

神戸市立工業高等専門学校
電気工学科／電子工学科
専門科目「数値解析」

2018.2.9

演習8

山浦 剛 (tyamaura@riken.jp)

講義資料ページ

- http://climate.aics.riken.jp/members/yamaura/numerical_analysis.html

復習：ヤコビ法とSOR法

- **ヤコビ法**: $N, a_{i,j}, y_i$, 初期値のベクトル x, ε を設定。

条件達成まで、以下

$sum := 0$

$error := 0$

$i := 1, 2, \dots, N$ の順に

$$z_i := \frac{1}{a_{i,i}} \{y_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j} x_j - \sum_{j=i+1}^N a_{i,j} x_j\}$$

$sum := sum + |z_i|$

$error := error + |z_i - x_i|$

を繰り返す

収束判定条件 ($\frac{error}{sum} < \varepsilon$) を満たせばループ終了

$i := 1, 2, \dots, N$ の順に

$x_i := z_i$

を繰り返す

を繰り返す

- ベクトル z が答えとなる。

- **SOR法**: $N, a_{i,j}, y_i$, 初期値のベクトル x, ε, ω を設定。

条件達成まで、以下

$sum := 0$

$error := 0$

$i := 1, 2, \dots, N$ の順に

$$z := \frac{\omega}{a_{i,i}} \{y_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j} x_j - \sum_{j=i+1}^N a_{i,j} x_j\} + (1 - \omega) x_i$$

$sum := sum + |z|$

$error := error + |z - x_i|$

$x_i = z$

を繰り返す

収束判定条件 ($\frac{error}{sum} < \varepsilon$) を満たせばループ終了

を繰り返す

- ベクトル x が答えとなる (中間変数はベクトルにしない)。

- $\omega = 1$ でガウス-ザイデル法と一致。

例題：ヤコビ法

- ヤコビ法を用いて、以下の連立1次方程式を解く。 x の初期値はゼロ、収束判定条件は、次の通り：

$$\sum_{i=1}^N \left| \frac{x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}}{x_i^{(k+1)}} \right| < 10^{-12}$$

➤
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

```
do
  s = 0.0d0
  e = 0.0d0

  do i = 1, N
    c1 = 0.0d0
    c2 = 0.0d0

    do j = 1, i-1
      c1 = c1 + A(i,j) * X(j)
    end do
    do j = i+1, N
      c2 = c2 + A(i,j) * X(j)
    end do

    Z(i) = 1.0d0 / A(i,i) * ( Y(i) - c1 - c2 )
    s = s + abs( Z(i) )
    e = e + abs( Z(i) - X(i) )
  end do

  if( e/s < eps ) exit
  X(:) = Z(:)
end do
```

課題

➤ 時間方向に変化するベクトル U_j^n ($j = 0, 1, \dots, 20, n = 0, 1, \dots, 100$) に対し、次のような条件が与えられている。

- $\frac{1}{\Delta t} (U_j^{n+1} - U_j^n) = \frac{1}{\Delta x^2} (U_{j+1}^{n+1} + U_j^{n+1} + U_{j-1}^{n+1}) \quad (j = 1, 2, \dots, 19)$
- $U_j^0 = \sin\left(\frac{j\pi}{20}\right) \quad (j = 1, 2, \dots, 19)$
- $U_0^n = U_{20}^n = 0 \quad (n = 0, 1, \dots, 100)$
- $\Delta t = 10^{-2}, \quad \Delta x = 10^{-1}$

1. 収束判定条件は $\sum_{i=1}^N \left| \frac{x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}}{x_i^{(k+1)}} \right| < 10^{-10}$ とする。このとき、解をヤコビ法で求め、 $U_{10}^{25}, U_{10}^{50}, U_{10}^{75}, U_{10}^{100}$ について解を表示せよ。
 - 反復法における解ベクトル U_j^{n+1} の初期値は U_j^n と考えてよい。
2. 問題1について、解をガウス-ザイデル法で求め、反復回数の減少を確認せよ。
3. 問題1について、解をSOR法で求め、最適な ω の値を0.01刻みで調べよ。

提出方法

- ✂切: 2018/02/19(月)まで
 - 総合判定を2018/02/20(火)までに行うため
 - 今までの未提出課題について再提出してもよい
- メールにプログラムを添付
 - 主題: 演習8レポート(学籍番号)
 - 宛先: tyamaura@riken.jp
 - 本文: なくてもOK
 - 添付: 学籍番号_課題番号.f90 を3ファイル
 - 課題8-1: r???????_kadai08-1.f90
 - 課題8-2: r???????_kadai08-2.f90
 - 課題8-3: r???????_kadai08-3.f90

後期定期試験

- 2月14日(水)2～3時限目(90分)
 - 関数電卓の持ち込みを許可(必須)
- 出題範囲
 - 第7章「連立1次方程式」
 - 関連する講義ノートも含む
- 出題内容
 - 知識を問う問題
 - 数値計算プログラムに関する問題
 - 計算問題(レベルは講義中の練習問題と同等)

再試験

- 2月23日(金) 午後(90分)
 - 関数電卓の持ち込みを許可(必須)
 - 対象者は後期定期試験による判定後、通知
- 出題範囲
 - 「数値計算」第1～7章、「数値計算法入門」第3章(フーリエ級数関連の箇所)
 - 後期定期試験を含む、計4回の試験に対応する大問を4つ
 - 後期定期試験の回答例は、2月20日(火)にWeb公開予定
- 出題内容
 - 知識を問う問題
 - 数値計算プログラムに関する問題
 - 計算問題(レベルは講義中の練習問題と同等)