Horizontális koordináták és csillagidő

1. Feladat. *Készítsünk egy* **GSTH** *nevű (Matlab) függvényt, amivel kiszámítható egy tetszőlegesen választható, módosított julián dátumban (*MJD*) megadott időpontra az órákban kifejezett greenwichi csillagidő!*

Bemenet: MJD – nemnegatív valós szám (módosított julián dátum);
Eredmény: a megadott (MJD) időpontnak megfelelő greenwichi csillagidő órákkban kifejezve (mod 24)!
Példák:
»GSTH(58940.0) = 12.654382109970811
»GSTH(58936.40449) = 22.125881780120778

2. Feladat. *Készítsünk egy csillagidőt mutató órát, amelyik folyamatosan mutatja egy megválasztható földrajzi hosszúságú hely csillagidejét (óra, perc, másodpercben), pérhuzamosan a helyi hivatalos idővel!*

3. Feladat. *Készítsünk egy* **EqvHor** *nevű (Matlab) függvényt, ami megadja egy tetszőlegesen választható,* JD*-ben megadott időpontra a* (λ, φ) *földrajzi koordinátájú megfigyelési hely esetében az adott* (α, δ) *ekvatoriális koordinátájú csillag megfelelő órakoordinátáit és horizontális* (A, h) *koordinátáit!*
Bemenet:

JD — *érvényes julián dátum (pozitív valós szám);*

λ — *földrajzi hosszúság [fokokban];*

φ — *földrajzi szélesség [fokokban];*

α — *rektaszcenzió [órákban];*

δ — *deklináció [fokokban];*

Eredmények:

t — *óraszög [órákban];*

δ — *deklináció [fokokban];*

A — *Azimut [fokokban];*

h — *magasság [fokokban];*

Példák:
» EqvHor(2456789.111,23.5,46,6,45)
ans =
1.52 45.00 94.63 74.07

» format long » EqvHor(2458937.14035,23.5,46,0,0)
ans =
5.368686763320119 0 83.158065347960118 6.562637334571735

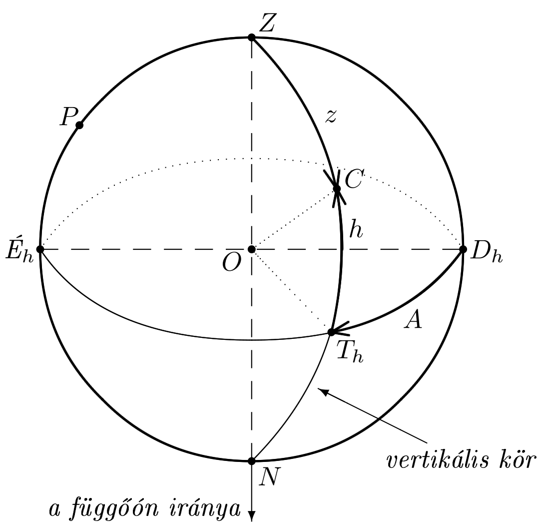
4. Feladat. *(Opcionális) Készítsünk egy-egy grafikus felhasználói felületet (GUI) az előző három feladat adatbevitelére és az eredmények megjelenítésére!*

1. Horizontális koordináták

A horizontális koordináta-rendszer fontosabb jellemzői (1. ábra):

- *kezdőpontja* a Föld felszínén felvett megfigyelési pont (@topocentrikus);
- *alapsíkja* a horizont síkja;
- *alapiránya* az O kezdőponttól a horizont délponja felé mutató (OD_h félegyenes iránya;
- körüljárási iránya retrográd (déltől nyugat felé).

Ha C egy égitest szférikus helye, akkor a ZN (zenit–nadír) átmérőre szerkesztett, C-n áthaladó félkör a horizont körét a T_h *horizontális talppont*ban metszi.



1. ábra. Horizontális koordináták

A horizontális koordináták: (A,h) vagy (A,z), ahol

- $A = m\left(\widehat{D_hOT_h}\right)$ az *azimut*, amit a déli iránytól nyugat felé, retrográd irányba mérünk, $0° \leq A < 360°$;
- $h = m\left(\widehat{T_hOC}\right)$ a horizont fölötti *magasság*, amelyre $-90° \leq h \leq 90°$. A magasság helyett gyakran annak pótszögét, a $z = m\left(\widehat{ZOC}\right) = 90° - h$ *zenittávolság*ot használják.

A kezdőpont megválasztása szerint használnak még *geocentrikus horizontális koordinátá*kat is, amikor a koordináta-rendszer kezdőpontja a Föld középpontjával esik egybe. Nagy távolságra levő égitestek esetén az eltérés nem nagyobb $10'$-nél. Általában kényelmesebb geocentrikus rendszerben dolgozni, de a Naprendszerünkben lévő égitestek esetében figyelembe kell venni az eltéréseket (lásd napi parallaxis).

A horizontális koordináták használata kézenfekvő egy adott megfigyelési helyen, mert segítségükkel kényelmes az égtájak szerinti tájékozódás, viszont kevésbé alkalmas az észlelési adatok közzétételére, katalógusok összeállítására, mert *függenek a megfigyelés helyétől és idejétől* (helyi koordináták).

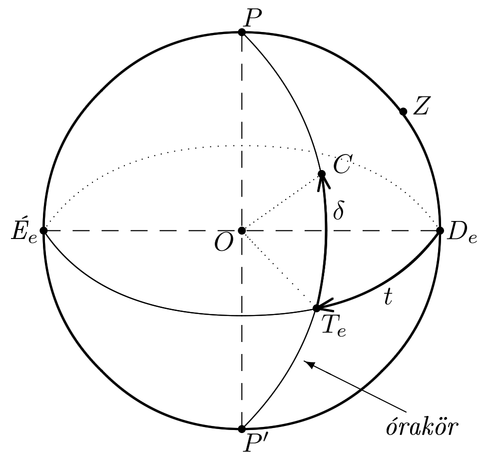
A horizonttal párhuzamos köröket (arab szóval) *almukantarát*oknak nevezzük. Számítógépes planetárium programokban gyakori, hogy az azimut mérésének kiindulási iránya a déli irány helyett az északi irány. Az eltérés a két rendszer között 180°.

2. Órakoordináták (első egyenlítői koordináta-rendszer)

A középpont megválasztása szerint az első egyenlítői koordináta-rendszer lehet topocentrikus vagy geocentrikus. Vizsgáljuk itt is a geocentrikus esetet, amikor a kezdőpont a Föld középpontjában van, amit a megfigyelési ponttal egybeesőnek tekintünk.

Ezen koordináta-rendszer jellegzetes elemei a következők (2. ábra):

- alapsíkja az égi egyenlítő síkja, az O kezdőpontban a világtengelyre, vagy a Föld forgástengelyére merőlegesen állított sík;
- alapiránya a kezdőponttól az egyenlítői délpont irányába mutató (OD_e félegyenes iránya;
- C a vizsgált égitest szférikus helye;
- a PP' világtengelyen, valamint a C égitesten áthaladó sík az égitest *órasík*ja, amely az éggömböt a C égitest óraköréében metszi.
- az órakör az égi egyenlítőt a T_e *egyenlítői talppontban* metszi.



2. ábra. Az első egyenlítői koordináta-rendszer

Az *első egyenlítői koordináták*, vagy *órakoordináták* jelölése (t, δ), ahol:

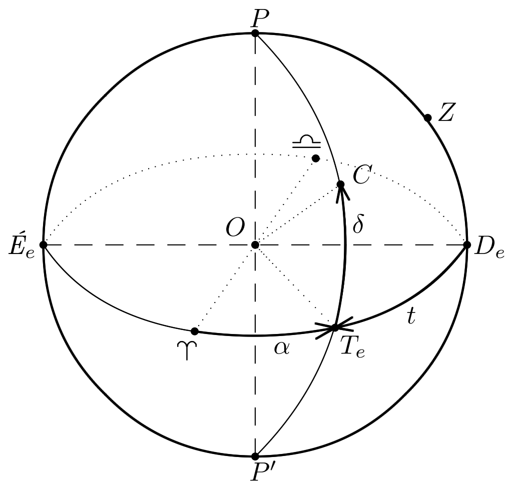
* A $t = m\left(\widehat{D_eOT_e}\right)$ *óraszög*et a déli kiindulási iránytól retrográd irányban mérjük az egyenlítő mentén az egyenlítői talppontig. Az óraszöget, mivel az idővel arányosan változik, hagyományosan óra – perc – másodpercben mérjük (h, m, s), és a $0^{\mathrm{h}} \leq t < 24^{\mathrm{h}}$ határok között változik. Mivel az éggömb 24 óra alatt tesz meg egy teljes látszólagos fordulatot, így a 360°-nak megfelel 24^{h} óra alapösszefüggés alapján az órákban, illetve fokokban mért szögek között az alábbi átalakítási összefüggések érvényesek:

(°, ’, ”)	360°	180°	90°	15°	1°	15′	1′	15″	1″
(h, m, s)	24^{h}	12^{h}	6^{h}	1^{h}	4^{m}	1^{m}	4^{s}	1^{s}	$0{,}7^{\mathrm{s}}$

* A $\delta = m\left(\widehat{T_eOC}\right)$ *deklináció* az egyenlítő síkjától mért szögtávolságot fejezi ki. Értéke a $-90° \leq \delta \leq 90°$ határok között változik. A deklináció helyettesíthető annak pótszögével, a p *pólustávolság*gal, amelyre $p = m\left(\widehat{POC}\right) = 90° - \delta$.

Az egyenlítővel párhuzamos égi köröket *deklinációs körök*nek nevezzük. A δ deklináció távoli égitestek esetén — eltekintve a földi egyenlítő síkjának lassú változásától — állandó, nem függ a megfigyelés helyétől és idejétől, míg a t óraszög az idő múlásával arányosan változik. Minden csillag 24 óra alatt körbejárja a deklinációs körét. Ezen koordináták, az óraszög révén, részben még mindig függnek a megfigyelő helyétől és idejétől.

3. Ekvatoriális koordináták (második egyenlítői koordináta-rendszer)



3. ábra. Az egyenlítői koordináta-rendszerek

Megfigyelési helytől független koordináták úgy nyerhetők, ha az égi egyenlítő mentén mért óraszöget egy olyan szögre cseréljük, amely esetén a kiindulási irány nem kapcsolódik a megfigyelőhöz. Erre a célra választható például az éggömbhöz kapcsolt, azzal együtt mozgó ♈ *tavaszpont*, amely azon pont ahol a Nap áthalad az égi egyenlítőn a tavaszi napéjegyenlőség idején (lásd a **??**. részben). A megfelelő koordináták például a topocentrikus vagy geocentrikus *egyenlítői* vagy *ekvatoriális* koordináták (3. ábra).

– Geocentrikus esetben a kezdőpont a Föld középpontjában helyezkedik el, amit egybeesőnek tekintünk a megfigyelési ponttal.

– Alapsík az égi egyenlítő síkja.

– Alapirány a tavaszpont (♈) felé mutató (O♈ félegyenes iránya.

– C a vizsgált égitest szférikus helye.

A *második egyenlítői koordináta-rendszer* koordinátái (α, δ), ahol:

- $\alpha = m\left(\widehat{\Upsilon O T_e}\right)$ a tavaszponttól direkt irányba mért *egyenes emelkedés*, vagy *rektaszcenzió*, amelynek értéke $0^{\mathrm{h}} \leq \alpha < 24^{\mathrm{h}}$ határok között lehet.
- A $\delta = m\left(\widehat{T_e O C}\right)$ *deklináció* az első egyenlítői koordináta-rendszernél bevezetett szög.

Ezen rendszer koordinátái függetlenek a megfigyelés helyétől és idejétől, így alkalmasak csillagkatalógusok összeállítására, térképkészítésre.

4. Csillagidő és óraszög

A tavaszpont (Υ) óraszögét *csillagidő*nek nevezzük és s-sel jelöljük. A csillagidő meghatározható tetszőleges égitest α egyenes emelkedésének és t óraszögének ismeretében, ezek összegeként:

$$s = \alpha + t. \tag{1}$$

A fenti összefüggésből az is látszik, hogy egy adott hely csillagideje egyenlő az éppen delelő ($t = 0$) csillagok eyenes emelkedésével $s = \alpha$. Találkozhatunk olyan csillagászati forrássokkal is, ahol éppen ezt a tulajdonságot használják a csillagidő értelmezéseként.

A Föld forgásának következtében bármely földfelszíni megfigyelő esetében a helyi csillagidő folyamatosan változik, így a csillagászatban ennek segítségével teremtjük meg a kapcsolatot az idő múlása és a Föld forgása között. A csillagidő (és földrajzi koordináták) segítségével tudjuk meghatározni azt, hogy egy földi megfigyelő egy adott időpontban az éggömbnek éppen melyik felét látja.

A csillagidő használatát a Nap látszólagos napi mozgása alapján meghatározott szoláris idő (középidő) mellett az teszi szükségessé, hogy szoláris nap hossza kissé eltér a Föld forgási periódusától.

A nappalok és éjszakák váltakozásához igazodó szoláris időmérés alapja a szoláris nap, amit 24 egyenlő részre osztottak az időmérő eszközeinken és ezt nevezzük órának. A 24 órás időegyzés a Nap egymást követő meridiáon való átmenetei közt eltelt időtartamok átlagos értéke.

Ha valamely csillagra mérjük annak egymást követő meridiánátmenetei közti időt, akkor azt tapasztaljuk, hogy ehhez a 24^{h} helyett csupán $23^{\mathrm{h}}56^{\mathrm{m}}4\overset{\mathrm{s}}{.}091$ szükséges. Ez a rövidebb periódus, amit *sziderális nap*nak, vagy *csillagnap*nak nevezünk egyezik meg pontosan a Föld forgási periódusával. A majdnem 4^{m} percnyi eltérés oka a Föld Nap körüli éves keringése. A keringés következtében a Nap rektaszcenziója évente $360^{\circ} = 24^{\mathrm{h}}$ mértékkel változik, ami naponta mintegy 4^{m}-ot (minutumot, percet) jelent. Tehát a Nap két egymást követő meridiánátmenete közti időtartam nagyobb, mint az a csillagok esetében.

Mérési lehetőségek hiányában a csillagidő meghatározására sorfejtések segítségével meghatározott közelítő képletet használhatunk. Tetszőlegesen választott UT (világidő) időpontban a a másodpercekben kifejezett greenwichi csillagidő a következő összefüggések segítségével határozható meg:

$$\begin{aligned} s_G &= 24110\overset{\mathrm{s}}{.}54841 + 8640184\overset{\mathrm{s}}{.}812866 \cdot T_0 + 1.0027379093 \cdot \mathrm{UT}^{\mathrm{s}} \\ &\quad +0\overset{\mathrm{s}}{.}093104 \cdot T^2 - 0\overset{\mathrm{s}}{.}0000062 \cdot T^3 \end{aligned}$$

ahol

$$T_0 = \frac{\mathrm{JD}_0 - 2451545}{36525} \qquad \text{és} \qquad T = \frac{\mathrm{JD} - 2451545}{36525},$$

míg JD és JD_0 a megfigyelési idő, illetve a megfigyelési dátumnak megfelelő 0^{h} UT-nek megfelelő Julián dátumok.

A λ földrajzi hosszúságú helyen az s csillagidő eltérése a greenwichi csillagidőtől $\lambda/15^{\circ}$, ahol a f0ldrajzi hosszúságokat fokokban adjuk meg. Így a keresett csillagidő (órákban kifejezve):

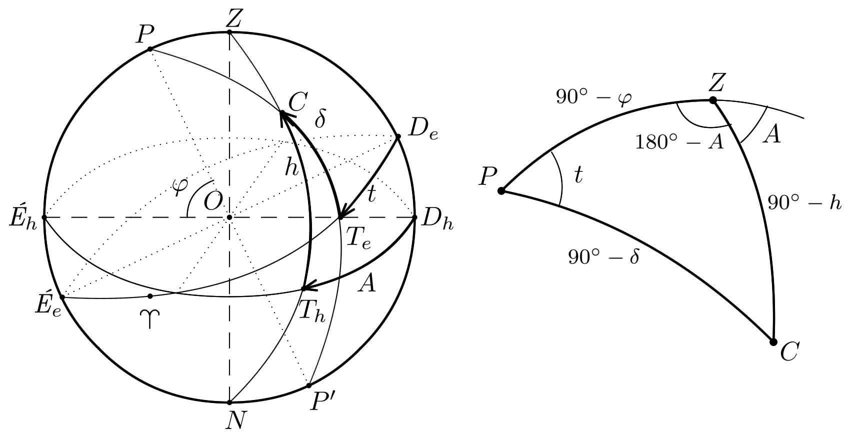
$$s = s_G + \lambda \cdot 1^{\mathrm{h}}/15^{\circ}.$$

A fenti összefüggésben a λ földrajzi hosszúság pozitív Greenwich-től kelet felé és negatív a nyugati féltekén. Például Kolozsvár esetében $\lambda = 23\overset{\circ}{.}59$.

A helyi csillagidő ismeretében az α rektaszcenziójú csillag óraszöge:

$$t = s - \alpha.$$

5. Horizontális és egyenlítői koordináták kapcsolata



4. ábra. A horizontális és egyenlítői koordináták kapcsolata – transzformációs háromszög

Valamely φ földrajzi szélességű megfigyelési helyen s csillagidőkor észlelt horizontális koordináták — (A, h) azimut és magasság —, valamint a megfelelő órakoordináták (első egyenlítői koordináták) — (t, δ) óraszög és deklináció — közötti összefüggések megállapításához vizsgáljuk az éggömbön az egyes koordináták értelmezését (4. ábra).

Ha C a megfigyelt égitest éggömbi helye, a PCZ gömbháromszögben a következő elemek azonosíthatók:

$$\begin{aligned} PZ &= 90^\circ - \varphi, - \text{ a (13) összefüggés alapján,} \\ PC &= PT_e - CT_e = 90^\circ - \delta, \\ ZC &= ZT_h - CT_h = 90^\circ - h = z, \end{aligned}$$

valamint

$$m\left(\widehat{ZPC}\right) = D_eT_e = t,$$
$$m\left(\widehat{PZC}\right) = 180^\circ - A.$$

A PZC háromszögre felírva az alkalmas Gauss-féle összefüggéseket, és figyelembe véve a felírt elemekre vonatkozó összefüggéseket, az alábbi átalakítások végezhetők:

- A szinusztétel értelmében:
$$\frac{\sin(90^\circ - h)}{\sin t} = \frac{\sin(90^\circ - \delta)}{\sin(180^\circ - A)},$$
ahonnan
$$\cos\delta \sin t = \cos h \sin A. \tag{2}$$

- A koszinusztételt alkalmazva az ismert két szögre:
$$\begin{aligned} \cos(90^\circ - h) &= \cos(90^\circ - \varphi)\cos(90^\circ - \delta) + \\ &\quad + \sin(90^\circ - \varphi)\sin(90^\circ - \delta)\cos t, \\ \cos(90^\circ - \delta) &= \cos(90^\circ - \varphi)\cos(90^\circ - h) + \\ &\quad + \sin(90^\circ - \varphi)\sin(90^\circ - h)\cos(180^\circ - A), \end{aligned}$$
ahonnan
$$\sin h = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t, \tag{3}$$
$$\sin\delta = \sin\varphi\sin h - \cos\varphi\cos h\cos A. \tag{4}$$

- Az öt elemre vonatkozó összefüggések alkalmazható alakjait felírva:

$$\begin{aligned}
\sin(90^\circ - h)\cos(180^\circ - A) &= \cos(90^\circ - \delta)\sin(90^\circ - \varphi) \\
&\quad - \sin(90^\circ - \delta)\cos(90^\circ - \varphi)\cos t, \\
\sin(90^\circ - \delta)\cos t &= \cos(90^\circ - h)\sin(90^\circ - \varphi) \\
&\quad - \sin(90^\circ - h)\cos(90^\circ - \varphi)\cos(180^\circ - A)\,,
\end{aligned}$$

ahonnan

$$-\cos h\cos A = \sin\delta\cos\varphi - \cos\delta\sin\varphi\cos t. \tag{5}$$

$$\cos\delta\cos t = \sin h\cos\varphi + \cos h\sin\varphi\cos A, \tag{6}$$

A választott égitest $t = s - \alpha$ óraszögének — ahol s az észlelés csillagideje a megfigyelési pontban és α a rektaszcenzió — és δ deklinációjának ismeretében a (2, 3 és 5) összefüggések alapján meghatározhatók a φ földrajzi szélességen az égitest (A, h) horizontális koordinátái:

$$\begin{aligned}
\cos h\sin A &= \cos\delta\sin t, \\
\cos h\cos A &= \sin\varphi\cos\delta\cos t - \cos\varphi\sin\delta, \\
\sin h &= \cos\varphi\cos\delta\cos t + \sin\varphi\sin\delta.
\end{aligned} \tag{7}$$

A harmadik összefüggésből meghatározható a $h \in [-90^\circ, 90^\circ]$ horizont fölötti magasság, majd az első és második összefüggésekből a $\sin A$, és $\cos A$ ismeretében egyértelműen meghatározható az $A \in [0^\circ, 360^\circ]$ azimut. A (7) transzformációs összefüggések felírhatók mátrixok segítségével is a

$$\begin{pmatrix} \cos h\sin A \\ \cos h\cos A \\ \sin h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi & -\cos\varphi \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\sin t \\ \cos\delta\cos t \\ \sin\delta \end{pmatrix} \tag{8}$$

alakban, ami pontosan azt fejezi ki, hogy a horizontális rendszerről az első egyenlítői koordináta-rendszerre a meridián síkra merőleges tengely körüli $90^\circ - \varphi$ mértékű szöggel való forgatással térhetünk át.

A (2, 4 és 6) összefüggések alapján felírhatjuk az $(A, h) \to (t, \delta)$ transzformáció összefüggéseit:

$$\begin{aligned}
\cos\delta\sin t &= \cos h\sin A, \\
\cos\delta\cos t &= \sin\varphi\cos h\cos A + \sin h\cos\varphi, \\
\sin\delta &= -\cos\varphi\cos h\cos A + \sin\varphi\sin h.
\end{aligned} \tag{9}$$

A (9) transzformáció mátrix alakja:

$$\begin{pmatrix} \cos\delta\sin t \\ \cos\delta\cos t \\ \sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \\ 0 & -\cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos h\sin A \\ \cos h\cos A \\ \sin h \end{pmatrix}, \tag{10}$$

ami nem más, mint a $\varphi - 90^\circ$-os szöggel való forgatás a meridián síkra merőleges tengely körül, azaz pontosan a (8) transzformáció inverze.

A levezetett összefüggésekben a h horizont fölötti magasság helyettesíthető a $z = 90^\circ - h$ összefüggés szerint a z zenittávolsággal, ami azt jelenti, hogy $\sin h$ $\cos z$-re, $\cos h$ pedig $\sin z$-re cserélhető.

A t óraszög a (1) összefüggés alapján helyettesíthető az α rektaszcenzióval, a

$$t = s - \alpha \tag{11}$$

összefüggés szerint, ahol s a csillagidő azaz a tavaszpont óraszöge. A (8) összefüggésekbe elvégezve a helyettesítést (11) szerint, a következő öszszefüggéseket kapjuk:

$$\begin{pmatrix} \cos h \sin A \\ \cos h \cos A \\ \sin h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi & -\cos\varphi \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta \sin(s-\alpha) \\ \cos\delta\cos(s-\alpha) \\ \sin\delta \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi & -\cos\varphi \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\sin s\cos\alpha - \cos\delta\cos s\sin\alpha \\ \cos\delta\cos s\cos\alpha + \cos\delta\sin s\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi & -\cos\varphi \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin s & -\cos s & 0 \\ \cos s & \sin s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} = \tag{12}$$

$$\begin{pmatrix} \sin s & -\cos s & 0 \\ \cos s\sin\varphi & \sin s\sin\varphi & -\cos\varphi \\ \cos s\cos\varphi & \sin s\cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix}.$$

A (12) összefüggésben megjelenő

$$\begin{pmatrix} \sin s & -\cos s & 0 \\ \cos s & \sin s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(90^\circ - s) & -\sin(90^\circ - s) & 0 \\ \sin(90^\circ - s) & \cos(90^\circ - s) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix azt fejezi ki, hogy az órakoordináta-rendszerről (első egyenlítői koordináta-rendszer) az ekvatoriális (második egyenlítői) koordináta-rendszerre való áttérés egy $(90^\circ - s)$ mértékű szöggel való forgatással valósítható meg. Ez könnyen belátható, ha figyelembe vesszük, hogy az x tengely iránya az egyik rendszerben a meridiánra merőleges irány, a másikban pedig a tavaszpont iránya, amely tengelyek hajlásszöge éppen $(90^\circ - s)$.

Az ekvatoriális, vagy második egyenlítői koordinátákat a horizontális koordináták függvényében megadó összefüggések azonnal felírhatók a (12) transzformáció inverzeként:

$$\begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \sin s & \cos s & 0 \\ -\cos s & \sin s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \\ 0 & -\cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos h\sin A \\ \cos h\cos A \\ \sin h \end{pmatrix} =$$

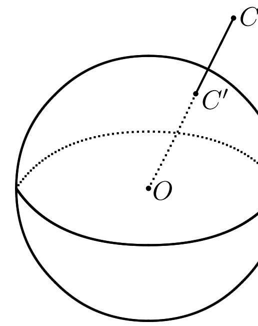
$$= \begin{pmatrix} \sin s & \cos s\sin\varphi & \cos s\cos\varphi \\ -\cos s & \sin s\sin\varphi & \sin s\cos\varphi \\ 0 & -\cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos h\sin A \\ \cos h\cos A \\ \sin h \end{pmatrix}.$$

6. Az éggömb és látszólagos napi mozgása

Az égitestek távolsága szabad szemmel nem határozható meg. Ennek következtében az égitestek távolsága azonosnak tűnik, mintha látszólag az összes égitest egy hatalmas gömbön foglalna helyet, amelynek a középpontjában a megfigyelő található. Ez a látszat vezette el már az ókori görögöket is az „égi szférák" gondolatához.

Az égitestek látszólagos helyzetének, valamint látszólagos mozgásának meghatározásához nem szükséges ismernünk azok Földtől mért távolságát, hanem elegendő megadnunk azok irányát.

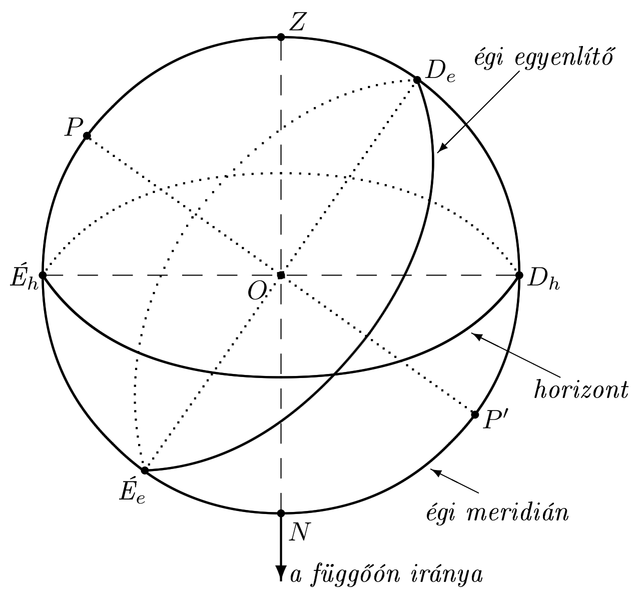
Ilyen mérések esetében célszerű a tér pontjait egy gömb pontjaira leképezni. Erre a célra szolgál az *éggömb*, amely a gömb alakúnak látszó égbolt matematikai absztrakciója (5. ábra). Ennek sugara tetszőleges (általában egységnyi), középpontja ugyancsak tetszés szerint választható (megfigyelő, Föld középpontja stb.). Az O középpontot valamely C égitesttel összekötő félegyenesnek az éggömbbel való C' metszéspontját a C pont *szférikus hely*ének (megfelelőjének) nevezzük.



5. ábra. Az éggömb és az égitestek szférikus helye

Mivel az éggömb sugara tetszőlegesen nagynak tekinthető, számos alkalmazás esetén a Föld méretei elhanyagolhatók az éggömb sugarához képest, azaz a megfigyelő és a Föld középpontja egybeesnek az éggömb középpontjával. Ez a megközelítés nem helytálló, ha a Naprendszer égitesteit figyeljük meg és különösen a Földünk mesterséges holdjai esetén.

Több órán át folyamatosan figyelve az eget, az a benyomásunk támad, hogy az egész éggömb (merev testként) körbefordul egy rögzített tengely körül. Ez a mozgás az *éggömb napi látszólagos forgása* (vagy egyszerűen napi látszólagos mozgás), ami rögzített tengely körül 24 órás periódussal kelet felől nyugat felé (retrográd) irányban megy végbe. Ez a mozgás érzékelhető szabad szemmel, de jól rögzíthető fényképezéssel, ha a Sarkcsillagra (Polaris, αUMi) irányított rögzített fényképezőgéppel hosszú expozíciós idővel készítünk felvételt. Ma már közismert, hogy ez a mozgás egy látszólagos mozgás, ami a Föld direkt irányú tengelyforgásának következménye.



6. ábra. Az éggömb nevezetes pontjai és vonalai

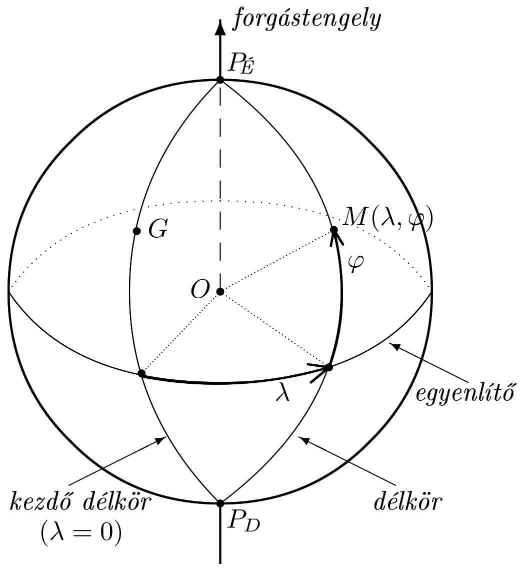
Az éggömb néhány pontjának és főkörének különleges jelentősége van a tájékozódás szempontjából (6. ábra). Az éggömb képzeletbeli rögzített forgástengelye a P és P' *északi-* illetve *déli póluspontok*ban metszi az éggömböt. Az éggömb PP' átmérőjének neve *világtengely*, amelyre az éggömb középpontjában emelt merőleges sík az *égi egyenlítő síkja*. Az égi egyenlítő síkja az éggömböt az *égi egyenlítő*ben metszi, ami az éggömb egyik főköre. Ha az éggömb középpontján keresztül a függőón irányával párhuzamos egyenest húzunk, ez az egyenes a *zenit-* (Z) és *nadírpontban* (N) döfi át az éggömböt. A két pont közül az a zenit, amely a megfigyelő fölött helyezkedik el. A ZN egyenest az *adott hely vertikálisá*nak nevezzük. Állítsunk az éggömb középpontján keresztül a ZN egyenesre merőleges síkot: ez a *horizont síkja.* A horizont síkja az éggömböt szintén egy főkörben metszi, amelynek neve: *horizont.* A P, Z, P', N pontokon áthaladó főkör neve: *égi meridián*, ennek a főkörnek a síkja pedig az *égi meridián síkja.* (Az egyszerűség kedvéért az „égi" jelzőt gyakran elhagyjuk.) Tartózkodjék a megfigyelő (azaz az éggömb középpontja) a Föld északi féltekéjén. Ha a meridiánon a P pontból a Z pont irányában indulunk el, akkor a meridián rendre a *horizont délpontjá*ban (D_h) és a *horizont északpontjá*ban ($É_h$) metszi a horizontot, illetve az égi egyenlítő *felső* (*déli*, D_e) és *alsó* (*északi*, $É_e$) pontjában metszi az égi egyenlítőt.

Rögzített helyzetű megfigyelőhöz viszonyítva az égitestek részt vesznek az éggömb napi forgásában, párhuzamos köröket írva le az égi egyenlítővel. A Föld Északi- és Déli-sarkain ezek a körök párhuzamosak a helyi horizonttal is, így az egyes égitestek (a Nap, a Hold és a bolygók kivételével, amelyek változtatják éggömbi helyzetüket) mindig a horizont fölött találhatók. A sarkoktól eltérő földrajzi helyen lévő megfigyelő számára az égitestek útjának három típusa lehetséges: *cirkumpoláris csillagok* — az általuk leírt kör teljesen a horizont fölött van, ezek soha sem nyugszanak le; *naponta felkelő és lenyugvó csillagok* — ezek által leírt kör két pontban a felkelési és lenyugvási pontban metszi a horizontot, amely pontok rögzítettek; illetve olyan *csillagok, amelyek soha sem kelnek fel* — ezek útja mindvégig a horizont alatt található.

A földi egyenlítőn elhelyezkedő megfigyelő számára minden égitest naponta felkel és lenyugszik, a horizont síkjára merőleges köröket írva le.

7. Földrajzi koordináták

Az égitestek helyzetének meghatározása — kevés kivételtől eltekintve — a Föld felszínéről történik. Ezért fontos pontosan ismerni a megfigyelőhely koordinátáit, azaz a *földrajzi koordinátákat*. A csillagászati mérések túlnyomó többségénél a Föld méretei kicsik a mért objektum távolságához képest, ezért a Földet gömb alakúnak tekinthetjük. Néhány esetben azonban nem tekinthetünk el a Föld alakjának a gömbtől való eltérésétől. Ilyenkor a Földet vagy forgási ellipszoiddal, vagy pedig a geoiddal közelítjük (lásd a Föld mint égitest c. fejezetben).



7. ábra. Földrajzi koordináták

A továbbiakban a Földet általában gömbnek vagy forgási ellipszoidnak fogjuk tekinteni, mert a legtöbb csillagászati megfigyelés esetében ez a közelítés elegendő. A gömb alakú Föld felszínén, akárcsak tetszőleges gömb felszínén, egy pont helyzete két szög segítségével adható meg. A szögek értelmezéséhez szükséges egy *alapsíkot* és egy *alapirányt* definiálni. A földrajzi koordináták értelmezéséhez használt alapsík a $P_É$, P_D északi és déli sarkokon áthaladó forgástengelyre merőleges *földi egyenlítő* síkja, amelyben az alapirányt a *kezdeti* (a greenwichi csillagvizsgáló meghatározott G pontján áthaladó) *meridián* jelöli ki. Az egyenlítő síkja a Föld felszínét *északi* és *déli féltekére* osztja.

Tetszőleges M megfigyelési hely földrajzi koordinátái (7. ábra):

— a *földrajzi hosszúság* (λ), értelmezés szerint a megfigyelési helyhez tartozó földi meridián és a greenwichi kezdő meridián síkjának hajlásszöge, amit keleti illetve nyugati irányban mérünk, 0°-tól 180°-ig, és keleti illetve nyugati hosszúságról beszélünk;

— és a *földrajzi szélesség* (φ), ami nem más mint a megfigyelési helyhez tartozó földsugárnak (OM) a földi egyenlítő (e) síkjával bezárt szöge. Általában északi és déli szélességről beszélünk, és ezeket 0°-tól 90°-ig mérjük.

Az egyenlítővel párhuzamos síkoknak a Föld felszínével való metszésvonalait *szélességi körök*nek nevezzük, a forgástengelyen áthaladó síkok pedig a hosszúsági köröket (délköröket, földi meridiánokat) határozzák meg.

Például a Kolozsvári Egyetemi Csillagvizsgáló földrajzi koordinátái:

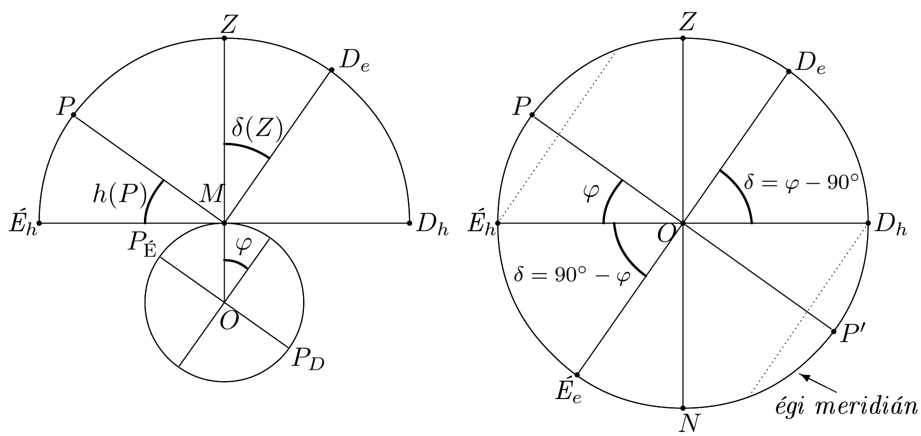
$$\lambda = 23°35'7\overset{''}{.}5 = 23\overset{\circ}{.}5854, \quad \varphi = 46°45'47'' = 46\overset{\circ}{.}763.$$

8. A földrajzi és égi koordináták kapcsolata

Ebben a részben ismertetjük a megfigyelő földrajzi koordinátái, az éggömb nevezetes pontjainak koordinátái és egy megfigyelt égitest égi koordinátái közti összefüggéseket.

1. Tétel. *Egy megfigyelő földrajzi szélessége megegyezik a pólus horizont feletti magasságával és a zenitpont deklinációjával:*

$$\varphi = h\,(P) = \delta\,(Z)\,. \tag{13}$$



8. ábra. A földrajzi szélesség és pólusmagasság kapcsolata (balról);
A cirkumpolaritás feltétele (jobbról)

Bizonyítás. Topocentrikus koordinátákban vizsgáljuk az M megfigyelési hely meridián-metszetét (8. első ábra). Az égitesteknek a Föld sugarához viszonyított nagy távolsága miatt az MP pólusirány párhuzamosnak vehető a Föld $P_É P_D$ forgástengelyének irányával. A merőleges, illetve párhuzamos szárú szögek tulajdonságai alapján azonnal következnek a kijelentésben szereplő egyenlőségek. □

Megjegyezzük, hogy az éggömb hatalmas sugara miatt a legtöbb alkalmazás esetén az M és O pontok egybeesőnek tekinthetők.

Az égitesteknek a meridiánon való áthaladását *kulmináció*nak nevezzük. A két kulmináció közül azt, amelyik közelebb van a zenithez *felső kulmináció*nak vagy *delelés*nek; a zenittől távolabbit pedig *alsó kulmináció*nak nevezzük. Könnyen belátható, hogy a *cirkumpoláris* csillagok azok, amelyeknek alsó kulminációja is a horizont fölött van (8. második ábra). Ezen észrevétel alapján azonnal levezethető, hogy egy δ deklinációjú csillag valamely φ földrajzi szélességű helyen:

– cirkumpoláris, ha $\delta \geq 90° - \varphi$;

– naponta felkel és lenyugszik, ha $\varphi - 90° < \delta < 90° - \varphi$;

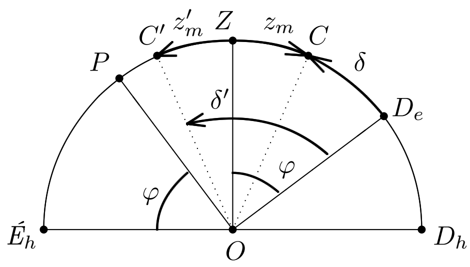
– soha nem látható, ha $\delta \leq \varphi - 90°$.

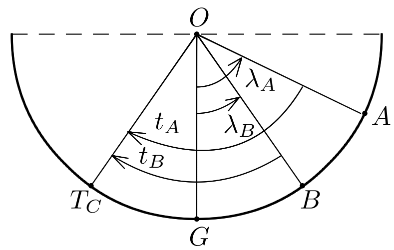
2. Tétel. *Egy csillag delelésekor érvényes a következő összefüggés:*

$$\varphi = \delta \pm z_m, \tag{14}$$

ahol φ a megfigyelő földrajzi szélessége, δ a megfigyelt csillag deklinációja, z_m a csillag zenittávolsága a meridiánon; a „+” előjel akkor használatos, ha a csillag a zenittől délre delel, a „−” előjel pedig akkor, ha a zenittől északra.

Bizonyítás. Vizsgáljuk az értelmezés szerint a szereplő szögeket a meridián (délkör) síkjában (9. első ábra). A felírt összefüggések azonnal következnek. □





9. ábra. Összefüggések egy csillag delelésekor (balra);
Órakoordináták és földrajzi hosszúságok kapcsolata (jobbra)

3. Tétel. *Tetszőleges C égitest két (A és B) megfigyelő által egy időben mért t_A, t_B óraszögeinek fokokban kifejezett különbsége valamint a megfigyelők λ_A, λ_B földrajzi hosszúságának különbsége közti eltérés a* $360°$ *többszöröse (A nyugati földrajzi hosszúságokat negatív előjellel kell venni.):*

$$t_A - t_B \equiv \lambda_A - \lambda_B \qquad (mod\ 360°)\,. \tag{15}$$

Bizonyítás. Vizsgáljuk az értelmezés szerint a szereplő szögeket az egyenlítő síkjában (9. mósodik ábra). Az értelmezések alapján azonnal következik a megállapított összefüggés. □