

Микроэкономика 1

Лекция 15
28-29.04.2025

Морфий

Группа БЭАД242

Лекция 15. Равновесие и оптимальность (продолжение)

Напоминание.

Утверждение. Первая теорема благосостояния

Пусть предпочтения потребителей монотонны, и (\tilde{x}, \tilde{p}) — равновесие по Вальрасу. Тогда \tilde{x} — ПО.

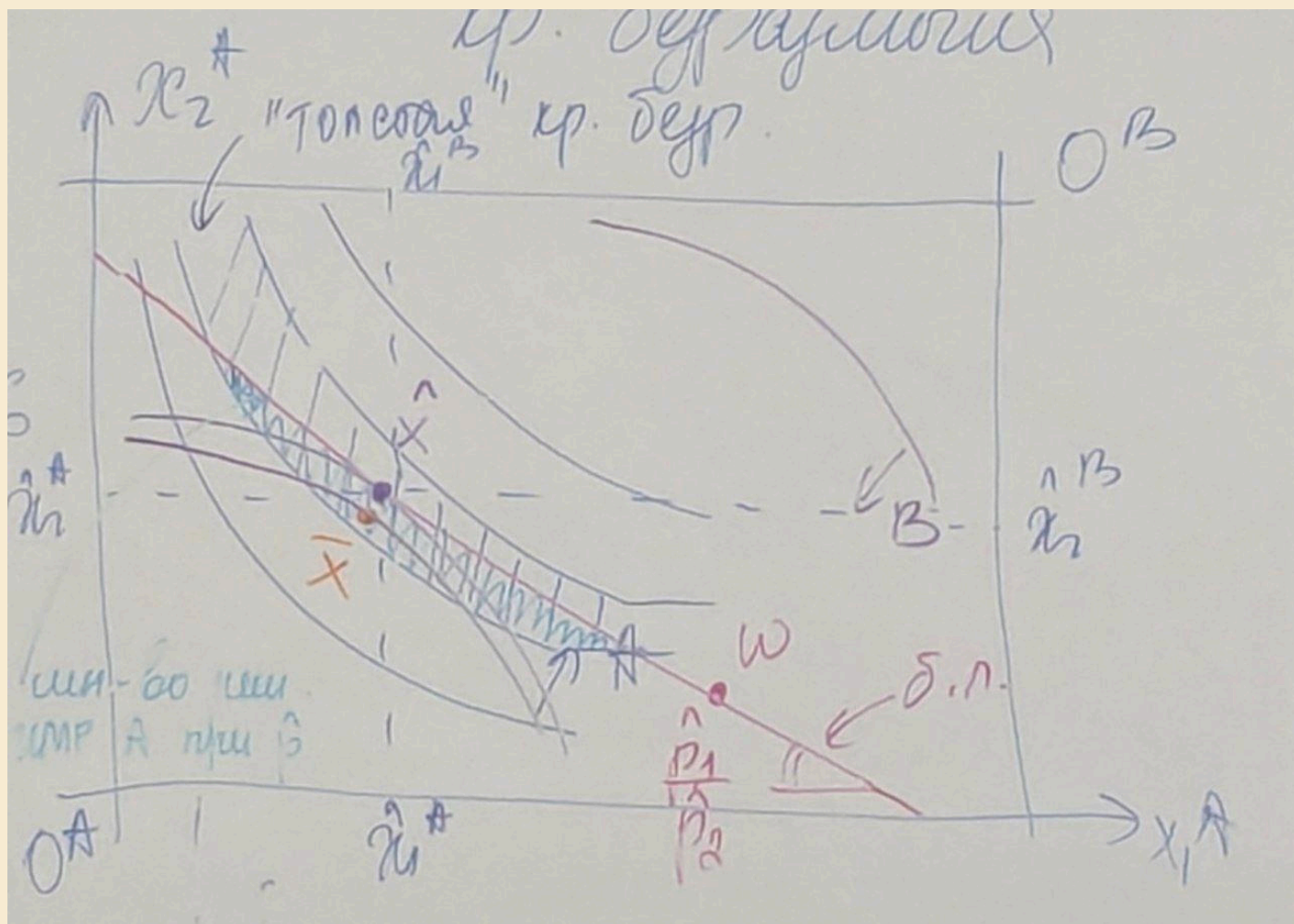
1)

Пример. Предпочтения с "толстой" кривой безразличия

Пусть:

$$u^A = \begin{cases} x_1^A x_2^A, & x_1^A x_2^A < 3 \\ 3, & 3 \leq x_1^A x_2^A \leq 6 \\ x_1^A x_2^A - 3, & x_1^A x_2^A > 6 \end{cases}$$

Тогда у A не монотонные предпочтения. Пусть у B строго монотонные строго выпуклые предпочтения. Пусть например получится вот такая картина:



- \hat{x} — равновесие по Вальрасу, но не ПО, так как есть \bar{x} — пример ПУ для \hat{x} .

2) Если выполнены условия первой теоремы благосостояния, то равновесным распределением может быть только ПО.

3) Важны институциональные предпосылки:

- конкурентность (цены заданные)
- отсутствие экстерналий
- отсутствие асимметрии информации

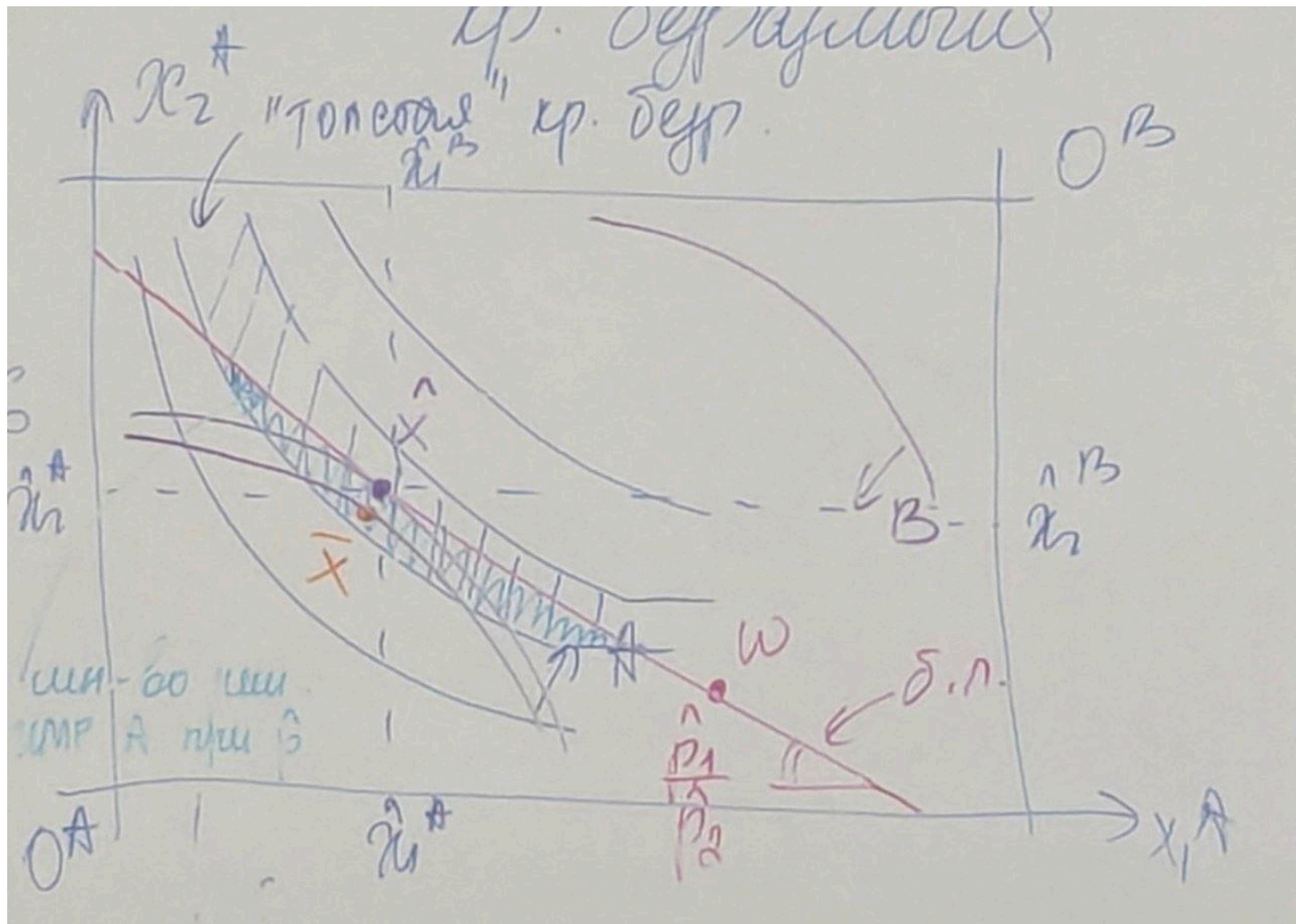
Вторая теорема благосостояния.

Идея:

Пусть предпочтения потребителей «хорошие», то есть строго выпуклые и строго монотонные. Тогда точка пересечения бюджетной линии с множеством ПО будет равновесным распределением по Вальрасу при соответствующих ценах.

Наоборот, если \bar{x} — ПО, то \bar{x} будет равновесным распределением при отношении цен, равному $MRS_{12}^A = MRS_{12}^B$.

Чтобы сдвинуть бюджетную линию в необходимую точку \bar{x} , если изначальная бюджетная линия не проходит через точку первоначального запаса, нужно произвести паупальную трансферту: на одного налог, на другого — субсидия в том же объёме.



Определение.

Набор $(\tilde{x}, \tilde{p}, \tilde{T})$ называется равновесием по Вальрасу в экономике с трансфертами, если:

1) $\forall k$ набор \tilde{x}^k является решением UMP потребителя k :

$$\begin{cases} u^k(x^k) \rightarrow \max_{x^k \geq 0} \\ px^k \leq p\omega^k + T^k \end{cases}$$

при \bar{p} и \bar{T}^K .

2) Рынки уравновешены, то есть

$$\forall i \sum_k \tilde{x}_i^k = \sum_k \omega_i^k$$

3) Финансовый баланс:

$$\sum_k \tilde{T}^k = 0$$

Утверждение. Вторая теорема благосостояния

Пусть предпочтения потребителей строго монотонные, выпуклы и представимы дифференцируемыми функциями полезности.

Пусть \bar{x} — внутренний ПО. Тогда найдутся такие положительные цены \bar{p} , при которых \bar{x} реализуемо как равновесие в экономике с трансфертами, где трансфер потребителю k : $\bar{T}^k = \bar{p} \cdot \bar{x}^k - \bar{p} \cdot \omega^k$

Доказательство:

\bar{x} — внутренний ПО, предпочтения строго монотонны, выпуклые, функция полезности дифференцируема. Тогда $MRS_{12}^A(\bar{x}^A) = MRS_{12}^B(\bar{x}^B)$ и $\bar{x}_i^A + \bar{x}_i^B = \bar{\omega}_i$.

Возьмём $\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} = MRS_{12}^A(\bar{x}^A) = MRS_{12}^B(\bar{x}^B)$, $\bar{T}^k = \bar{p} \cdot \bar{x}^k - \bar{p} \cdot \omega^k$.

1) Рациональность потребителя k : $\bar{x}^k > 0$, предпочтения строго монотонны, выпуклы, значит, $\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} = MRS_{12}^k(\bar{x}^k)$ — необходимое и достаточное условие внутреннего решения UMP.

Бюджетное ограничение выполняется как равенство: $\bar{p} \cdot \bar{x}^k = \bar{p} \cdot \omega^k + \bar{p} \cdot \bar{x}^k - \bar{p} \cdot \omega^k = \bar{p} \cdot \omega^k - \bar{T}^k$. Выполняется.

2) Рынки уравновешены в силу допустимости ПО: $\bar{x}^A + \bar{x}^B = \bar{\omega}$

3) Финансовый баланс:

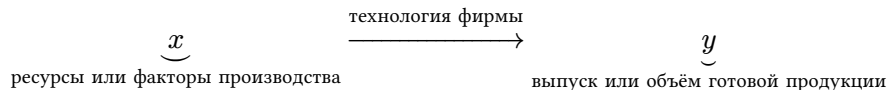
$$\bar{T}^A + \bar{T}^B = \bar{p} \cdot (\bar{x}^A + \bar{x}^B - \omega^A - \omega^B) = 0$$

■

Идея решения подобных задач приведена в доказательстве.

Теория поведения фирмы.

Описание технологии.



x : либо скаляр — однофакторная фирма,

либо вектор, где $x_i \geq 0$ — объём использования i -го фактора производства.

$y \geq 0$ — уровень выпуска некоторой продукции *однопродуктовой* фирмы.

Определение.

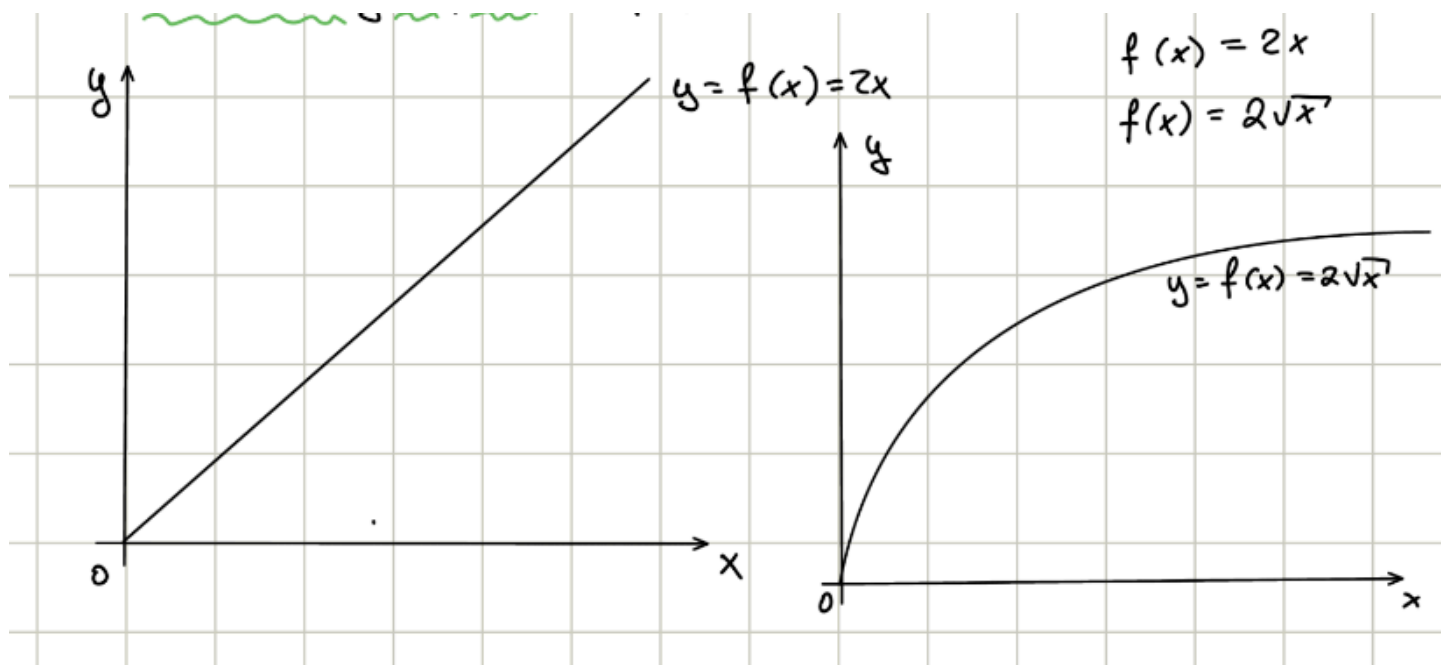
Производственная функция $f(x)$ показывает, какой *максимальный* уровень выпуска можно произвести, используя x факторов производства, то есть $y \leq f(x)$.

Предпосылки относительно $f(x)$:

- возрастает (для однофакторной) по x , не убывает по x (если факторов больше 1),
- непрерывна
- $f(0) = 0$

Графическая иллюстрация.

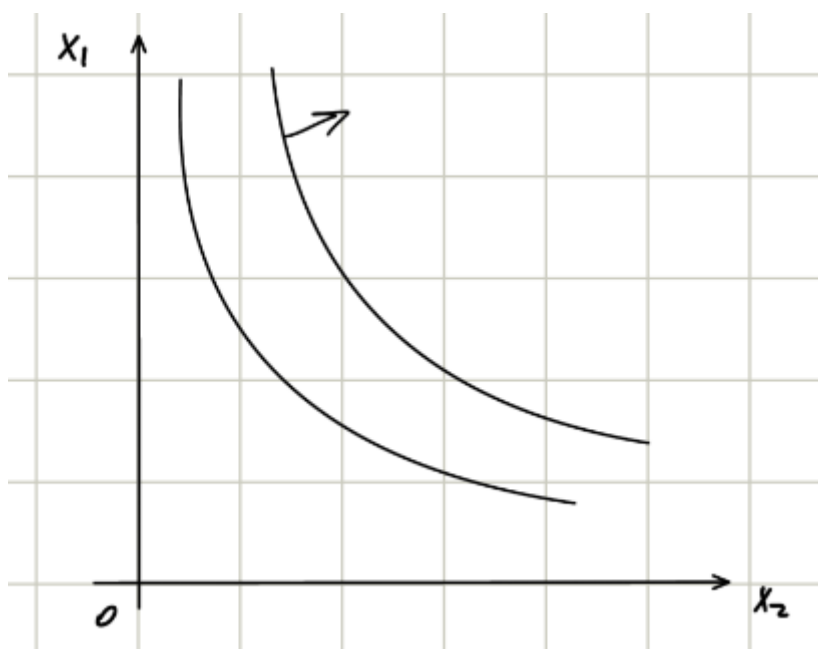
1) $N = 1$ — однофакторная фирма. Например, $f(x) = 2x, f(x) = 2\sqrt{x}$. В этом случае можно нарисовать график производственной функции в осях Oxy :



2) $N = 2$. В этом случае можно изобразить линии уровня производственной функции в осях Ox_1x_2 — изокванты.

Определение.

Изокванта — множество комбинаций факторов, которые позволяют производить один и тот же максимальный уровень выпуска.



Пример.

$f(x) = \min\{x_1, \frac{x_2}{4}\}$ (один стул — 1 сиденье и 4 ножки).

Но $f(x) = \min\{4x_1, x_2\}$ не подходит, т.к. $f(1, 1) \neq \min\{4, 1\} = 1$ (одной ножки не хватит)

Можно сказать, что в записи $f(x)$ нет произвола в терминах положительного монотонного преобразования, в отличие от функции полезности.

Пример.

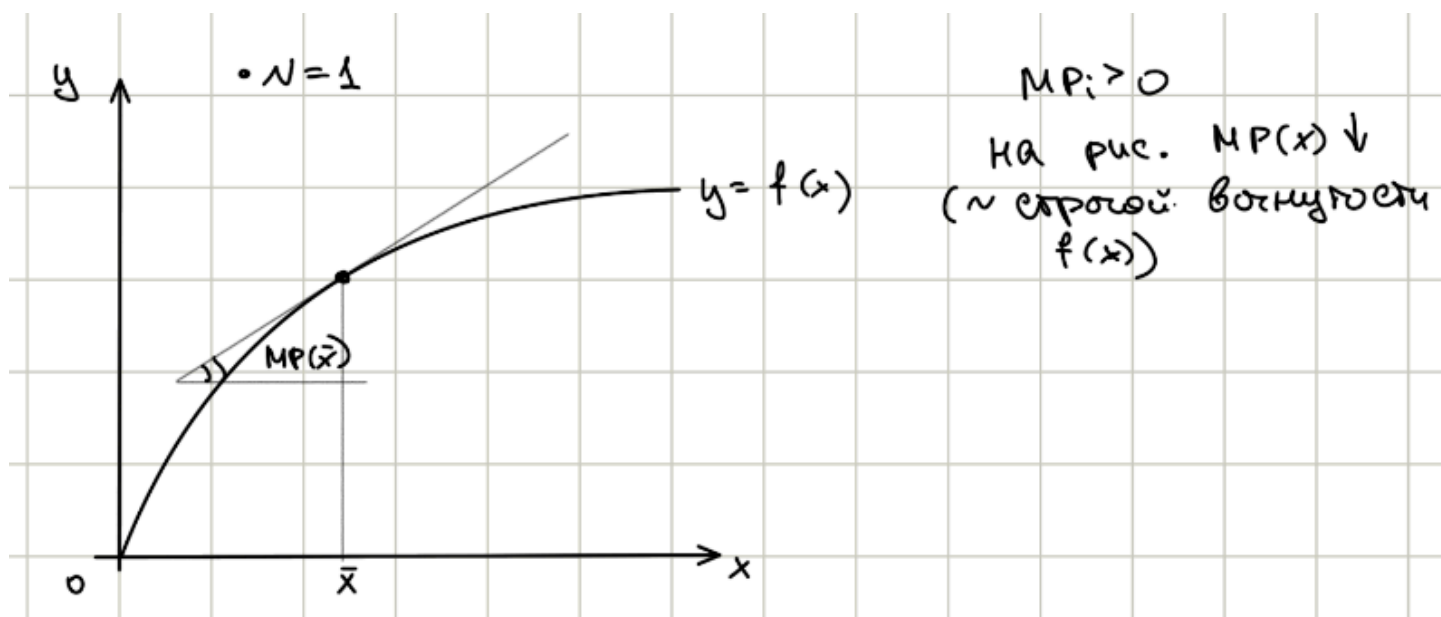
- 1) $f(x) = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}$ — для производства 1 единицы готовой продукции требуется α единиц 1-го и β единиц 2-го фактора.
- 2) $f(x) = \alpha x_1 + \beta x_2$ — факторы взаимозаменяемы ($\frac{1}{\alpha}$ единиц 1-го фактора можно заменить на $\frac{1}{\beta}$ единиц второго)
- 3) $f(x) = Ax_1^\alpha x_2^\beta, \alpha, \beta > 0$ — функция Кобба-Дугласа, $A = f(1, 1)$ (график на рис. выше)

Предельный и средний продукт фактора.

1) Предельный продукт фактора (MP):

$$MP_i = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$$

показывает, на сколько малых единиц увеличится (снижится) выпуск при увеличении (уменьшении) количества i -го фактора на малую единицу и неизменном количестве других факторов.



Пример.

$$f(x) = Ax_1^\alpha x_2^\beta$$

$$MP_1(x) = Ax_2^\beta \cdot \alpha \cdot x_1^{\alpha-1} > 0$$

$$MP'_1(x) = Ax_2^\beta (\alpha - 1) \alpha x_1^{\alpha-2} \quad \begin{cases} > 0 \text{ при } \alpha > 1 \\ = 0 \text{ при } \alpha = 1 \\ < 0 \text{ при } \alpha < 1 \end{cases}$$

Определение.

Средний продукт (AP — average product)

$$AP_i = \frac{f(x)}{x_i}$$

АР и МР

Утверждение.

Пусть функции дифференцируемы. Тогда:

- если $AP(x) \downarrow$, то $AP(x) > MP(X)$,
- если $AP(x) \uparrow$, то $AP(x) < MP(x)$
- если $AP(x) = const$, то $AP(x) = MP(X)$

Доказательство.

$$AP'(x) = \left(\frac{f(x)}{x} \right)' = \frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2} = \frac{f'(x) - \frac{f(x)}{x}}{x} = \frac{MP(x) - AP(x)}{x}$$

Отсюда следует требуемое.

Предельная норма технологического замещения.

Определение.

$MRTS_{12}$ (marginal rate of technological substitution) — предельная норма технологического замещения 2-го фактора 1-ым.

$$MRTS_{12}(x) = \frac{MP_1(x)}{MP_2(x)}$$

это наклон изокванты в пространстве факторов (x_1, x_2) , взятый с обратным знаком:

$$-MRTS_{12}(x) = \frac{dx_2}{dx_1}$$

Показывает какое количество малых единиц 2-го фактора можно заменить малой единицей 1-го фактора так, чтобы остаться на той же изокванте.

Отдача от масштаба

Определение.

Производственная функция $f(x)$ характеризуется:

- CRTS (постоянная отдача от масштаба), если

$$f(tx) = tf(x), \forall t > 0$$

- DRTS (убывающая отдача от масштаба), если

$$\forall t > 1 \quad f(tx) < tf(x)$$

- IRTS (возрастающая отдача от масштаба), если

$$\forall t > 1 \quad f(tx) > tf(x)$$

Пример.

КД

$$f(x) = Ax_1^\alpha x_2^\beta$$

$$f(tx) = At^{\alpha+\beta} x_1^\alpha x_2^\beta = f(x) \cdot t^{\alpha+\beta}$$

Если $\alpha + \beta > 1$, IRTS,
Если $\alpha + \beta = 1$, CRTS,
Если $\alpha + \beta < 1$, DRTS