

## 0. 思想的な準備

世界で日本人だけが「数学は役に立たない」と思っている？

道具としての数学

直観的理解

## 1. 現代の数理科学

最小のコストで最大の収益をあげたい：

四則演算と複素数

消えた「√」キー

解けない方程式とニュートン

線形モデルと計算尺

確率の対数とは何か

KL-divergence の直観的理解

用語：

1. カルバック・ライブラーのダイバージェンス

2. 負の対数確率

直観的理解のヒント：

確率の対数は、その確率の事象が起こるまでにかかる時間と解釈することができる。

そのように解釈した場合、カルバック・ライブラーのダイバージェンスは、2つの事象の間にかかる時間の期待値と解釈することができる。

## 2. 固有値固有ベクトル

主成分分析の古典的説明: 散布図と回転  
変換と双対: データがプログラムになる

## 3. 線形代数のプログラムの理解

6つの基本変形と基本行列

逆(inverse)行列: 入出力を逆転する

正則(regular)行列: 逆行列が計算できる行列

正則でない行列とは: ゼロ

転置(transpose): 行列は行が出力で列が入力

対称行列: 転置(=逆順)しても同じ変換になる行列

各行列を1回しか操作しないか, または, 元に戻る

回転行列・反射行列・置換行列

対角化(to diagonalize)

直交回転

転置(逆順)が逆変換になる行列=直交(orthogonal)行列

正規直交基底(orthonormal basis): 各行列を1回  
しか操作せず, 大きさも変えない

内積

用語:

**3. 行列の基本操作 6 つ。** 1) 二つの列を入れ替える, 2) ある列を0でない定数倍する, 3) ある列に、他のある列の定数倍を加える, 4) 二つの行を入れ替える, 5) ある行を0でない定数倍する, 6) ある行に、他のある行の定数倍を加える

**4. 逆行列**

**5. 転置行列**

**6. 射影行列**

**7. 単位行列**

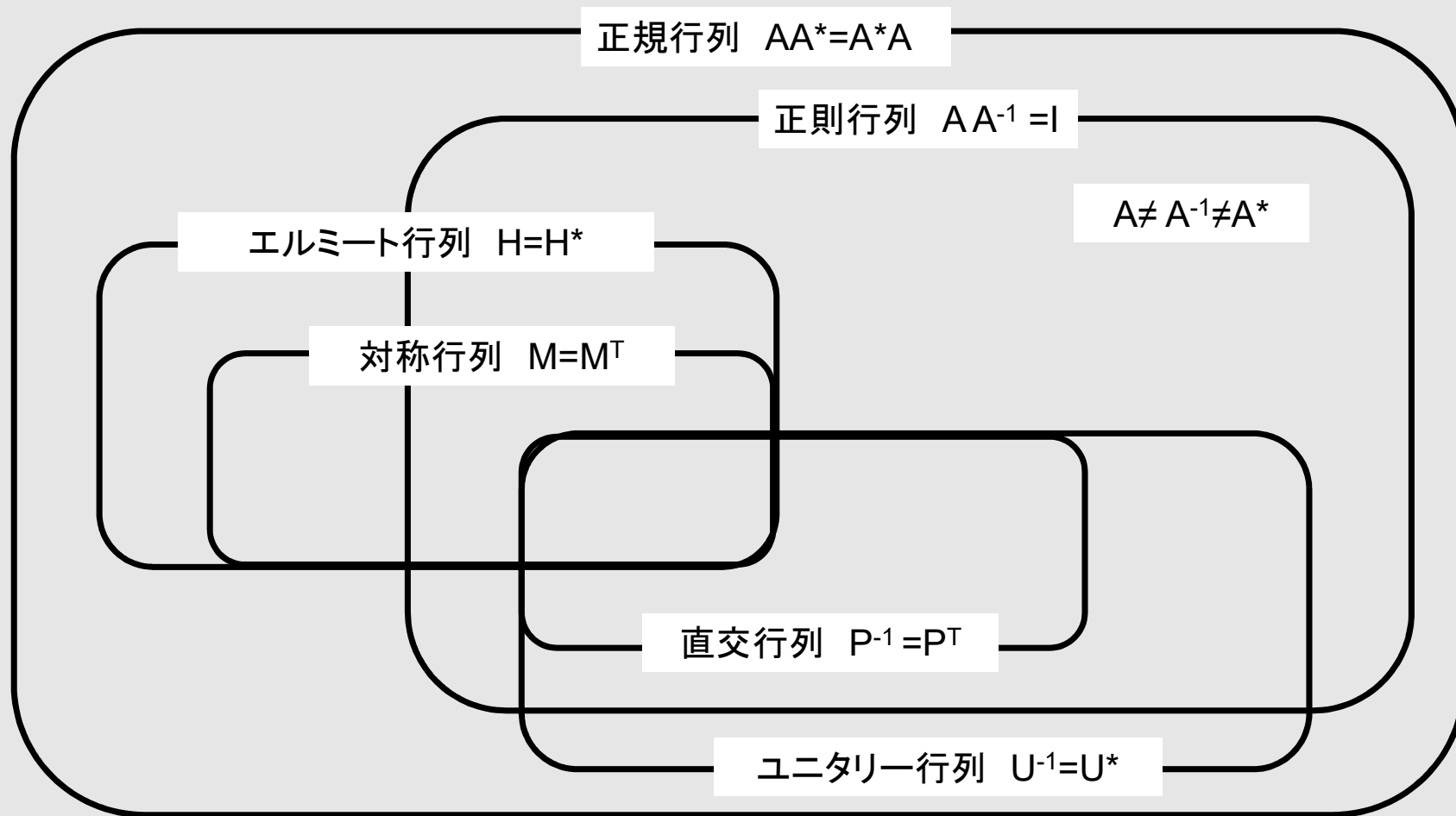
**8. 正方行列**

直観的理解のヒント:

行列は, 基本操作をプログラムのように積み上げて(かけ合わせて)作ることができる.

行列を基本操作の積み上げと考えた場合, 逆行列は, プログラムを逆に, つまり, 個々の基本操作の逆の操作(かけたものは割り, 足したものは引く)を逆順に実行するものと考えることができる.

行列の行と列を入れ替えると入力と出力の関係が逆になる. 行列を基本操作の積み上げと考えた場合, 転置行列は, 個々の操作を変えないで, プログラムを逆に実行するものと考えることができる.



#### 4. 主成分分析の(ディープな)直観的理解

古典的説明再び: 回して伸ばして戻す

分散共分散行列が表現するもの

データのフィルター

固有顔

#### 5. 多変量解析と深層学習

回帰と主成分分析

外的基準のある回帰と正則化

因子分析と主成分分析

正準相関分析と構造分析

解けない構造方程式と深層学習

#### 6. Swindale と Linsker の自己組織化

画像データを数値としてそのまま分析する

Hebb 則と正帰還

#### 7. エッセイシリーズ

用語:

9. 固有値

10. 線形回帰

11. 主成分分析

12. 因子分析

13. 共分散構造分析

直観的理解のヒント:

データを表す行列は, 入力をそのデータのように変えてしまう変換の行列と解釈することができる. したがって, もともとそのデータのような入力は強調されるだけで変換されない. これが固有ベクトルであり, 強調の度合いが固有値である.

線形回帰は, データのベクトルの傾きの平均の軸を求めることと解釈することができる.

主成分分析は, データのベクトルの傾きの平均の軸から, 直交する軸を求めてゆくことと解釈することができる.

因子分析は, 線形回帰と主成分分析の組み合わせとして解釈することができる.

共分散構造分析は, 線形回帰や主成分分析の複雑な組み合わせとして解釈できる. 深層学習は, そうした計算を実現する.

#### 4. 主成分分析の(ディープな)直観的理解

古典的説明再び: 回して伸ばして戻す

分散共分散行列が表現するもの

データのフィルター

固有顔

#### 5. 多変量解析と深層学習

回帰と主成分分析

外的基準のある回帰と正則化

因子分析と主成分分析

正準相関分析と構造分析

解けない構造方程式と深層学習

#### 6. Swindale と Linsker の自己組織化

画像データを数値としてそのまま分析する

Hebb 則と正帰還

#### 7. エッセイシリーズ

用語:

14. Linsker の自己組織化アルゴリズム

直観的理解のヒント:

知覚は、入力データ(の行列)をそのまま変換(の行列)にして、別の入力データを処理する過程のように解釈することができる。ノイズだけの画像に含まれる特徴は方位なので、そのデータ(の行列)がそのまま変換(の行列)にされると、特定の方位のエッジ検出器になる。これが、電気生理学的に報告されている大脳皮質の方位検出器と解釈することができる。