	$Q_{ult,расч}^*$ кгс	$Q_{ult,СП}^*$ кгс	$\frac{Q_{ult,расч}}{Q_{ult,МКЭ}}$	$\frac{Q_{ult,СП}}{Q_{ult,МКЭ}}$
1	Прямоугольное сечение, 2d32	20390	8300	14804	8505	0.73	0.42
2	Тавр с широкой тонкой полкой, 2d32	21760	15187	20034	6108 увеличилась длина трещины по сравнению с №1	0.92	0.29
3	Тавр с широкой толстой полкой, 2d32	30730	17252	29395	8421	0.96	0.27
4	Тавр с тонкой полкой небольшой ширины, 2d32	19050	12930	20721	6703	1.09	0.35
5	Перевернутый тавр с широкой тонкой полкой, 22d16 в полке	21010	13590	17331	11178 уменьшилась длина трещины по сравнению с №4	0.82	0.53
6	Перевернутый тавр с широкой толстой полкой, 22d16 в полке	37130	31108	37540	12886	1.01	0.35
7	Перевернутый тавр с тонкой полкой небольшой ширины, 6d16 в полке	20080	11514	13489	10238	0.67	0.51
8	Крестообразное сечение, 2d32	28790	15674	18249	6102	0.63	0,21
9	Круглое сечение, d32 в нижней части	33950	25661	28477	Нет нормативного алгоритма	0.84	Нет данных

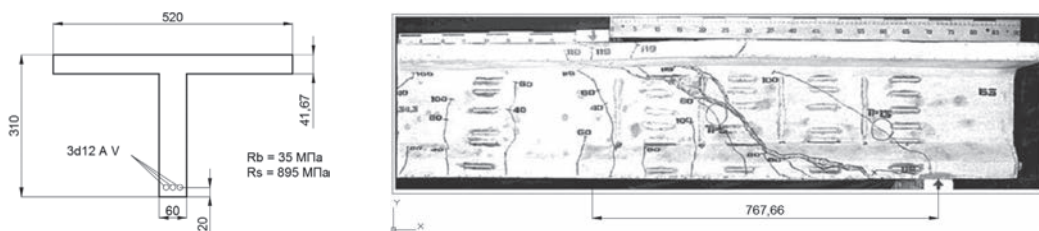
Приведенные результаты получены для балок без поперечной арматуры. При наличии поперечной арматуры разница в результатах во всех случаях уменьшается.

**Пример расчета балки таврового сечения**

Для оценки точности предлагаемого метода далее рассмотрен пример расчета прочности наклонного сечения балки БЗ, результаты испытаний которой приведены в работе [9]. Сечение балки и расположение трещин на ней показаны на рис. 13. В опытном образце было уширение в нижней части стенки. Но поскольку в цитируемой работе [9] размеры его не приводятся, уширение в запас прочности в расчете не учитывается. Прочность бетона балки была 35 МПа, продольная арматура в нижней части стенки была 3d12AV без преднапряжения, поперечное армирование отсутствовало. Разрушающая нагрузка (реакция опоры) 119 кН. В соответствии с работой [11] при расчете опытного образца используется не расчетное и не нормативное сопротивление арматуры, а средняя величина напряжения текучести (т. е. полученная не с вероятностью 0,997 или 0,95, а с вероятностью 0,5). Для данной арматуры эта величина принимается 895 МПа.

$$b = 6 \text{ см}, h = 31 \text{ см}, b_{f, \text{total}} l = 52 \text{ см}, h_f = 41,67 \text{ см}, a = 2 \text{ см}.$$

Расчётная ширина верхней полки принимается  $b_f = b + 4h_f = 22,67 \text{ см}$ . Высота стенки  $h_w = h - h_f = 26,83 \text{ см}$ . Нижнее продольное армирование 3d12 AV,  $R_s = 895 \text{ МПа}$  (9123 кгс/см<sup>2</sup>),



**Рис. 13.** Поперечное сечение балки и расположение трещин на боковой поверхности – из работы [9].  
Все размеры приведены в миллиметрах

$A_s = 3,39 \text{ см}^2$ . Средняя призматическая прочность бетона  $R_b = 35 \text{ МПа}$  ( $357 \text{ кгс/см}^2$ ),  $R_{bt} = 2,275 \text{ МПа}$  ( $23,19 \text{ кгс/см}^2$ ) – получено по СП 63.13330 по интерполяции для бетонов с нормативными призматическими прочностями 32 и 36 МПа.  $E_b = 390000 \text{ кгс/см}^2$ ,  $\varepsilon_{bt2} = 0,00015$ . Длина горизонтальной проекции наклонной трещины (расстояние от опоры до места разрушения по рис. 13)  $c = 76,77 \text{ см}$ .

Продольную арматуру приводим к бетону по жёсткости. Поскольку в процессе деформирования в растянутом бетоне происходят пластические деформации и образуется трещина, используем секущий модуль упругости для бетона  $E_{b,sec} = R_{bt}/\varepsilon_{bt2} = 154604 \text{ кгс/см}^2$ . Приведённая площадь сечения арматуры

$$A_{s,red} = A_s \frac{E_s}{E_{b,sec}} = 43,89 \text{ см}^2.$$

Средний угол наклона трещины к вертикали  $\varphi = \arctg\left(\frac{c}{h}\right) = 1,191$  радиан ( $68,3$  градуса к вертикали или  $21,7$  градуса к горизонтали).

Проверим, что в момент образования трещины напряжения в арматуре не превосходят величину ее расчетного сопротивления. После приведения к бетону.

$$N_s = A_{s,red} R_{bt} \cos(\varphi) = 376,9 \text{ кгс}, \quad \sigma_s = \frac{N_s}{A_s} = 111 \text{ кгс/см}^2 \ll R_s.$$

Запишем сумму проекций всех сил на продольную ось балки для определения высоты сжатой зоны бетона  $x$ .

$$bR_b x - [b_f(h_f - x) + bh_w] \left( R_{bt} \frac{\cos(\varphi)}{\cos(\varphi)} \right) - R_{bt} A_{s,red} = 0.$$

Здесь одинаковые тригонометрические функции в числителе и в знаменателе сохранены для большей ясности вывода уравнения. Отсюда высота сжатой зоны

$$x = \frac{R_{bt} (A_{s,red} + bh_w + b_f h_f)}{R_b b + R_{bt} b_f} = 2,6 \text{ см}.$$

Предельная поперечная сила определяется из условия равновесия моментов всех сил относительно точки пересечения оси арматуры и вертикальной оси, проходящей через место разрушения на верхней полке:

$$Q_{ult} = \frac{1.61 R_b b_f x (h_0 - 0,5x)}{c} = 12232 \text{ кгс}.$$

Проверяем, чтобы напряжение в арматуре не превосходило принятое для нее расчетное сопротивление.

$$N_s = 1,61 R_b b_f x = 33900 \text{ кгс},$$

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A_s} = 9991 \text{ кгс/см}^2 > R_s = 9123.$$

Напряжение в арматуре превышает ее расчетное сопротивление, необходимо выполнить пересчет предельной поперечной силы с учетом того, что напряжения в арматуре равны пределу текучести.

$$Q_{ult} = \frac{R_s A_s (h_0 - 0,5x)}{c} = 11168 \text{ кгс},$$

или 109,6 кН. Сравнивая с опытной разрушающей нагрузкой, получим относительную погрешность

$$\frac{119 - 109,6}{119} = 0,079,$$

то есть погрешность расчета составила 8% по сравнению с опытными данными. Это подтверждает высокую точность предложенного метода расчета и достоверность получаемых результатов.

### Выводы

1. Сформулированы положения новой методики расчета прочности наклонных сечений железобетонных балок.
2. Разработанная методика является принципиально новой. В отличие от ранее разработанных методик, в которых основные зависимости были эмпирическими, предлагаемая методика основана на строгом соблюдении принципов механики. Точность получаемых результатов существенно превосходит точность расчетов по нормативной методике действующего СП.
3. Разработанная методика позволяет свести в единое целое два расчета, ранее выполнявшихся совершенно независимо друг от друга – расчет прочности наклонных сечений на действие моментов и на действие поперечных сил.
4. Разработанная методика позволяет учитывать влияние на предельную поперечную силу, воспринимаемую сечением, продольную силу, продольное армирование и форму поперечного сечения балки.
5. Сравнение расчетных данных с опытом и с результатами численного моделирования подтверждает высокую точность предложенного метода расчета и достоверность получаемых результатов.

### Библиографический список

1. СП 63.13330.1018 СНИП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения.
2. СНИП 2.03.01-84\* Бетонные и железобетонные конструкции.
3. BS EN 1992-1-1:2004 EN 1992-1-1:2004 (E): Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings [Authority: The European Union Per Regulation 305/2011, Directive 98/34/EC, Directive 2004/18/EC].
4. fib Model Code for Concrete Structures 2010.

5. Залесов А.С., Климов Ю.А. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил. – К.: Будівельник, 1989. 104 с.

6. Залесов А.С. Краткие заметки о расчёте железобетонных конструкций на действие поперечных сил. – М.: ОАО «ЦПП», 2008. 21 с.

7. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. О новом построении критериев прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил // ACADEMIA архитектура и строительство. 2006. №3. С. 26-31.

8. Силантьев А.С. Влияние параметров продольного армирования на сопротивление изгибаемых железобетонных элементов без поперечной арматуры по наклонным сечениям. –Дисс.... канд. техн. наук. М. 2012. 257 с.

9. Старишко И.Н. Результаты экспериментальных исследований влияния основных факторов на несущую способность по наклонным сечениям в изгибаемых железобетонных балках прямоугольного и таврового профиля // Вестник МГСУ. 2016. №7. С. 18-33.

10. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона. – М.: Стройиздат, 1974. 316 с.

11. Рекомендации по испытаниям и оценке прочности, жёсткости и трещиностойкости опытных образцов железобетонных конструкций.– М.: НИИЖБ Госстроя СССР 1987. 36 с.

## Авторы:

Сергей Борисович КРЫЛОВ, д-р техн. наук, член-корреспондент РААСН, заведующий лабораторией механики железобетона НИИЖБ им. А. А. Гвоздева АО «НИЦ «Строительство», Москва

Sergey KRYLOV, Dr. Sci. (Engineering), corresponding member of RAASN, Head of the laboratory of reinforced concrete mechanics of NIIZHB named after A. A. Gvozdev JSC Research Center of Construction, Moscow

e-mail: niizhb\_lab8@mail.ru

тел.: +7 (499) 174-74-07

Владимир Ильич ТРАВУШ, д-р техн. наук, профессор, вице-президент РААСН, зам. генерального директора ЗАО «Горпроект», Москва

Vladimir TRAVUSH, Dr. Sci. (Engineering), Full Professor, vice-president of RAASN, deputy general director of the 'Gorproekt' Institute, Moscow

e-mail: info@gorproject.ru

тел.: +7 (499) 909-39-39

Алексей Сергеевич КРЫЛОВ, мл. науч. сотрудник лаборатории металлических конструкций ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко АО «НИЦ «Строительство», Москва

Aleksey KRYLOV, junior researcher of Metal structures Laboratory, TSNIISK named after V. A. Koucherenko JSC Research Center of Construction, Moscow

e-mail: kryl07@mail.ru

тел.: +7 (499) 174-79-21