TP1 – Stat nn para

Exercice 5

X : Age d'appari° de la maladie cardiaque chez l'homme. $(X_1, \dots, X_n)$, $n = 6$ de DF F.
Y : Age d'appari° de la maladie cardiaque chez la femme. $(Y_1, \dots, Y_p)$, $p = 5$ de DF G.

Pbtique : L'âge moyen d'appari° de la maladie chez l'homme est-il inférieur à celui chez la femme ?

Ici, on fait un test non paramétrique car on a pas d'hyp sur la loi et la taille de l'éch est petite.
⇒ Test de Mann-Whitney.

F, G	19	26	30	23	17	20	21	25	29	31	33
$R_{F,G}$	2	7	9	5	1	3	4	6	8	10	11

Condi° de modélisa° : • $X_1, \dots, X_n$ sont iid • Les deux éch sont indép
• $Y_1, \dots, Y_p$ sont iid • Lois diffuses

Hyps : $H_0 : F = G$ vs $H_1 : G < F$
Test unilatéral à gauche

Stat du test : $W_F = \sum_{i=1}^{n} R_i - \frac{n(n+1)}{2}$ de loi libre de Mann-Whitney

$w_F = 27 - \frac{6 \times 7}{2} = 27 - 21 = 6$ et $w_G = 39 - \frac{5 \times 6}{2} = 39 - 15 = 24$.

Région de rejet : On rejette l'hypothèse H_0 (en faveur de H_1), au seuil α, ssi $W_H \leq s$
avec $s = q_{MW(6,5)}(\alpha)$ = quantile d'ordre α de la loi de M-W de paramètres $n=6$ et $p=5$
= qwilcox(alpha, n, p) = 6

table de Mann-Whitney
$P_{H_0}(W_F \leq 6) \Leftrightarrow P(W_{(6,5)} \leq 3) \leq 0{,}025$
soit $R_{0,05} = \{W_F \leq s_{0,05}\}$
soit $s_{0,05} > 3$

p-valeur : p-valeur $= P_{H_0}(W_F \leq w_F)$
$= P_{H_0}(W_F \leq 6)$
⇒ wilcox.test(F, G, paired = FALSE, "less")
$= 0{,}062$

Ccl : On ne rejette pas l'hypothèse H_0, au risque $\alpha = 5\%$ de se tromper, car la p-valeur $> \alpha$. On ne peut donc pas affirmer que la maladie cardiaque est précoce chez les hommes.

Exercice 6

$n = 8$

U = qté de bactéries / cm^3 de lait estimée 24h ⊕ tard

V = qté de bactéries / cm^3 de lait estimée après la traite

Pbtique : ∃-t-il un accroissement significatif de bactéries / cm^3 au cours du tps ?

⇒ Test du signe

Condi° de modélisa° : • Soit X = "lait après 24h" − "lait après traite" $= U - V$.

• On suppose que $X = (X_1, \dots, X_8)$ est de loi diffuse. → condi° mathématique

Hyps : $H_0 : P(U \geqslant V) = 1/2$ vs $H_1 : P(U \geqslant V) > 1/2$

Test unilatéral à droite

Stat du test : $S_n = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{1}_{X_i \geqslant 0} \overset{H_0}{\sim} \mathcal{B}(n ; 1/2)$

$s_n = 7$

Région de rejet : On rejette l'hypothèse H_0 (en faveur de H_1), au seuil α, ssi $S_n \geqslant s$

avec $s = 1 + q_{1-\alpha}$ = 1 + qbinom(1 − alpha, n, 1/2) $= 1 + 6 = 7$

p-valeur : p-valeur $= P_{H_0}(S_n \geqslant s_n)$

$= P_{H_0}(S_n \geqslant 7)$

$= 1 - P(\mathcal{B}(n, 1/2) \leqslant 7 - 1)$

= 1 − pbinom(s_n − 1, n, 1/2)

⇒ binom.test(s_n, n, 1/2, "greater")

$= 0{,}035$

Ccl : On rejette l'hypothèse H_0, au risque $\alpha = 5\%$ de se tromper, car la p-valeur $< \alpha$. On peut donc affirmer qu'il y a un accroissement significatif du nombre de bactéries / cm^3 au cours du temps.

Exercice 6

$n = 8$

U = qté de bactéries / cm³ de lait estimée 24h ⊕ tard

V = qté de bactéries / cm³ de lait estimée après la traite

Pbtique : ∃-t-il un accroissement significatif de bactéries / cm³ au cours du tps ?

⇒ Test de Wilcoxon

Condi° de modélisa° : • Soient U et V, deux éch appariés et X = "lait après 24h" - "lait après traite" $= U - V$

• On suppose que $X = (X_1, \dots, X_8)$ est de loi diffuse. → condi° mathématique

Hyps : $H_0 : P(U \geqslant V) = 1/2$ vs $H_1 : P(U \geqslant V) > 1/2$

Test unilatéral à droite

Stat du test : $W_n^+ = \sum_{i=1}^{n} R_{|X|}(i) \, \mathbb{1}_{X_i > 0} \overset{H_0}{\sim} W_n$

$w_n^+ = 35$ = sum(rank(abs(X))[X>0])

Région de rejet : On rejette l'hypothèse H_0 (en faveur de H_1), au seuil α, ssi $W_n^+ \geqslant s$

avec $s = q_W(1-\alpha) + 1$ = qwilcox(1-alpha, n, n) + 1 $= 48 + 1 = 49$

p-valeur : p-valeur $= P_{H_0}(W_n^+ \geqslant w_n^+)$

$= P_{H_0}(W_n^+ \geqslant 35)$

$= P(W_n \geqslant 35)$

$= 1 - P(W_n \leqslant 35 - 1)$

$= 1 -$ psignrank($w_n^+ - 1$, n) $= 0{,}008$

⇒ wilcox.test(U, V, paired = TRUE, "greater") $= 0{,}010$

↳ warning message : impossible de calculer la p-value exacte avec des ex-aequos.

Ccl : On rejette l'hypothèse H_0, au risque $\alpha = 5\%$ de se tromper, car la p-valeur $< \alpha$. On peut donc affirmer qu'il y a un accroissement significatif du nb de bactéries / cm³ au cours du tps.

Exercice 7

$n = 10$

U = Tx de résistances de plaies soignées par un pansement

V = Tx de résistances de plaies soignées par des pts de suture

Pbtique : $\exists$-t-il un accroissement significatif du tx de résistances de plaies soignées avec un pansement ?

$\Rightarrow$ Test du signe

Condi° de modélisa° : • Soit X = "tx pansement" − "tx pts de suture" $= U - V$

• On suppose que $X = (X_1, \dots, X_{10})$ est de loi diffuse. → condi° mathématique

Hyps : $H_0 : P(U \geq V) = 1/2$ vs $H_1 : P(U \geq V) > 1/2$

Test unilatéral à droite

Stat de test : $S_n = \sum_{i=1}^{n} 1\!\!1_{X_i \geq 0} \overset{H_0}{\sim} \mathcal{B}(n ; 1/2)$

$s_n = 8$

Région de rejet : On rejette l'hypothèse H_0 (en faveur de H_1), au seuil α, ssi $S_n \geq s$

avec $s = 1 + q_{1-\alpha}$ = 1+ qbinom (1 - alpha, n, 1/2) $= 1 + 8 = 9$

p-valeur : p-valeur $= P_{H_0}(S_n \geq s_n)$

$= P_{H_0}(S_n \geq 8)$

$= 1 - P(\mathcal{B}(n, 1/2) \leq 8 - 1)$

= 1 - pbinom (s_n - 1, n, 1/2)

$\Rightarrow$ binom.test (s_n, n, 1/2, "greater")

$= 0,055$

Ccl : On ne rejette pas l'hypothèse H_0, au risque $\alpha = 5\%$ de se tromper, car la p-valeur $> \alpha$. On ne peut donc pas affirmer qu'il y a un accroissement significatif du tx de résistances de plaies soignées avec un pansement.

TP1 - Stat nn para

Exercice 7

$n = 10$

U = Tx de résistances de plaies soignées par un pansement
V = Tx de résistances de plaies soignées par des pts de suture

$\Rightarrow$ Test de Wilcoxon

Condi° de modélisa° : • Soient U et V, deux éch appariés et X = "Tx pansement" - "tx pts de suture" $= U - V$
• On suppose que $X = (X_1, \dots, X_{10})$ est de loi diffuse. → condi° mathématique

Hyps : $H_0 : P(U \geqslant V) = 1/2$ vs $H_1 : P(U \geqslant V) > 1/2$
Test unilatéral à droite

Stat du test : $W_n^+ = \sum_{i=1}^{n} R_{|X|}(i) \mathbb{1}_{X_i > 0} \overset{H_0}{\sim} W_n$

$w_n^+ = 47$ = sum(rank(abs(X))[X>0])

Région de rejet : On rejette l'hypothèse H_0 (en faveur de H_1), au seuil α, ssi $W_n^+ \geqslant s$
avec $s = q_W(1-\alpha) + 1$ = qwilcox(1-alpha, n, n)+1 $= 72 + 1 = 73$

p-valeur : p-valeur $= P_{H_0}(W_n^+ \geqslant w_n^+)$

$= P_{H_0}(W_n^+ \geqslant 47)$

$= P(W_n \geqslant 47)$

$= 1 - P(W_n \leqslant 47 - 1)$

= 1 - psignrank(w_n^+ - 1, n)

$\Rightarrow$ wilcox.test(U, V, paired = TRUE, "greater")

$= 0{,}024$

Ccl : On rejette l'hypothèse H_0, au risque $\alpha = 5\%$ de se tromper, car la p-valeur $< \alpha$. On peut donc affirmer qu'il y a un accroissement significatif du tx de résistances de plaies soignées avec un pansement.

$\Rightarrow$ Le test de Wilcoxon est ⊕ robuste que le test du signe.

Exercice 8

$n = 18$

12 pers préfèrent le TTT A

6 pers préfèrent le TTT B

Pbtique : Le TTT A est-il plus efficace que le TTT B ?

$\Rightarrow$ On regarde les avis pour TTT A et TTT B donc on a deux éch appariés

$\Rightarrow$ Principe du test du signe mais pas exactement car pas de données pour les 2 éch.

Condi° de modélisa° : • Soient U et V, deux éch appariés et $X =$ "TTT A" $-$ "TTT B" $= U - V$.

• On suppose que $X = (X_1, \dots, X_{18})$ est de loi diffuse. → condi° mathématique

Hyps : $H_0 : P(\text{"choisir TTT A"}) = P(\text{"choisir TTT B"}) = 1/2$ vs $H_1 : P(\text{"A} \oplus \text{efficace que B"}) = P(\text{"choisir TTT A"}) > 1/2$

Test unilatéral à droite

Stat du test : $S_n =$ nb de pers qui pensent que le TTT A est $\oplus$ efficace que le TTT B $\overset{H_0}{\sim} \mathcal{B}(n, 1/2)$

$s_n = 12$

Région de rejet : On rejette l'hypothèse H_0 (en faveur de H_1), au seuil α, ssi S_n est suffisamment grd.

p-valeur : p-valeur $= P_{H_0}(S_n \geqslant s_n)$

$= P_{H_0}(S_n \geqslant 12)$

$= 1 - P(\mathcal{B}(n, 1/2) \leqslant 12 - 1)$

$= 1 -$ pbinom$(s_n - 1, n, 1/2)$

$\Rightarrow$ binom.test$(s_n, n, 1/2,$ "greater"$)$

$= 0,119$

Ccl : On ne rejette pas l'hypothèse H_0, au risque $\alpha = 5\%$ de se tromper, car la p-valeur $> \alpha$. On ne peut donc pas affirmer que le TTT A est $\oplus$ efficace que le TTT B.

TP1 - Stat nn para

Exercice 9

$N = 16$

X = Souris non traitées . $(X_1, \dots, X_n)$, $n = 9$ de DF F .

Y = Souris traitées . $(Y_1, \dots, Y_p)$, $p = 7$ de DF G .

Pbtique : $\exists$-t-il une efficacité du Cambendazole pour le TT des infec° des souris par la Trichinella Spiralis ?

Ici, on fait un test non paramétrique car on a pas d'hyp sur la loi et la taille de l'éch est petite.

$\Rightarrow$ Test de Mann - Whitney

F,G	51	55	62	63	65	68	71	75	79	47	49	53	57	60	61	67
$R_{F,G}$	3	5	9	10	11	13	14	15	16	1	2	4	6	7	8	12

Condi° de modélisa° : • $X_1, \dots, X_n$ sont iid • Les deux éch sont indép
• $Y_1, \dots, Y_p$ sont iid • Lois diffuses

H_1

Hyps : $H_0 : F = G$ vs $H_1 : G > F$
Test unilatéral à droite

Stat du test : $W_F = \sum_{i=1}^{n} R_i - \frac{n(n+1)}{2}$ de loi libre de Mann - Whitney

$$w_F = 96 - \frac{9 \times 10}{2} = 96 - 45 = 51 \quad \text{et} \quad w_G = 40 - \frac{7 \times 8}{2} = 40 - 28 = 12$$

Région de rejet : On rejette l'hypothèse H_0 (en faveur de H_1), au seuil α, ssi $W_M \geqslant s$

avec $s = q_{MW(9,7)}(1-\alpha)$ = quantile d'ordre $1-\alpha$ de la loi de M-W de paramètres $n = 9$ et $p = 7$
= qwilcox (1-alpha , n, p) = 47

p-valeur : p-valeur $= P_{H_0}(W_F \geqslant w_F)$

$= P_{H_0}(W_F \geqslant 51)$

$= 1 - P_{H_0}(W_F \leqslant 51 - 1)$

$\Rightarrow$ wilcox.test (F, G, paired = FALSE, "greater")

$= 0,021$

Table de Mann-Whitney

$P_{H_0}(W_F \leqslant 50) \Leftrightarrow P(W_{(9,7)} \leqslant 12) \leqslant 0,025$

soit $R_{0,05} = \{ W_F \leqslant s_{0,05} \}$

soit $s_{0,05} > 12$

Ccl : On rejette l'hypothèse H_0, au risque $\alpha = 5\%$ de se tromper, car la p-valeur $< \alpha$. On peut donc affirmer que le Cambendazole a une efficacité significative pour le TT des infec° des souris par la Trichinella Spiralis.