4. Ekvatoriális és ekliptikai koordináták

2020. márc. 18.

Gyakorlatok

1. Feladat. *Készítsünk **JD_T** nevű Matlab-függvényt, amivel meghatározható tetszőleges Julián-dátumra (JD) a 2000.01.01. 12^h(UT)-től eltelt Julián-évszázadok száma (T)!*

Bemenet: Julián-dátum (JD);
Eredmény: T.
Példa: **JD_T**(2 455 555.55) =0.109802874743321.

2. Feladat. *Készítsünk **Eps** nevű Matlab-függvényt, amivel megadható az ekliptika és egyenlítő ε hajlásszöge egy tetszőlegesen választható T időpontra, ahol T a 2000.01.01. 12^h(UT)-től eltelt Julián-évszázadok száma!*
Bemenet: T – a 2000.01.01. 12^h(UT)-től eltelt Julián-évszázadok száma;
Eredmény: az egyenlítő és ekliptika ε hajlásszöge, ívfokokban kivejezve.
Példák:
Eps(**1**) =$23\overset{\circ}{.}426287283055554$;
2019. 03. 15. $12^h30^m30^s$ (UT)–re az eredmény: $23^\circ\ 26'\ 12\overset{''}{.}45$.

3. Feladat. *Készszítsünk* **Ekv_Ekl** *programot, ami ekvatoriális koordinátákat alakít ekliptikai koordinátákká!*
Bemenet: $(RA, Dec), T$, *ahol* $RA \in [0, 24)$ *óra,* $Rec \in [-90, 90]$ *ívfok,* T *pedig az időpont, 2000-től eltelt Julián-ávszázadokban kifejezve;*
Eredmény: (λ, β),($\lambda \in [0, 360)$ *ívfok,* $\beta \in [-90, 90]$ *ívfok).*
Példa: **Ekv_Ekl**$(13.59, -65.53, 0.18)$ =$(233.7, -50.22)$

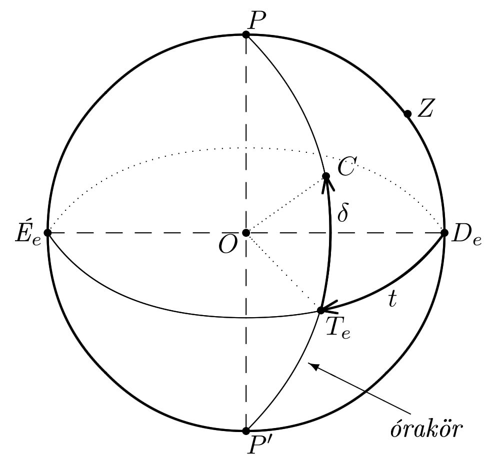
4. Feladat. *Készszítsünk* **Ekl_Ekv** *programot, ami ekliptikai koordinátákat alakít ekvatoriális koordinátákká!*
Bemenet: $(\lambda, \beta), T$;
Eredmény: (Rec, Dec).
Példa: **Ekl_Ekv**$(233.7, -50.22, 0.18)$ =$(13.59, -65.53)$.

1. Az első egyenlítői koordináta-rendszer (órakoordináták)

A középpont megválasztása szerint az első egyenlítői koordináta-rendszer lehet topocentrikus vagy geocentrikus. Vizsgáljuk itt is a geocentrikus esetet, amikor a kezdőpont a Föld középpontjában van, amit a megfigyelési ponttal egybeesőnek tekintünk.

Ezen koordináta-rendszer jellegzetes elemei a következők (1. ábra):

– alapsíkja az égi egyenlítő síkja, az O kezdőpontban a világtengelyre, vagy a Föld forgástengelyére merőlegesen állított sík;
– alapiránya a kezdőponttól az egyenlítői délpont irányába mutató (OD_e félegyenes iránya;
– C a vizsgált égitest szférikus helye;
– a PP' világtengelyen, valamint a C égitesten áthaladó sík az égitest *órasík*ja, amely az éggömböt a C égitest órakörében metszi.
– az órakör az égi egyenlítőt a T_e *egyenlítői talppontban* metszi.



1. ábra. Az első egyenlítői koordináta-rendszer

Az *első egyenlítői koordináták*, vagy *órakoordináták* jelölése (t, δ), ahol:

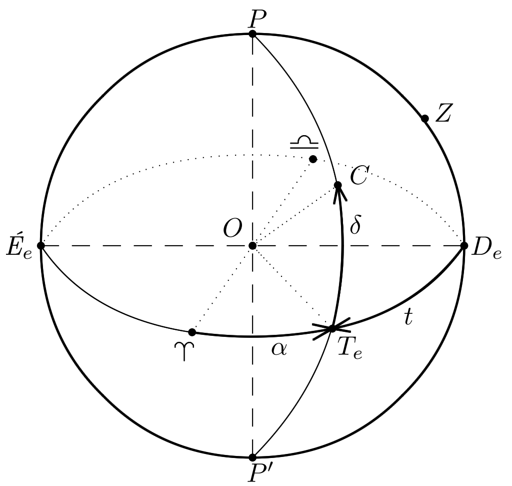
* A $t = m\left(\widehat{D_eOT_e}\right)$ *óraszög*et a déli kiindulási iránytól retrográd irányban mérjük az egyenlítő mentén az egyenlítői talppontig. Az óraszöget, mivel az idővel arányosan változik, hagyományosan óra – perc – másodpercben mérjük (h, m, s), és a $0^{\mathrm{h}} \leq t < 24^{\mathrm{h}}$ határok között változik. Mivel az éggömb 24 óra alatt tesz meg egy teljes látszólagos fordulatot, így a 360°-nak megfelel 24^{h} óra alapösszefüggés alapján az órákban, illetve fokokban mért szögek között az alábbi átalakítási összefüggések érvényesek:

(°, ’, ”)	360°	180°	90°	15°	1°	15′	1′	15″	1″
(h, m, s)	24^{h}	12^{h}	6^{h}	1^{h}	4^{m}	1^{m}	4^{s}	1^{s}	$0{,}7^{\mathrm{s}}$

* A $\delta = m\left(\widehat{T_eOC}\right)$ *deklináció* az egyenlítő síkjától mért szögtávolságot fejezi ki. Értéke a $-90° \leq \delta \leq 90°$ határok között változik. A deklináció helyettesíthető annak pótszögével, a p *pólustávolság*gal, amelyre $p = m\left(\widehat{POC}\right) = 90° - \delta$.

Az egyenlítővel párhuzamos égi köröket *deklinációs körök*nek nevezzük. A δ deklináció távoli égitestek esetén — eltekintve a földi egyenlítő síkjának lassú változásától — állandó, nem függ a megfigyelés helyétől és idejétől, míg a t óraszög az idő múlásával arányosan változik. Minden csillag 24 óra alatt körbejárja a deklinációs körét. Ezen koordináták, az óraszög révén, részben még mindig függnek a megfigyelő helyétől és idejétől.

2. A második egyenlítői koordináta-rendszer (ekvatoriális koordináták)



2. ábra. A második egyenlítői koordináta-rendszer

Megfigyelési helytől független koordináták úgy nyerhetők, ha az égi egyenlítő mentén mért óraszöget egy olyan szögre cseréljük, amely esetén a kiindulási irány nem kapcsolódik a megfigyelőhöz. Erre a célra választható például az éggömbhöz kapcsolt, azzal együtt mozgó Υ *tavaszpont*, amely azon pont ahol a Nap áthalad az égi egyenlítőn a tavaszi napéjegyenlőség idején. A megfelelő koordináták például a topocentrikus vagy geocentrikus *egyenlítői* vagy *ekvatoriális* koordináták (2. ábra).

– Geocentrikus esetben a kezdőpont a Föld középpontjában helyezkedik el, amit egybeesőnek tekintünk a megfigyelési ponttal.

– Alapsík az égi egyenlítő síkja.

– Alapirány a tavaszpont (Υ) felé mutató ($O\Upsilon$ félegyenes iránya.

– C a vizsgált égitest szférikus helye.

A *második egyenlítői koordináta-rendszer* koordinátái (α, δ), ahol:

- $\alpha = m\left(\widehat{\Upsilon O T_e}\right)$ a tavaszponttól direkt irányba mért *egyenes emelkedés*, vagy *rektaszcenzió*, amelynek értéke $0^{\mathrm{h}} \leq \alpha < 24^{\mathrm{h}}$ határok között lehet.
- A $\delta = m\left(\widehat{T_e O C}\right)$ *deklináció* az első egyenlítői koordináta-rendszernél bevezetett szög.

Ezen rendszer koordinátái függetlenek a megfigyelés helyétől és idejétől, így alkalmasak csillagkatalógusok összeállítására, térképkészítésre.

A tavaszpont (Υ) óraszögét *csillagidő*nek nevezzük és s-sel jelöljük. A csillagidő kiszámítható tetszőleges égitest α egyenes emelkedésének és t óraszögének összegeként:

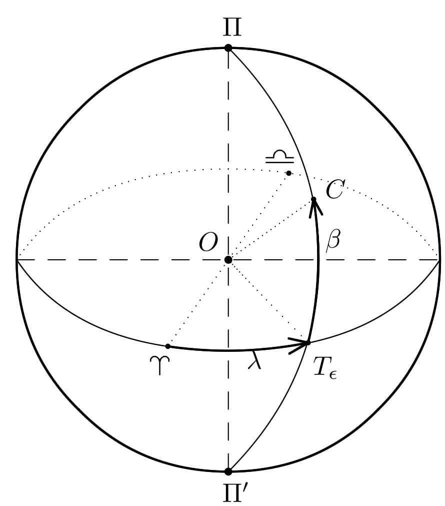
$$s = \alpha + t. \tag{1}$$

3. Az ekliptikai koordináta-rendszer

Számos csillagászati probléma vizsgálatánál, mint például a bolygók, kisbolygók, vagy üstökösök mozgásának tanulmányozása, célszerű olyan koordináta-rendszert használni, amelynek alapsíkja az ekliptika síkja, vagy azzal párhuzamos sík. Az ilyen rendszerek esetében *ekliptikai koordinátákr*ól beszélünk. Az ekliptikai rendszerek kezdőpontja lehet a Nap középpontjában (heliocentrikus), a Föld középpontjában (geocentrikus), illetve a megfigyelési pontban (topocentrikus). Az alapsíkban az *ekliptikai hosszúság*nak nevezett (λ) hosszúsági szög mérése a tavaszpont irányától történik direkt csillagászati irányban. Az ekliptikától északra és délre mért szögtávolság az *ekliptikai szélesség* (β) (3. ábra). Ha T_ε a C égitest ekliptikai vetülete, akkor:

$$\lambda = m\left(\widehat{\Upsilon O T_\varepsilon}\right) \in [0^\circ, 360^\circ]\,,$$

$$\beta = m\left(\widehat{C O T_\varepsilon}\right) \in [-90^\circ, 90^\circ]\,.$$



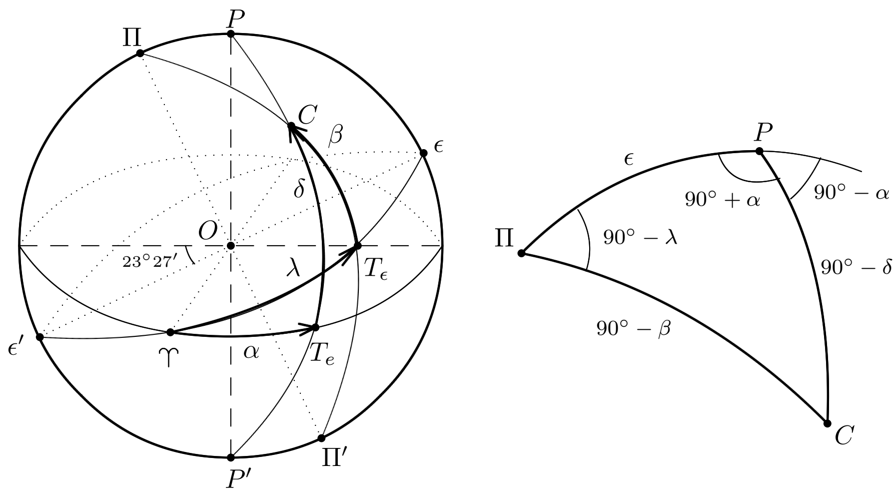
3. ábra. Ekliptikai koordináta-rendszer

Naprendszerünk bolygói és más, az ekliptika síkja közelében keringő égitestek esetén a β ekliptikai szélesség sok esetben annyira kicsi, hogy elhanyagolható ($\beta = 0$).

Az ekliptikai koordinátákat nem tudjuk közvetlenül megmérni, de könnyen kiszámíthatjuk az egyenlítői koordináták ismeretében.

4. Koordináta-transzformációk

Az (α, δ) egyenlítői és (λ, β) ekliptikai koordináták közti összefüggések levezethetők például az ún. Gauss-féle formulák segítségével, figyelembe véve a két rendszer koordinátáinak értelmezését (4. ábra).



4. ábra. Az egyenlítői és ekliptikai koordináták kapcsolata

Itt most egy másik eljárást mutatunk be, amely azon alapul, hogy az egyenlítői koordináta-rendszer átvihető az ekliptikai koordináta-rendszerbe az $\epsilon \approx 23^\circ\,27'$ mértékű – időben lassan változó – szöggel való forgatással a tavaszpont felé irányított tengely körül. Ha a két jobbsodrású derékszögű koordináta-rendszer x tengelyét a tavaszpont felé irányítjuk, a z tengelyeket pedig a P északi pólus, illetve Π ekliptikai pólus felé, akkor a C pont koordinátái a két rendszerben $(\cos\delta\cos\alpha, \cos\delta\sin\alpha, \sin\delta)$, illetve $(\cos\beta\cos\lambda, \cos\beta\sin\lambda, \sin\beta)$. A forgatást leíró mátrix segítségével az összefüggések így alakulnak:

$$\begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\epsilon & -\sin\epsilon \\ 0 & \sin\epsilon & \cos\epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta\cos\lambda \\ \cos\beta\sin\lambda \\ \sin\beta \end{pmatrix}, \tag{2}$$

azaz

$$\begin{aligned} \cos\delta\cos\alpha &= \cos\beta\cos\lambda, \\ \cos\delta\sin\alpha &= \cos\epsilon\cos\beta\sin\lambda - \sin\epsilon\sin\beta, \\ \sin\delta &= \sin\epsilon\cos\beta\sin\lambda + \cos\epsilon\sin\beta. \end{aligned} \tag{3}$$

A (2) illetve (3) összefüggések segítségével meghatározhatók az egyenlítői koordináták az ekliptikai koordináták ismeretében.

A megfelelő inverz transzformációk, amelyekkel az ekliptikai koordináták határozhatók meg az egyenlítői koordináták alapján, előállíthatók a $-\varepsilon$ mértékű szöggel való forgatással:

$$\begin{pmatrix} \cos\beta\cos\lambda \\ \cos\beta\sin\lambda \\ \sin\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\epsilon & \sin\epsilon \\ 0 & -\sin\epsilon & \cos\epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix}, \tag{4}$$

vagy

$$\begin{aligned} \cos\beta\cos\lambda &= \cos\delta\cos\alpha, \\ \cos\beta\sin\lambda &= \cos\epsilon\cos\delta\sin\alpha + \sin\epsilon\sin\delta, \\ \sin\beta &= -\sin\epsilon\cos\delta\sin\alpha + \cos\epsilon\sin\delta. \end{aligned} \tag{5}$$

4.1. Az ekliptika hajlásának változása

Az ekliptika és égi egyenlítő síkja által meghatározott lapszög ε mértéke időben változik. Közelítő értéke fokokban a

$$\varepsilon = 23.43929111 - T * (46.8150 + T * (0.00059 - 0.001813 * T))/3600$$

képlettel számolható ki, ahol T a 2000 jan. 1. 12^h(UT)-től eltelt Julián-évszázadok száma.

Például 2000 jan. 1. 12^h(UT)-kor $\varepsilon_{2000} = 23\overset{\circ}{.}43929111 = 23^\circ\ 26'\ 21\overset{''}{.}45$.

5. Julián évszázadok

A csillagászatban léteznek lassan változó mennyiségek, amelyek értéke évszázadok során módosul csupán számottevően. Ezek kiszámításához célszerű az időpontokat Julián-évszázadokban kifejezni. Napjainkban a legtöbb csillagászati adatot a 2000-es epochára (J_{2000}), azaz 2000 jan. 1. 12^h(UT) re számoltak ki jó közelítéssel. Ennek alapján egy keresett adatot egy magadott időpontra az eltelt Julián-évszázadok függvényében megadott képletek segítségével tudjuk kiszámolni.

Ezért fontos a 2000 jan. 1. 12^h(UT)-től eltelt Julián-évszázadok számát megadó

$$T = \frac{JD - 2451545}{36525}$$

összefüggés, ahol a megjelenő 2 451 545 éppen a 2000 jan. 1. 12^h(UT)-nek megfelelő Julián-dátum.