Modélisation du vieillissement et optimisation de la maintenance

Franck Corset

Université Grenoble Alpes

novembre 2017

Contexte

Tout au long de leur cycle de vie, les systèmes industriels complexes sont soumis à des actions de maintenance préventive et corrective

- **Maintenance Corrective (MC, réparation)** : effectuée suite à une défaillance, a pour but de remettre le système en état de fonctionner
- **Maintenance Preventive (MP)** : effectuée quand le système fonctionne, a pour but de ralentir le vieillissement pour retarder l'occurrence des défaillances

Contexte

- MP planifiée : effectuée à des instants prévus à l'avance
- MP conditionnelle : effectuée suite à une surveillance du système si un état de dégradation avancé est détecté

La sûreté de fonctionnement des systèmes dépend à la fois de leur vieillissement et de l'efficacité des opérations de maintenance

Une maintenance efficace et un vieillissement contrôlé permettent la prolongation de la durée d'exploitation des matériels

$\Rightarrow$ enjeu industriel capital

Démarche intégrée d'optimisation technico-économique de la maintenance

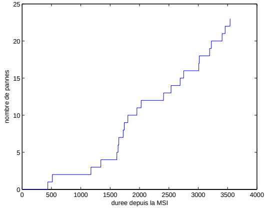
- Etape A : Evaluation a posteriori de l'efficacité du plan de maintenance initial
  - Analyse statistique des observations effectuées au cours de l'exploitation du matériel (dégradations, défaillances, maintenances,...)
  - Estimation de la fiabilité intrinsèque et de l'effet conjoint du vieillissement et des maintenances
- Etape B : Optimisation du plan de maintenance
  - Simulation du comportement futur du système selon plusieurs scénarios de MP
  - Minimisation d'une fonction de coût sous contraintes de fiabilité

Exemple de données 1 - MC seules

Composant d'un système mécanique
23 MC - Dates de MC en jours

438	515	1173	1341	1614	1635	1648	1722	1740
1802	1956	2028	2410	2537	2692	2753	3010	3018
3195	3224	3407	3459	3543				

Nombre de défaillances cumulé :

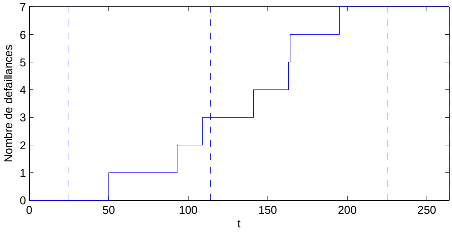


Exemple de données 2 - MC et MP planifiées

Composant d'un système mécanique

7 MC, 4 MP

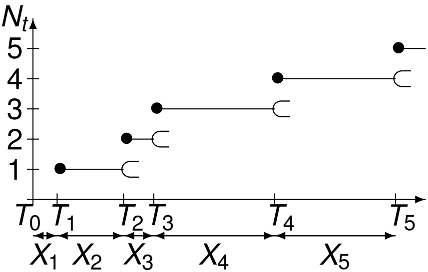
25	50	93	109	114	141
163	164	195	225	264	



MARS : Maintenance Assessment of Repairable Systems

- Logiciel développé au LJK en collaboration avec EDF R&D
- Modèles aléatoires des effets conjoints du vieillissement et des maintenances
- Analyse statistique de ces modèles : estimation de ces effets
- Calcul d'indicateurs de fiabilité
- Simulation intensive et validation de procédures d'estimation
- Optimisation de la maintenance, pronostic

Maintenances correctives seules - Notations



- Instants de défaillance : $\{T_i\}_{i\geq 1}$, $T_0 = 0$
- Durées inter-défaillances : $X_i = T_i - T_{i-1},\ i \geq 1$
- Processus de comptage : $\{N_t\}_{t\geq 0}$
  N_t = nombre de défaillances survenues entre 0 et t

Modélisation du processus de défaillance

Le processus de défaillance est caractérisé par l'**intensité de défaillance**

$$\lambda_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} P(N_{t+\Delta t} - N_{t-} = 1 | \mathcal{H}_{t-})$$

où $\mathcal{H}_t$ est l'histoire du processus à l'instant t

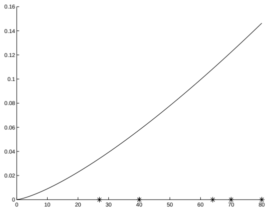
Intensité initiale : avant la première défaillance, l'intensité de défaillance est une fonction déterministe et continue du temps $\lambda(t)$.

- systèmes qui s'usent : $\lambda(t)$ est strictement croissante
- intensité initiale de type Weibull : $\lambda(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}$

Réparation minimale : As Bad As Old (ABAO)

- Chaque maintenance remet le système dans l'état où il était avant la défaillance
- Le processus de défaillance est un processus de Poisson non homogène (NHPP) :

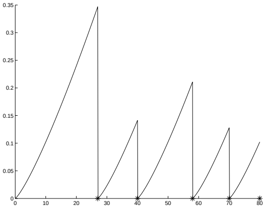
$$\lambda_t = \lambda(t)$$



Réparation parfaite : As Good As New (AGAN)

- Chaque maintenance remet le système à neuf
- Le processus de défaillance est un processus de renouvellement (RP) :

$$\lambda_t = \lambda(t - T_{N_{t-}})$$



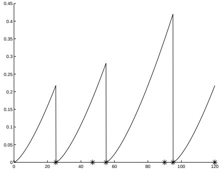
La réalité est entre les cas ABAO et AGAN : **maintenance imparfaite**

Le modèle de Brown-Proschan (BP)

Chaque maintenance est parfaite (AGAN) avec probabilité p et minimale (ABAO) avec probabilité $1-p$.

$$\begin{cases} B_i = 1 & : i^{\text{ème}} \text{ maintenance AGAN} \\ B_i = 0 & : i^{\text{ème}} \text{ maintenance ABAO} \end{cases}, \qquad B_i \overset{iid}{\rightsquigarrow} \mathcal{B}(p)$$

$$\lambda_t = \lambda(t - T_{N_{t-}} + \sum_{j=1}^{N_{t-}} (\prod_{k=j}^{N_{t-}} (1 - B_k)) X_j)$$



Les modèles d'âge virtuel

Après la $i^{\text{ème}}$ maintenance, le système se comporte comme un système neuf qui aurait fonctionné une durée A_i sans défaillance :

$$P(X_{i+1} > x | X_1, \ldots, X_i, A_i) = P(Y > A_i + x | Y > A_i, A_i)$$

où Y est une variable aléatoire de même loi que X_1

$$\lambda_t = \lambda(A_{N_{t-}} + t - T_{N_{t-}})$$

L'âge virtuel à l'instant t est $A_{N_{t-}} + t - T_{N_{t-}}$

Les modèles d'âge virtuel

A_i est l'âge du système après la $i^{\text{ème}}$ maintenance.

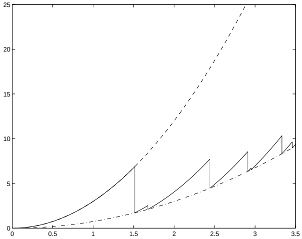
- $A_0 = 0$
- ABAO : $A_i = T_i$
- AGAN : $A_i = 0$
- BP : $A_i = \sum_{j=1}^{i}(\prod_{k=j}^{i}(1 - B_k))X_j)$ = durée écoulée depuis la dernière maintenance parfaite

Le modèle à réduction proportionnelle de l'âge (ARA_1)

L'effet de la $i^{\text{ème}}$ maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance, $A_{i-1} + X_i$, d'une quantité proportionnelle au temps X_i écoulé depuis la dernière maintenance :

$$A_i = A_{i-1} + X_i - \rho X_i \;\Rightarrow\; A_i = (1-\rho) T_i$$

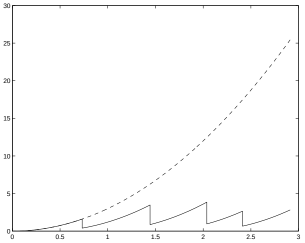
$$\lambda_t = \lambda(t - \rho T_{N_{t-}})$$



Le modèle ARA_∞

L'effet de la $i^{\text{ème}}$ maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance, $A_{i-1} + X_i$, d'une quantité proportionnelle à cet âge virtuel : $A_i = (1-\rho)(A_{i-1} + X_i)$

$$\lambda_t = \lambda \left(t - \rho \sum_{j=0}^{N_{t-}-1} (1-\rho)^j T_{N_{t-}-j} \right)$$



Signification des paramètres

α et β caractérisent le vieillissement intrinsèque :

- α est un paramètre d'échelle
- $\beta > 1$: le système s'use
- $\beta \in]0, 1[$: le système s'améliore avec le temps

ρ représente l'efficacité de la maintenance :

- $\rho = 1$: AGAN
- $\rho = 0$: ABAO
- $\rho \in]0, 1[$: maintenance efficace mais imparfaite
- $\rho < 0$: maintenance nuisible

Inférence statistique

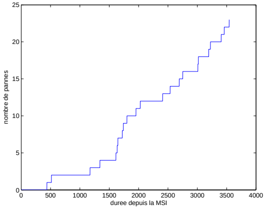
Estimation de α, β et ρ par maximum de vraisemblance

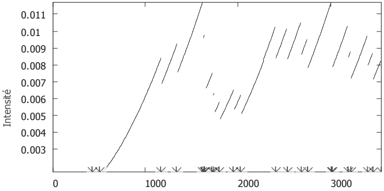
Fonction de vraisemblance associée à l'observation de n défaillances entre 0 et t :

$$\begin{aligned} L_t(\alpha,\beta,\rho;n,t_1,\ldots,t_n) &= \left[\prod_{i=1}^{n}\lambda_{t_i}(i-1;t_1,\ldots,t_{i-1})\right] \\ &\times \quad exp\left(-\sum_{i=1}^{n+1}\int_{t_{i-1}}^{t_i}\lambda_s(i-1;t_1,\ldots,t_{i-1})\,ds\right) \end{aligned}$$

avec $t_0 = 0$ et $t_{n+1} = t$

Exemple de données 1

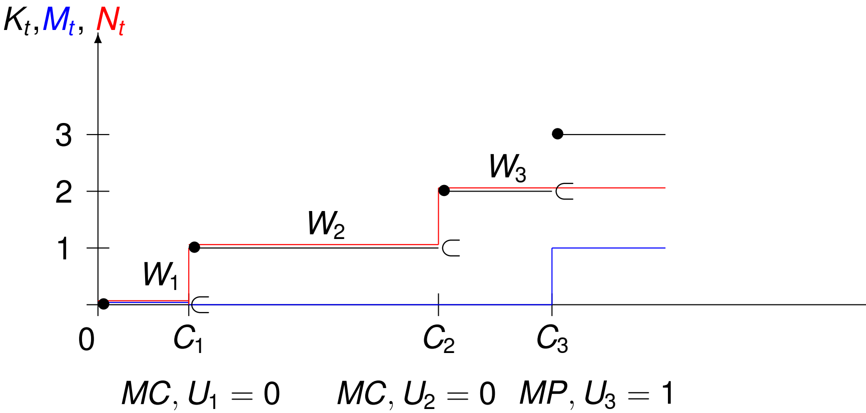




Modèle ARA$_\infty$: $\hat{\alpha} = 8.01\,10^{-9}$ $\hat{\beta} = 2.84$ $\hat{\rho} = 0.109$

$\Rightarrow$ vieillissement intrinsèque fort, maintenance a priori peu efficace mais suffisante pour ralentir significativement l'usure

Maintenances correctives et préventives



Notations

- Instants de maintenance (MC+MP) : $\{C_k\}_{k\geq 1}$
- Durées inter-maintenances (MC+MP) :
  $W_k = C_k - C_{k-1},\ k \geq 1$
- Processus de comptage des maintenances :
  $\{K_t\}_{t\geq 0}$ (MC+MP), $\{N_t\}_{t\geq 0}$ (MC), $\{M_t\}_{t\geq 0}$ (MP)
- Types de maintenance :
  $$U_k = \begin{cases} 1 & \text{si la } k^{\text{ème}} \text{ maintenance est préventive} \\ 0 & \text{si la } k^{\text{ème}} \text{ maintenance est corrective} \end{cases}$$

MP planifiées

La MP est planifiée si à chaque instant t, la date de la prochaine MP potentielle est une fonction déterministe du passé du processus des maintenances :

$$U_{K_{t-}+1} = 1 \Rightarrow \tau_{M_{t-}+1} = C_{K_{t-}} + h_{K_{t-}}(W_1, U_1, \ldots, W_{K_{t-}}, U_{K_{t-}})$$

La politique de maintenance est déterminée par les fonctions h_k : réactualisation du programme de MP

MP à dates entièrement déterminées à l'avance :

$$h_k(W_1, \ldots, U_k) = \tau_{M_{C_k}+1} - C_k$$

Cas particulier : MP périodiques

Modélisation

L'intensité de défaillances est toujours de la forme :

$$\lambda_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} P(N_{t+\Delta t} - N_{t-} = 1 | \mathcal{H}_{t-})$$

La fonction de vraisemblance s'écrit :

$$\begin{aligned} L_t(\theta; k, w_1, \ldots, u_k) &= \left[\prod_{i=1}^{k} \lambda_{c_i}(i-1; w_1, \ldots, u_{i-1})^{1-u_i} \right] \\ &\times \; exp \left(- \sum_{j=1}^{k+1} \int_{c_{j-1}}^{c_j} \lambda_s(j-1; w_1, \ldots, u_{j-1}) \, ds \right) \end{aligned}$$

Modèles de base

Il faut choisir un modèle pour l'effet de chaque type de maintenance.

- MP ABAO - MC ABAO : $\lambda_t = \lambda(t)$
- MP AGAN - MC ABAO : $\lambda_t = \lambda(t - \tau_{M_{t-}})$
- MP AGAN - MC AGAN : $\lambda_t = \lambda\left(t - C_{K_{t-}}\right)$

Modèle ARA_1-ARA_1

L'effet de chaque maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance, d'une quantité proportionnelle au temps écoulé depuis la dernière maintenance, avec des coefficients de proportionnalités différents pour la MP et la MC :

$$A_{k+1} = \begin{cases} A_k + (1-\rho_p) W_{k+1} & \text{si } U_{k+1} = 1 \\ A_k + (1-\rho_c) W_{k+1} & \text{si } U_{k+1} = 0 \end{cases}$$

L'intensité de défaillance est :

$$\lambda_t = \lambda\left(t - \sum_{i=0}^{K_{t-}} \rho_p^{U_{i+1}} \rho_c^{1-U_{i+1}} W_{i+1}\right)$$

Modèle ARA_∞-ARA_∞

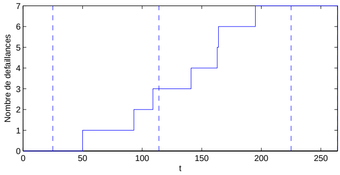
L'effet de chaque maintenance est de réduire l'âge virtuel juste avant la maintenance, d'une quantité proportionnelle à cet âge virtuel, avec des coefficients de proportionnalités différents pour la MP et la MC :

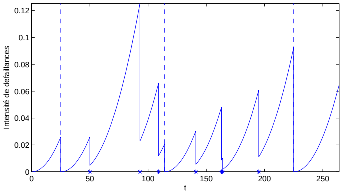
$$A_{k+1} = (1-\rho_p)^{U_{k+1}}(1-\rho_c)^{1-U_{k+1}}[W_{k+1} + A_k]$$

L'intensité de défaillance est :

$$\lambda_t = \lambda\left(t - C_{K_{t-}} + \sum_{j=1}^{K_{t-}} (1-\rho_p)^{M_t - M_{C_{j-1}}} (1-\rho_c)^{N_t - N_{C_{j-1}}} W_j\right)$$

Exemple de données 2





Modèle ARA$_\infty$-ARA$_\infty$: $\hat{\alpha} = 1.16\,10^{-5}$ $\hat{\beta} = 3.05$

$\hat{\rho}_c = 0.565$ $\hat{\rho}_p = 1$

$\Rightarrow$ vieillissement intrinsèque fort, MP parfaites, MC réduisent de moitié l'âge virtuel du système

Indicateurs

- Fiabilité : probabilité que le système fonctionne sans défaillances pendant une certaine durée à partir de l'instant présent

$$R_t(\tau) = P(T_{N_t+1} - t > \tau \mid \mathcal{H}_t) = e^{-\int_t^{t+\tau} \lambda_u \, du}$$

- MTTF : durée moyenne d'attente de la prochaine défaillance

$$MTTF_t = E[T_{N_t+1} - t \mid \mathcal{H}_t] = \int_0^{+\infty} R_t(\tau) \, d\tau$$

- Nombre moyen de défaillances entre 0 et t

$$E[N_t] = E\left[\int_0^t \lambda_u \, du\right]$$

Optimisation de la maintenance

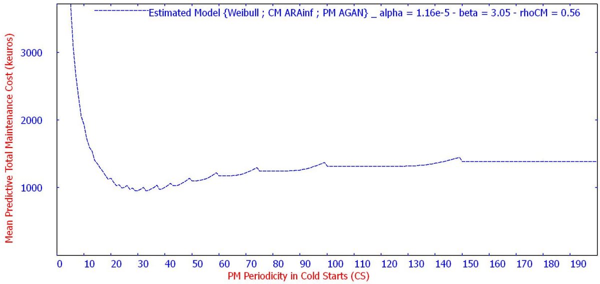
- Ayant choisi un modèle sur la base du passé (étape A), on peut simuler le futur selon plusieurs politiques de MP et choisir la meilleure d'entre elles (étape B).

- Minimisation du coût moyen de maintenance sur une période $[t_{OBS}; t_{OBJ}]$ pour une périodicité de MP ω_{MP} :

$$E\left[C_{TOT}(\omega_{MP})\right] = E\left[N_{t_{OBJ}} - N_{t_{OBS}}\right] C_{MC} + (M_{t_{OBJ}} - M_{t_{OBS}})C_{MP}$$

$$\text{où } M_{t_{OBJ}} - M_{t_{OBS}} = \begin{cases} \left\lfloor \frac{t_{OBJ} - t_{REF}}{\omega_{MP}} \right\rfloor & \text{si } \omega_{MP} \geq t_{OBS} - t_{REF} \\ 1 + \left\lfloor \frac{t_{OBJ} - t_{OBS}}{\omega_{MP}} \right\rfloor & \text{si } \omega_{MP} < t_{OBS} - t_{REF} \end{cases}$$

Optimisation de la maintenance



La périodicité optimale est $\omega_{\text{MP}}^{\text{OPT}} = 29$.
La périodicité a été réduite de 71. Le gain en coût est de 24%.

Inférence bayésienne

- peu de données pour des systèmes fiables
- avis d'experts

$\Rightarrow$ approche bayésienne

Traduction des avis d'experts en lois a priori pour les paramètres :

- loi gamma pour α, uniforme pour β, beta pour ρ_p et ρ_c

Inférence bayésienne

Exemples d'a priori possibles :

- vieillissement intrinsèque : $\beta > 1$
- MP meilleure que MC : $\rho_p > \rho_c$

Résultats :

- approche bayésienne efficace quand il y très peu de données
- forte sensibilité au choix de l'a priori
- comment traduire de manière appropriée les avis d'experts ?

Quelques références

- Doyen, L. and Gaudoin, O., Classes of imperfect repair models based on reduction of failure intensity or virtual age, *Reliability Engineering and System Safety*, 84(1), 45-56, 2004.
- Kijima, M., Some results for repairable systems with general repair, *Journal of Applied Probability*, 26, 89-102, 1989.
- Brown, M. and Proschan, F., Imperfect repair, *Journal of Applied Probability*, 20, 851-859, 1983.
- Pulcini, G., On the overhaul effect for repairable mechanical units : a Bayes approach, *Reliability Engineering and System Safety*, 70, 85-94, 2000.
- Corset, F., Doyen, L. and Gaudoin, O., Bayesian Analysis of ARA Imperfect Repair Models, Communications in Statistics : Theory and Methods, A paraître (2012).