

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$. Найдите все необратимые матрицы $X \in M_2(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению $2AX - X^T A = B$.

2. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 + bx_2 + 8x_3 + 9x_4 = -3, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 + 7x_4 = 5. \end{cases}$$

Определите все значения параметра b , для которых эта система имеет ровно две свободных неизвестных, и для каждого найденного значения b выпишите соответствующее общее решение системы.

3. Решите уравнение $XA = B + 3X$ относительно неизвестной матрицы X , где

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 8 & -4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & -6 & 7 \\ -3 & 1 & -9 \end{pmatrix}.$$

4. Две перестановки $\sigma, \tau \in S_7$ заданы своими разложениями в произведение независимых циклов как $\sigma = (25)(347)$ и $\tau = (14653)$. Найдите $(\sigma\tau)^{70}$ и $\rho = (\tau^{-1}\sigma)^{68}$.

5. Найдите коэффициент при x^4 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 3 & x & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2x & 1 & x & 1 \\ -3 & 2 & -1 & 1 & x \\ x & x & 4 & 5 & -2 \\ 2 & -3 & x & 4 & -5 \end{vmatrix}.$$

6. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 & 3 & 6 & -3 \\ 3 & -2 & 5 & 2 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & a & 7 \\ 7 & * & 2 & -5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

принимает одно и то же значение независимо от того, какое число вставить вместо звёздочки. Найдите это число a .

1	2	3	4	5	6	Σ

Контрольная работа 1

Вариант 2

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите все необратимые матрицы $X \in M_2(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению $AX - 2X^T A = B$.

2. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 + bx_2 - 3x_3 + 2x_4 = -2, \\ 5x_1 + 6x_2 + x_3 - 8x_4 = 8, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -3. \end{cases}$$

Определите все значения параметра b , для которых эта система имеет ровно две свободных неизвестных, и для каждого найденного значения b выпишите соответствующее общее решение системы.

3. Решите уравнение $XA = B - 4X$ относительно неизвестной матрицы X , где

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 \\ 1 & -1 & -5 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Две перестановки $\sigma, \tau \in S_7$ заданы своими разложениями в произведение независимых циклов как $\sigma = (13)(2675)$ и $\tau = (12)(456)$. Найдите $(\sigma\tau)^{73}$ и $\rho = (\tau\sigma^{-1})^{78}$.

5. Найдите коэффициент при x^4 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 & x \\ 2x & 5 & x & x & -2 \\ 4 & -3 & -1 & x & 1 \\ 2 & x & 3 & 1 & -5 \\ x & -4 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}.$$

6. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель

$$\begin{vmatrix} 7 & -9 & 5 & 2 & -7 \\ 2 & 3 & 4 & * & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 8 \\ a & 2 & 3 & 4 & 6 \\ -7 & 7 & -3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

принимает одно и то же значение независимо от того, какое число вставить вместо звёздочки. Найдите это число a .

1	2	3	4	5	6	Σ

Контрольная работа 1

Вариант 3

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$. Найдите все необратимые матрицы $X \in M_2(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению $2AX - X^T A = B$.

2. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 + bx_2 + 5x_3 + 8x_4 = -5, \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 4x_4 = -7, \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 5. \end{cases}$$

Определите все значения параметра b , для которых эта система имеет ровно две свободных неизвестных, и для каждого найденного значения b выпишите соответствующее общее решение системы.

3. Решите уравнение $XA = B + 4X$ относительно неизвестной матрицы X , где

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 0 & 9 & -2 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -3 & 7 & -9 \\ 1 & 9 & -3 \end{pmatrix}.$$

4. Две перестановки $\sigma, \tau \in S_7$ заданы своими разложениями в произведение независимых циклов как $\sigma = (132)(46)$ и $\tau = (15376)$. Найдите $(\sigma\tau)^{82}$ и $\rho = (\tau^{-1}\sigma)^{78}$.

5. Найдите коэффициент при x^4 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & x & 3 \\ -1 & x & 1 & 5 & -2 \\ x & -3 & 1 & 2x & 2 \\ 3 & -3 & 2 & x & x \\ 2 & 4 & x & 3 & -1 \end{vmatrix}.$$

6. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 & 8 & 6 & -3 \\ -2 & 3 & 5 & 4 & * \\ 6 & 7 & -9 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 6 & 3 & -4 \\ 7 & 4 & a & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

принимает одно и то же значение независимо от того, какое число вставить вместо звёздочки. Найдите это число a .

1	2	3	4	5	6	Σ

Контрольная работа 1

Вариант 4

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. Найдите все необратимые матрицы $X \in M_2(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению $AX - 2X^T A = B$.

2. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 + bx_2 + 6x_3 + x_4 = 2, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -8, \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 - 5x_4 = 9. \end{cases}$$

Определите все значения параметра b , для которых эта система имеет ровно две свободных неизвестных, и для каждого найденного значения b выпишите соответствующее общее решение системы.

3. Решите уравнение $XA = B - 3X$ относительно неизвестной матрицы X , где

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & -9 \\ -2 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Две перестановки $\sigma, \tau \in S_7$ заданы своими разложениями в произведение независимых циклов как $\sigma = (2567)(34)$ и $\tau = (162)(37)$. Найдите $(\sigma\tau)^{63}$ и $\rho = (\tau\sigma^{-1})^{66}$.

5. Найдите коэффициент при x^4 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x & -2 & 2 \\ x & 2 & 1 & 4 & -5 \\ 2x & 1 & x & 5 & x \\ 3 & x & -1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & x & -2 \end{vmatrix}.$$

6. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель

$$\begin{vmatrix} 7 & 4 & -3 & 2 & 5 \\ 7 & a & 5 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & 7 & -2 & 5 \\ 5 & 2 & 6 & 1 & 3 \\ 4 & -3 & * & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

принимает одно и то же значение независимо от того, какое число вставить вместо звёздочки. Найдите это число a .

1	2	3	4	5	6	Σ