

Bolygók közelítő koordinátái

1. Feladat. Készítsünk egy **Palyaelemek** nevű (Matlab) függvényt, ami kiszámítja egy bolygó pályaelemeit egy T időpontra (Julián évszázadok J_{2000} , 1900 – 2050 között).

Bemenet:

n — a bolygó sorszáma (1 – Merkúr, 2 – Vénusz, 3 – Föld–Hold baricentruma, 4 – Mars, 5 – Jupiter, 6 – Szeferusz, 7 – Uránusz, 8 – Neptunusz, 9 – Pluto);

T — Julián évszázadok (J_{2000}).

Eredmények:

a — fél nagytengely [au];

e — excentricitás [adim];

I — inklináció [fok];

Ω — felszálló csomó hossza [fok];

ω — perihélium argumentuma [fok];

M — középanomália [fok].

Példák:

$n = 1, T = 0$ esetén a kívánt pályaelemek:

0.38709927	0.20563593	7.00497902	48.33076593	29.12703035	174.79252722
------------	------------	------------	-------------	-------------	--------------

$n = 3, T = 1$ esetén a kívánt pályaelemek:

1.00000823	0.01666731	-0.01296199	0	103.26095557	356.5760659
------------	------------	-------------	---	--------------	-------------

2. Feladat. Készítsünk egy **Bolygo_ekl** nevű (Matlab) függvényt, ami kiszámítja egy tetszőlegesen választható bolygó heliocentrikus ekliptikai derékszögű koordinátáit egy T időpontra (Julián évszázadok J_{2000} , 1900 – 2050 között).

Bemenet:

n — a bolygó sorszáma (1 – Merkúr, 2 – Vénusz, 3 – Föld–Hold baricentruma, 4 – Mars, 5 – Jupiter, 6 – Szeferusz, 7 – Uránusz, 8 – Neptunusz, 9 – Pluto);

T — Julián évszázadok (J_{2000}).

Eredmények:

x, y, z — heliocentrikus ekliptikai derékszögű koordináták [au].

Példák:

$n = 1, T = 1$ esetén a kívánt koordináták:

0.247511514559500	-0.347901498789926	-0.0511119438302676
-------------------	--------------------	---------------------

$n = 5, T = 0.2$ esetén a kívánt koordináták:

4.715437497290996	-1.635903557871500	-0.098128795765189
-------------------	--------------------	--------------------

1. A Kepler-féle pályaelemek közelítése

Gyakran találkozunk olyan alkalmazásokkal, amikor a bolygók pozíciójának kisebb pontosságú közelítését adó képletek is kielégítő eredményt szolgáltatnak, nem szükséges a nagyobb pontosságot biztosító numerikus integrációs módszerek alkalmazása. Ezeket a közelítéseket használhatjuk megfigyelések tervezésénél, távcsövek beállításánál, bizonyos jelenségek előrejelzésénél, valamint űrutazások tervezésénél.

A nagybolygók közelítő helyzete meghatározható a Kepler-féle elliptikus összefüggések alapján, megfelelő pályaelemek és azok változási sebessége alapján. Ezek az elemek nem képviselnek semmiféle középértéket; ezek csupán a legjobb illeszkedés alapján kiszámolt értékek.

A szükséges pályaelemeket különböző táblázatokba foglalva adhatjuk meg, attól függően, hogy milyen időintervallumon alkalmazhatók azok.

1.1. A Kepler-féle pályaelemek használata

A mellékelt táblázatokban megadott Kepler-féle pályaelemek a következők:

a_0, \dot{a} : fél nagytengely [au, au/évszázad];

e_0, \dot{e} : excentricitás [, /évszázad];

I_0, \dot{I} : inklináció [fok, fok/évszázad];

L_0, \dot{L} : középhosszúság [fok, fok/évszázad];

$\varpi_0, \dot{\varpi}$: perihélium-hosszúság [fok, fok/évszázad] ($\varpi = \omega + \Omega$);

$\Omega_0, \dot{\Omega}$: felszálló csomó hossza [fok, fok/évszázad].

Valamely bolygó koordinátái adott T időpontban (Julián évszázadok J_{2000}) a következő számításokkal határozhatók meg:

1. Kiszámoljuk a kiválasztott bolygó hat pályaelemét a kívánt időpontra: $a = a_0 + \dot{a}T$, stb, ahol T a $J_{2000.0}$ óta eltelt Julián évszázadok száma $T = (JD - 2451545.0) / 36525$.
2. Kiszámoljuk a perihélium argumentumát (ω) és a középanomáliát (M):

$$\begin{aligned}\omega &= \varpi - \Omega; \\ M &= L - \varpi + bT^2 + c \cos(ft) + s \sin(ft); \end{aligned}$$

ahol az M képletben szereplő utolsó három tagot a Jupiteről a Plutóig kell használni ha i.e. 3000-től i. sz. 3000-ig akarjuk kiszámolni a pályaelemek közelítő értékét.

3. Az M középanomália és e excentricitás ismeretében meghatározzuk az E excentrikus anomáliát, a

$$E - e \sin E = M$$

Keplet-egyenlet megoldásával.

4. Kiszámoljuk a bolygó \mathbf{r}' heliocentrikus koordinátáit a pálya síkjában, ahol az x' tengely a fókuszról a perihélium felé mutat:

$$x' = a(\cos E - e), \quad y' = a\sqrt{1 - e^2} \sin E, \quad z' = 0.$$

5. Kiszámoljuk a bolygó \mathbf{r}_{ekl} , ekliptikai koordinátáit:

$$\mathbf{r}_{ekl} = \mathcal{R}_z(-\Omega) \mathcal{R}_x(-I) \mathcal{R}_z(-\omega) \mathbf{r}'.$$

Hivatkozások

[ssd.jpl.nasa.gov] https://ssd.jpl.nasa.gov/?planet_pos#elem