Napkelte és napnyugta

1. Feladat. *Készítsünk egy* **Nap_ekl** *nevű (Matlab) függvényt, ami kiszámítja egy tetszőlegesen választható JD (julián-dátummal adott) időpontra, a Nap ekliptikai koordinátáit!*

Bemenet:
JD — Julián dátum.
Eredmények:
(L, B) — a Nap ekliptikai koordinátái, fokokban kifejezve.

Példa:
>> Nap_ekl(2458942.7850) = 13.990554105272828 0

2. Feladat. *Készítsünk egy* **Nap_equ** *nevű (Matlab) függvényt, ami kiszámítja egy tetszőlegesen választható JD (julián-dátummal adott) időpontra, a Nap ekvatoriális (második egyenlítői) koordinátáit!*

Bemenet:
JD — Julián dátum.
Eredmények:
(α, δ) — a Nap ekvatoriális koordinátái: $\alpha(RA)$ – órákban, illetve $\delta(Dec)$ – fokokban kifejezve.

Példa:
>> Nap_equ(2458942.875) = 0.863906287503828 5.552314928465703

3. Feladat. *Készítsünk egy* **kel_nyugszik**$(\alpha, \delta, \varphi, h)$ *(Matlab) függvényt, ami kiszámítja egy tetszőlegesen választható (α, δ) ekvatoriális koordinátájú égitest, megadott h horizont feletti magasságon való keltének és nyugtának csillagidejét és azimut szögét, ha a megfigyelő a φ földrajzi szélességen található!*

Bemenet:
(α, δ) — az égitest ekvatoriális koordinátái: $\alpha(RA)$ – órákban, illetve $\delta(Dec)$ – fokokban kifejezve;
φ — a megfigyelési pont földrajzi szélessége – fokokban kifejezve;
h — horizont feletti magasság – fokokban kifejezve.
Eredmények:
(s_k, A_k, s_ny, A_ny) — az égitest keltének és nyugrtának csillagideje (s_k, s_ny) órában kifejezve $[0, 24)$, illetve (A_k, A_ny) azimut szöge fokokban kifejezve.

Példa:
>> kel_nyugszik(4.5, 15, 45, 0) = 21.4638 248.5293 11.5362 111.4707

4. Feladat. *Készítsünk egy* **KN** *nevű (Matlab) függvényt, ami kiszámítja egy tetszőlegesen választható, dátumra (év, hó, nap), a (λ, φ) földrajzi koordinátájú helyre a napkelte és napnyugta helyi hivatalos idejét (percnyi pontossággal)!*

Bemenet:
$date$ — érvényes dátum [év, hónap, nap];
(λ, φ) — földrajzi koordináták [fokokban];
k — időzóna száma (eltérés az UT-től);
Eredmények:
t_1 — napkelte időpontja [óra:perc];
t_2 — napnyugta időpontja [óra:perc].
Tesztelés:
Az eredmények ellenőrzésére használhatók a https://www.timeanddate.com/astronomy/ címmen elérhető adatok.

Megjegyzés. Mivel a Nap folyamatosan változtatj éggömbi helyzetét, a feladat legegyszerűbb megoldása az, ha ciklus(ok) segítségével keressük azokat az időpontokat, amikor a Nap horizont feletti magassága a $-0^o50'$ értéken áthalad.

Megfelelő határok köztt változó JD hez kiszámoljuk a Nap különböző koordinátáit: $(L(JD), 0)$ ekliptikai –> (α, δ) ekvatoriális –> (A, h) horizontális, majd az így kapott h horizont fölötti magasságot vizsgáljuk.

A Nap ekliptikai koordinátái

A Föld keringése a Nap körül azt eredményezi, hogy egy év során a Nap látszólagosan leír egy főkört az éggömbön, az ún. elkiptikát. Vagyis a Nap éggömbi koordinátái folyamatosan változnak.

Másfelől az is ismert, hogy Kepler első két törvénye értelmében a Föld keringése a Nap kürül egy elliptikus pályán történik, a felületi törvény szerint, vagyis a Nap–Föld vezérsugát által súrolt terület az idővel arányosan nő. Tehát a mozgás sebessége nem egyenletes, így a Nap látszólagos éggömbi útja sem egyenletes. A Nap ekliptikai hosszúságának potos meghatározása az elliptikus mozgás részletesebb vizsgálatát igényeli.

A napkelte és napnyugta időpontjának meghatározására elegendő a Nap helyzetének alább megadott közelítő képlettel kiszámítani az ekliptikai hosszúságát (L).

Előbb közelítjük a Nap M *középanomáliáját* egy T időpontra (ahol T a 2000. jan. 1. 12 órá (UT) óta eltelt Julián-évszázadok száma):

A Nap középanomáliája:

$M = 0.993133 + 99.997361 * T;$
$M_{frac} = M - floor(M);$
$M_{rad} = 2 * pi * (M_{frac});$

A Nap ekliptikai koordinátái:

$L = 0.7859453 + M_{rad}/(2 * pi) + (6893 * sin(M_{rad}) + 72 * sin(2 * M_{rad}) + 6191 * T)/1296000;$
$L_{frac} = L - floor(L);$
$L_{rad} = 2 * pi * (L_{frac});$
$L_{fok} = L_{rad} * 180/pi;$
$B_{fok} = 0;$

Égitestek kelte és nyugta

Egy égitest felkeltének és lenyugvásának feltétele – első közelítésben – az, hogy a pontszerű égitest a megfigyelő horizontján legyen, vagyis a horizont fölötti magasság éppen $h = 0$ legyen. Ekkor a horizontális és órakoordináták kapcsolata alapján

$$\cos t = -\tan\varphi\tan\delta, \tag{1}$$
$$\sin A = \cos\delta\sin t, \tag{2}$$
$$\cos A = \sin\varphi\cos\delta\cos t - \cos\varphi\sin\delta, \tag{3}$$

Az (1) és (3) összefüggések alapján

$$\cos A = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}, \tag{4}$$

ahonnan az égitest felkelési és lenyugvási helyének azimutja a horizonton:

$$A_{nyugta} = \arccos\left(-\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}\right),$$
$$A_{kelte} = 360 - A_{nyugta} \quad \text{[fokokban]}.$$

Az égitest kéltének és nyugtának csillagideje a (1) összefüggés alapján – az

$$s = t + \alpha$$

összefüggés figyelembevételével:

$$s_{kelte} = \alpha - \arccos(-\tan\varphi\tan\delta) + 24,$$
$$s_{nyugta} = \alpha + \arccos(-\tan\varphi\tan\delta) \quad \text{[órákban, mod 24]}.$$

Korrekciók

Az égitestek felkelési és lenyugvási helyének és idejének a meghatározásákor figyelembe kell venni néhány jelenséget, amelyek módosítják az égitestek látszólagos éggömbi helyzetét (pl. refrakció, nem pontszerű kép, parallaxis).

Refrakció

A horizont közelében a csillagászati refrakció következtében az égitestek magasabban látszanak, mint valódi helyük. A horizontban a refrakció mértéke $\rho_{h=0} = 34'$. Így az égitestek kelténél a feltétel nem $h = 0$, hanem $h = -\rho_{h=0} = -34'$. Ezt minden égitest esetében figyelembe kell venni.

Látszó átmérő

A Nap és a Hold esetében figyelembe kell venni, hogy ezek az égitestek nem pontszerűek, hanem $d = 31 - 32'$ látszó átmérőjű korong alakúak. Így ezek az égitestek a horizontot akkor súrolják már alólról, amikor $h = -d/2$. A Nap esetében $-d/2 = -16'$, míg a Hold esetében $-d/2 = -15'$.

Parallaxis

A Hold esetében arra is tekintettel kell lennünk, hogy a Hold közelsége miatt a geocentrikus és topocentrikus koordináták között az eltérés nem elhanyagolható. Ebben az esetben a geocentrikus és topocentrikus horizont feletti magasságok különbsége pontosan

$$h_O - h = \pi_{Hold} = \arcsin\left(\frac{6378}{384400}\right) = 57'.$$

A csillagok, Nap és bolygók napi parallaxisának mértéke már kis mértékben befolyásolja azok keltének és nyugtának helyét és idejét. Például a Nap esetében a napi parallaxis értéke

$$\pi_{Nap} = \arcsin\left(\frac{6378}{149600000}\right) = 0', 15,$$

amelynek hatása elhanyagolható.

Összegzésként megállapíthatjuk, hogy különböző esetekben az égitestek felkelési és lenyugvási pillanatának és helyének alapfeltétele az illető égitest horizont fölötti magasságára a következő:

Horizont fölötti magasság	Nap	Hold	Bolygók és csillagok
$h_{K/Ny} =$	$-0^o50'$	$+0^o08'$	$-0^o34'$

Mivel a hajnali és esti égen az átmenet a sötétség és világosság között fokozatos, kiszámíthatjuk a különböző szürkületek kezdetének és végének időpontját is. Ezeknek feltételei:

- csillagászati szürkület: $h_\odot = -18^o$,
- hajózási szürkület: $h_\odot = -12^o$,
- polgári szürkület: $h_\odot = -6^o$.

Ezekhez az értékekhez – egyezmény szerint – nem adnak további korrekciókat, a tiszta geometriai feltételeket alkalmazzuk.

Égitestek keltének és nyugtának csillagideje és azimutja

A kordináta-transzformációknál levezetett (2.27) rendszer harmadik összefőggése alapján az égitestek óraszöge kifejezhető a

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta} \tag{5}$$

összefüggéssel, amelynek alapján kiszámítható egy φ földrajzi szélességen megfigyelt δ deklinációjú égitest t óraszöge, amikor az h horizont fölötti magasságon látható. A

$$\tau = \arccos\left(\frac{\sin h - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta}\right)$$

összefüggéssel meghatározott érték segítségével az égitest adott horizont fölötti magasságon való tartózkodási pillanatainak helyi csillagideje az

$$s_{1,2} = \alpha \mp \tau$$

összefüggésekkel határozható meg. Ha h az α rektaszcenziójú égitest keltét/nyugtát meghatározó kritikus hozrizont fölötti magasság, akkor az égitest felkeltének és lenyugvásának csillagideje:

$$s_K = \alpha - \tau,$$
$$s_{Ny} = \alpha + \tau.$$

Az égitestek azimut szöge – azok keltének, illetve nyugtának időpontjában – a következő összefüggéssel határozható meg:

$$\cos A = \frac{\sin\varphi \cos\delta \cos t - \cos\varphi \sin\delta}{\cos h}.$$