

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_3 + bx_4 = 6, \\ 3x_2 - x_3 - x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = -2, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 6x_4 = -1. \end{cases}$$

Найдите все значения параметров a и b , при которых эта система имеет хотя бы три решения, и выпишите общее решение системы для найденных значений параметров.

2. Решите уравнение $AX - 2X^T A^T - B + 2B^T = 0$ относительно неизвестной матрицы X , где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Существует ли такая нечётная перестановка $\sigma \in S_7$, что перестановка σ^{72} является решением уравнения

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 7 & 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 2 & 6 & 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}?$$

Если существует, то предъявите её.

4. Найдите коэффициент при x^4 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x & -2 & x \\ x & 2 & 0 & 4 & 5 \\ x & 1 & x & 5 & 2 \\ 3 & x & -1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & x & -2 \end{vmatrix}.$$

5. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & a & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

увеличивается на 3, если прибавить единицу ко всем элементам её четвёртого столбца. Найдите это число a .

6. Про матрицу $A \in M_4(\mathbb{R})$ известно, что она обратима и

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -4 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно ли в третьем столбце матрицы A изменить один элемент таким образом, чтобы полученная матрица стала необратимой? Ответ обоснуйте.

1	2	3	4	5	6	Σ

Контрольная работа 1**Вариант 2**

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_3 + bx_4 = 4, \\ 4x_2 - x_3 + 7x_4 = -8, \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$$

Найдите все значения параметров a и b , при которых эта система имеет хотя бы три решения, и выпишите общее решение системы для найденных значений параметров.

2. Решите уравнение $2AX - X^T A^T - 2B + B^T = 0$ относительно неизвестной матрицы X , где $A =$

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Существует ли такая нечётная перестановка $\sigma \in S_7$, что перестановка σ^{68} является решением уравнения

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 6 & 1 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}?$$

Если существует, то предъявите её.

4. Найдите коэффициент при x^4 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & x & 4 \\ 2 & -3 & x & 4 & -5 \\ 0 & x & 1 & x & 1 \\ -3 & 2 & -1 & 1 & x \\ x & x & 4 & 5 & -2 \end{vmatrix}.$$

5. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & a & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

увеличивается на 4, если прибавить единицу ко всем элементам её первого столбца. Найдите это число a .

6. Про матрицу $A \in M_4(\mathbb{R})$ известно, что она обратима и

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Можно ли в третьем столбце матрицы A изменить один элемент таким образом, чтобы полученная матрица стала необратимой? Ответ обоснуйте.

1	2	3	4	5	6	Σ

Контрольная работа 1**Вариант 3**

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_3 + bx_4 = 6, \\ 3x_2 - x_3 - 5x_4 = 3, \\ -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 4, \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -1. \end{cases}$$

Найдите все значения параметров a и b , при которых эта система имеет хотя бы три решения, и выпишите общее решение системы для найденных значений параметров.

2. Решите уравнение $AX - 2X^T A^T - B + 2B^T = 0$ относительно неизвестной матрицы X , где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Существует ли такая нечётная перестановка $\sigma \in S_7$, что перестановка σ^{62} является решением уравнения

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 2 & 3 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 6 & 7 & 2 \end{pmatrix}?$$

Если существует, то предъявите её.

4. Найдите коэффициент при x^4 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & -2 & x \\ 2 & -3 & x & x & 1 \\ 2 & x & 3 & 1 & -5 \\ x & -4 & 4 & 0 & 1 \\ x & 5 & 2 & x & -2 \end{vmatrix}.$$

5. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & a & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

увеличивается на 2, если прибавить единицу ко всем элементам её первого столбца. Найдите это число a .

6. Про матрицу $A \in M_4(\mathbb{R})$ известно, что она обратима и

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно ли во втором столбце матрицы A изменить один элемент таким образом, чтобы полученная матрица стала необратимой? Ответ обоснуйте.

1	2	3	4	5	6	Σ

Контрольная работа 1

Вариант 4

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} ax_3 + bx_4 = 4, \\ -2x_2 + x_3 + 5x_4 = -2, \\ -4x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

Найдите все значения параметров a и b , при которых эта система имеет хотя бы три решения, и выпишите общее решение системы для найденных значений параметров.

2. Решите уравнение $2AX - X^T A^T - 2B + B^T = 0$ относительно неизвестной матрицы X , где $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Существует ли такая нечётная перестановка $\sigma \in S_7$, что перестановка σ^{78} является решением уравнения

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 4 & 3 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}?$$

Если существует, то предъявите её.

4. Найдите коэффициент при x^4 в выражении определителя

$$\begin{vmatrix} x & 2 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & x & 3 & -1 \\ x & -3 & 1 & x & 0 \\ 3 & -3 & 2 & x & x \\ -1 & x & 1 & 5 & -2 \end{vmatrix}.$$

5. Некоторое число $a \in \mathbb{R}$ таково, что определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & 0 \\ a & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

увеличивается на 1, если прибавить единицу ко всем элементам её четвёртого столбца. Найдите это число a .

6. Про матрицу $A \in M_4(\mathbb{R})$ известно, что она обратима и

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Можно ли в первом столбце матрицы A изменить один элемент таким образом, чтобы полученная матрица стала необратимой? Ответ обоснуйте.

1	2	3	4	5	6	Σ