Микроэкономика 1

Лекция 17
22.05.2025

Морфий

Группа БЭАД242

Лекция 17. Минимизация издержек.

Идея.

$$\text{PMP} : \begin{cases} \pi = py - wx \to \max\limits_{x,y \geqslant 0} \\ y \leqslant f(x) \end{cases} \Rightarrow \text{спрос на факторы } x(p,w), \text{предложение готовой продукции } y(p,w)$$

Разобъём PMP на 2 шага:
1) Найти комбинацию факторов, которая позволяет произвести любой возможный уровень выпуска самым дешёвым образом — решить задачу CMP — cost minimization problem:

$$\begin{cases} wx \to \min\limits_{x \geqslant 0} \\ y \leqslant f(x) \end{cases}$$

Решая, находим функцию значения [целевой функции в решении задачи], которая называется функцией издержек $c(w, y)$.
2) Используя функцию издержек, найдём уровень выпуска, который максимизирует прибыль:

$$\text{PMPC} : \pi = py - c(w, y) \to \max_{y \geqslant 0}$$

Утверждение.

Если фирма максимизирует прибыль, то она минимизирует издержки. То есть, минимизация издержек является условием максимизации прибыли.

Доказательство.
Пусть при (p, w) фирма, максимизируя прибыль, выбрала $\tilde{x}, \tilde{y} \leqslant f(x)$ и получила прибыль $\tilde{p}$.
От противного: пусть $\tilde{x}$ не минимизирует издержки производства $\tilde{y} \Rightarrow \exists \overline{x} \neq \tilde{x} : w\overline{x} < w\tilde{\overline{x}}, y \leqslant f(\overline{x})$. Но тогда $\tilde{p} = p \cdot \tilde{y} - w \cdot \tilde{x} < p \cdot \tilde{y} - w \cdot \overline{x}$ ■
Рассмотрим минимизацию издержек в LR и в SR:

Двухфакторная технология: минимизация издержек в LR

CMP.

$$\begin{cases} w_1 x_1 + w_2 x_2 \to \min\limits_{x_1, x_2 \geqslant 0} \\ y \leqslant f(x) \end{cases} \Rightarrow \text{решение } (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$$

$\tilde{x}_i = x_i(w, y)$ — условный спрос на i-й фактор (LR).
Функция издержек: $c(w, y) = w_1 x_1(w, y) + w_2 x_2(w, y)$

Аналитически.

$$L = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \lambda(y - f(x))$$

FOC для внутреннего решения:

$$\text{по } x_1 : w_1 - \lambda \frac{\partial f(\tilde{x})}{\partial x_1} = 0$$

$$\text{по } x_2 : w_2 - \lambda \frac{\partial f(\tilde{x})}{\partial x_2} = 0$$

Поделив одно на другое, получаем

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\partial f(\tilde{x}) / \partial x_1}{\partial f(\tilde{x}) / \partial x_2} = \text{MRTS}_{12}(\tilde{x})$$

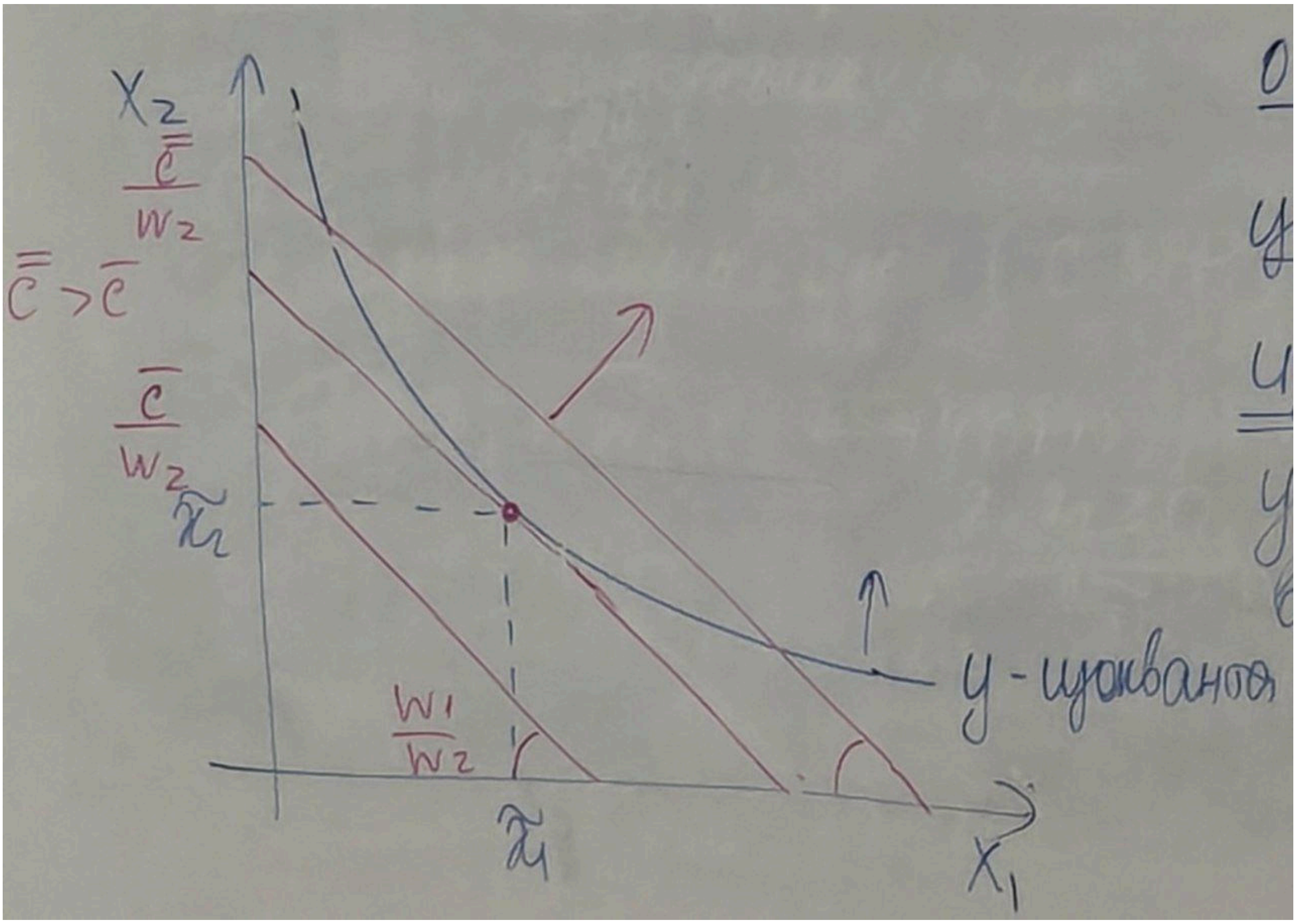
Графически:

Ограничение: y — изокванта,

Целевая функция: изокосты — линии уровня функции издержек в пространстве факторов, то есть все такие комбинации (x_1, x_2), которые дают один и тот же уровень расходов на факторы: $w_1x_1 + w_2x_2 = \bar{c} = const$.

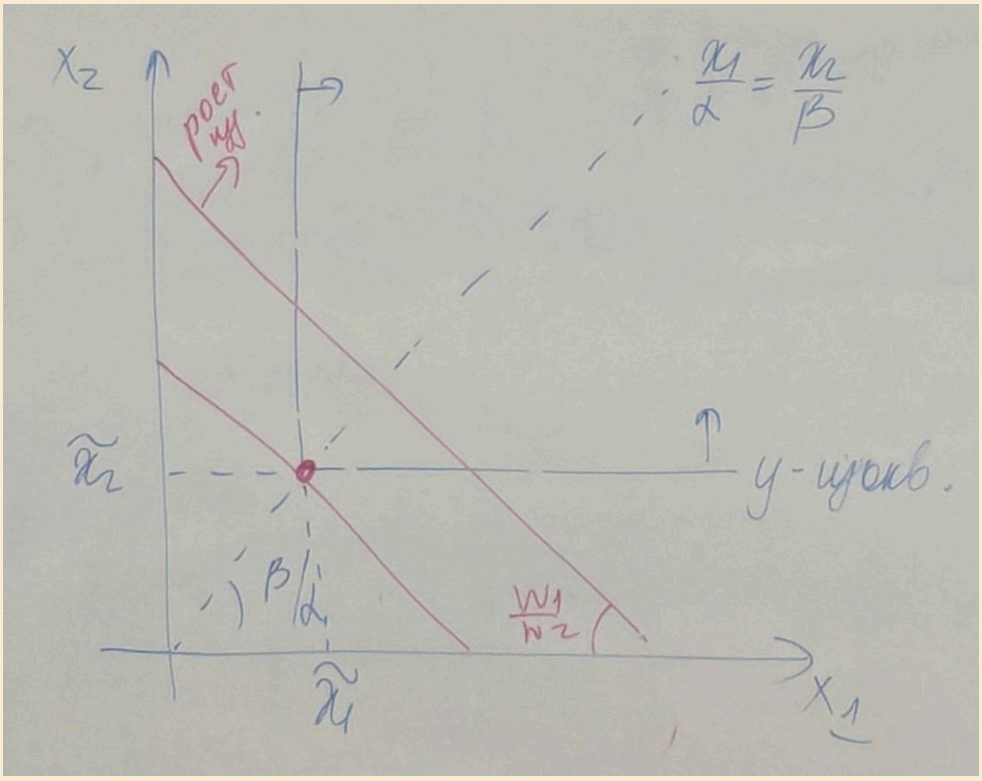
Изокосты:

- прямые с наклоном $-\frac{w_1}{w_2}$,
- точка пересечения с вертикальной осью $\frac{\bar{c}}{w_2}$. Получается, чем больше $\bar{c}$, тем дальше от начала координат соответствующая изокоста.



Пример.

$f(x) = \min\left\{\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right\}, \alpha, \beta > 0$ — CRTS. Найти условный спрос на факторы и функцию издержек в LR. Аналитически решить не получится, так что решаем графически.



Опишем $\tilde{x}$:

- $\frac{\tilde{x}_1}{\alpha} = \frac{\tilde{x}_2}{\beta}$,
- $y = \frac{\tilde{x}_1}{\alpha}, y = \frac{\tilde{x}_2}{\beta}$

Отсюда получаем

$$\tilde{x}_1 = \alpha y, \tilde{x}_2 = \beta y$$

Функция издержек:

$$c(w, y) = w_1 \alpha y + w_2 \beta y = y(\alpha w_1 + \beta w_2) = y \cdot c(w, y = 1)$$