

Pseudodifferential operator, adiabatic approximation and averaging of linear operators

J. BRÜNING

Humboldt Universität zu Berlin, Berlin 12489, Germany
bruening@mathematik.hu-berlin.de

VIKTOR GRUSHIN

Moscow Institute of Electronics and Mathematics, Moscow 109028, Russia
vgrushin@mail.ru

SERGEY DOBROKHOTOV

Ishlinski Institute for Problems in Mechanics, Moscow 119526, Russia
dobr@ipmnet.ru

One use the averaging methods for partial differential equations in the case when their coefficients are rapidly oscillating functions. There exists a great number of publications devoted to averaging, we mention well known monographs by V.Zhikov, S.Kozlov and O.Oleinik, N.Bakhvalov and G.Panasenko, E.Khruslov and V.Marchenko. As a rule averaging methods are used for construction such asymptotic solutions that their leading term is quite smooth function. From the other hand there exist interesting. The several scale are in this situation and it reasonable to use the variant of adiabatic approximation based on the V.Maslov operator methods and pseudodifferential operators. We illustrate this approach using the Srödiger and Klien-Gordon type equations with rapidly oscillating velocity and potential.

This work was supported by RFBR grant 11-01-00973 and DFG-RAS project 436 RUS 113/990/0-1.

Псевдодифференциальные операторы, адиабатическое приближение и усреднение линейных операторов

В линейных задачах для уравнений в частных производных методы осреднения работают в ситуациях, когда их коэффициенты- быстроосциллирующие функции. Как правило, они применяются для построения таких асимптотических решений исходного уравнения, главный член которых- уже достаточно гладкая функция. С другой стороны во многих физических задачах интерес представляют ситуации, когда и главный член асимптотического решения- быстроизменяющаяся функция. В этом случае разумно использовать вариант адиабатического приближения, основанный на операторных методах В.П.Маслова и псевдодифференциальных операторов. Мы иллюстрируем этот подход на примере уравнения типа уравнения Шредингера и уравнения Клейна-Гордона (в частности, волнового уравнения), с быстроменяющейся скоростью и быстроменяющимся потенциалом.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 11-01-00973 и проекта DFG-PAH 436 RUS 113/990/0-1.