Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$. Найдите все матрицы $X \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению $AX = XA + B$.

2. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 6 & 1 \\ 5 & 6 & c & 7 \\ 3 & -1 & 8 & -5 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ d \end{pmatrix}.$$

Определите все значения параметров c и d, при которых система $Ax = b_1$ несовместна, а система $Ax = b_2$ совместна. Для всех найденных наборов значений параметров выпишите общее решение системы $Ax = b_2$.

3. Существует ли нечётная перестановка $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & * & 5 & 7 & * & * & 6 & 2 \end{pmatrix}$, для которой $\sigma^{106} = \sigma$?

4. Найдите коэффициент при x^1 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} x & 2x & -x & 1 & 3x \\ 2x & 4x & 1 & 3x & -x \\ 1 & -3x & x & 1 & 2x \\ 3x & -3x & 2x & 1 & 1 \\ -x & 1 & x & 5x & -2x \end{vmatrix}.$$

5. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & a & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

не изменяется, если прибавить ко всем элементам её второй строки одно и то же число. Найдите это число a.

6. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -3 \\ a & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Определите все значения параметра $a \in \mathbb{Z}$, при которых матрица A^{-1} существует и имеет целый положительный определитель. Для каждого найденного значения a укажите также саму матрицу A^{-1}.

Контрольная работа 1

Вариант 2

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите все матрицы $X \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению $XA = AX + B$.

2. Пусть
$$A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & c & 8 \\ 3 & -1 & -6 & 7 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ d \end{pmatrix}.$$
Определите все значения параметров c и d, при которых система $Ax = b_1$ несовместна, а система $Ax = b_2$ совместна. Для всех найденных наборов значений параметров выпишите общее решение системы $Ax = b_2$.

3. Существует ли нечётная перестановка $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ * & 1 & 5 & * & 7 & 8 & * & 4 \end{pmatrix}$, для которой $\sigma^{136} = \sigma$?

4. Найдите коэффициент при x^1 в выражении определителя
$$\begin{vmatrix} 3x & 2x & -x & -2x & 1 \\ 2x & -3x & -x & 1 & x \\ 2x & 1 & 3x & x & -5x \\ 1 & -4x & 2x & 3x & -x \\ 1 & 5x & 1 & 1 & -2x \end{vmatrix}.$$

5. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель матрицы
$$\begin{pmatrix} 3 & a & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$
не изменяется, если прибавить ко всем элементам её третьей строки одно и то же число. Найдите это число a.

6. Дана матрица
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 \\ a & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$
Определите все значения параметра $a \in \mathbb{Z}$, при которых матрица A^{-1} существует и имеет целый положительный определитель. Для каждого найденного значения a укажите также саму матрицу A^{-1}.

Контрольная работа 1

Вариант 3

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 7 & -8 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$. Найдите все матрицы $X \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению $AX = B + XA$.

2. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -3 & 2 \\ 5 & 6 & c & -8 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ d \end{pmatrix}.$$

Определите все значения параметров c и d, при которых система $Ax = b_1$ несовместна, а система $Ax = b_2$ совместна. Для всех найденных наборов значений параметров выпишите общее решение системы $Ax = b_2$.

3. Существует ли нечётная перестановка $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & * & * & 7 & 6 & 2 & * & 3 \end{pmatrix}$, для которой $\sigma^{166} = \sigma$?

4. Найдите коэффициент при x^1 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 3x & 1 & -x & 2x & 4x \\ 2x & -3x & 1 & 4x & -5x \\ x & 1 & x & 1 & x \\ -3x & 2x & -x & x & 1 \\ 1 & 1 & 4x & 5x & -2x \end{vmatrix}.$$

5. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & a & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

не изменяется, если прибавить ко всем элементам её второй строки одно и то же число. Найдите это число a.

6. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Определите все значения параметра $a \in \mathbb{Z}$, при которых матрица A^{-1} существует и имеет целый отрицательный определитель. Для каждого найденного значения a укажите также саму матрицу A^{-1}.

Контрольная работа 1

Вариант 4

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите все матрицы $X \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению $XA = B + AX$.

2. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 8 \\ 5 & 6 & c & 4 \\ 3 & -1 & -5 & 7 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ d \end{pmatrix}.$$

Определите все значения параметров c и d, при которых система $Ax = b_1$ несовместна, а система $Ax = b_2$ совместна. Для всех найденных наборов значений параметров выпишите общее решение системы $Ax = b_2$.

3. Существует ли нечётная перестановка $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 8 & * & * & 4 & 6 & * \end{pmatrix}$, для которой $\sigma^{196} = \sigma$?

4. Найдите коэффициент при x^1 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} x & 3x & 1 & -2x & 2x \\ 1 & 2x & x & 4x & -5x \\ 1 & x & 1 & 5x & 1 \\ 3x & 1 & -x & 2x & -3x \\ -x & -2x & 4x & 1 & -2x \end{vmatrix}.$$

5. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & 0 \\ a & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

не изменяется, если прибавить ко всем элементам её третьей строки одно и то же число. Найдите это число a.

6. Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ a & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Определите все значения параметра $a \in \mathbb{Z}$, при которых матрица A^{-1} существует и имеет целый отрицательный определитель. Для каждого найденного значения a укажите также саму матрицу A^{-1}.