Микроэкономика 1

Лекция 11

Морфий

Группа БЭАД242

Оценка благосостояния.

Будем считать, что предпочтения потребителя монотонны и представимы непрерывной функцией полезности, $m > 0$. Предположим, меняется цена первого блага $p_1^0 \to p_1'$. Остальные цены и доход неизменны. Как изменится благосостояние потребителя?
Пусть $p^0 = (p_1^0, p_{-1})$, где $p_{-1} = (p_2, ..., p_N)$ — все остальные цены, они незименны. Тогда $p' = (p_1', p_{-1})$ — все остальные цены.
Пусть $p_1' < p_1$, $u' = \mathcal{V}(p', m)$, $u^0 = \mathcal{V}(p^0, m)$. По свойству косвенной функции полезности $u' \geqslant u^0$. Если $x_1(p, m) > 0$, то неравенство становится строгим: $u' > u^0$ (из монотонности предпочтений).
Почему бы не взять $u' - u^0$ как меру оценки изменения благосостояния?
1) функция полезности не единственна,
2) нет сопоставимости функций полезности разных потребителей.
Поэтому хочется получить денежную оценку изменения благосостояния.
Рассмотрим функцию $e(\overline{p}, \mathcal{V}(p, m))$, где $\overline{p} \gg 0$ — вектор цен. Эта функция соответствует уровню доходу, который требуется потребителю, чтобы достичь полезности $\mathcal{V}(p, m)$ при $\overline{p}$.
Функция расходов возрастает по полезности. Тогда в качестве меры изменения благосостояния можем рассматривать разность $e(\overline{p}, u') - e(\overline{p}, u^0)$.
Как выбрать $\overline{p}$?

- если $\overline{p} = p'$, то получим *компенсирующую вариацию* (CV),
- если $\overline{p} = p^0$, то получим *эквивалентную вариацию* (EV).

Компенсирующая вариация (CV).

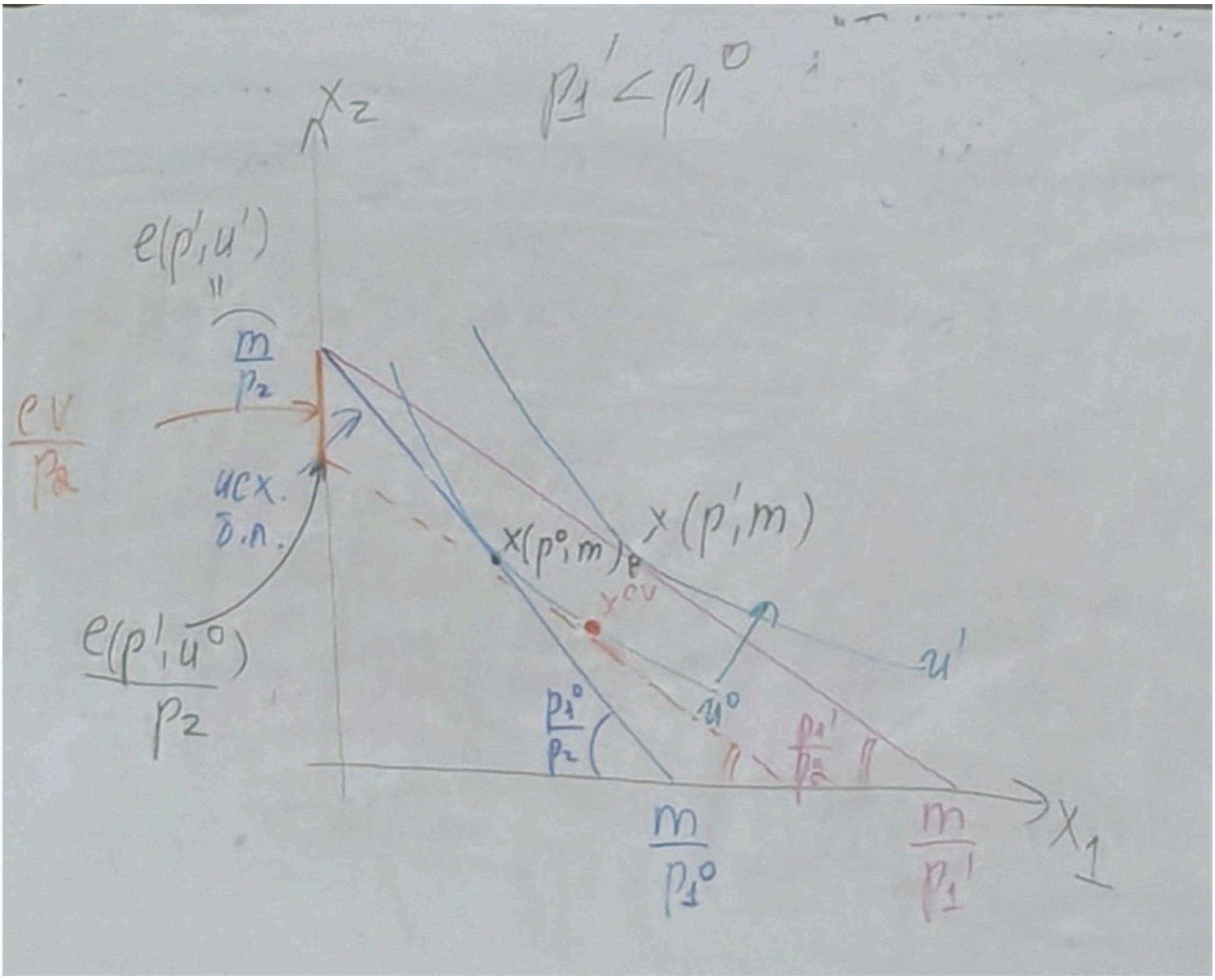
Определение.

$$\mathrm{CV}(p^0, p', m) = e(p', u') - e(p', u^0)$$

.
$e(p', u') = e(p', \mathcal{V}(p', m)) = m$. Тогда

$$\mathrm{CV}(p^0, p', m) = m - e(p', u^0).$$

(цены новые, полезность старая)
Тогда CV — такое максимальное по модулю изменение дохода, которое при новых ценах позволяет сохранить исходный уровень полезности (то есть, компенсировать изменение цены). При повышении цены $\mathrm{CV} > 0$, при снижении цены $\mathrm{CV} < 0$.



(очень похоже на декомпозицию по Хиксу)

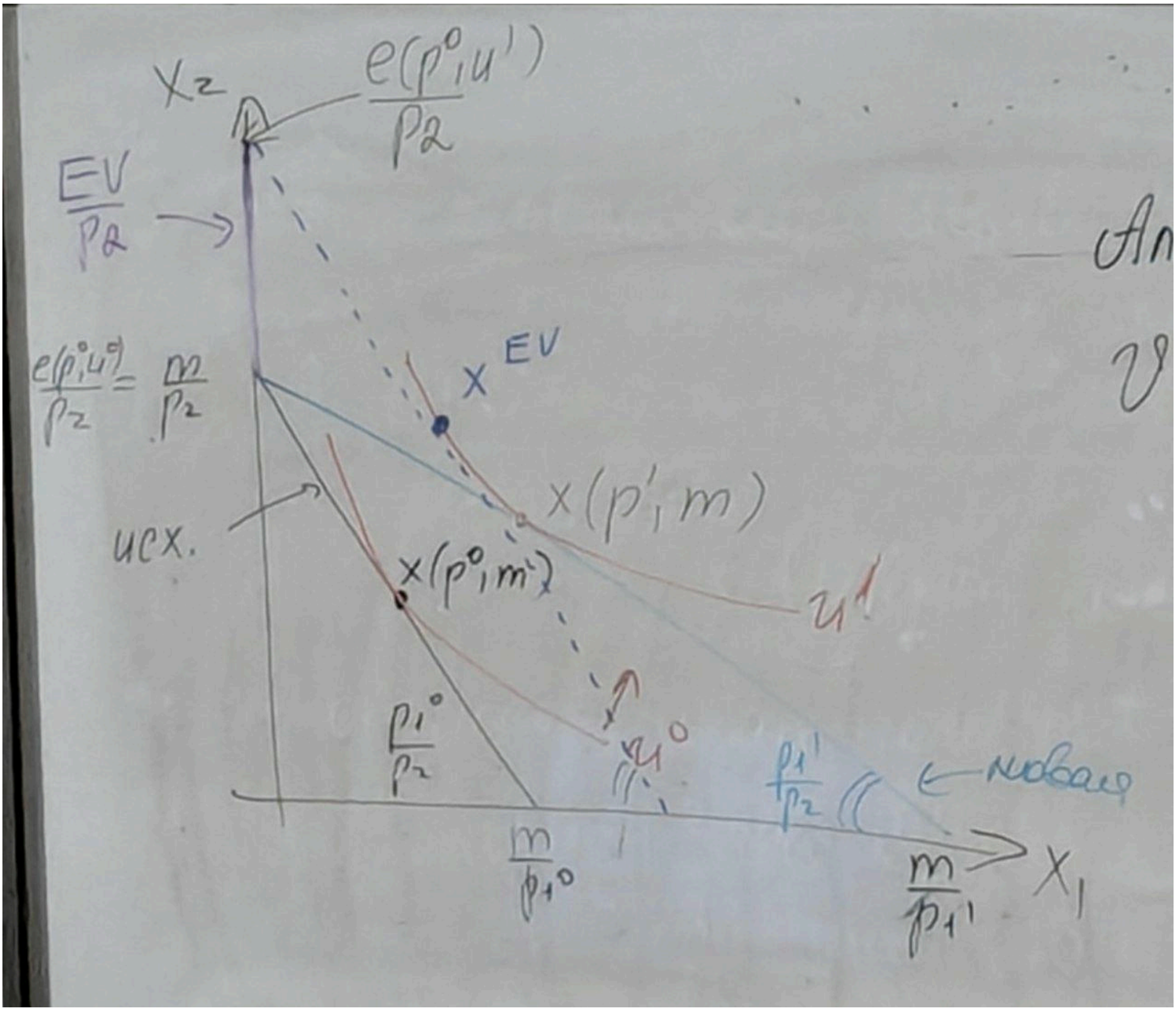
Альтернативное определение $\mathcal{V}(p', m - \text{CV}) = u^0$.

Эквивалентная вариация (EV).

Определение.

$$\text{EV}(p^0, p', m) = e(p^0, u') - e(p^0, u^0) = e(p^0, u') - m$$

- цены старые, полезность новая,
- EV — изменение дохода, эквивалентное изменению цены, то есть позволяющее при исходных ценах достичь нового уровня полезности.



Альтернативное определение EV: $\mathcal{V}(p^0, m + \mathrm{EV}) = u'$.

EV и CV в терминах хиксианского спроса.
1)

$$\mathrm{CV}(p^0, p', m) = e(p', u') - e(p', u^0) = m - e(p', u^0) = e(p^0, u^0) - e(p', u^0) =$$
$$= \int_{p_1'}^{p_1^0} \frac{\partial e(p, u^0)}{\partial p_1} \, \mathrm{d}p_1 = \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^h(p, u^0) \, \mathrm{d}p_1$$

то есть, CV численно равна площади под кривой хиксианского проса при u^0 при изменении цены 1-го блага с p_1' до p_1^0.
2)

$$\mathrm{EV}(p^0, p', m) = e(p^0, u') - e(p^0, u^0) = e(p^0, u') - e(p', u') = \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^h(p, u') \, \mathrm{d}p_1$$

то есть, EV численно равна площади под кривой хиксианского спроса при u' при изменении цены первого блага с p_1' до p_1^0.
3) Как нарисовать $x_1(p, m), x_1^h(p, u^0), x_1^h(p, u')$ на одном рисунке в пространстве (объём, цена)?
- как соотносятся наклоны кривых маршаллианского и хиксианского спроса?

$$\frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} + x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}$$

- если благо нормальное и $x_1 > 0$, то выполняется неравенство:

$$0 > \frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} > \frac{\partial x_1}{\partial p_1}$$

Значит, хиксианский спрос идёт круче (если рисовать в осях, где на оси Oy цена, а на Ox объём потребления первого блага).
- Если инфериорное, то

$$\frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} < \frac{\partial x_1}{\partial p_1}$$

- Если нейтральное, то

$$\frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1}$$

- Как соотносятся маршаллианский и хиксианский спрос p_1^0 и p_1'? Из двойственности:

$$x_1(p, m) = x_1^h(p, \mathcal{V}(p, m))$$

При p^0:

$$x_1(p^0, m) = x_1^h(p^0, u^0)$$

При p':

$$x_1(p', m) = x_1^h(p', u')$$

- Как соотносятся $x_1^h(p, u^0)$ и $x_1^h(p, u')$?

Пусть $p_1' < p_1^0 \Rightarrow u' > u^0$ (при $x_1 > 0$). Тогда $e(p, u') > e(p, u^0)$ по свойству функции расходов. Тогда:
- если благо нормальное, то

$$x_1(p, e(p, u')) > x_1(p, e(p, u^0))$$

Из двойственности:

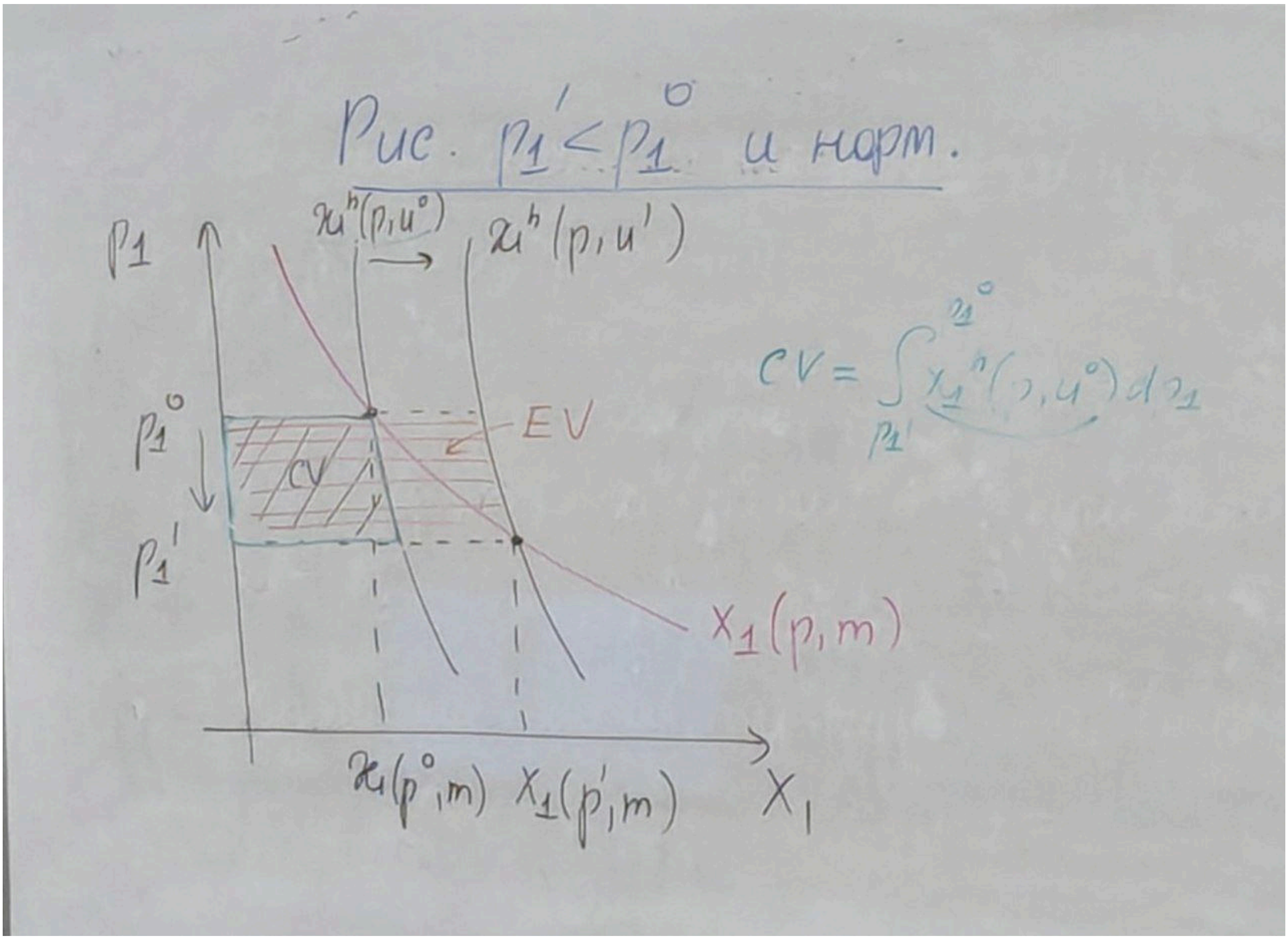
$$x_1^h(p, u') > x_1^h(p, u^0)$$

- если благо инфериорное, то

$$x_1^h(p, u') < x_1^h(p, u^0)$$

- если благо нейтральное, то

$$x_1^h(p, u') = x_1^h(p, u^0)$$



Утверждение. Соотношение CV и EV при снижении цены

Пусть предпочтения монотонны, строго выпуклы и представимы непрерывной функцией полезности. Пусть объём потребления блага положителен и $p_1' < p_1^0$ (остальные ценны неизменны и равны p_{-1}) и доход m фиксирован. Тогда
1) если первое благо при указанных ценах и доходе нормальное, то $\mathrm{EV}(p^0, p', m) > \mathrm{CV}(p^0, p', m)$,
2) если первое благо при указанных ценах и доходе инфериорное, то $\mathrm{EV}(p^0, p', m) < \mathrm{CV}(p^0, p', m)$,
3) если первое благо при указанных ценах и доходе нейтрально к доходу, то $\mathrm{EV}(p^0, p', m) = \mathrm{CV}(p^0, p', m)$.

Доказательство.
$p_1' < p_1^0 \Rightarrow$ в силу невозрастания косвенной функции полезности по ценам и с учётом того, что объём потребления блага положителен, $\mathcal{V}(p', m) > \mathcal{V}(p^0, m) \Leftrightarrow u' > u^0$. В силу возрастания функции расходов по полезности $e(p, u') > e(p, u^0)$.

- если благо нормальное, то рост дохода $\Rightarrow$ рост маршаллианского спроса. То есть,

$$x_1(p, e(p, u')) > x_1(p, e(p, u^0))$$

В силу двойственности

$$x_1^h(p, u') > x_1^h(p, u^0)$$

Тогда

$$\mathrm{EV}(p^0, p', m) = \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^h(p, u')\, \mathrm{d}p_1 > \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^h(p, u^0)\, \mathrm{d}p_1 = \mathrm{CV}(p^0, p', m)$$

- если благо инфериорное, то всё точно так же, но ровно наоборот:

То есть,

$$x_1(p, e(p, u')) < x_1(p, e(p, u^0))$$

В силу двойственности

$$x_1^h(p, u') < x_1^h(p, u^0)$$

Тогда

$$\mathrm{EV}(p^0, p', m) = \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^h(p, u')\, \mathrm{d}p_1 < \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^h(p, u^0)\, \mathrm{d}p_1 = \mathrm{CV}(p^0, p', m)$$

- если благо нейтральное к доходу:

$$x_1(p, e(p, u')) = x_1(p, e(p, u^0))$$

В силу двойственности

$$x_1^h(p, u') = x_1^h(p, u^0) = x_1(p, m) \ \text{(все три кривые совпадают)}$$

Тогда

$$\mathrm{EV}(p^0, p', m) = \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^h(p, u')\, \mathrm{d}p_1 = \int_{p_1'}^{p_1^0} x_1^h(p, u^0)\, \mathrm{d}p_1 = \mathrm{CV}(p^0, p', m) = \Delta\ \mathrm{CS}$$

■

Модель с натуральным доходом.

Пусть у потребителя нет фиксированного дохода, но есть первоначальный запас благ (endowment), $w = (w_1, ..., w_n) \neq \vec{0}$, $w_i \geqslant 0$ — запас блага i, $p \gg 0$. Тогда доход потребителя равен стоимости первоначального запаса: $m = p \cdot w$.
UMP:

$$\begin{cases} u(x) \to \max\limits_{x \geqslant 0} \\ px \leqslant pw \end{cases} \Rightarrow \text{маршаллианский спрос } x(p, pw)$$

Новая терминология

- если в решении задачи потребителя $x_i > w_i$, то говорят, что потребитель — чистый покупатель i-го блага,
- если в решении задача потребителя $x_i < w_i$, то говорят, что потребитель — чистый продавец i-го блага,

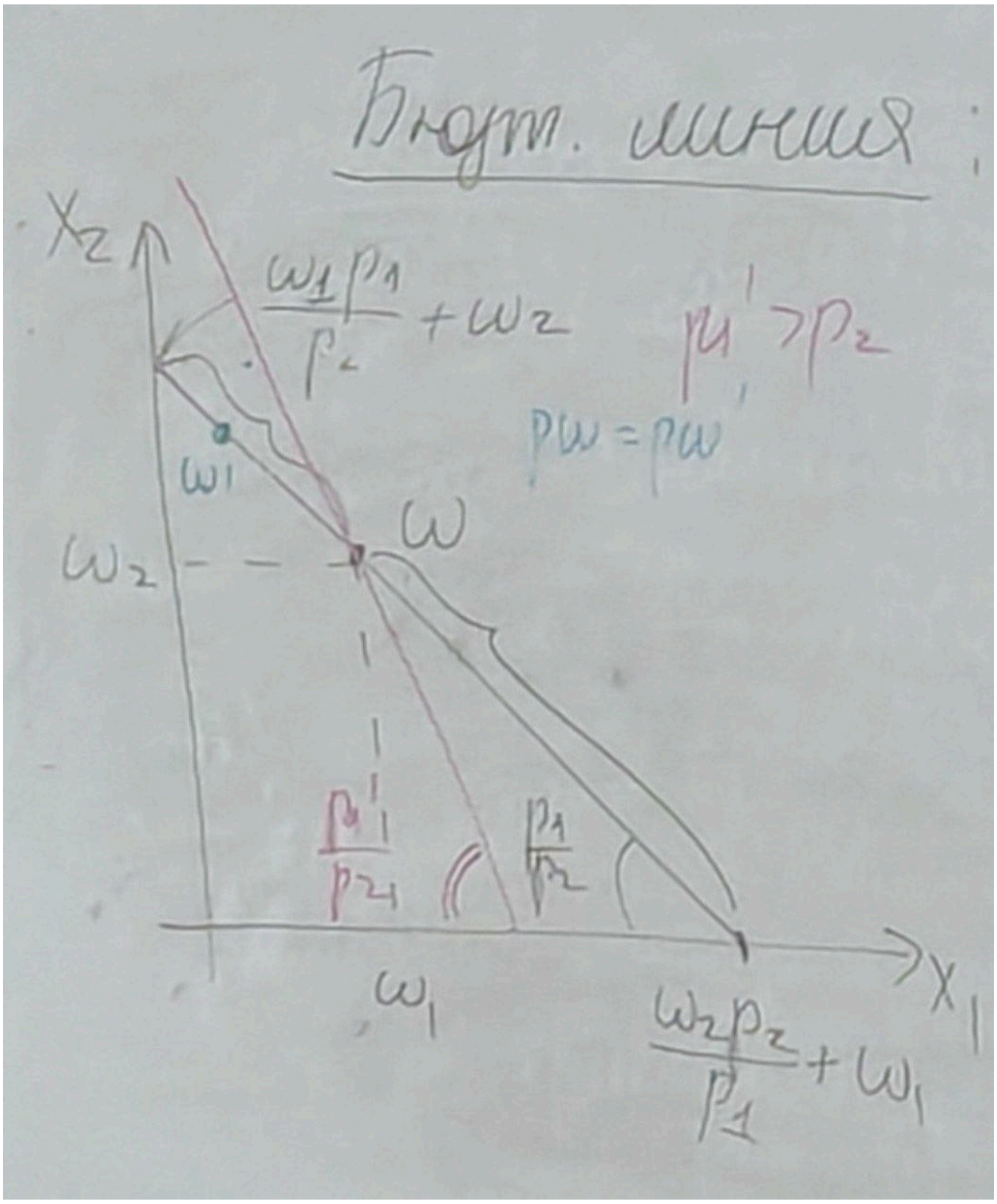
Бюджетная линия: $N = 2$

Уравнение бюджетной линии: $p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 w_1 + p_2 w_2$

- отрицательный наклон $-\frac{p_1}{p_2}$,
- $w = (w_1, w_2)$ лежит на бюджетной линии при любых ценах,

- изменение цен — поворот бюджетной линии вокруг w,
- изменение первоначального запаса $w \to w'$ — параллельный сдвиг:

  если $pw' > pw$, сдвиг вовне (вверх),
  если $pw' < pw$, сдвиг внутрь (вниз),
  если $pw' = pw$, бюджетная линия не изменяется.



Уравнение бюджетной линии:

$$p_1(x_1 - w_1) + p_2(x_2 - w_2) = 0$$

То есть, если предпочтения монотонны, то $(x_1 - w_1)(x_2 - w_2) \leqslant 0$, то есть потребитель не может быть одновременно чистым покупателем (продавцом) и первого, и второго блага.

Уравнение Слуцкого в случае натурального дохода в абсолютных изменениях.
$N = 2$, пусть p_2 не изменяется, меняется $p_1' > p_1^0$. Такое изменение цены, вообще говоря, влечёт изменение объёма маршаллианского спроса на первое благо в силу трёх эффектов:
- эффект замещения,
- эффект фиксированного дохода,
- эффект первоначального запаса.

Объединим два последних эффекта в эффект богатства. Выделяем два эффекта:

- SE (эффект замещения) — как и при фиксированном доходе — изменение объёма потребления блага в силу изменения пропорции замещения благ при неизменной покупательной способности дохода.
- WE (wealth effect — эффект богатства) — совокупный эффект, отражающий изменение объёма спроса на благо как в силу изменения покупательной способности блага (старый эффект дохода), так и в силу изменения самой величины дохода.

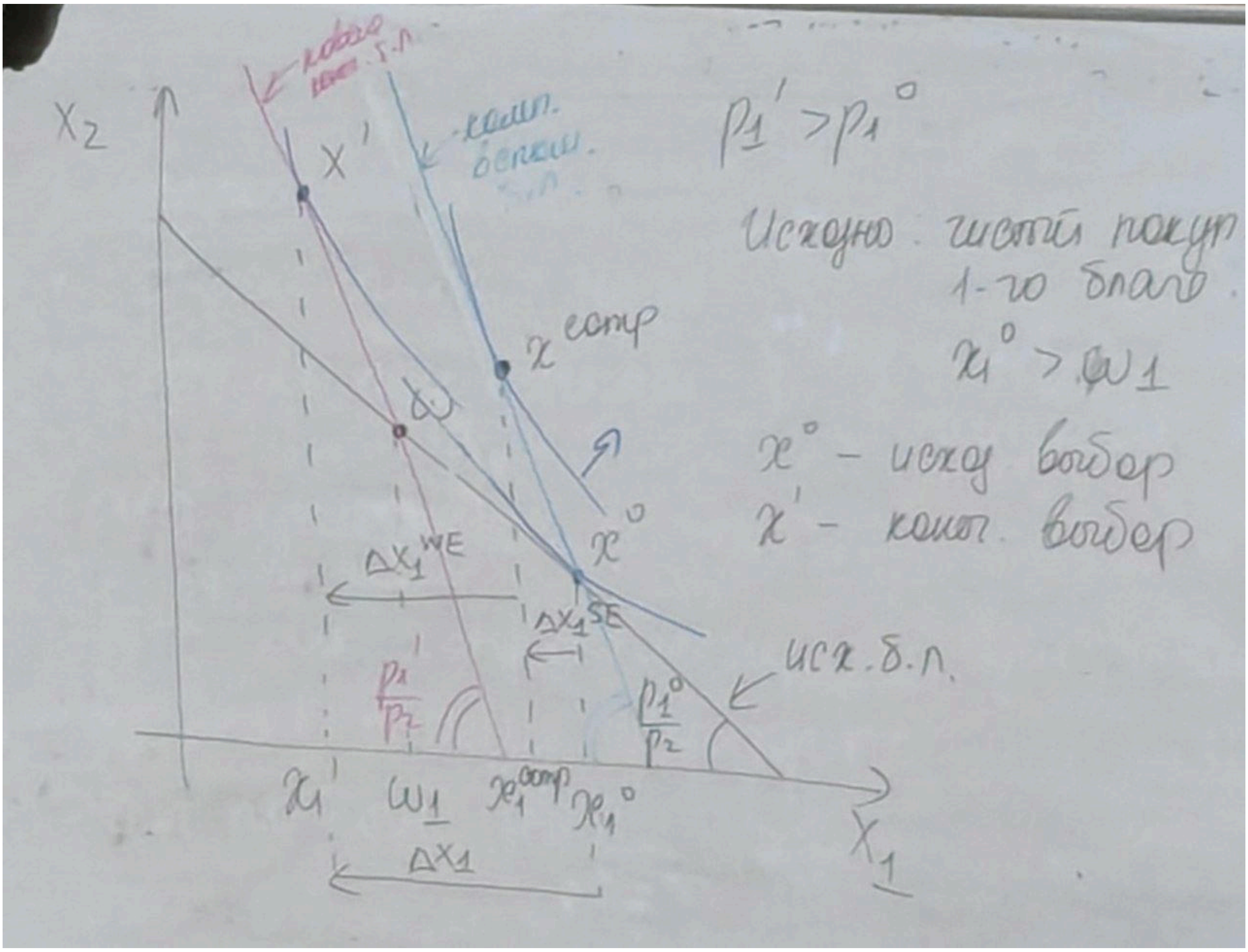
Уравнение Слуцкого в абсолютных приращениях:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^{\text{SE}} + \Delta x_1^{\text{WE}}$$

Декомпозиция по Слуцкому:
1) корректировка дохода такая, что при p' в точности доступен $x^0 : m^{\text{comp}} = p' \cdot x^0$. На компенсированной бюджетной линии определяем выбор: $x^{\text{comp}} = x(p', m^{\text{comp}})$.

$$\Delta x_1^{\text{SE}} = x_1^{\text{comp}} - x_1^0 - \text{противонаправлен изменению цены}$$

$$\Delta x_1^{\text{WE}} = x_1' - x_1^{\text{comp}}$$



Зависимость направлений эффектов от благ:

Изменение объема потребления блага	Изначально продавец блага				Изначально покупатель блага			
	цена блага растет ($p_1' > p_1^0$)		цена блага падает ($p_1' < p_1^0$)		цена блага растет ($p_1' > p_1^0$)		цена блага падает ($p_1' < p_1^0$)	
	норм.	инфер.	норм.	инфер.	норм.	инфер.	норм.	инфер.
Δx_1^{SE}	≤ 0	≤ 0	≥ 0	≥ 0	≤ 0	≤ 0	≥ 0	≥ 0
Δx_1^{WE}	>0	<0	<0	>0	<0	>0	>0	<0
Δx_1	?	<0	?	>0	<0	?	>0	?