Микроэкономика 1

Лекция 5

Морфий

Группа БЭАД242

Лекция 5. Задача потребителя (продолжение)

Напоминание. Пусть $u(x)$ — непрерывная функция полезности, $p > 0$, $m > 0$. Тогда задача потребителя — это задача максимизации полезности на бюджетном множестве, то есть

$$\begin{cases} u(x) \to \max\limits_{x \geqslant 0} \\ px \leqslant m \end{cases}$$

Её решение $x(p, m)$ — отображение (функция) маршаллианского спроса.
Подставляя $x(p, m)$ в целевую функцию, получим косвенную функцию полезности $\mathcal{V}(p, m) = U(x(p, m))$.

Дифференциальная характеристика граничных решений.

Определение. Граничное решение задачи потребителя

Граничное решение $\tilde{x}$ — такой набор, в котором хотя бы одно благо отсутствует. То есть, $\exists i : x_i = 0$.

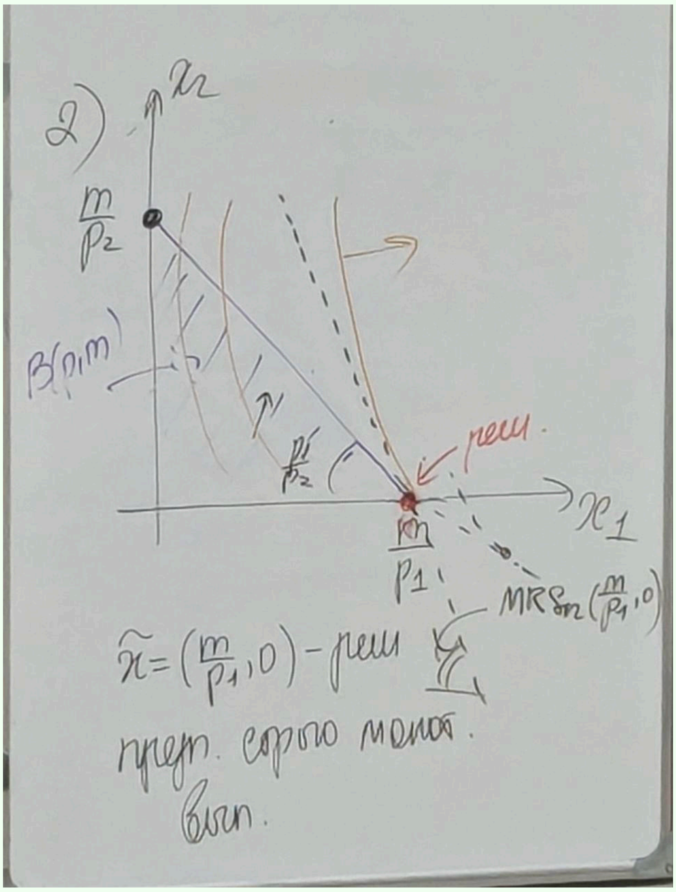
Утверждение.

Пусть $N = 2$ и рассмотрим строго выпуклые строго монотонные предпочтение такие, что решением задачи потребителя является набор $\tilde{x} = \left(\frac{m}{p_1}, 0\right)$. Тогда имеем

$$MRS_{12}(\tilde{x}) \geqslant \frac{p_1}{p_2}$$

Если же $\tilde{x} = \left(0, \frac{m}{p_2}\right)$, то имеем

$$MRS_{12}(\tilde{x}) \leqslant \frac{p_1}{p_2}$$



Свойства косвенной функции полезности $\mathcal{V}(p, m)$

Пусть $u(x)$ — непрерывная функция полезности, $p, m > 0$.

Утверждение.

1. $\mathcal{V}(tp, tm) = \mathcal{V}(p, m)\ \ \forall t > 0$
2. $\mathcal{V}(p, m)$ не убывает по доходу и строго возрастает по доходу, если предпочтения монотонны, то есть

$$m' > m \Rightarrow \mathcal{V}(p, m') \geqslant \mathcal{V}(p, m)\ \ (" > " \text{ если предпочтения монотонны})$$

3. $\mathcal{V}(p, m)$ не возрастает по ценам и убывает, если предпочтения монотонны, то есть

$$p' > p \Rightarrow \mathcal{V}(p', m) \leqslant \mathcal{V}(p, m)\ \ (" > " \text{ если предпочтения монотонны})$$

4. $\mathcal{V}(p, m)$ квазивыпукла по (p, m) (доказательство на семинаре).
5. $\mathcal{V}(p, m)$ непрерывна по (p, m).
6. (тождества Роя, Roy's identity)
Пусть предпочтения строго монотонны и строго выпуклы (функция полезности квазивогнута). Пусть $\mathcal{V}(p, m)$ дифференцируема при $(\overline{p}, \overline{m}) \gg 0$, тогда

$$x_i(\overline{p}, \overline{m}) = -\frac{\partial \mathcal{V}(\overline{p}, \overline{m})/\partial p_i}{\partial \mathcal{V}(\overline{p}, \overline{m})/\partial m}$$

Сравнительная статика маршаллианского спроса.

Терминология.

1. Реакция на доход

- нормальное благо — с ростом (при снижении) дохода объём спроса на благо растёт (снижается). То есть, $\dfrac{\partial x_i(p, m)}{\partial m} > 0$.

- инфериорное благо — с ростом (при снижении) дохода объём спроса на благо снижается (растёт). То есть, $\dfrac{\partial x_i(p, m)}{\partial m} < 0$.

- нейтральное к доходу благо — объём спроса на благо не зависит от дохода. То есть, $\dfrac{\partial x_i(p, m)}{\partial m} = 0$.

2. Реакция на изменение «своей» цены.

- обычное благо — с ростом (при снижении) цены объём спроса на благо снижается (растёт). То есть, $\dfrac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_i} < 0$.

- товар Гиффена — с ростом (при снижении) цены объём спроса на благо растёт (снижается). То есть, $\dfrac{\partial x_i(p, m)}{\partial m} > 0$.

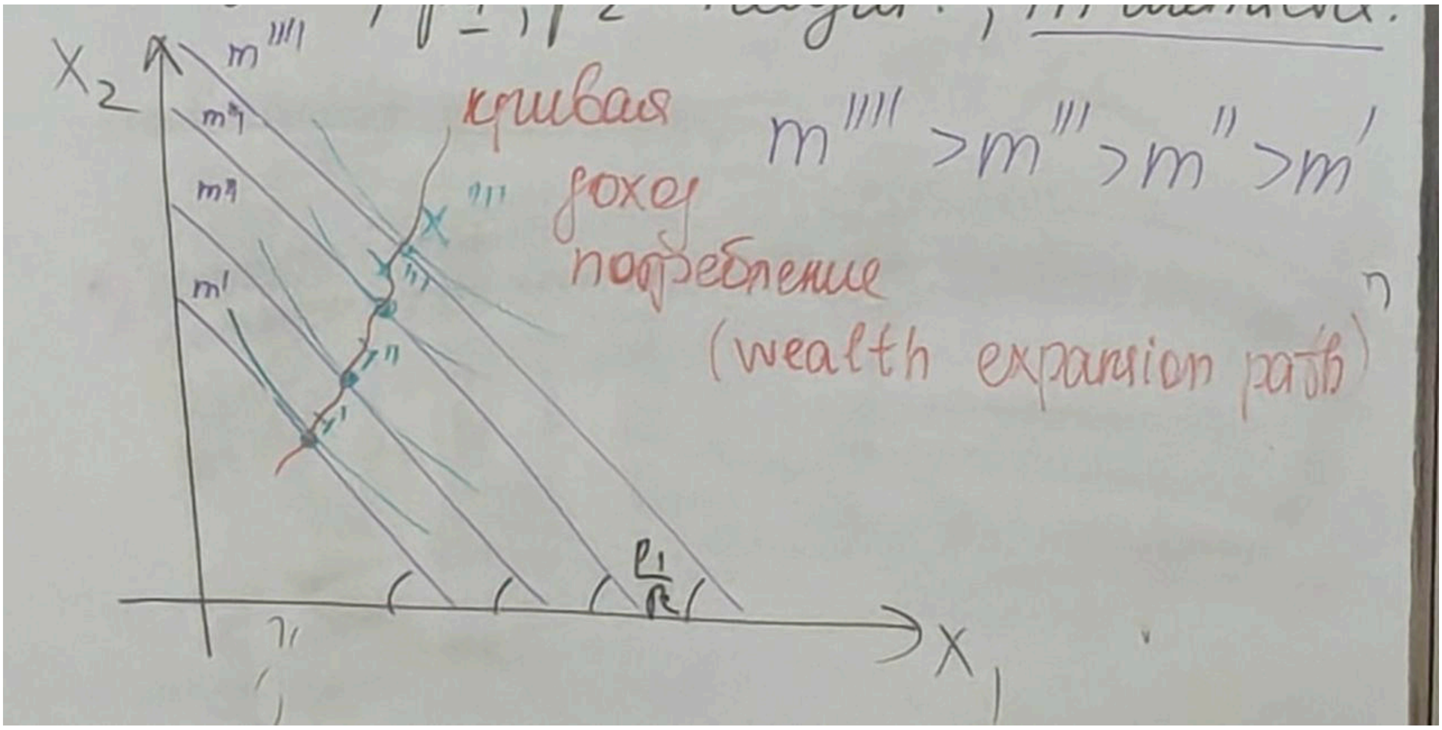
3. Реакция на изменение «чужой» цены.

- (валовые) субституты — с ростом (при снижении) цены субститута объём спроса на благо растёт (снижается). То есть, $\dfrac{\partial x_i(p, m)}{\partial p_j} > 0$.

- (валовые) комплементы — с ростом (при снижении) цены комплемента объём спроса на благо снижается (растёт). То есть, $\dfrac{\partial x_i(p,m)}{\partial p_j} < 0$.

Подробнее про реакцию на доход.

$N = 2$, p_1, p_2 — незименно, m изменяется.



Определение. Кривая доход-потребление

Кривая доход-потребление — это множество наборов, на которые предъявляется спрос при разных уровнях дохода и неизменных ценах.

Утверждение.

1. Если оба блага нормальные, то кривая доход-потребления в осях (x_1, x_2) имеет положительный наклон.
2. Если кривая доход-потребление имеет отрицательный наклон, то одно из благ — инфериорное, а другое — нормальное, но распределение качеств благ зависит от отношения цен (вообще говоря, от отношения наклона кривой доход-потребление к отношению цен).

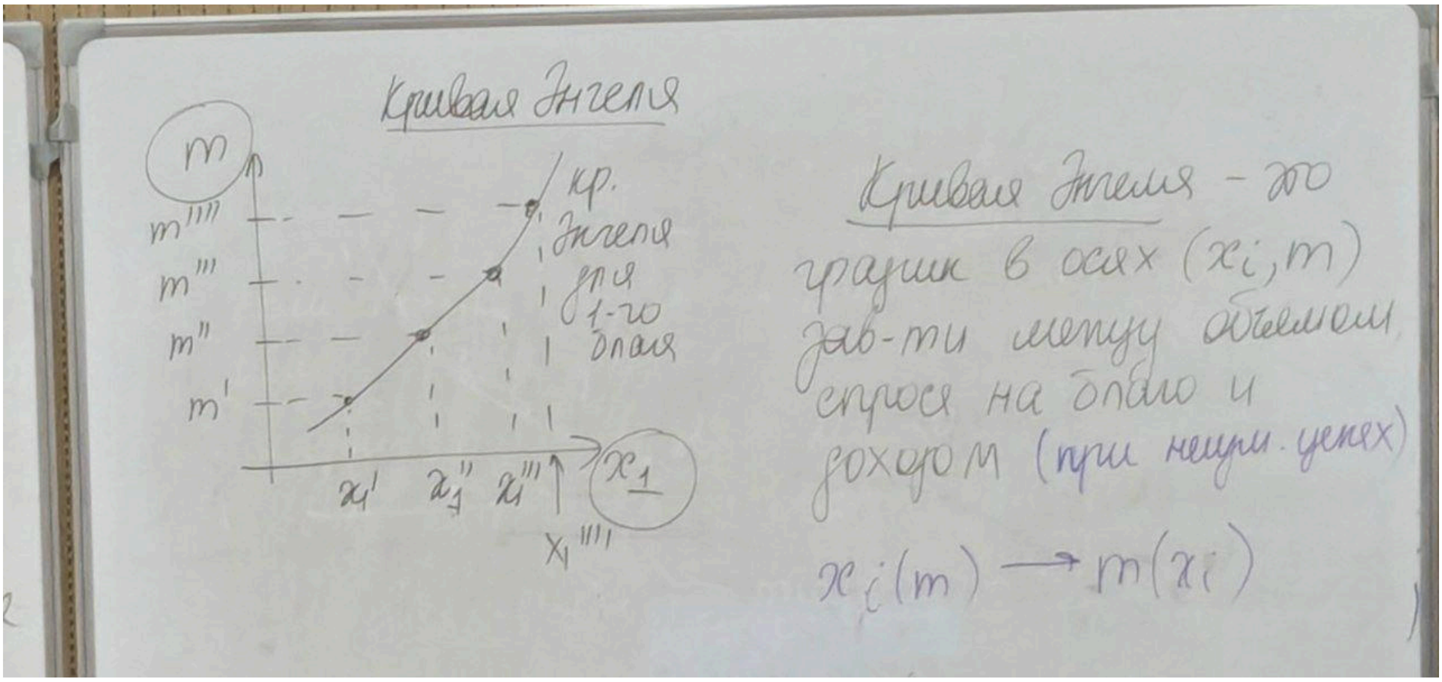
Замечания:

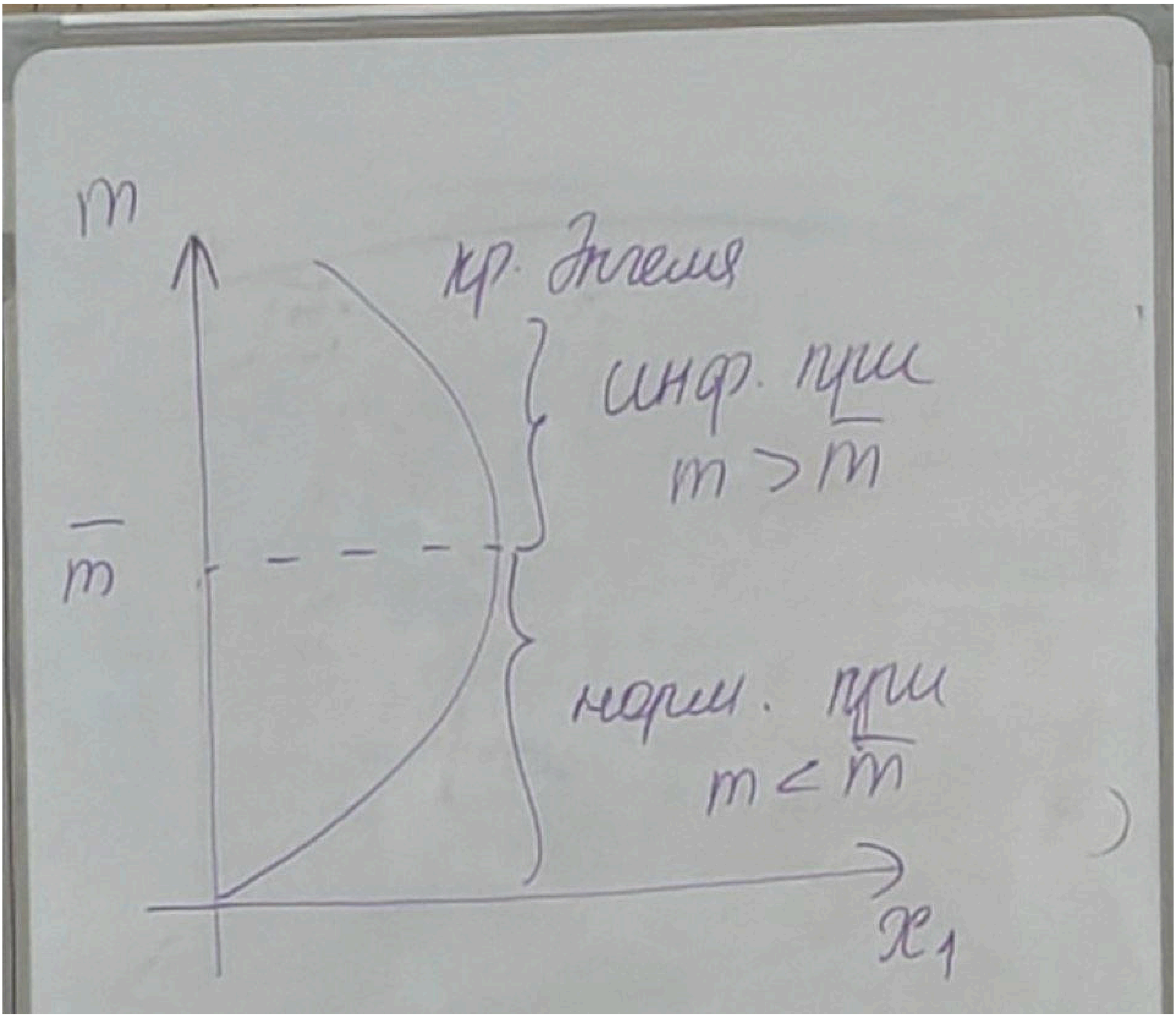
- Если предпочтения монотонны, оба блага не могут быть инфериорными (т.к. иначе падают расходы на оба блага, и выбор не будет на бюджетной линии).

Кривая Энгеля.

Определение.

Кривая Энгеля — график в осях (x_i, m) зависимости между объёмом спроса на благо и доходов при неизменных ценах.


Кривая Энгеля
m
m''''
m'''
m''
m'
кр. Энгеля для 1-го блага
x1'
x1''
x1'''
x1''''
x1
Кривая Энгеля - это график в осях (xi, m) зав-ти между объемом спроса на благо и доходом (при неизм. ценах)
xi(m) → m(xi)


m
m̄
кр. Энгеля
инф. при m > m̄
норм. при m < m̄
x1

Пример.

Рассмотрим функцию Кобба-Дугласа $u(x) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}, \alpha, \beta > 0$. Имеем функции спроса:

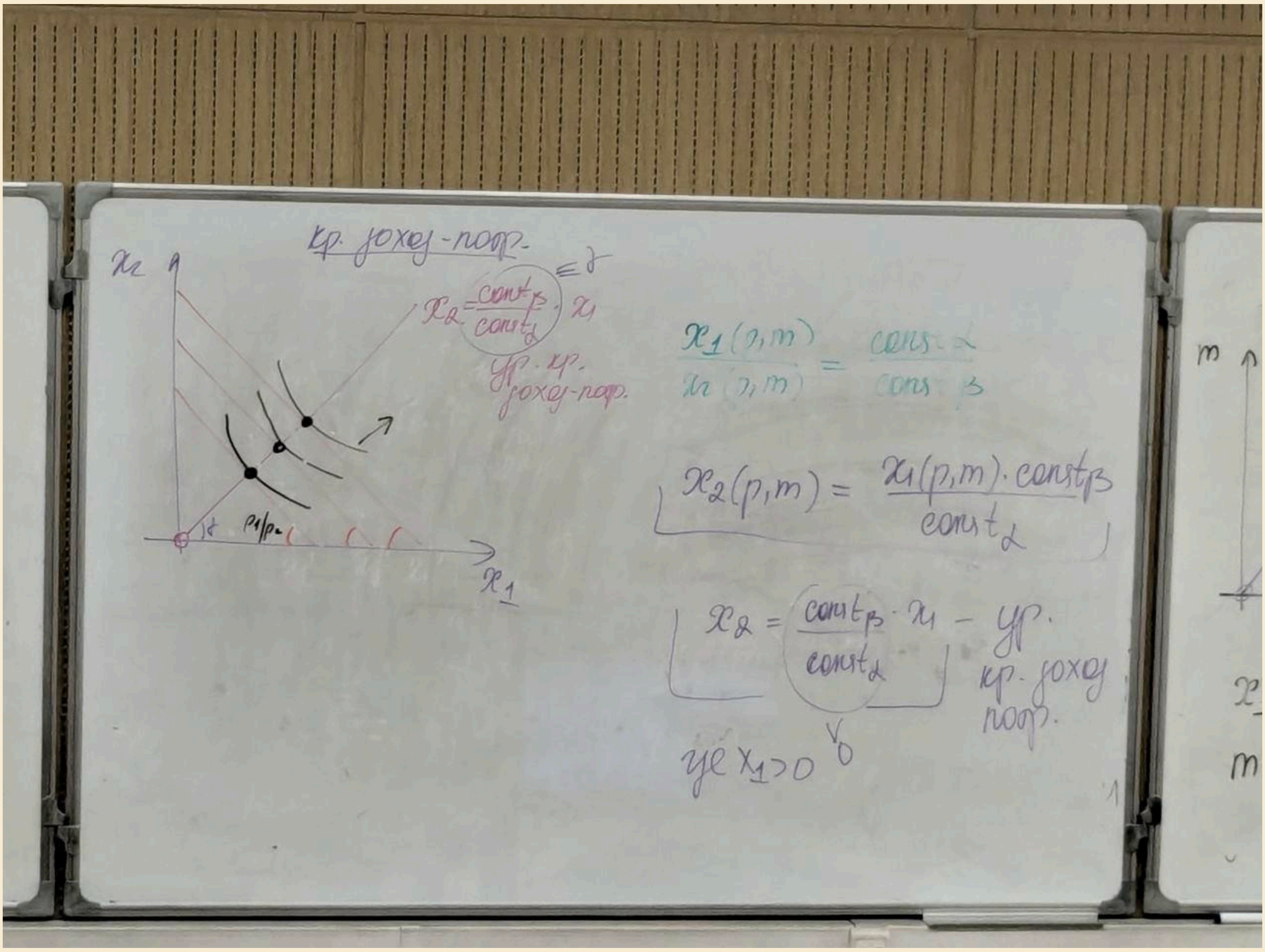
$$x_1(p, m) = \frac{\alpha m}{(\alpha + \beta) p_1}$$

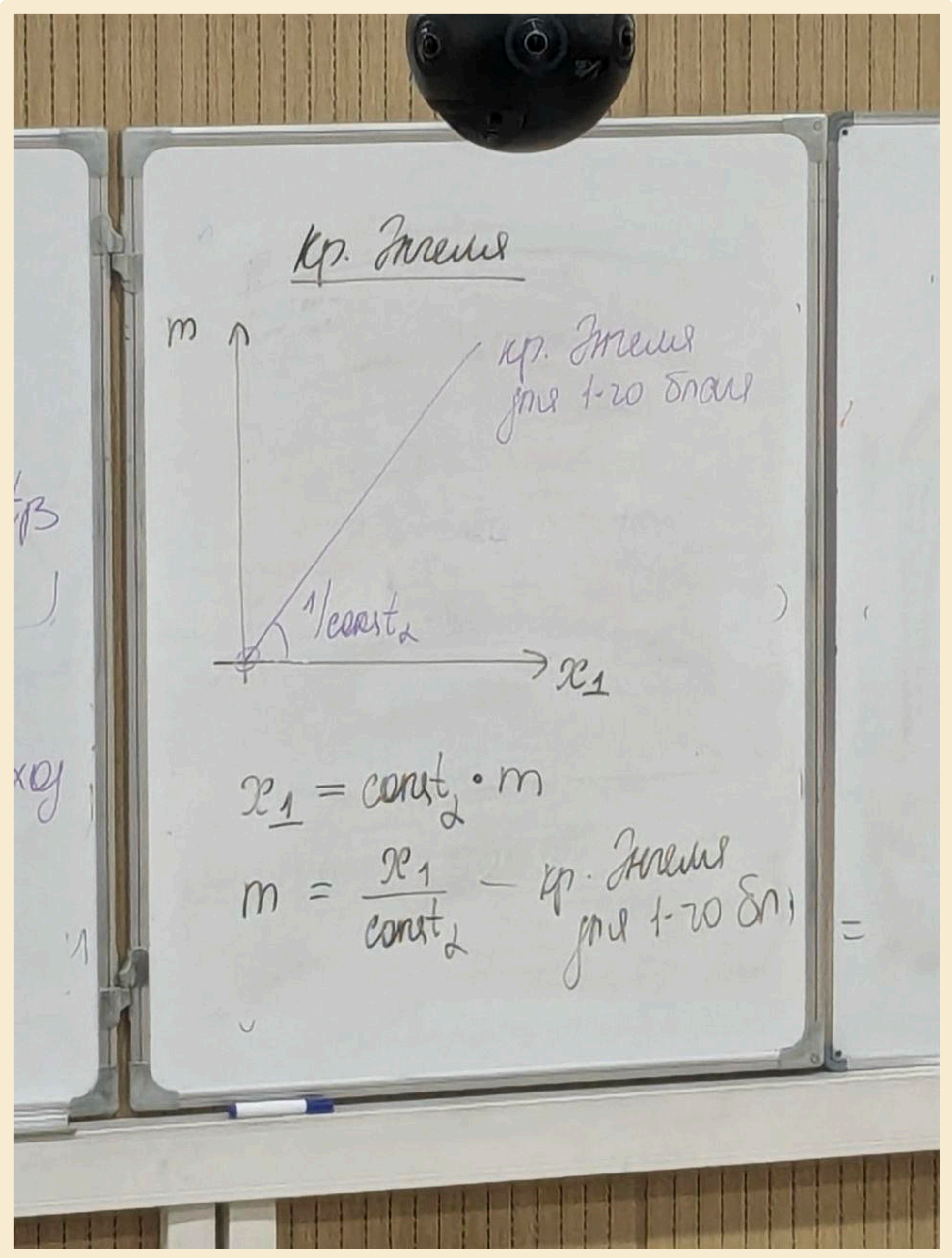
$$x_2(p, m) = \frac{\beta m}{(\alpha + \beta) p_2}$$

Имеем

$$\frac{x_2(p,m)}{x_1(p,m)} = \frac{\beta p_1}{\alpha p_2} = \frac{const_\beta}{const_\alpha} \Rightarrow x_2(p,m) = \frac{const_\beta}{const_\alpha} x_1 \text{ — уравнение кривой доход-потребление}$$

Имеем $x_1(p,m) = const_\alpha \cdot m \Rightarrow m = \frac{1}{const_\alpha} x_1$ — кривая Энгеля для 1-го блага.



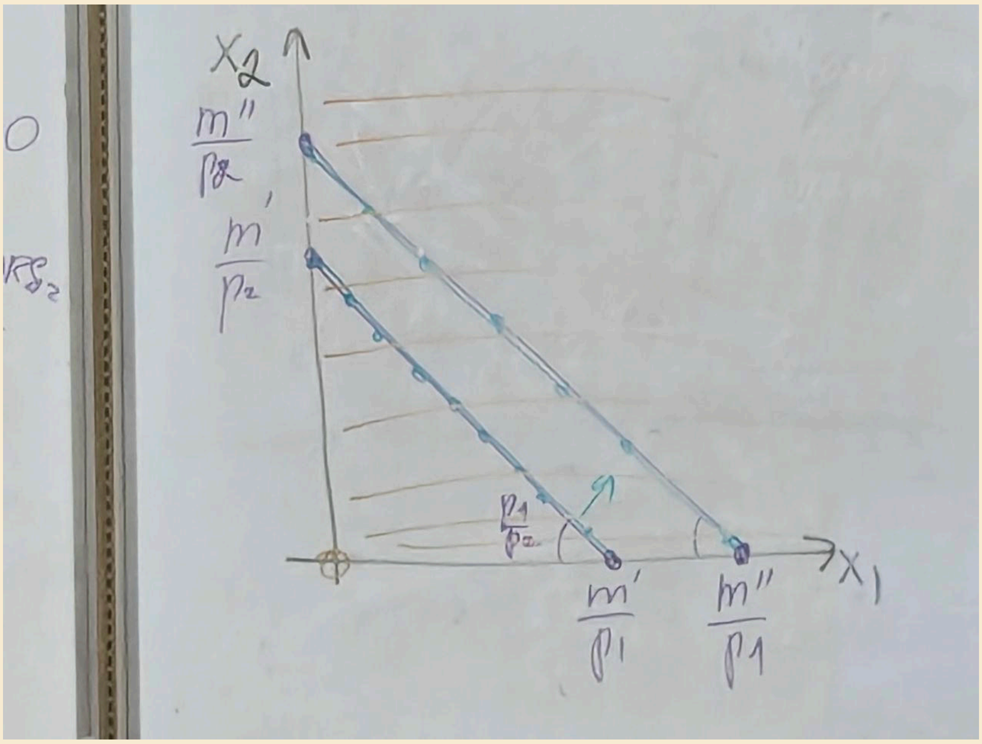

Кр. Энгеля
m
кр. Энгеля
для 1-го блага
1/const₂
x₁
x₁ = const₂ · m
m = x₁ / const₂ – кр. Энгеля
для 1-го бл;

Пример. Товары-субституты

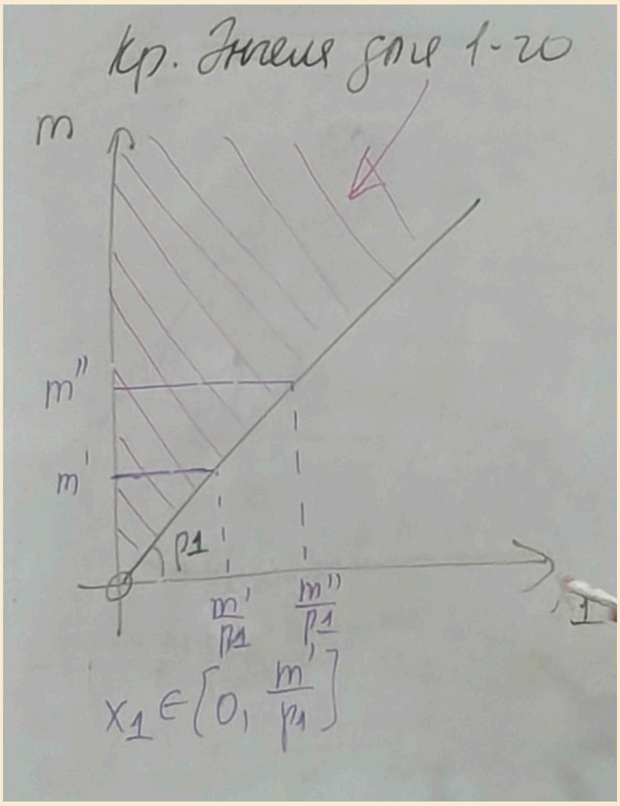
$u(x) = \alpha x_1 + \beta x_2, \alpha, \beta > 0$. Функции спроса:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{m}{p_1}, x_2 = 0, \frac{p_1}{p_2} < \frac{\alpha}{\beta} \\ x_1 = 0, x_2 = \frac{m}{p_2}, \frac{p_1}{p_2} > \frac{\alpha}{\beta} \\ \forall x_1, x_2 : p_1 x_1 + p_2 x_2 = m, \frac{p_1}{p_2} = \frac{\alpha}{\beta} \end{cases}$$

1. $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\alpha}{\beta}$. Тогда кривая доход-потребление — вся первая четверть, исключая начало координат.

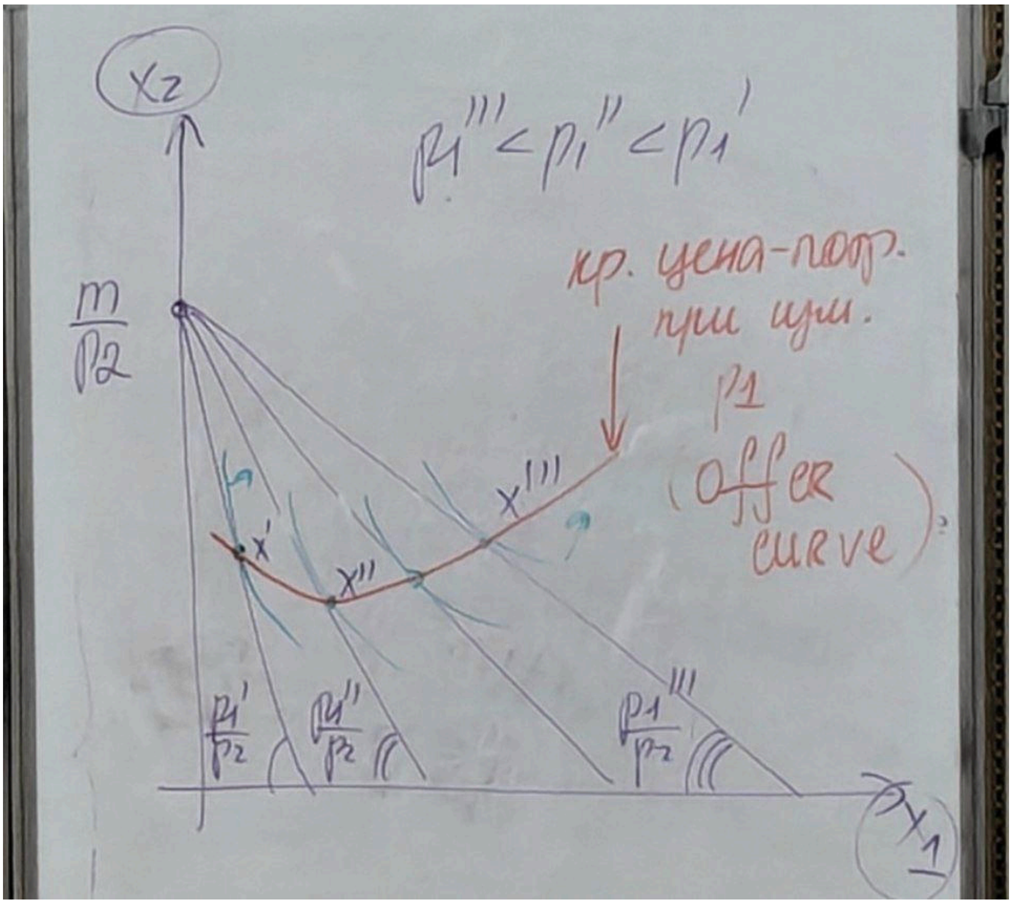


А кривая Энгеля для первого блага — область первой четверти, ограниченная осью Oy и прямой $m = p_1 x_1$.



Подробнее про реакцию на «свою» цену.

Пусть m и p_2 неизменны, а меняется только цена 1-го блага.

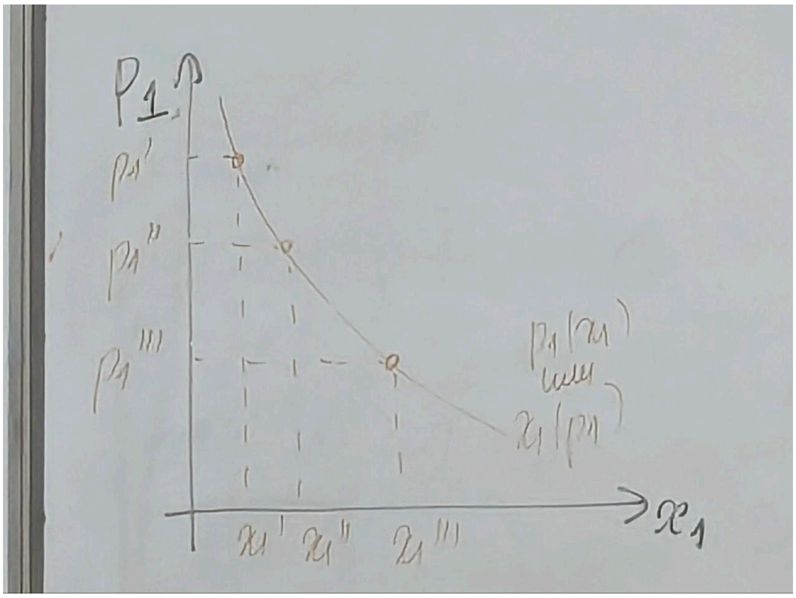


(здесь благо обычное)

Определение. Кривая цена-потребление

Кривая цена-потребление при изменении p_1 — множество наборов, на которые предъявляется спрос при изменении p_1 и неизменных p_2 и m.

В паре с кривой цена-потребление при изменении p_1 идёт кривая спроса на 1-ое благо.
$x_1(p_1)$ — прямая функция маршаллианского спроса на 1-ое благо при фиксированных p_2 и m.
$p_1(x_1)$ — обратная функция маршаллианского спроса на 1-ое благо при фиксированных p_2 и m.
Кривая спроса — график $p_1(x_1)$.

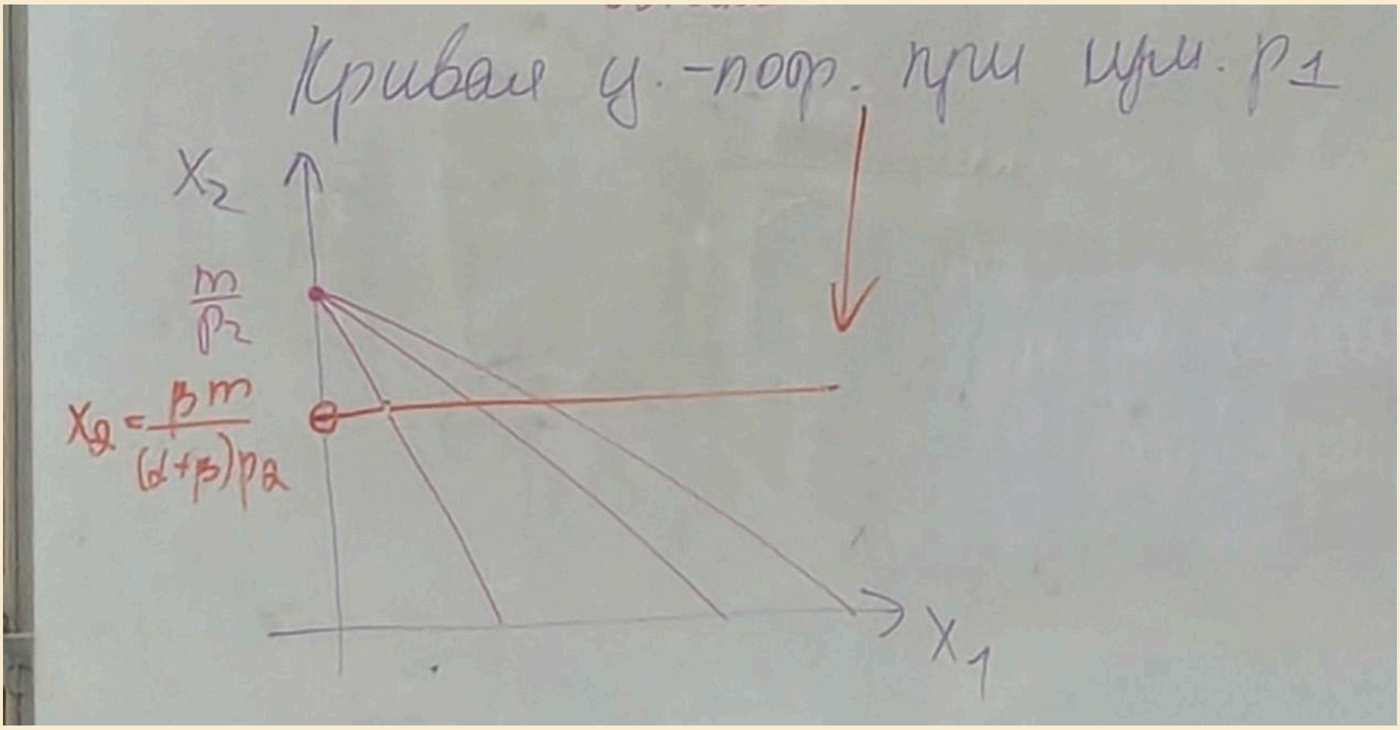


Пример.

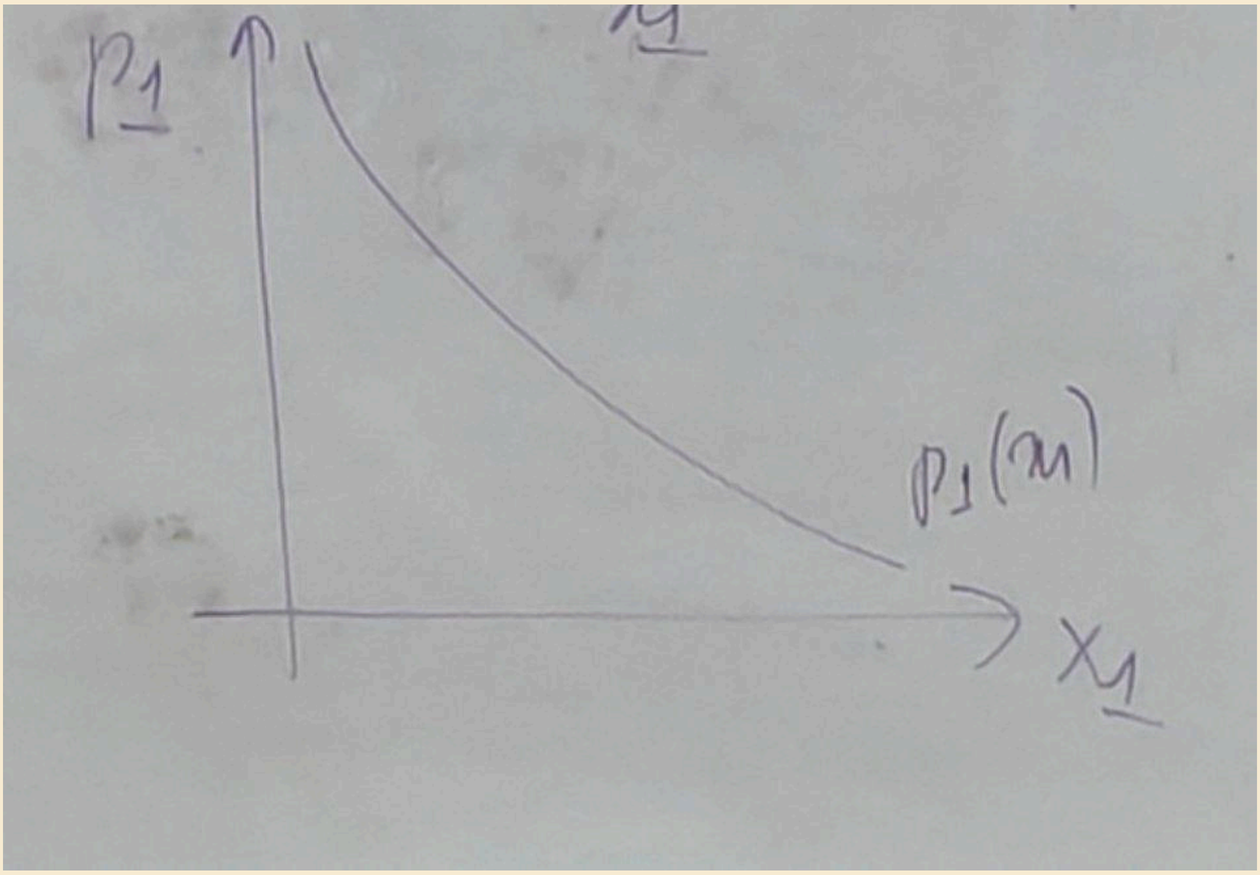
Рассмотрим функцию Кобба-Дугласа $u(x) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta} \quad \alpha, \beta > 0$

$$x_1(p, m) = \frac{\alpha m}{(\alpha + \beta) p_1}, x_2(p, m) = \frac{\beta m}{(\alpha + \beta) p_2}$$

Изобразим кривую цена-потребления при изменении p_1. При изменении p_1 не изменяется x_2. Первое благо — обычное.



Кривая спроса $x_1(p_1) = \frac{\gamma}{p_1} \Leftrightarrow p_1 = \frac{\gamma}{x_1}$ — гипербола.



Пример. Товары-субституты

$U(x) = \alpha x_1 + \beta x_2 \quad \alpha, \beta > 0.$

1. Кривая цена-потребления при изменении p_1.