

Микроэкономика 1

Лекция 16

15.05.2025

Морфий

Группа БЭАД242

Лекция 16. Максимизация прибыли.

Предпосылки.

- Фирма конкурентна, то есть принимает цены заданными (price-taker). $p > 0$ — цена единицы готовой продукции, $w > 0$ — цена (вектор цен) фактора(ов) производства. w_i — цена i -го фактора.
- выполнены предпосылки относительно технологии производства.

Определение. Прибыль

Прибыль π = доход фирмы от продажи готовой продукции (выручка) - расходы на факторы производства

$$\pi = py - wx$$

Определение. Экономическая прибыль

Учитываются расходы на все факторы (в том числе альтернативные издержки.)

Long run и Short run

- LR (long-run) — долгосрочный период, в нём фирма может варьировать объёмы использования всех факторов,
- SR (short-run) — краткосрочный период, объём использования хотя бы одного фактора фиксирован.
Возможна отрицательная прибыль

Однофакторная технология, LR

Задача максимизации прибыли фирмы (PMP):

$$\begin{cases} \pi = yp - xw \rightarrow \max_{x,y \geq 0} \\ y \leq f(x) \end{cases}$$

Из предпосылок неравенство выполнено как равенство.

Пусть \tilde{x}, \tilde{y} — решение PMP, $\tilde{x} = x(p, w), \tilde{y} = y(p, w)$ — отображения спроса и предложения в LR.

Аналитически имеем

$$\pi = pf(x) - xw \rightarrow \max_{x \geq 0}$$

Если $\tilde{x} > 0$ — внутреннее решение, то выполнено FOC для внутреннего решения:

$$pf'(\tilde{x}) - w = 0 \Leftrightarrow p \cdot MP(\tilde{x}) = w$$

SOC:

$$p \cdot f''(\tilde{x}) \leq 0 \Leftrightarrow f''(\tilde{x}) \leq 0$$

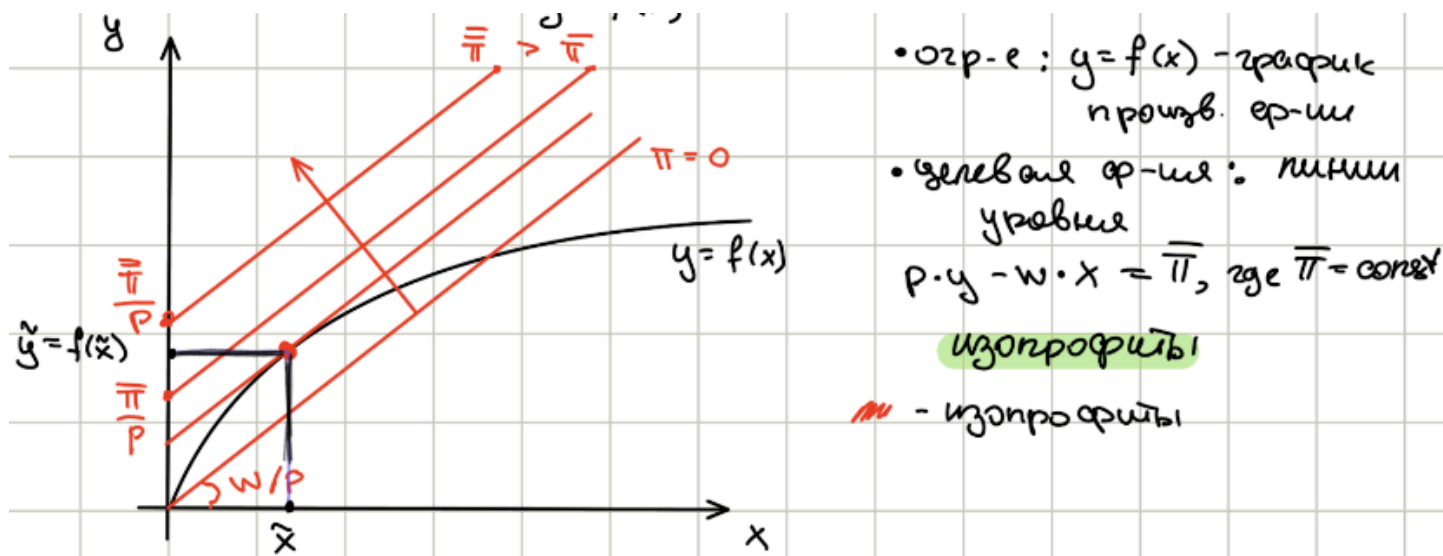
Значит, если $f(x)$ вогнута, то FOC — необходимое и достаточное условие.

- $f''(x) = 0 \Rightarrow f(x) = ax, a > 0 \Rightarrow \text{CRTS}$,
- $f''(x) < 0$, например, $f(x) = ax^n, a > 0, 0 < n < 1 \Rightarrow \text{DTS}$

Обсудим $p \cdot MP(\tilde{x}) = w$.

- От противного: пусть $\tilde{x} > 0$ — решение PMP, и $p \cdot MP(\tilde{x}) \neq w$. Если $p \cdot MP(\tilde{x}) > w$, тогда увелиив количество фактора x , увеличим выпуск и увеличим прибыль. Противоречие с тем, что \tilde{x} — решение. Аналогично, если $p \cdot MP(\tilde{x}) < w$, можно увеличить прибыль, уменьшив x .

Графически:



- Ограничение: $y = f(x)$ — график производственной функции.
- Целевая функция: линии уровня $p \cdot y - w \cdot x = \bar{\pi} = \text{const}$. Красным уровнем изображены изопрофиты.

Определение. Изопрофита

Изопрофита — линия уровня прибыли в пространстве фактор-выпуск, то есть все комбинации (x, y) , которые дают одну и ту же прибыль.

$$py - wx = \bar{\pi} \Rightarrow y = \frac{\bar{p}}{p} + \frac{w}{p}x$$

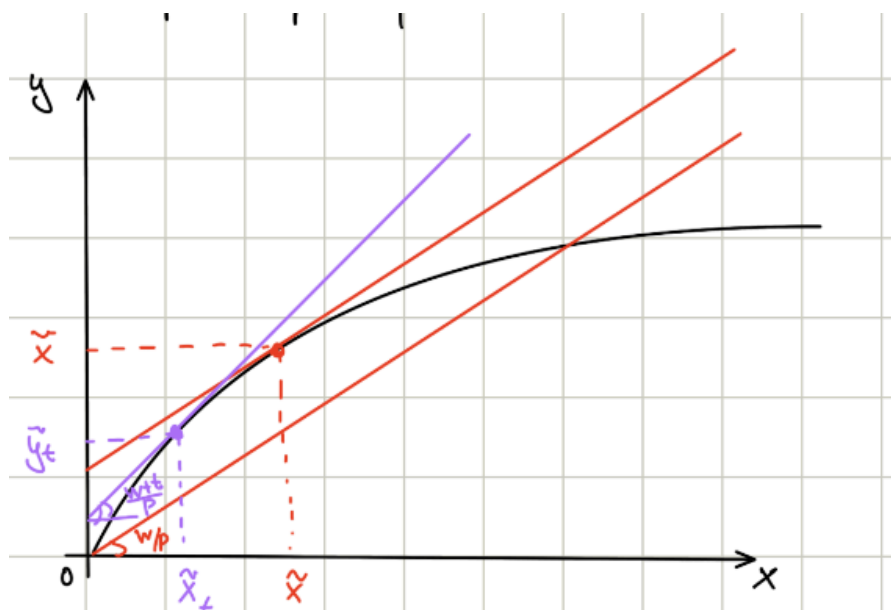
- прямые с положительным наклоном w/p
- $f(0) = 0 \Rightarrow$ из начала координат выходит изопрофита с $\bar{\pi} = 0$.
- при $x = 0$ имеем $y = \frac{\bar{\pi}}{p} \Rightarrow$ прибыль растёт вверх

Во внутреннем решении РМР — точка касания графика производственной функции и самой высокой изопрофиты:

$$f'(\tilde{x}) = \frac{w}{p} \Leftrightarrow P \cdot \text{MP}(\tilde{x}) = w$$

Сравнительная статика (примеры)

- потоварный налог t на фактор: $w \rightarrow w + t \Rightarrow \frac{w}{p} \rightarrow \frac{w+t}{p} > \frac{w}{p}$ — изопрофита круче \Rightarrow касание левее $\Rightarrow \tilde{x}_t < \tilde{x}$ и $\tilde{y}_t = f(\tilde{x}_t) < \tilde{y}$



- потоварный налог t на готовую продукцию: $p \rightarrow p - t \Rightarrow \frac{w}{p-t} > \frac{w}{p} \Rightarrow$ изопрофита круче \Rightarrow объём использования фактора, уровень выпуска и прибыль меньше.

Двухфакторная, LR

Задача максимизации прибыли:

$$\begin{cases} \pi = py - w_1x_1 - w_2x_2 \rightarrow \max_{y, x_1, x_2} \geq 0 \\ y = f(x_1, x_2) \end{cases}$$

Пусть $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{y}$ — решение РМР. Имеем:

$$\pi = pf(x_1, x_2) - w_1x_1 - w_2x_2 \rightarrow \max_{x_1, x_2 \geq 0}$$

ФОС для внутреннего решения:

$$\begin{cases} p \cdot \frac{\partial f(\tilde{x})}{\partial x_1} = w_1 \\ p \cdot \frac{\partial f(\tilde{x})}{\partial x_2} = w_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{MP_1(\tilde{x})}{MP_2(\tilde{x})} = \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow MRTS_{12} = \frac{w_1}{w_2}$$

Однофакторная, SR

Пусть $\bar{x} > 0$ — фиксированный объём фектора $\Rightarrow y = f(\bar{x}) \Rightarrow \bar{p} = p\bar{y} - w\bar{x}$ — фиксированная прибыль, может быть отрицательной

Двухфакторная, SR

$\tilde{x}_2 > 0$ — фиксированный объём второго фактора. Тогда решение аналогично однофакторной в LR:

$$\begin{cases} \pi = py - w_1x_1 - w_2\bar{x}_2 \rightarrow \max_{y, x_1 \geq 0} \\ y = f(x_1, \bar{x}_2) \end{cases}$$

Получаем функцию (отображения) краткосрочного спроса как зависимость от (p, w_1, w_2, \bar{x}_2) .

Во внутреннем решении $p \cdot MP_1(p, w, \bar{x}_2) = w_1$

Слабая аксиома максимизации прибыли (WAPM)

Утверждение.

Пусть при ценах (p^t, w^t) фирма, максимизируя прибыль, выбрала (y^t, x^t) , а при ценах (p^s, w^s) выбрала (y^s, x^s) . Тогда должно быть выполнено

$$\begin{cases} p^ty^t - w^tx^t \geq p^ty^s - w^tx^s \\ p^sy^s - w^sx^s \geq p^sy^t - w^sx^t \end{cases}$$

Следствие.

Сложим неравенства и обозначим $\Delta p = p^t - p^s, \Delta w = w^t - w^s, \Delta y = y^t - y^s, \Delta x = x^t - x^s$. Получаем

$$\Delta p \cdot \Delta y - \Delta w \cdot \Delta x \geq 0$$

1) Пусть $\Delta w = 0, \Delta p \neq 0$. Тогда

$$\Delta p \cdot \Delta y \geq 0$$

Тогда предложение готовой продукции не убывает по цене.

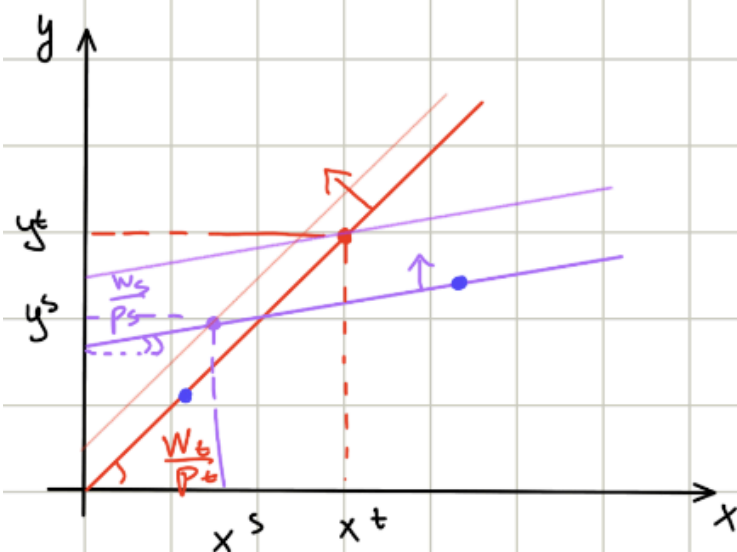
2) Пусть $\Delta p = 0, \Delta w_i = 0, \Delta w_j \neq 0, i \neq j$.

Тогда имеем

$$-\Delta w_j \Delta x_j \geq 0 \Leftrightarrow \Delta w_j \Delta x_j \leq 0$$

Тогда спрос на фактор не возрастает по цене.

• График иллюстрация WARP для однофакторной фирмы



WARP:

$$(1) p^t y^t - w^t x^t \geq p^t y^s - w^t x^s$$

$$(2) p^s y^s - w^s x^s \geq p^s y^t - w^s x^t$$

$$\Downarrow$$

$$(1) \pi_{tt} \geq \pi_{ts}$$

$$(2) \pi_{ss} \geq \pi_{st}$$

/// - изопр. при t
/// - изопр. при s

} соопр. макс. прибыли

на рисунке (1) не выполнено
(2) не выполнено

$$\pi_{tt} < \pi_{ts}$$

$$\pi_{ss} < \pi_{st}$$

WARP не выпн.