

**Контрольная работа 1**

## Вариант 1

1. Решите матричное уравнение  $AXB = 2AX$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & -11 & 8 \\ 1 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ .

2. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_3 + bx_4 = 6, \\ 3x_2 - x_3 - 5x_4 = 6, \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -3, \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 2. \end{cases}$$

Найдите все значения параметров  $a$  и  $b$ , при которых эта система имеет хотя бы два решения, и выпишите общее решение системы для найденных значений параметров.

3. Существует ли такая нечётная перестановка  $\sigma \in S_7$ , что перестановка  $\sigma^{68}$  является решением уравнения

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 7 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}?$$

4. Найдите коэффициент при  $x^5$  в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & x & 3 \\ 2 & 4 & x^2 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & 2 & x & x \\ -1 & x & 1 & 5 & -2 \\ x & -3 & 1 & x & 2 \end{vmatrix}.$$

5. Про матрицы  $A, B \in M_4(\mathbb{R})$  известно, что  $\det A = 1$  и

$$B_{(1)} = 3A_{(2)} + 2A_{(4)}, \quad B_{(2)} = -2A_{(1)} + 3A_{(3)} + 2A_{(4)}, \quad B_{(3)} = 2A_{(2)} - A_{(3)}, \quad B_{(4)} = 3A_{(1)} + 2A_{(3)},$$

где нижний индекс  $(i)$  обозначает  $i$ -ю строку соответствующей матрицы. Чему равен  $\det B$ ?

6. Про матрицу  $A \in M_4(\mathbb{R})$  известно, что она обратима и

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Можно ли в первой строке матрицы  $A$  изменить один элемент таким образом, чтобы полученная матрица стала необратимой? Ответ обоснуйте.

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

**Контрольная работа 1**

## Вариант 2

1. Решите матричное уравнение  $AXB = 3AX$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 14 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ .

2. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_3 + bx_4 = 4, \\ 4x_2 - x_3 + 6x_4 = 4, \\ -5x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 9, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

Найдите все значения параметров  $a$  и  $b$ , при которых эта система имеет хотя бы два решения, и выпишите общее решение системы для найденных значений параметров.

3. Существует ли такая нечётная перестановка  $\sigma \in S_7$ , что перестановка  $\sigma^{82}$  является решением уравнения

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}?$$

4. Найдите коэффициент при  $x^5$  в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & x^2 & -2 \\ 1 & 3 & x & -2 & 2 \\ x & 2 & 1 & 4 & -5 \\ x & 1 & x & 5 & x \\ 3 & x & -1 & 2 & -3 \end{vmatrix}.$$

5. Про матрицы  $A, B \in M_4(\mathbb{R})$  известно, что  $\det A = 1$  и

$$B_{(1)} = 3A_{(1)} + 2A_{(2)}, \quad B_{(2)} = -2A_{(3)} + 3A_{(4)}, \quad B_{(3)} = 3A_{(2)} + 2A_{(4)}, \quad B_{(4)} = -2A_{(1)} + A_{(2)} + 2A_{(3)},$$

где нижний индекс  $(i)$  обозначает  $i$ -ю строку соответствующей матрицы. Чему равен  $\det B$ ?

6. Про матрицу  $A \in M_4(\mathbb{R})$  известно, что она обратима и

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно ли в первой строке матрицы  $A$  изменить один элемент таким образом, чтобы полученная матрица стала необратимой? Ответ обоснуйте.

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

**Контрольная работа 1**

## Вариант 3

1. Решите матричное уравнение  $AXB = 2AX$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & -9 & 7 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ .

2. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_3 + bx_4 = 6, \\ 3x_2 - x_3 - 5x_4 = 4, \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 1, \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

Найдите все значения параметров  $a$  и  $b$ , при которых эта система имеет хотя бы два решения, и выпишите общее решение системы для найденных значений параметров.

3. Существует ли такая нечётная перестановка  $\sigma \in S_7$ , что перестановка  $\sigma^{78}$  является решением уравнения

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}?$$

4. Найдите коэффициент при  $x^5$  в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 3 & x & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & x^2 & 4 & -5 \\ -3 & 2 & -1 & 1 & x \\ x & x & 4 & 5 & -2 \\ 1 & x & 1 & x & 1 \end{vmatrix}.$$

5. Про матрицы  $A, B \in M_4(\mathbb{R})$  известно, что  $\det A = 1$  и

$$B_{(1)} = 2A_{(1)} + 3A_{(3)}, \quad B_{(2)} = A_{(2)} - 2A_{(3)}, \quad B_{(3)} = -2A_{(1)} + 2A_{(2)} + 3A_{(4)}, \quad B_{(4)} = 3A_{(2)} + 2A_{(4)},$$

где нижний индекс  $(i)$  обозначает  $i$ -ю строку соответствующей матрицы. Чему равен  $\det B$ ?

6. Про матрицу  $A \in M_4(\mathbb{R})$  известно, что она обратима и

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Можно ли в первом столбце матрицы  $A$  изменить один элемент таким образом, чтобы полученная матрица стала необратимой? Ответ обоснуйте.

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

**Контрольная работа 1**

## Вариант 4

1. Решите матричное уравнение  $AXB = 3AX$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 17 \\ 1 & -2 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ .

2. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_3 + bx_4 = 6, \\ -5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 - 4x_4 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = -1. \end{cases}$$

Найдите все значения параметров  $a$  и  $b$ , при которых эта система имеет хотя бы два решения, и выпишите общее решение системы для найденных значений параметров.

3. Существует ли такая нечётная перестановка  $\sigma \in S_7$ , что перестановка  $\sigma^{92}$  является решением уравнения

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 4 & 3 & 7 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 6 & 3 & 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}?$$

4. Найдите коэффициент при  $x^5$  в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 2 & x^2 & 3 & 1 & -5 \\ 3 & 2 & -1 & -2 & x \\ 2 & -3 & -1 & x & 1 \\ x & -4 & 2 & 3 & -1 \\ x & 5 & x & x & -2 \end{vmatrix}.$$

5. Про матрицы  $A, B \in M_4(\mathbb{R})$  известно, что  $\det A = 1$  и

$$B_{(1)} = 3A_{(3)} - 2A_{(4)}, \quad B_{(2)} = 3A_{(1)} + 2A_{(2)}, \quad B_{(3)} = -2A_{(1)} + 2A_{(3)} + A_{(4)}, \quad B_{(4)} = 2A_{(2)} + 3A_{(4)},$$

где нижний индекс  $(i)$  обозначает  $i$ -ю строку соответствующей матрицы. Чему равен  $\det B$ ?

6. Про матрицу  $A \in M_4(\mathbb{R})$  известно, что она обратима и

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно ли в первом столбце матрицы  $A$  изменить один элемент таким образом, чтобы полученная матрица стала необратимой? Ответ обоснуйте.

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$