

Structure of the minimum-time damping of a physical pendulum

ALEXANDER OVSEEVICH

Institute for Problems in Mechanics, Moscow 1119526, Russia

ovseev@ipmnet.ru

We study the minimum-time damping of a physical pendulum by means of a bounded control. In the similar problem for a linear oscillator each optimal trajectory possesses a finite number of control switchings from the maximal to the minimal value. If one considers simultaneously all optimal trajectories with any initial state, the number of switchings can be arbitrary large. We show that for the nonlinear pendulum there is a uniform bound for the switching number for all optimal trajectories. We find asymptotics for this bound as the control amplitude goes to zero.

Структура оптимального быстрогодействия для физического маятника

Рассматривается задача быстрого приведения физического маятника в состояние устойчивого равновесия с помощью ограниченного управления. В аналогичной задаче для линейного маятника на каждой оптимальной траектории имеется конечное число переключений управления с максимального на минимальное значение, если же рассматривать все оптимальные траектории с произвольным начальным состоянием, то соответствующее количество переключений может быть сколь угодно велико. Мы показываем, что для нелинейного маятника имеется общая верхняя граница для количества переключений на всех оптимальных траекториях. Найдена асимптотика этого числа в ситуации, когда возможности управления малы.

References

- [1] L.S. Pontryagin, V.G. Boltyanskii, and R. Gamkrelidze, *Matematicheskaya teoriya optimalnykh protsessov*, Nauka, Moscow, 1983.
- [2] S.A. Reshmin, *Bifurcation in the time-optimality problem for a second-order nonlinear system*, Prikl. Mat. Mekh. **73** (2009), 562–572.
- [3] Garcia Almuzara J.L., Flügge-Lots I. Minimum time control of a nonlinear system. *J. Differential Equations*. 1968. Vol. 4, no. 1, pp. 12–39.
- [4] Leonid Akulenko, *Problems and methods of optimal control*, Nauka, Moscow, 1987; Kluwer, Dordrecht, 1994.
- [5] F.L. Chernousko, L.D. Akulenko, and B.N. Sokolov, *Upravlenie kolebaniyami*. Nauka, Moscow, 1980.