Микроэкономика 1

Лекция 7

Морфий

Группа БЭАД242

Лекция 7.

Сравнительная статика маршаллианского спроса: уравнение (тождество) Слуцкого

$N = 2$. Предположим, что меняется одна из цен, доход и другая цена остаются неизменными. Как меняется объём спроса на благо при изменении его цены?

- меняется покупательная способность фиксированная дохода
- меняется пропорция замещения благ по рыночным ценам

Подход Слуцкого для того, чтобы отделить один эффект от другого (декомпозиция по Слуцкому): одновременно с изменением цены так корректировать доход потребителя, чтобы при новых ценах был в точности доступен исходный выбор потребителя.

Пусть $m > 0$ — доход потребителя,

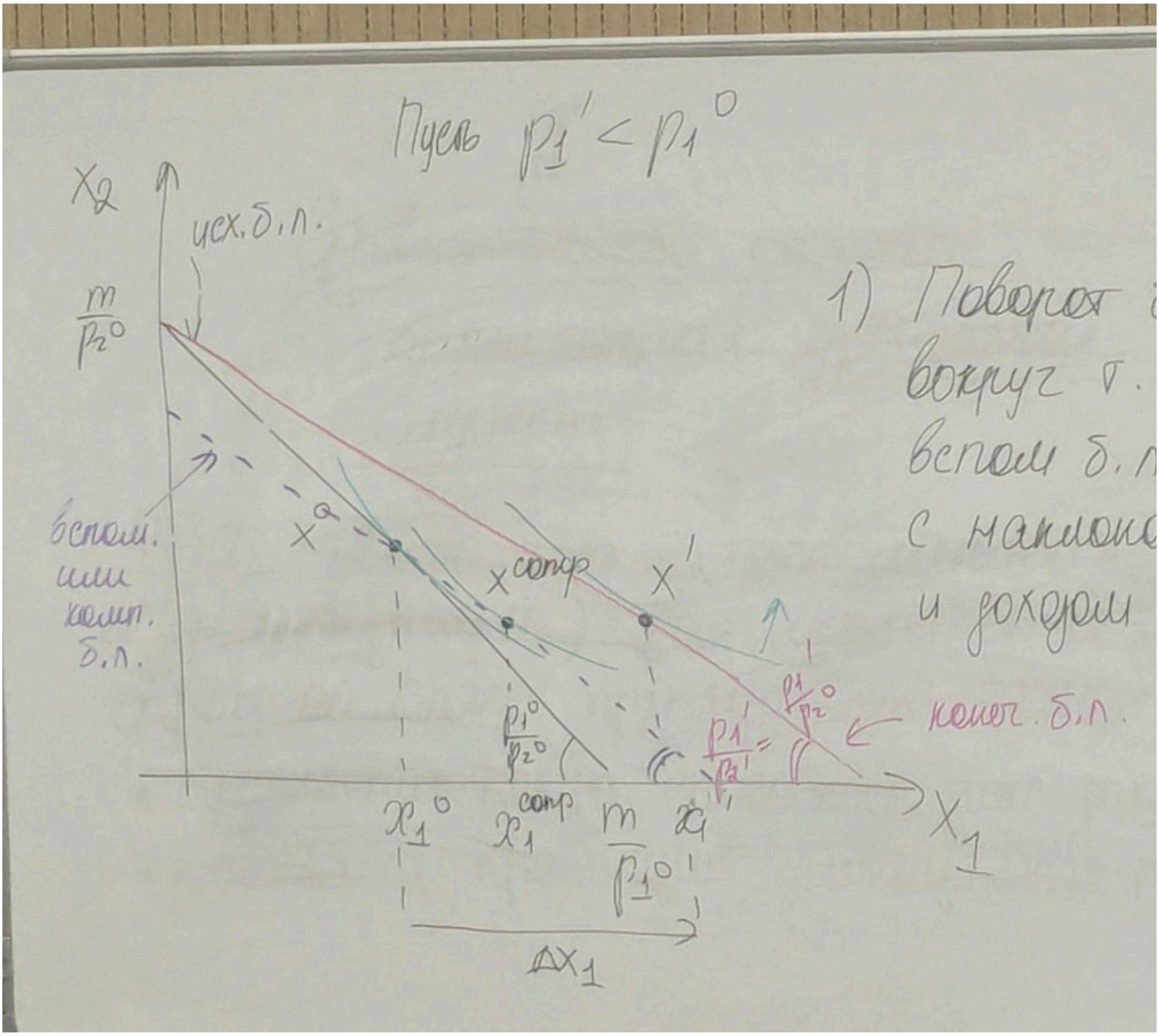
$p^0 = (p_1^0, p_2^0)$ — исходный вектор цен,

$p' = (p_1', p_2')$ — новый вектор цен, где $p_2' = p_2^0, p_1^0 \neq p_1'$,

$x^0 = x(p^0, m)$ — исходнвый выбор,

$x' = x(p', m)$ — выбор при новых ценах (конечный выбор)

Будем считать, что предпочтения монотонны или таковы, что выбор лежит на бюджетной линии.



Происходит следующее:
1) Поворот бюджетной линии вокруг т. x^0. Получается вспомогательная бюджетная линия с наклоном $-\frac{p_1'}{p_2'}$ и доходом m^{comp}
2) На вспомогательной бюджетной линии выбор потребителя — $x^{\text{comp}} = x(p', m^{\text{comp}})$.
3) Сдвиг бюджетной линии от вспомогательной до конечной — цены неизменные, меняется только доход.

Подробнее.
1) Корректируем доход так, чтобы при p' был в точности доступен исходный выбор x^0. Этот новый доход называем m^{comp}.

$$m^{\text{comp}} = p'x^0 = p_1'x_1^0 + p_2'x_2^0$$

Так как выбор на бюджетной линии, то

$$p^0x^0 = m = p_1^0x_1^0 + p_2^0x_2^0$$

Тогда

$$\Delta m = m^{\text{comp}} - m = x_1^0(p_1' - p_1^0) = x_1^0\Delta p_1$$

Отсюда видим, что корректировка дохода имеет тот же знак, что и изменение цены.
2) На вспомогательной бюджетной линии при ценах p' и m^{comp} определяем выбор $x^{\text{comp}} = x(p', m^{\text{comp}})$ — компенсированный (по Слуцкому) спрос.
3) $\Delta x_1^{\text{SE}} = x_1^{\text{comp}} - x_1^0 = x_1(p', m^{\text{comp}}) - x_1(p^0, m)$ — изменение величины спроса на первое благо в силу эффекта замещения (substitution effect) по Слуцкому, то есть в силу пропорции замещения благ при неизменной покупательной способности дохода.
4) $\Delta x_1^{\text{IE}} = x_1' - x_1^{\text{comp}} = x_1(p', m) - x_1(p', m^{\text{comp}})$ — изменение величины первого блага в силу эффекта замещения (income ffect) по Слуцкому, то есть при изменении покупательной способности дохода и неизменных ценах.
5) Уравнение (тождество) Слуцкого в абсолютных изменениях:

$$x_1' - x_1^0 = \Delta x_1 = \Delta x_1^{\text{SE}} + \Delta x_1^{\text{IE}}$$

Пример. КБ

$u(x) = x_1x_2$, $m = 16$, $p^0 = (2, 2)$, $p' = (1, 2)$.
- исходный выбор:

$$x_1^0 = \frac{m}{2p_1} = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2^0 = \frac{m}{2p_2} = \frac{16}{4} = 4$$

$$x^0 = (4, 4)$$

- конечнвый выбор:

$$x_1' = \frac{m}{2}p_1' = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_2' = 4$$

$$x' = (8, 4)$$

Видим, что

$$\Delta x_1 = x_1' - x_1^0 = 8 - 4 = 4$$

Компенсированный доход:

$$m^{\text{comp}} = p_1' x_1^0 + p_2' x_2^0 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 12 < m = 16$$

$$x_1^{\text{comp}} = \frac{m^{\text{comp}}}{2p_1'} = \frac{12}{2 \cdot 1} = 6$$

$$x_2^{\text{comp}} = \frac{m^{\text{comp}}}{2p_2'} = \frac{12}{2 \cdot 2} = 3$$

Тогда

$$\Delta x_1^{\text{SE}} = x_1^{\text{comp}} - x_1^0 = 6 - 4 = 2$$

$$\Delta x_1^{\text{IE}} = x_1' - x_1^{\text{comp}} = 8 - 6 = 2$$

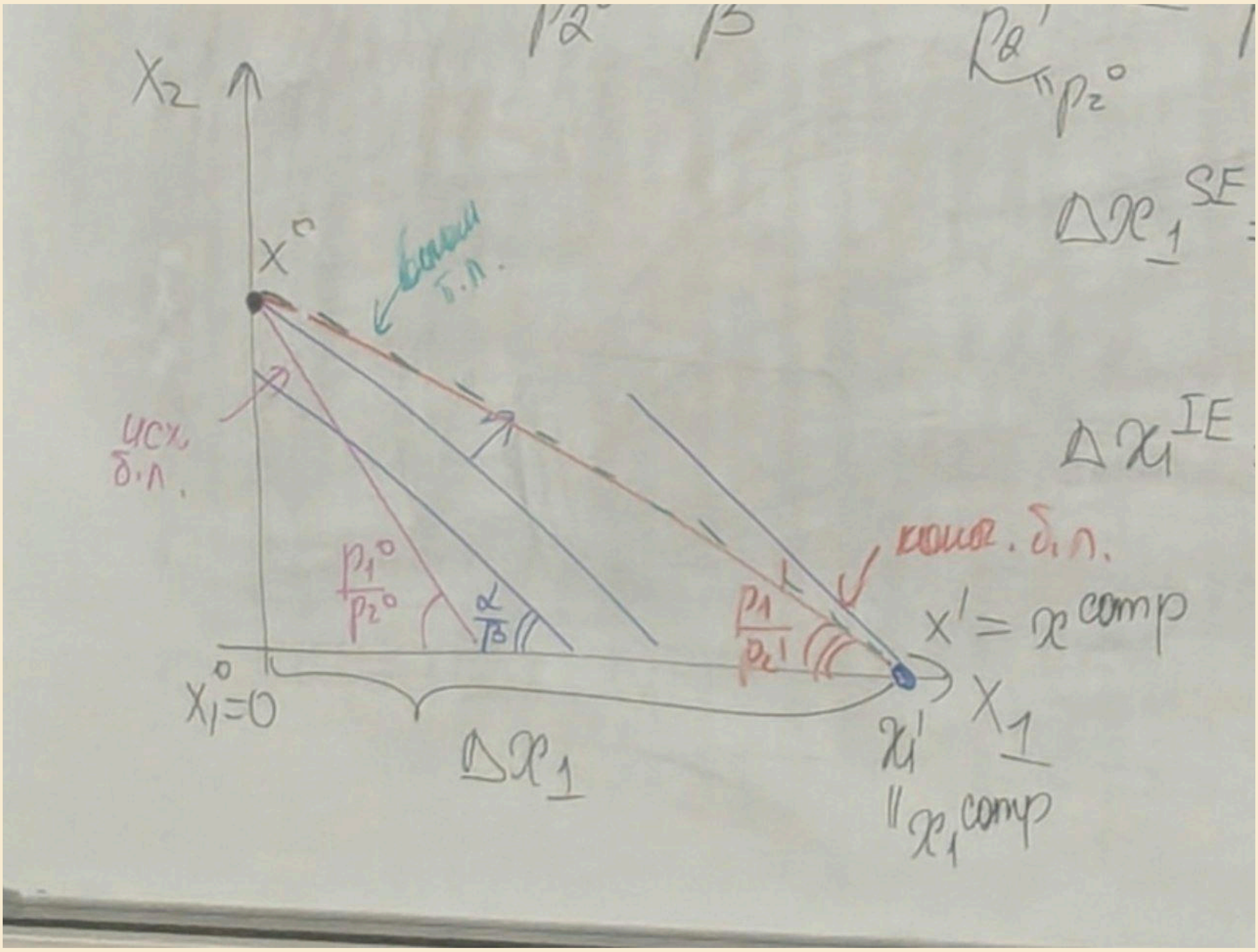
Пример. Субституты

$u(x) = \alpha x_1 + \beta x_2, \alpha, \beta > 0$ Пусть

$$\frac{p_1^0}{p_2^0} > \frac{\alpha}{\beta}, \quad \frac{p_1'}{p_2'} < \frac{\alpha}{\beta}$$

Тогда (см. картинку):
$x_1^0 = 0$,
$x_1' = x_1^{\text{comp}} = \frac{m}{p_1'}$. Тогда

$$\Delta x_1^{\text{SE}} = \Delta x_1^{\text{comp}} - x_1^0 = x_1' - x_1^0 = \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1^{\text{IE}} = 0$$



Анализ уравнения (тождества) Слцукого в абсолютных изменениях

1)

Утверждение.

Изменения объёма спроса в силу эффекта замещения противонаправлено изменению цены. То есть,

- если $p_1' < p_1^0$, то $\Delta x_1^{\text{SE}} \geqslant 0 \Leftrightarrow x_1^{\text{comp}} \geqslant x_1^0$,
- если $p_1' > p_1^0$, то $\Delta x_1^{\text{SE}} \leqslant 0 \Leftrightarrow x_1^{\text{comp}} \leqslant x_1^0$

или, если $\Delta p_1 = p_1' - p_1^0$, то

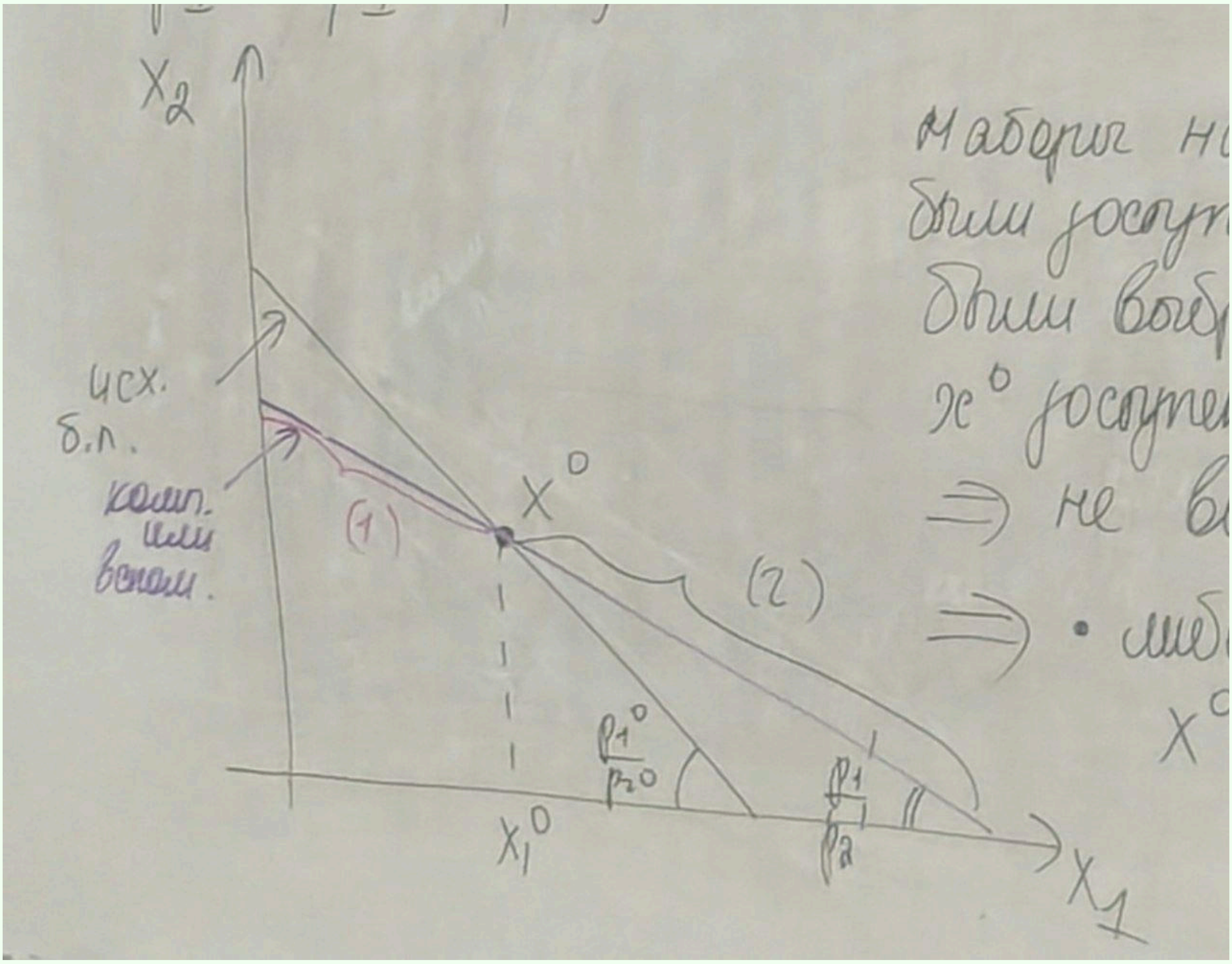
$$\frac{\Delta x_1^{\text{SE}}}{\Delta p_1} \leqslant 0$$

Доказательство:

Пусть $p_1' < p_1^0$, пусть $x^0 \gg 0$.

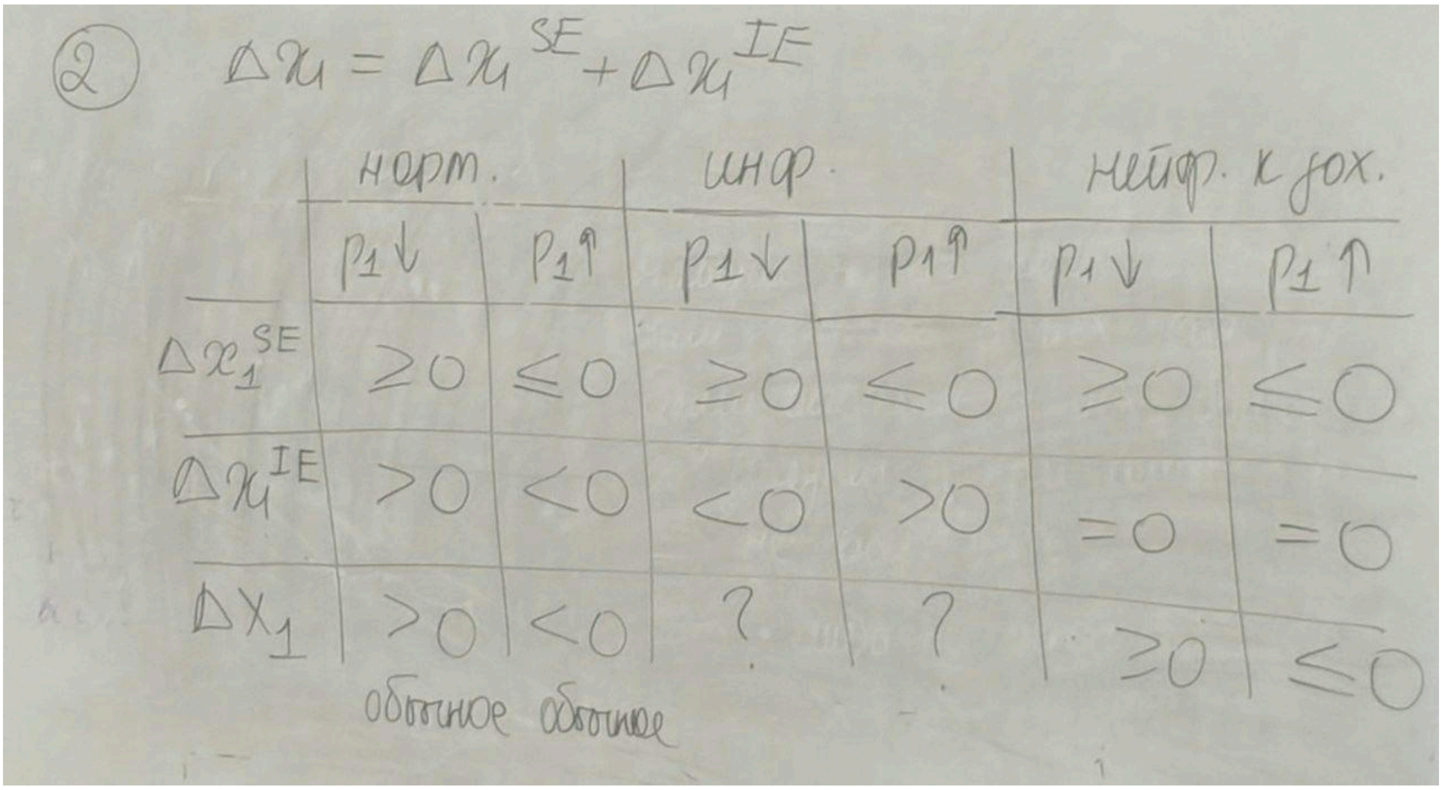
Наборы на участке (1) компенсированной бюджетной линии были доступны в исходной системе, но не были выбраны, а исхондый выбор x^0 доступен и при компенсированной бюджетной линии. Тогда согласно WARP выбор потребителя не может лежать на участке (1).

Значит, на вспомогательной бюджетной линии потребитель выбирает или набор x^0, или набор правее x^0 на участке (2), значит, $\Delta x_1^{\text{SE}} \geqslant 0$.



Аналогично если $p_1' > p_1^0$.

(мне лень рисовать табличку)



2 $\Delta x_1 = \Delta x_1^{SE} + \Delta x_1^{IE}$

	норм.		инф.		нейтр. к дох.	
	$p_1\downarrow$	$p_1\uparrow$	$p_1\downarrow$	$p_1\uparrow$	$p_1\downarrow$	$p_1\uparrow$
Δx_1^{SE}	≥ 0	≤ 0	≥ 0	≤ 0	≥ 0	≤ 0
Δx_1^{IE}	>0	<0	<0	>0	$=0$	$=0$
Δx_1	>0	<0	?	?	≥ 0	≤ 0
	обычное	обычное				

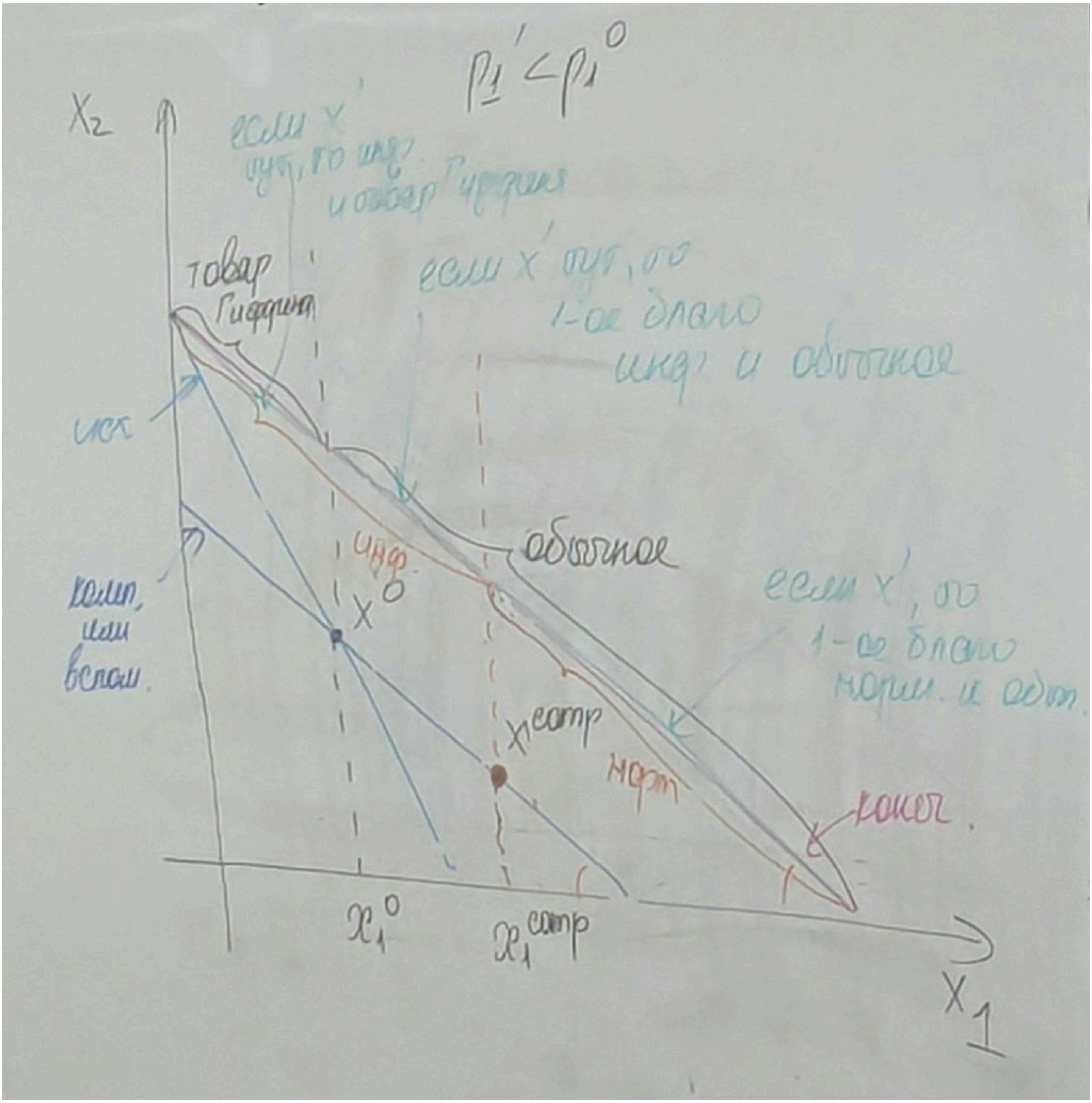
Выводы:

1) Если благо нормальное, то оно обычное (знаки эффектов однонаправлены)

2) Если благо инфериорное, оно может быть как обычным, так и товаром Гиффена:

- если доминирует IE, то товар Гиффена,
- если доиминирует SE, то обычное благо.

2.1) Товар Гиффена обязательно является инфериорным благом, но инфериорное не обязательно является товаром Гиффена.


$p_1' < p_1^0$
X_2
X_1
товар Гиффина
исх
комп. или вспом.
инф
обычное
норм
конеч.
x^0
x^{comp}
x_1^0
x_1^{comp}

Замечание про уравнение слуцкого в виде отношения изменений.

Имеем

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^{\text{SE}} + \Delta x_1^{\text{IE}} \ \ (*)$$

Разделим обе части $(*)$ на $\Delta p_1 = p_1' - p_1^0$:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^{\text{SE}}}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^{\text{IE}}}{\Delta p_1}$$

Рассмотрим второе слагаемое:

$$\frac{\Delta x_1^{\text{IE}}}{\Delta p_1} = \frac{x_1' - x_1^{\text{comp}}}{p_1' - p_1^0} = \frac{x_1(p', m) - x_1(p', m^{\text{comp}})}{p_1' - p_1^0}$$

Пусть

$$\Delta x_1^m = -\Delta x_1^{\text{IE}} = x_1^{\text{comp}} - x_1' = x_1(p', m^{\text{comp}}) - x_1(p'm)$$

$$\Delta m = m^{\text{comp}} - m = p'x^0 - p^0x^0 = x_1^0(p_1' - p_1^0) \Rightarrow \Delta m = x_1^0 \Delta p_1 \Rightarrow \Delta p_1 = \frac{\Delta m}{x_1^0}$$

Тогда

$$\frac{\Delta x_1^{\text{IE}}}{\Delta p_1} = -\frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1} = -x_1^0 \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} = -x_1^0 \frac{x_1(p', m^{\text{comp}}) - x_1(p', m)}{m^{\text{comp}} - m}$$

Окончательно уравнение (тождетсво) Слуцкого в относительных изменениях:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^{\text{SE}}}{\Delta p_1} - x_1^0 \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}$$

Замечания.

1) $\dfrac{\Delta x_1^{\text{SE}}}{\Delta p_1} \leqslant 0$ — эффект замещения

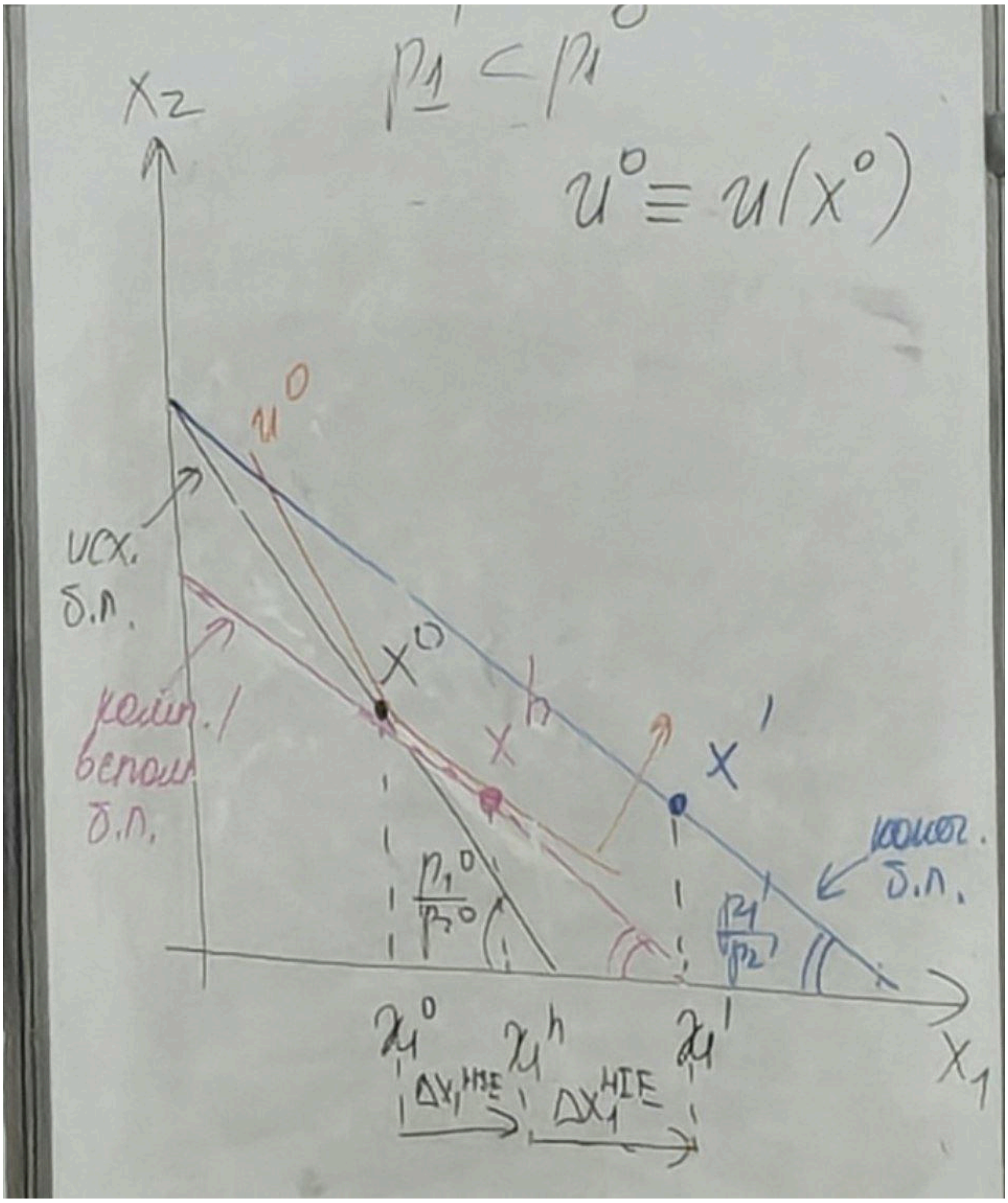
2) $-x_1^0 \dfrac{\Delta x_1^m}{\Delta m}$ — эффект дохода. Знак минус отражает тот факт, что изменение покупательной способности дохода противонаправлено изменению цены.

- для нормального блага и $x_1^0 > 0$ эффект дохода отрицательный, следовательно, знаки эффекта замещения и дохода совпадают.
- для инфериорного блага и $x_1^0 > 0$ эффект дохода положительный, знаки эффектов разнонаправлены.
- чем больше x_1^0, тем значимее эффект дохода.

Декомпозиция по Хиксу.

Слуцкий: чтобы отделить эффекты одновременно с изменением цены так изменить доход, чтобы при новых ценах в точности был доступен исходный набор x^0.

Хикс: такая корректировка дохода, чтобы при новых ценах был доступен исходный уровень *благосостояния*



x^h — компенсированный выбор по Хиксу: $u(x^0) = u(x^h)$
m^h — компенсированный доход по Хиксу: $m^h = p' \cdot x^h$,

$$\Delta x\mathrm{HSE}_1 = x_1^h - x_1^0$$

$$\Delta x_1^{\mathrm{HIE}} = x_1' - x_1^h$$

Тогда уравнение (тождество) Слуцкого при декомпозиции по Хиксу в абсолютных изменениях:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^{\mathrm{HSE}} + \Delta x_1^{\mathrm{HIE}}$$

- $\Delta x_1^{\mathrm{HSE}}$ — эффект замещения по Хиксу — изменения величины спроса на благо в силу изменения пропорции замещения благ при неизменном уровне благосостояния. Аналогично SE противонаправлен изменению цены.
- $\Delta x_1^{\mathrm{HIE}}$ — эффект дохода по Хиксу — изменения величины спроса на благо в силу изменения покупательной способности дохода при неизменных ценах.

Пример.

$u(x) = x_1 x_2$, $m = 16$, $p^0 = (2, 2)$, $p' = (1, 2)$,
$x^0 = (4, 4), x' = (8, 4)$.
x^h –?, m^h –?

$$\begin{cases} u(x^h) = u(x^0) \\ MRS_{12}(x^h) = \frac{p_1'}{p_2'} \\ m^h = p_1' x_1^h + p_2' x_2^h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^h x_2^h = 16 \\ \frac{x_2^h}{x_1^h} = \frac{1}{2} \\ m^h = p_1' x_1^h + p_2' x_2^h \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1^h \cdot \frac{x_1^h}{2} = 16$$

$$\left(x_1^h\right)^2 = 32$$

$$x_1^h = 4\sqrt{2} \Rightarrow x_2^h = 2\sqrt{2}$$

$$m^h = 1 \cdot 4\sqrt{2} + 2 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

Тогда

$$\Delta x_1^{\text{HSE}} = x_1^h - x_1^0 = 4\sqrt{2} - 4 \approx 1.6$$

$$\Delta x_1^{\text{HIE}} = x_1' - x_1^h = 8 - 4\sqrt{2} \approx 2.4$$