

В: Выберет \bar{x}^B только при $\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} = MRS_{12}^B = 2$ — БЛ

А: Выберет \bar{x}^A только при $\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} = MRS_{12}^A$

$$MRS_{12}^A = \frac{x_2^A}{x_1^A} \Big|_{(1,2)} = 2 = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2}$$

Трансферты?

Нормировка: $p_2 = 1$, тогда $p_1 = 2$

А: при $\bar{p} = (2, 1)$ сколько денег надо, чтобы купить $\bar{x}^A = (1, 2)$?

$$2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 4 \text{ г.е.}$$

Сколько денег есть? $\bar{p}_1 \omega_1^A + \bar{p}_2 \omega_2^A = 2 \cdot 8 + 1 \cdot 4 = 20 \text{ г.е.}$

Трансферт: $T^A = 4 - 20 = -16$ (наущ. налог)

$$В: \bar{T}^B = \bar{p}_1 \bar{x}_1^B + \bar{p}_2 \bar{x}_2^B - \bar{p}_1 \omega_1^B - \bar{p}_2 \omega_2^B = (2 \cdot 11 + 1 \cdot 4) - (2 \cdot 4 + 1 \cdot 2) =$$

$$= 16 \quad (\text{наущ. субсидия})$$

$$\bar{T}^A + \bar{T}^B = 0$$

Т.о. \bar{x} можно реализовать как равновесное при

$$\bar{p} = (2, 1), \bar{T} = (-16, 16)$$

Но если какие-то предп. 2-ой Тн. не выполнены? — Как ^{показат}?

Например, пусть не выполн. предпосылка о внутр. ПО:

Рассм.: $\bar{x} = (4, 6, 8, 0)$

$$MRS_{12}^A(\bar{x}^A) = \frac{x_2^A}{x_1^A} \Big|_{\bar{x}^A} = \frac{6}{4} = 1,5 < MRS_{12}^B = 2$$

А: выберет $\bar{x}^A = (4, 6)$ только при $\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} = \frac{3}{2}$

В: выберет $\bar{x}^B = (8, 0)$ при $\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} \leq 2 = MRS_{12}^B$

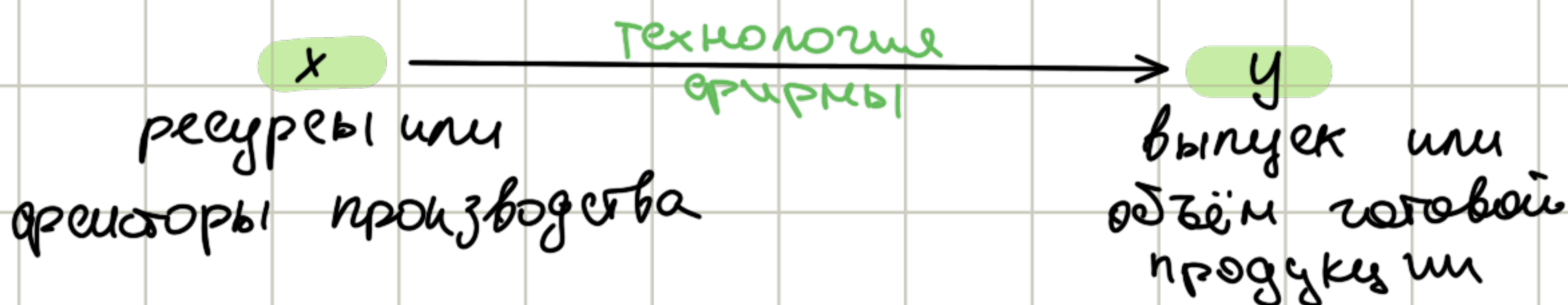
Т.о. \bar{x} реализуемо как равновесное при $\frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_2} = \frac{3}{2}$

$$\bar{T}^k = \bar{p} \bar{x}^k - \bar{p} \omega^k$$

29.04

Теория поведения фирмы

Описание технологии



Х: • либо скаляр — однократная фирма
• либо вектор, где $x_i \geq 0$ — объём использов-я i -го фактора

$y \geq 0$ - уровень выпуска некоторой продукции
однопродуктовая фирма

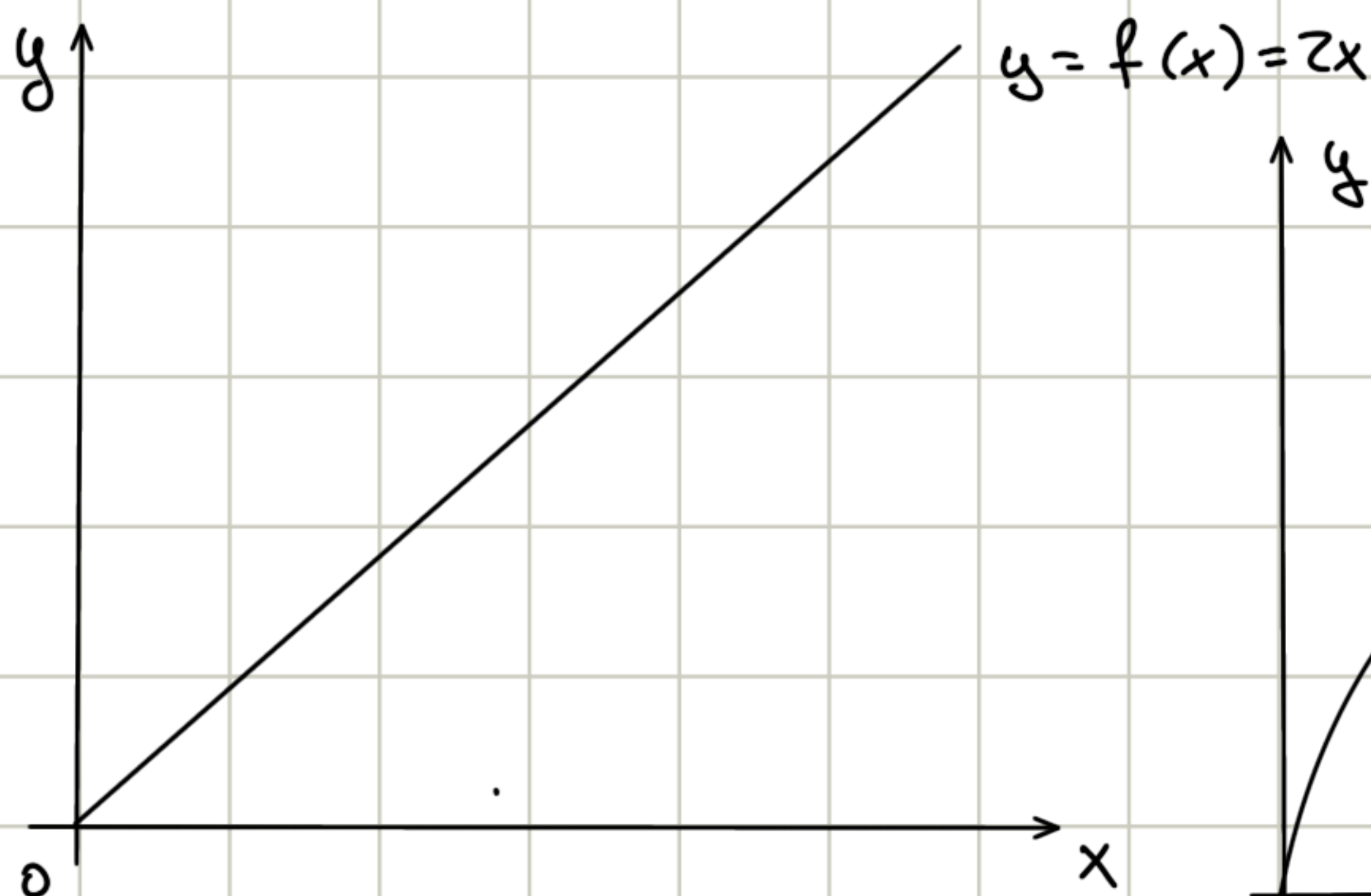
Производственная ф-ца $f(x)$ показывает какой максимальный ур-нь выпуска можно произвести используя x факторов пр-ва,
т.е. $y \leq f(x)$.

Предпосылки относительно $f(x)$:

- возрастает (для однофакторной тех-ки) по x ;
не убывает по x (если больше 1-го фактора)
- непрерывна
- $f(x=0) = 0$

Графическая иллюстрация

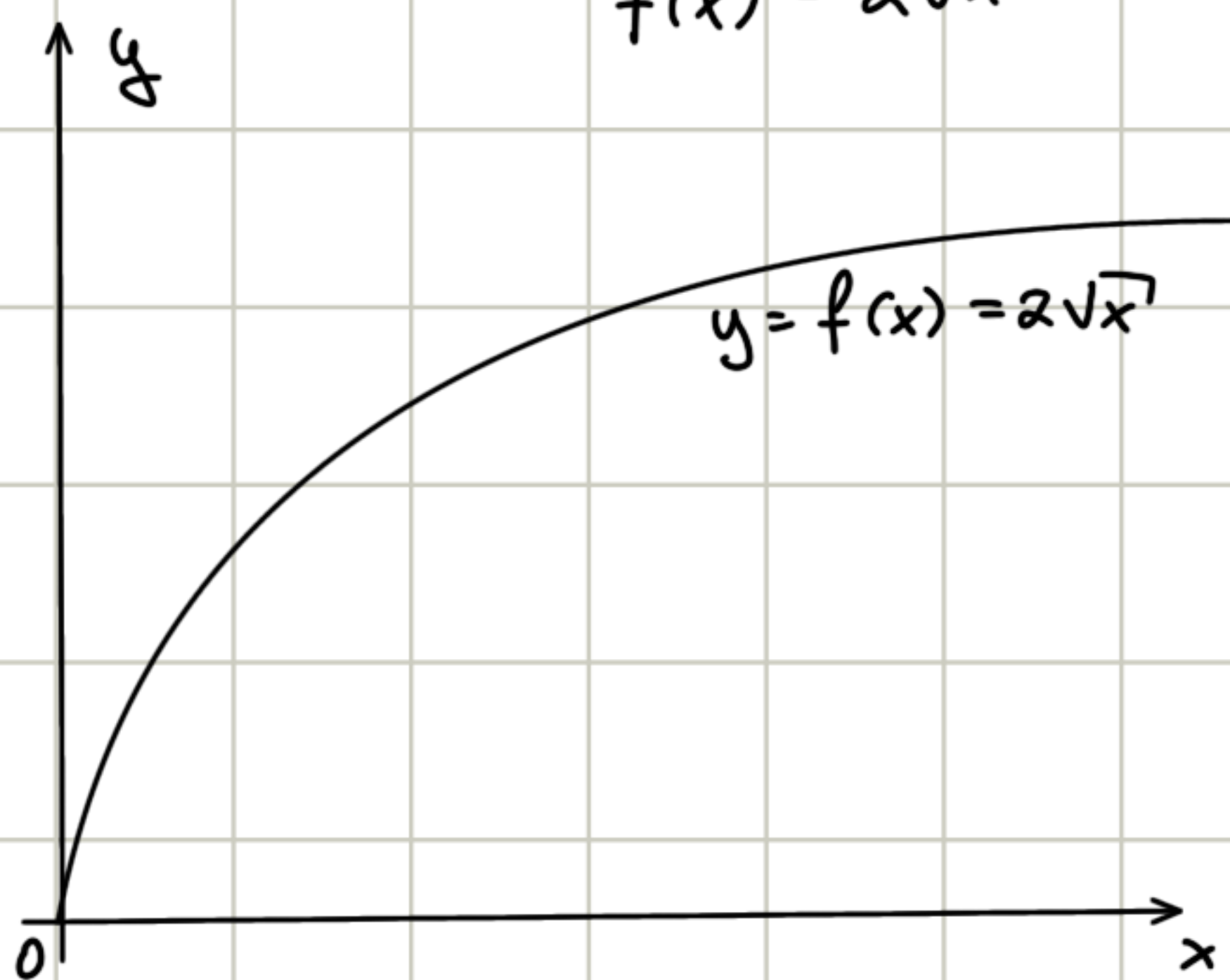
1) $N=1$ - однофакт. фирма



Пример:

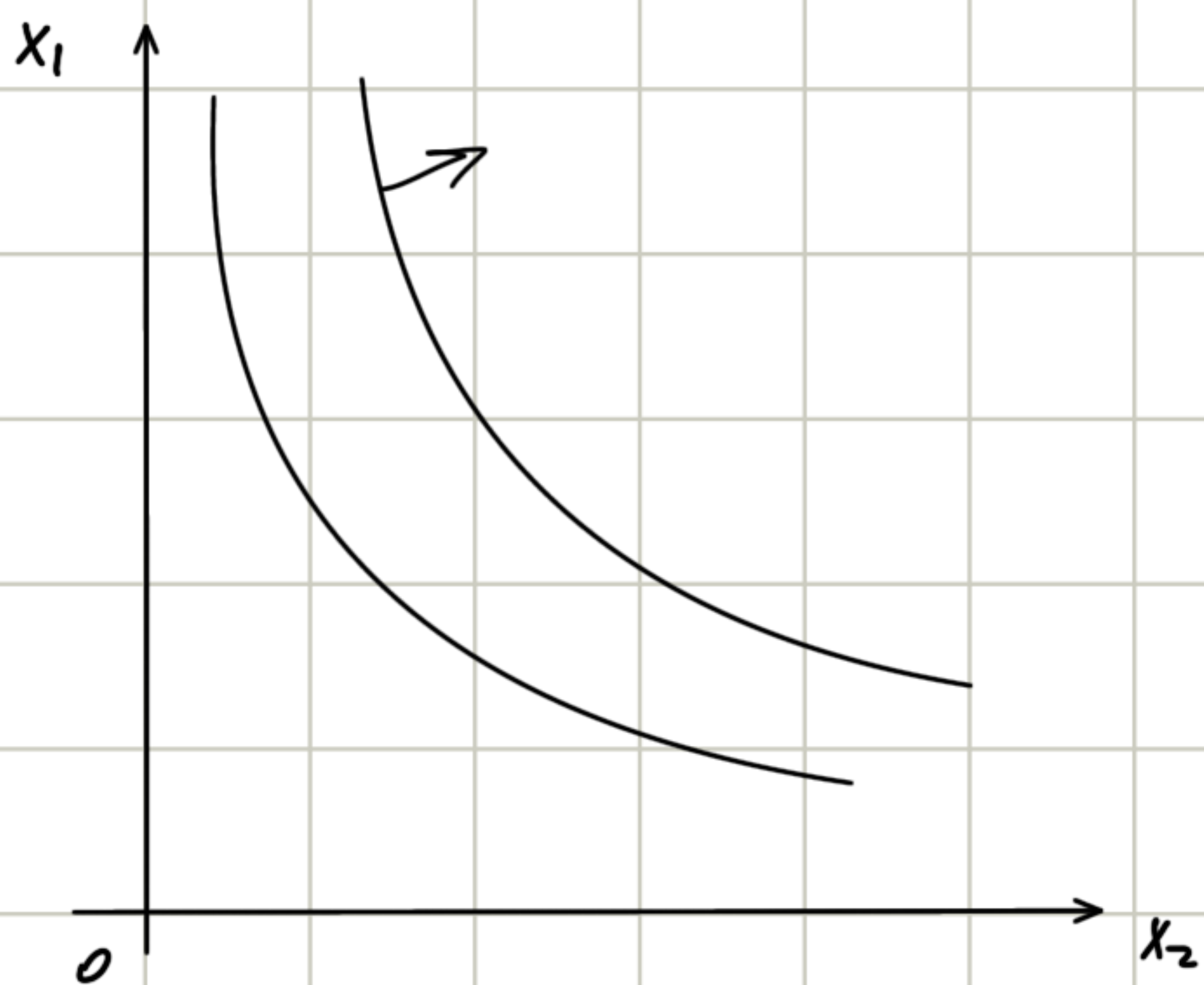
$$f(x) = 2x$$

$$f(x) = 2\sqrt{x}$$



Т.е. при $N=1$ - рисуем график произв. ф-цы

2) $N=2$



$N=2$ - рисуем ЛУ произв. ф-цы в простр-ве факторов - изокванты

Изокванта - множество комбинаций факторов (x_1, x_2) , которые как максимум позволяют произвести один и тот же ур-нь выпуска,

т.е. $\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = \bar{y}\}$, где $\bar{y} = \text{const}$

Пример: технология по пр-ву стула с одним сиденьем (1 фактор) и 4 ножками (2-ой фактор)

• $f(x) = \min \{4x_1; x_2\}$ $x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \Rightarrow y = 1$
(1 стул из 1 ножки и 1/4 сиденья \Rightarrow не подходит)

• $f(x) = \min \{x_1; \frac{x_2}{4}\}$ $x_1 = 1 \quad x_2 = 4 \Rightarrow y = 1$
 $x_1 = 2 \quad x_2 = 8 \Rightarrow y = 2$

В записи $f(x)$ нет произвола в терминах положит. монот. пр-ия как у ф-ии полезности

Примеры:

① $f(x) = \min \left\{ \frac{x_1}{\alpha}; \frac{x_2}{\beta} \right\}$ $\alpha, \beta > 0 \Rightarrow$ для пр-ва 1 единицы готовой продукции требуется α единиц 1-го и β единиц 2-го фактора

② $f(x) = \alpha x_1 + \beta x_2 \Rightarrow$ для пр-ва 1 ед. готовой пр-ии надо взять:

- либо $1/\alpha$ 1-го фактора и 0 2-го,
- либо $1/\beta$ 2-го фактора и 0 1-го,
- либо $x_1, x_2 \geq 0 : \alpha x_1 + \beta x_2 = 1$

③ $f(x) = \underbrace{A}_{>0} \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta$, $\alpha, \beta > 0$

$A = f(x_1 = x_2 = 1)$ -
- объём выпуска при единичном исп-ии факторов

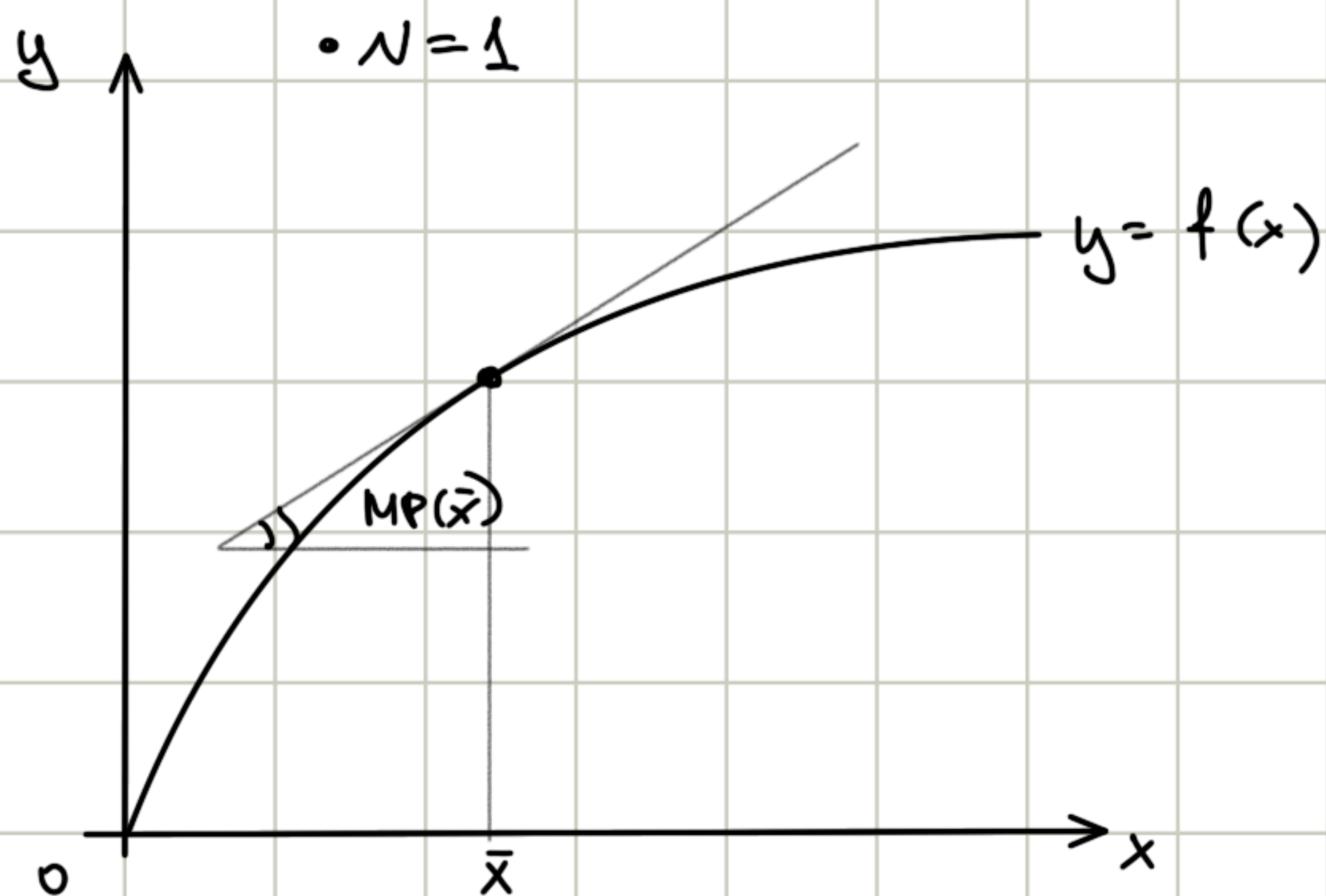


Предельный и средний продукт фактора

① Предельный продукт фактора (MP - marginal product)

$MP_i = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$ - предельный продукт фактора i -

показывает на сколько малых единиц увелит. (снизится) выпуск при увеличении (уменьшении) кол-ва i -го фактора на малую единицу и неизм. кол-ве др. факторов (если они есть)



$MP_i > 0$
 на рис. $MP(x) \downarrow$
 (~ строгая вогнутость $f(x)$)

• $N=2$ Удобной график. иллюстрация MP_i нет

Например: $f(x) = A \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta$, $\alpha, \beta, A > 0$

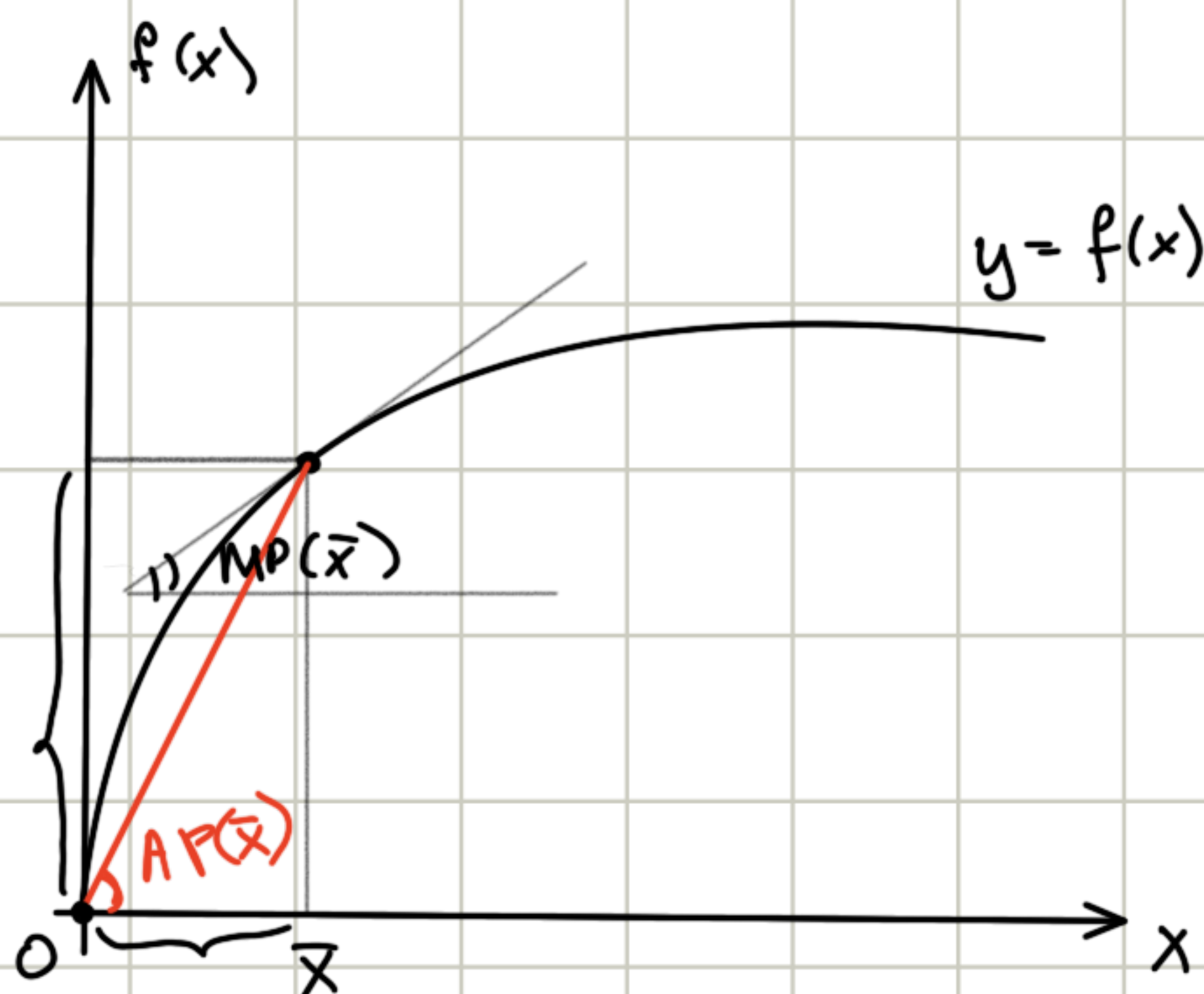
$$MP_1(x) = A \cdot x_2^\beta \cdot \alpha \cdot x_1^{\alpha-1} > 0 \text{ при } x_1, x_2 > 0$$

$$MP_1'(x) = A \cdot x_2^\beta \cdot (\alpha-1) \cdot \alpha \cdot x_1^{\alpha-2} \begin{cases} > 0 \text{ при } \alpha > 1 \\ < 0 \text{ при } \alpha < 1, \quad x_1, x_2 > 0 \\ = 0 \text{ при } \alpha = 1 \end{cases}$$

② Средний продукт (AP - Average product)

$$AP_i = \frac{f(x)}{x_i}$$

• $N=1$



③ AP и MP

Утвержд. Пусть ф-ии дифф-мы. Тогда:

- если $AP(x) \downarrow$, то $AP(x) > MP(x)$;
- если $AP(x) \uparrow$, то $AP(x) < MP(x)$; , $\forall x > 0$
- если $AP(x) = \text{const}$, то $AP(x) = MP(x)$

До-во: $(AP(x))' = \left(\frac{f(x)}{x} \right)' = \frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2} = \frac{f'(x) - \frac{f(x)}{x}}{x} =$

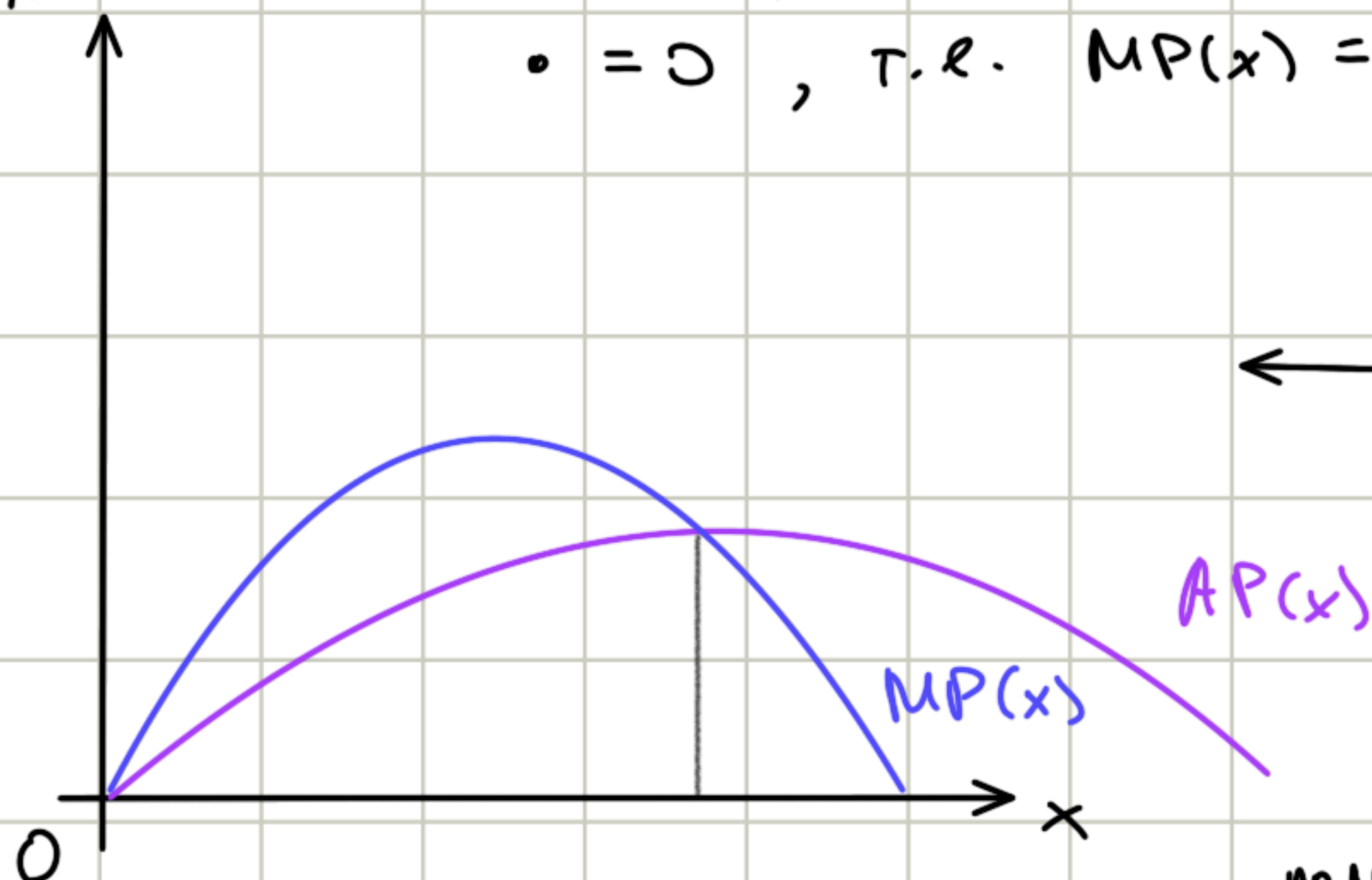
$$= \frac{MP(x) - AP(x)}{x}$$

Тогда: • > 0 , т.е. $MP(x) > AP(x)$, если $(AP(x))' > 0$

• < 0 , т.е. $MP(x) < AP(x)$, если $(AP(x))' < 0$

• $= 0$, т.е. $MP(x) = AP(x)$, если $(AP(x))' = \text{const}$
4. П. П.

MP, AP

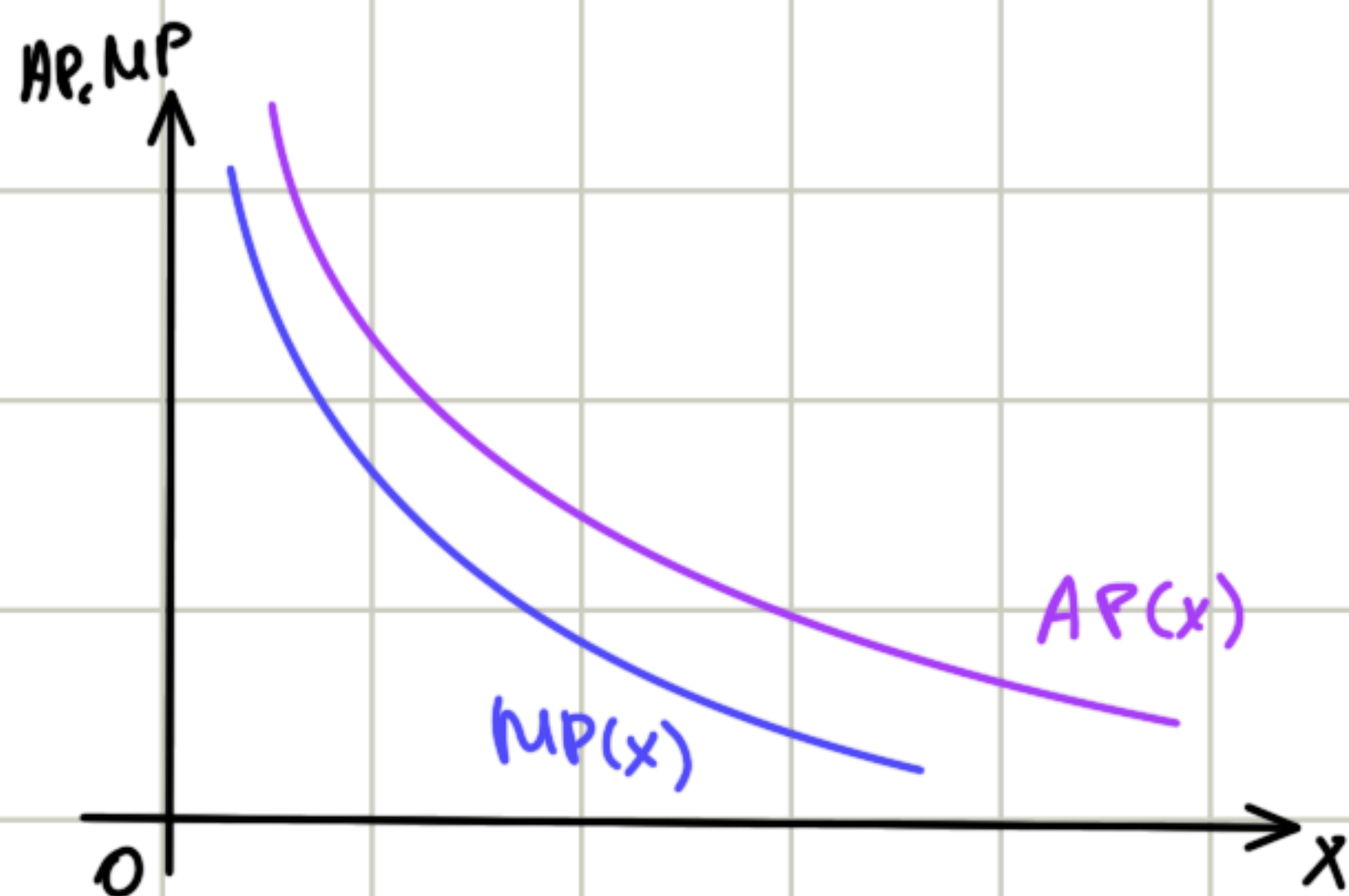


← возможно, но далеко не всегда так

Например: $f(x) = 2\sqrt{x}$

$$MP(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$AP(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x} = \frac{2}{\sqrt{x}} > MP(x)$$



Предельная норма технолог. замещения

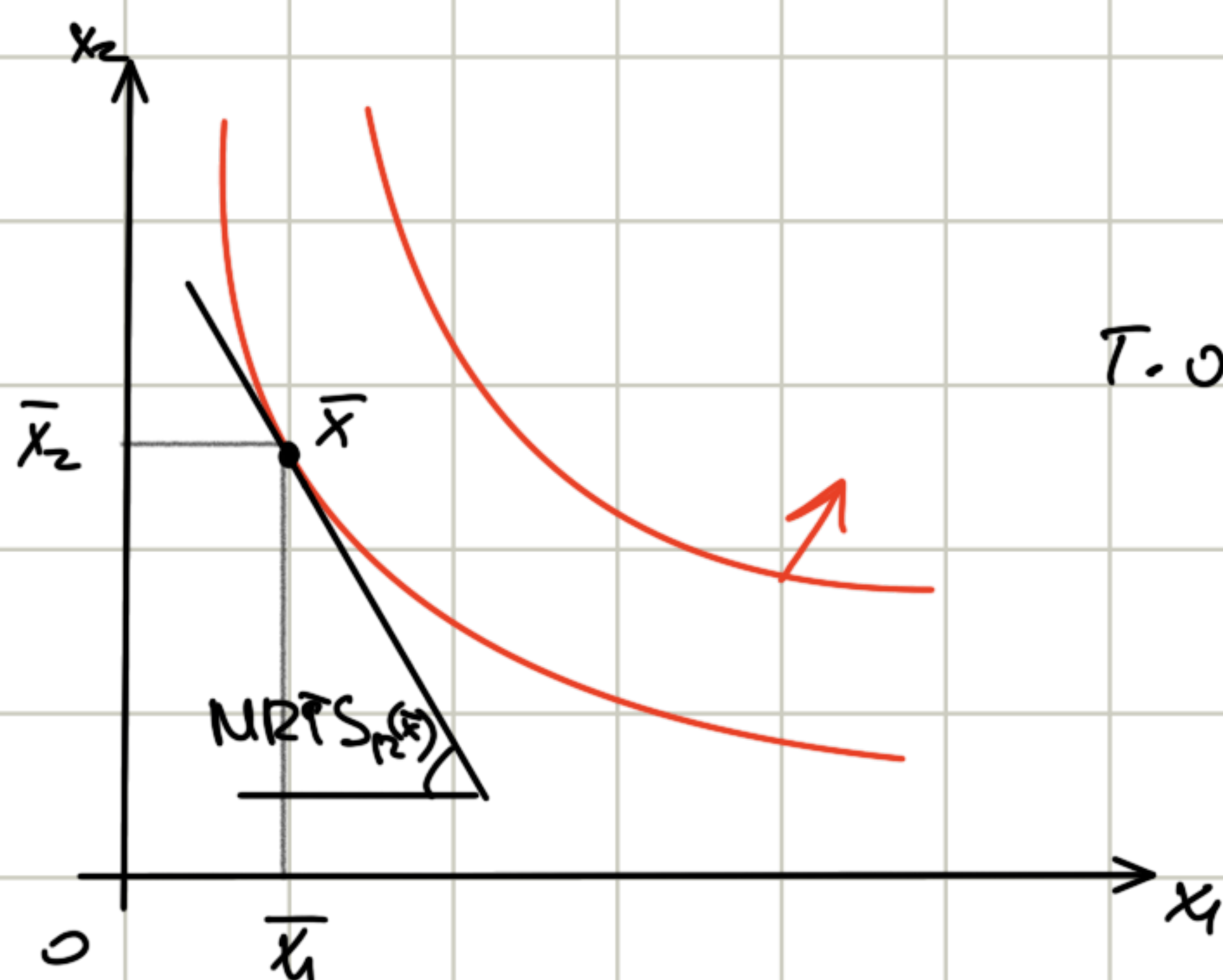
$MRTS_{12}$ (marginal rate technological subst.)

предельная норма технолог. замещения
2-го фактора 1-ым

$$MRTS_{12}(x) = \frac{MP_1(x)}{MP_2(x)}$$

- наклон изокванты в пр-ве факторов (x_1, x_2) , взятый с обратным знаком.

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -MRTS_{12}(x)$$



Т.е. $MRTS_{12}$ - показывает какое кол-во малых единиц 2-го фактора можно заместить малой ед. 1-го фактора так, чтобы остаться на той же изокванте, т.е. чтобы (максимальный) ур-нь выпуска остался неизменным

Отдача от масштаба

def Производств. ф-ция $f(x)$ характеризуется:

• CRTS (постоянная стг. от масштаба), если $f(tx) = t f(x)$, $\forall t > 0$

• DRTS (убывающая стг. от масштаба), если

$$f(tx) < t \cdot f(x), \forall t > 1$$

$$(f(tx) > t \cdot f(x), \forall 0 < t < 1)$$

- IRTS (возрастающий эффект масштаба), если
 $f(tx) > t \cdot f(x), \forall t > 1$
 $(f(tx) < t \cdot f(x), \forall 0 < t < 1)$

Примеры:

① КЭ $f(x) = A \cdot x_1^\alpha \cdot x_2^\beta, \alpha, \beta > 0$
 $f(tx) = A \cdot t^\alpha x_1^\alpha \cdot t^\beta x_2^\beta = A x_1^\alpha x_2^\beta \cdot t^{\alpha+\beta} = f(x) \cdot t^{\alpha+\beta}$

$$f(tx) = \underbrace{f(x)} \cdot t^{\alpha+\beta} \quad ? \quad t \cdot \underbrace{f(x)}$$

- $\alpha + \beta > 1$ IRTS
- $\alpha + \beta < 1$ DRTS
- $\alpha + \beta = 1$ CRTS

Пример: • $\alpha + \beta = 1$ CRTS

$$MP_1: \begin{matrix} \uparrow & \text{нпу} & \alpha > 1 \\ \downarrow & \text{нпу} & \alpha < 1 \end{matrix}$$

$$MP_2: \begin{matrix} \uparrow & \text{нпу} & \beta > 1 \\ \downarrow & \text{нпу} & \beta < 1 \end{matrix}$$

$MP_i \downarrow$

- $\alpha + \beta > 1$ IRTS

$$\alpha = \beta = \frac{2}{3} \Rightarrow MP_i \downarrow$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow MP_i \downarrow \text{ и } MP_2 \uparrow$$

нет прямой связи
 MIG RTS и
 небег. прогр.
 прогресса

② Однофакторная: $f(x) = A x^n, n > 0, A > 0$

$$f'(x) = MP(x) = A \cdot n x^{n-1} \Rightarrow$$

$$f''(x) = MP'(x) = A n(n-1) x^{n-2}$$

$$\Rightarrow \bullet MP'(x) < 0 \Leftrightarrow n-1 < 0 \Leftrightarrow f''(x) < 0 \text{ (MP(x) \downarrow) } \text{ (спросо бачува)$$

$$f(tx) = \underbrace{A \cdot t^n x^n}_{f(x) \cdot t^n} < t \underbrace{f(x)}_{f(x)} = t \cdot A \cdot x^n$$

нпу $n < 1$ DRTS