Микроэкономика 1

Лекция 12

Морфий

Группа БЭАД242

Лекция 12. 2 приложения модели с натуральным доходом.

- модель предложения труда
- модель межпериодного выбора

Модель предложения труда.

1-ое благо — время, которое потребитель распределяет между трудом и отдыхом. Будем считать, что потребитель может свободно варьировать время занятости.
l (leisure) – время отдыха (свободное время),
L (labour) – время работы,
$\overline{L} > 0$ – запас времени.
2-ое благо — агрегированное потребительское благо (то есть, расходы на всё остальное), $p_c = 1$.
c (consumption) — агрегированное потребительское благо.
$w > 0$ (wage) — ставка заработной платы.
$M \geqslant 0$ (money) — нетрудовой доход.

<u>**Уравнение бюджетной линии.**</u>

$$c = wL + M \quad , L \leqslant \overline{L}$$

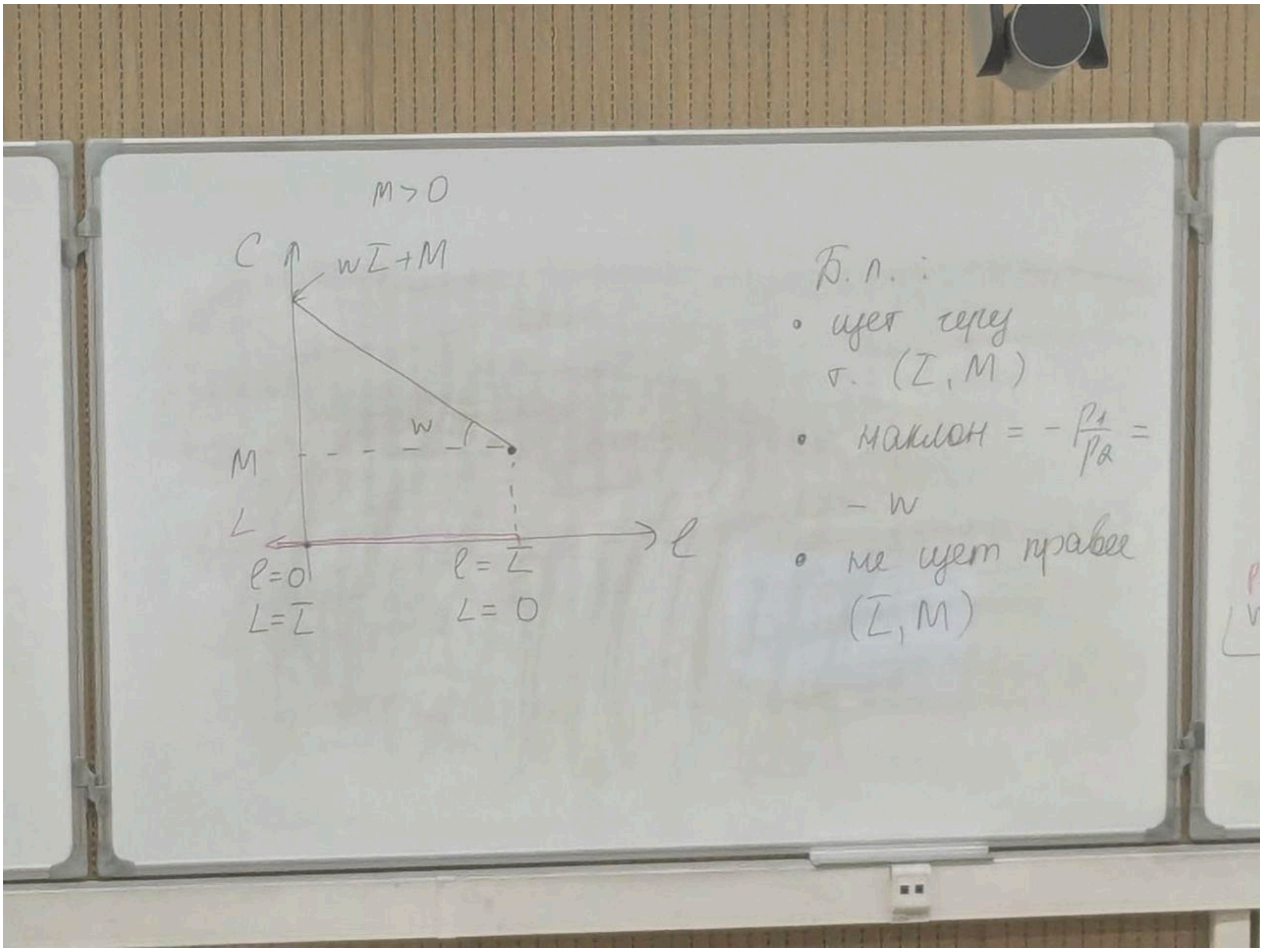
Ясно, что $l + L = \overline{L} \Rightarrow L = \overline{L} - l$:

$$c = w\left(\overline{L} - l\right) + M = w\overline{L} + M - wl \quad , l \leqslant \overline{L}$$

$$wl + c = w\overline{L} + M$$

Отсюда $wl = p_1 x_1$, $c = p_2 x_2$, $wL = p_1 \omega_1$, $M = p_2 \omega_2$, как в модели с натуральным доходом при точке первоначального запаса $\left(\overline{L}, M\right)$.

- каждый час отдыха «стоит» w



Будем считать, что предпочтения потребителя на наборах (l, c) описываются непрерывной функцией полезности $u(l, c)$ и предпочтения монотонны. Задача UMP:

$$\begin{cases} u(l, c) \to \max\limits_{l, c \geqslant 0} \\ wl + C = w\overline{L} + M \\ l \leqslant \overline{L} \end{cases}$$

Если предпочтения строго выпуклы, то существует единственное решение $\left(\tilde{l}, \tilde{c}\right) \Rightarrow \tilde{L} = \overline{L} - \tilde{l}$.
Если функция полезности дифференцируема и $\left(\tilde{l}, \tilde{c} > 0\right)$ — внутренее решение UMP (то есть $0 < \tilde{l} < \overline{L}$), то:

$$\mathrm{MRS}_{lc}\left(\tilde{l}, \tilde{c}\right) = w$$

Потребитель не может быть чистым покупателем свободного времени. Тогда он либо чистый продавец, либо потребитель отдыха.

Пример.

$u(l, c) = l^{\alpha} c^{\beta}$

$$l(w) = \frac{\alpha m}{(\alpha + \beta) w} = \frac{\alpha\left(w\overline{L} + M\right)}{(\alpha + \beta) w} = \frac{\alpha \overline{L}}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha M}{(\alpha + \beta) w}$$

Спрос на досуг падает с ростом цены.

Как меняется предложение труда при росте ставки заработной платы?
$w^0 \to w' > w^0$.

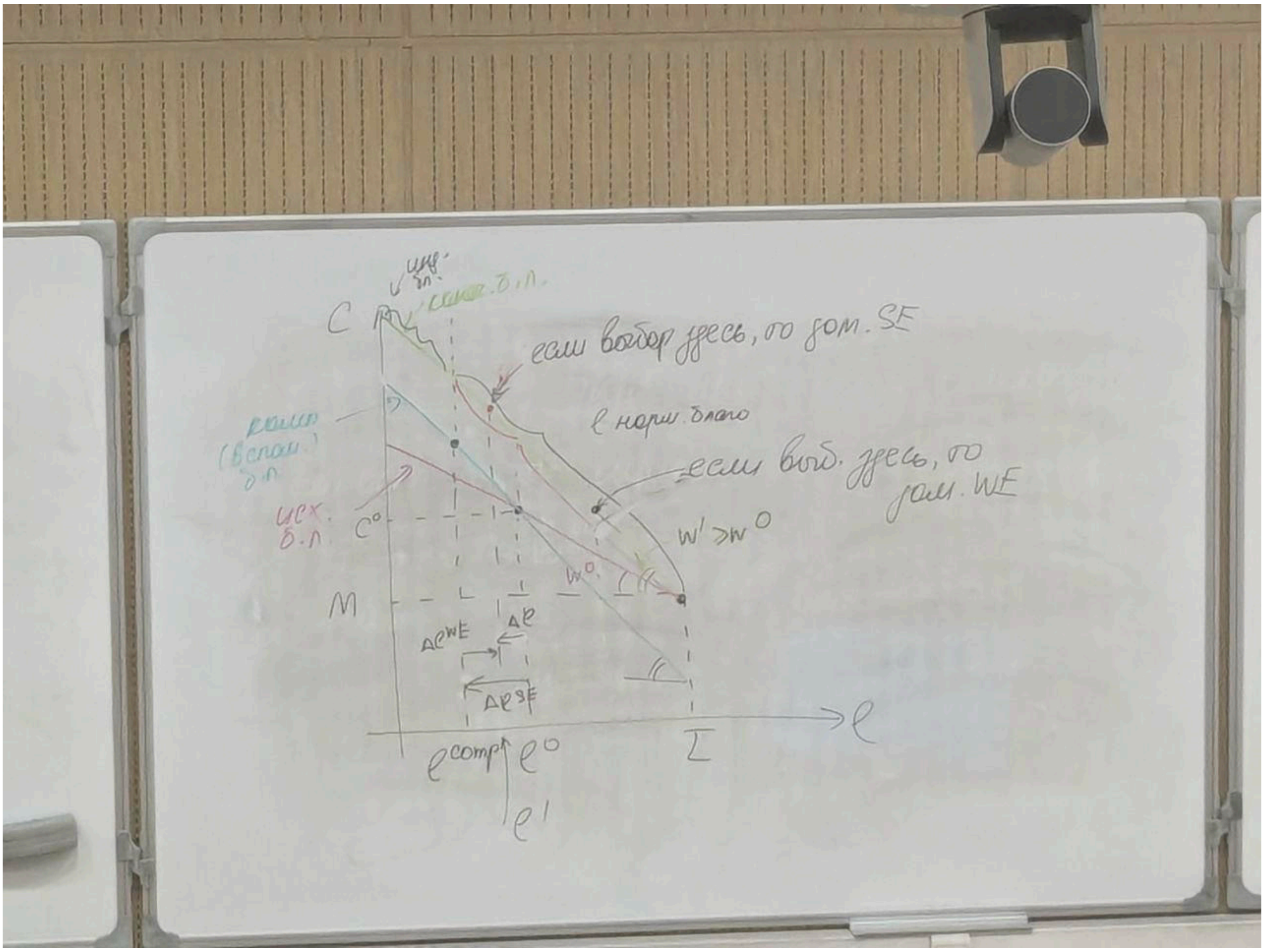
$$\Delta l = \Delta l^{\mathrm{SE}} + \Delta l^{\mathrm{WE}}$$

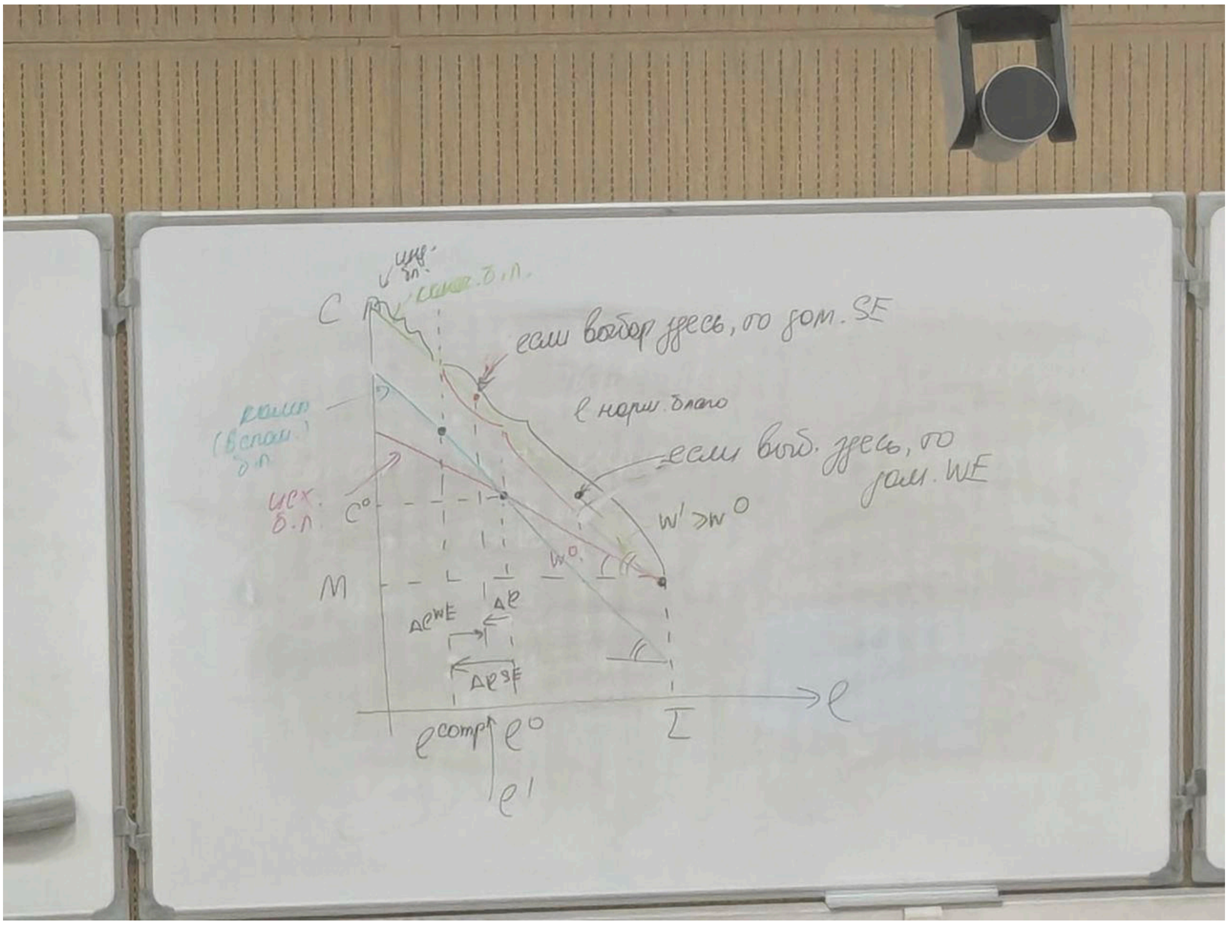
$$\Delta l^{\mathrm{SE}} \leqslant 0$$

Потребитель — чистый продавец отдыха.
Цена растёт $\Rightarrow$ потребитель становится богаче.

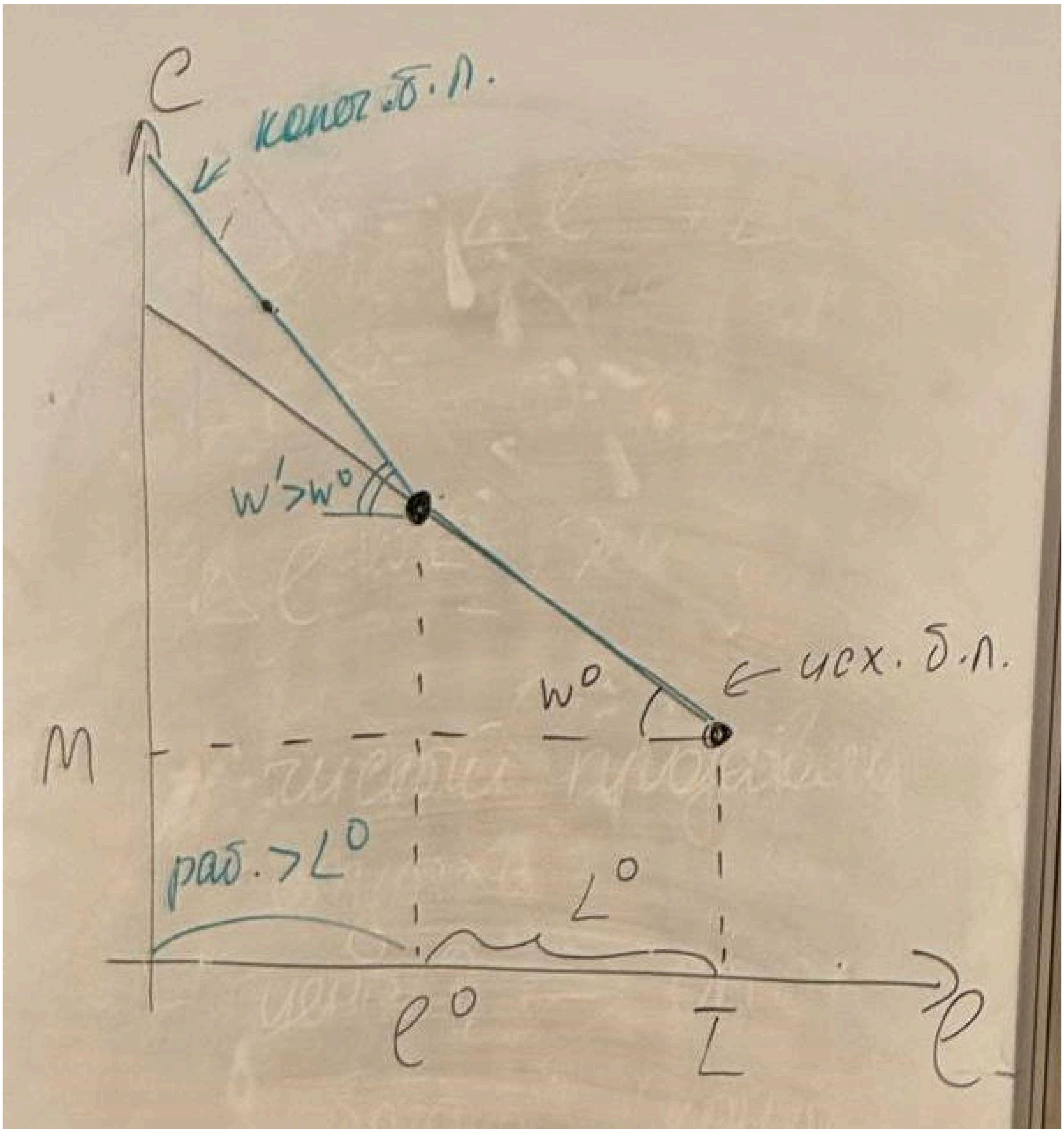
- если отдых — инфериорное благо, то $\Delta l^{\mathrm{WE}} < 0$,
- если отдых — нормальное благо, то $\Delta l^{\mathrm{WE}} > 0$.

Будем считать, что отдых — нормальное благо, тогда знаки эффектов разнонаправлены.
Если доминирует SE, то $\Delta l < 0 \Rightarrow \Delta L > 0$,
Если доминирует WE, то $\Delta l > 0 \Rightarrow \Delta L < 0$.
Из обобщенного уравнения Слуцкого в дифференциальной форме слудет ожидать, что WE доминирует при достаточно высоком уровне занятости.


C
инд. б.л.
комп. б.л.
если выбор здесь, то дом. SE
l норм. благо
если выб. здесь, то дом. WE
w' > w⁰
комп (вспом.) б.л.
исх. б.л.
C⁰
M
w⁰
Δl^WE
Δl
Δl^SE
l
L
l^comp
l⁰
l'


C
инд. б.л.
комп. б.л.
если выбор здесь, то дом. SE
l норм. благо
если выб. здесь, то дом. WE
w' > w⁰
комп (вспом.) б.л.
исх. б.л.
C⁰
M
w⁰
Δl^WE
Δl
Δl^SE
l
L
l^comp
l⁰
l'

Рост ставки заработной платы только за сверхурочные часы.
Пусть при $w^0 \to l^0 \Rightarrow L^0 = \overline{L} - l^0 > 0$.
При $L > L^0$ ставка $w' > w^0$.



По WARP выбор на конечной бюджетной линии не может лежать правее исходного набора. Значит:
- либо выбран тот же набор $\Rightarrow$ предложение труда не изменяется,
- либо набор левее, где $l < l^0 \Rightarrow$ пердпочтение труда растёт, положение потребителя улучшается.

Уравнение бюджетной линии при повышении ставки заработной платы за сверхурочные.

$$\begin{cases} c = w^0 L + M, L \leqslant L^0 \\ c = w^0 L^0 + w'(L - L^0) + M, L > L^0 \end{cases}$$

Модель межпериодного выбора.

Пусть потребитель живёт два периода времени: «сегодня» и «завтра».
$m_i \geqslant 0$ — доход в i-ый период,
c_i — расходы на потребление в i-ый период.
Потребитель может занимать и сберегать по ставке процента r (в долях).

Уравнение бюджетной линии.

- сегодня сберегаю: $c_1 < m_1$. Тогда $c_2 = (m_1 - c_1)(1 + r) + m_2$
- сегодня занимаю, $c_1 > m_1$:

$$c_2 = m_2 - (c_1 - m_1)(1 + r) = m_2 + (m_1 - c_1)(1 + r)$$

- расходую сегодня всё, что есть: $c_1 = m_1, c_2 = m_2$.

Итоговое уравнение:

$$c_2 = m_2 + (m_1 - c_1)(1 + r)$$

Или:

$$c_1(1 + r) + c_2 = m_1(1 + r) + m_2$$

(выражено через будущую стоимость)

очень похоже на уравнение бюджетной линии при натуральном доходе, где $p_1 = (1 + r), p_2 = 1,\ \omega = (m_1, m_2)$.
Если поделить обе части на $(1 + r)$:

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}$$

(выражено через текущую стоимость)

Возможные варианты бюджетной линии.

- ограничение ликвидности (нет возможности занимать)
- разные ставки процента: $r_b > r_s$ (borrow, save)

Будем считать, что предпочтения потребителя на наборах (c_1, c_2) описываются непрерывной функцией полезности $u(c_1, c_2)$. Предположим, что они монтонные.

Пример.

- $u(c_1, c_2) = c_1 + c_2$, $\mathrm{MRS}_{12} = 1$.
- $u(c_1, c_2) = \min\{c_1, c_2\}$

Задача потребителя (UMP):

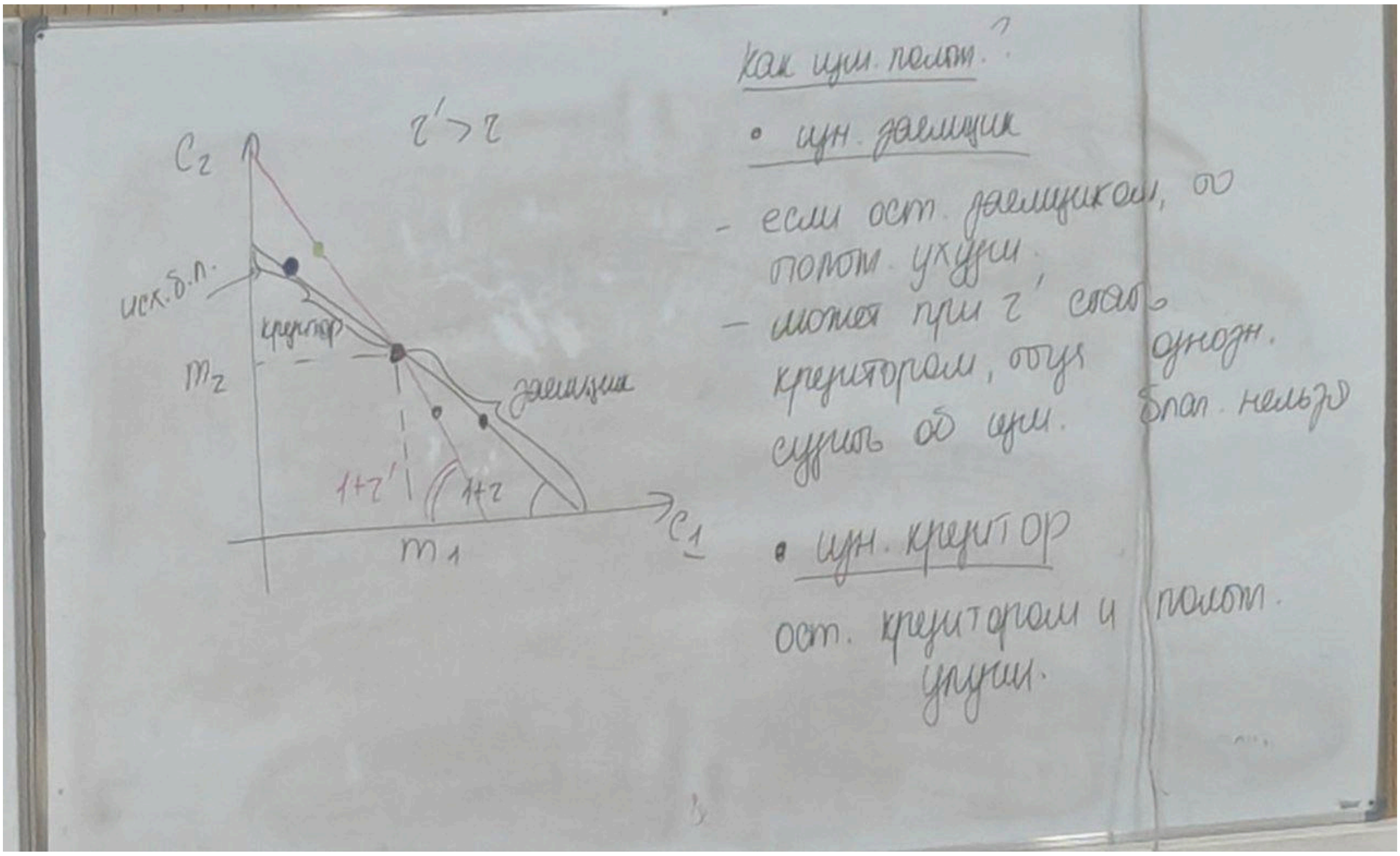
$$\begin{cases} u(c_1, c_2) \to \max\limits_{c_1, c_2 \geqslant 0} \\ c_1(1 + r) + c_2 = m_1(1 + r) + m_2 \end{cases}$$

Получаем решение $(\tilde{c}_1, \tilde{c}_2)$ — маршаллианский спрос:

- $\tilde{c}_1 > m_1$, тогда потребитель — заёмщик,
- $\tilde{c}_1 < m_1$, тогда потребитель — кредитор.

Если функция полезности дифференцируема и $(\tilde{c}_1, \tilde{c}_2)$ — внутреннее решение, то $\mathrm{MRS}_{12}(\tilde{c}_1, \tilde{c}_2) = 1 + r$.

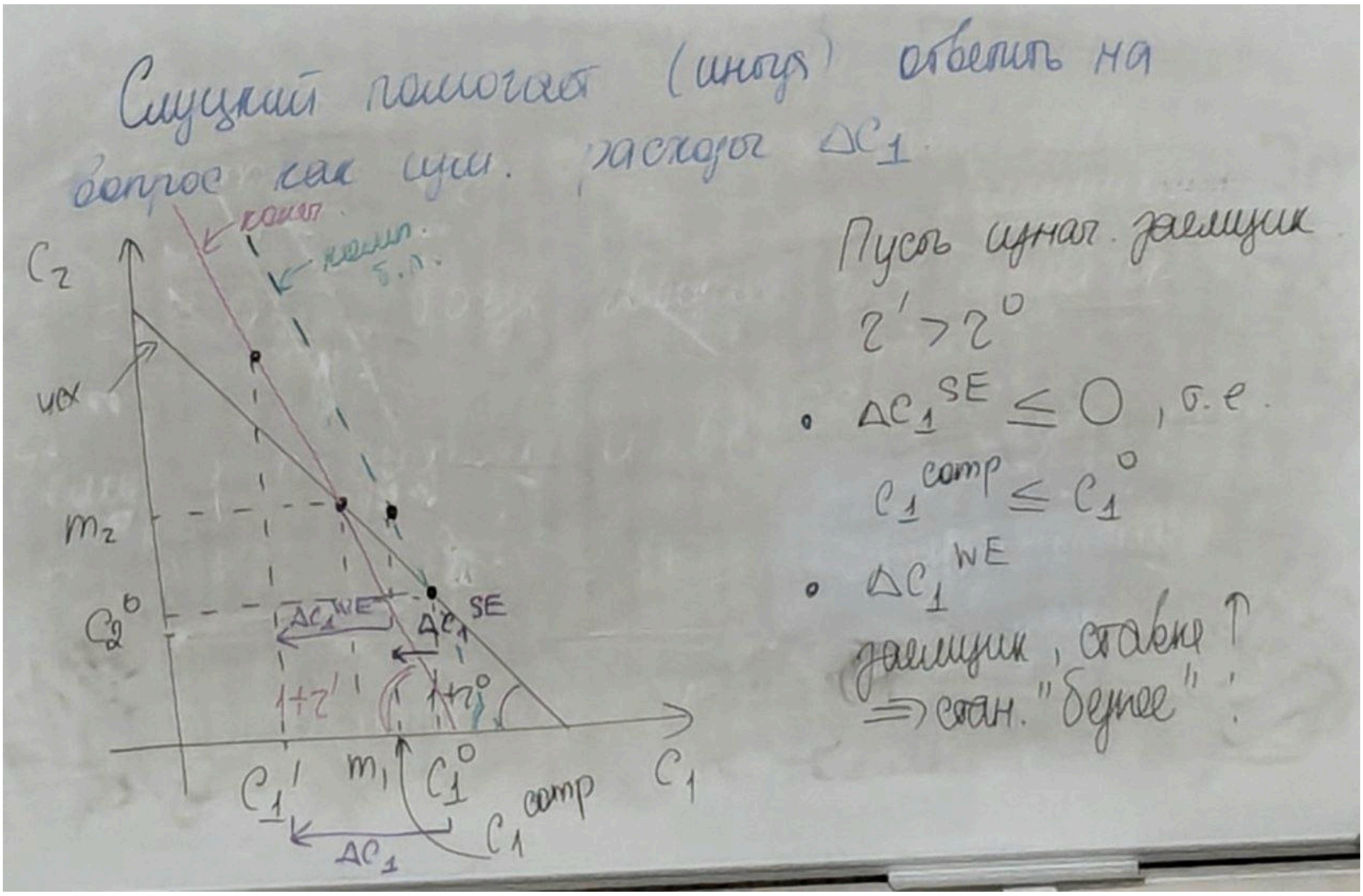
Реакция на изменение ставки процента.
$r^0 \to r' > r^0$.
я уже не могу техать, спасите



Слуцкий помогает (иногда) ответить на вопрос, как изменятся расходы Δc_1.
Пусть изначально заёмщик, ставка растёт. Тогда потребитель становится беднее.

- $\Delta c_1^{\mathrm{SE}} \leqslant 0$,
- если благо нормальное, $\Delta c_1^{\mathrm{WE}} < 0$. Если благо инфериорное, $\Delta c_1^{\mathrm{WE}} > 0$.

Окончательно для нормального блага $\Delta c_1 < 0 \Rightarrow$ обычное благо.



Дисконтированная полезность.

$$u(c_1, c_2) = \varphi(c_1) + \frac{1}{1+\rho}\varphi(c_2)$$

$\varphi'(c) > 0$ — строгая монотонность предпочтений,
$\varphi''(c) < 0$ — строгая выпуклость предпочтений,
$\rho \geqslant 0$ — ставка субъективных межпериодных предпочтений (ставка дисконтирования полезности).

Пример.

$$u = \log c_1 + \frac{1}{1+\rho}\log c_2$$

Равносильно функции Кобба-Дугласа

$$\tilde{u} = c_1 c_2^{\frac{1}{1+\rho}}$$

Характеристика выбора потребителя при дисконтировании полезности.
Пусть решение UMP внутренее, то есть $(\tilde{c}_1, \tilde{c}_2) \gg 0$. Тогда $\mathrm{MRS}_{12}(\tilde{c}_1), \tilde{c}_2 = 1 + r$.

$$\mathrm{MRS}_{12} = \frac{\partial u/\partial c_1}{\partial u/\partial c_2} = \frac{\varphi'(c_1)}{\frac{1}{1+\rho}\varphi'(c_2)} = (1+\rho)\frac{\varphi'(c_1)}{\varphi'(c_2)}$$

Тогда

$$\mathrm{MRS}_{12} = 1 + r \Leftrightarrow (1+\rho)\frac{\varphi'(\tilde{c}_1)}{\varphi'(\tilde{c}_2)} = 1 + r$$

- если $r = \rho \Rightarrow \varphi'(\tilde{c}_1) = \varphi'(\tilde{c}_2)$. Так как $\varphi(x)$ монотонно убывает, то $\tilde{c}_1 = \tilde{c}_2$.
- если $\rho > r$, тогда $\varphi'(\tilde{c}_1) < \varphi'(\tilde{c}_2)$. Так как $\varphi'(x)$ убывает, то $\tilde{c}_1 > \tilde{c}_2$.

- если $\rho < r$, аналогично $\tilde{c}_1 < \tilde{c}_2$.