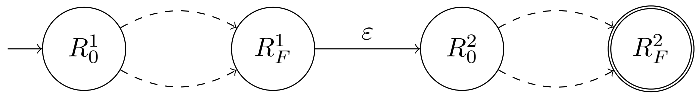
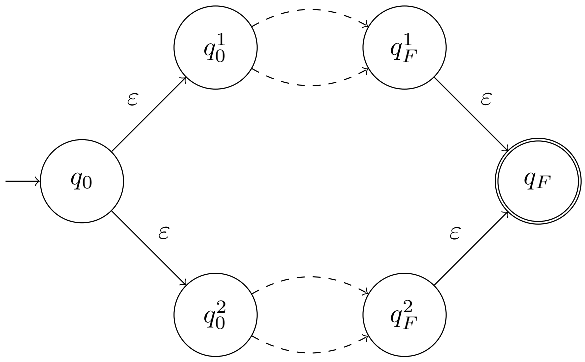
RA zu EA

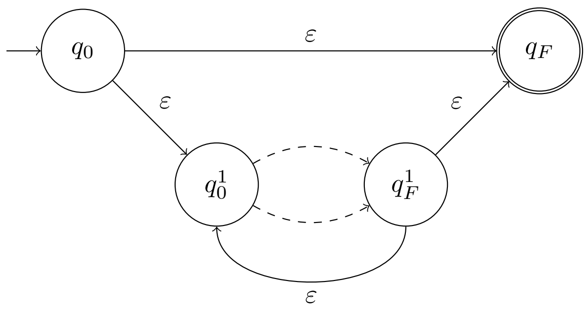
$L(A) = R^1 R^2$



$L(A_1) \cup L(A_2)$



$(L(A_1))^*$



ε-Elimination

1. Gruppiere Folge von ε-Übergängen zusammen mit nachfolgendem Σ-Übergang zu einem einzigen Σ-Übergang.

$$\overline{\delta} := \delta \cup \left\{ (q, x, q'') \middle| x \in \Sigma,\ \exists q' \in Q : q \underset{\varepsilon}{\overset{*}{\rightarrow}} q',\ (q', x, q'') \in \delta \right\}$$

2. Ernennt Zustände, von denen ein akzeptierender Zustand über eine Folge von ε-Übergängen erreichbar ist, zu akzeptierenden Zuständen.

$$\overline{F} := F \cup \left\{ q \middle| \exists q' \in F : q \underset{\varepsilon}{\overset{*}{\rightarrow}} q' \right\}$$

3. Lösche alle ε-Übergänge.

$$\overline{\overline{\delta}} := \left\{(q,x,q') \in \overline{\delta} \middle| x \neq \varepsilon\right\}$$

EA zu RA - Kleene-Algorithmus

$$R_{ij}^{(k)} = R_{ij}^{(k-1)} \cup R_{ik}^{(k-1)} \left(R_{kk}^{(k-1)}\right)^* R_{kj}^{(k-1)}$$

$$i = k,\ j \neq k \Rightarrow R_{kj}^{(k)} = \left(R_{kk}^{(k-1)}\right)^* R_{kj}^{(k-1)}$$

$$i \neq k,\ j = k \Rightarrow R_{ik}^{(k)} = R_{ik}^{(k-1)} \left(R_{kk}^{(k-1)}\right)^*$$

$$i = j = k \Rightarrow R_{kk}^{(k)} = \left(R_{kk}^{(k-1)}\right)^*$$

Abschlusseigenschaften

Klasse	**Abgeschlossen unter**	**Nicht abgeschlossen unter**
Reguläre Sprachen	$\cup,\ \cap,\ \setminus,\ \Sigma^* \setminus L,\ \cdot,\ *,\ L^R,\ hom,\ hom^{-1}$	
Kontextfreie Sprachen	$\cup,\ \cdot,\ *,\ hom,\ hom^{-1}$	$\Sigma^* \setminus L,\ \cap$
Entscheidbare Sprachen	$\cup,\ \cap,\ \cdot,\ *,\ \Sigma^* \setminus L$	
Semientscheidbare Sprachen	$\cup,\ \cap,\ \cdot,\ *$	$\Sigma^* \setminus L$

Chomsky-Hierachie

Typ	**Name**	Bedingung
Typ 0	Semientscheidbar	Keine Einschränkungen
Typ 1	Kontextsensitiv	$\lvert\alpha\rvert \leq \lvert\beta\rvert$
Typ 2	Kontextfrei	$\alpha \in V$
Typ 3	Regulär	$\alpha \in V,\ \beta \in \Sigma V \cup \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

$$\text{Typ 3} \subset \text{Typ 2} \subset \text{Typ 1} \subset \text{Entscheidbar} \subset \text{Typ 0} \subset \text{Alle Sprachen } \mathfrak{P}(\Sigma^*)$$

Reduktionen

Wenn $L_1 \leq L_2$, dann gilt:

- L_2 entscheidbar $\Rightarrow$ L_1 entscheidbar
- L_2 nicht semientscheidbar $\Rightarrow$ L_1 nicht semientscheidbar

Kontrapositionen der Pumpinglemmata

L ist nicht regulär, wenn
Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt:
Es gibt **ein** Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n$, sodass
für eine Zerlegung $w = xyz$ mit $|xy| \leq n$ und $y \neq \varepsilon$ gilt
für alle $i \in \mathbb{N}$ gilt: $xy^iz \notin L$

L ist nicht kontextfrei, wenn
Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt:
Es gibt **ein** Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n$, sodass
für eine Zerlegung $w = xyzuv$ mit $|yzu| \leq n$ und $yu \neq \varepsilon$ gilt
für alle $i \in \mathbb{N}$ gilt: $xy^izu^kv \notin L$

Umwandlung in CNF

1. *Trennen von Terminalsymbolen*

   Für jedes $\sigma \in \Sigma$ erzeuge eine neue Regel $V_\sigma \to \sigma$ und ersetze σ durch V_σ in jeder anderen Ableitungsregel.

2. *Beseitigung zu langer Regeln*

   Für jede Regel Länge $k \geq 3$ führe $k-2$ neue Variablen und $k-1$ neue Regeln mit Länge $2 \leq$ ein, die die ursprünglichen Regeln ersetzen.

3. ε*-Elimination*

   - bestimme $V_\varepsilon := \{A \in V | A \overset{*}{\Rightarrow} \varepsilon\}$
   - für alle $A \to BC$
     - $B \in V_\varepsilon \Rightarrow$ zusätzliche Regel $A \to C$
     - $C \in V_\varepsilon \Rightarrow$ zusätzliche Regel $A \to B$
   - entferne alle Regeln der Form $A \to \varepsilon$

4. *Beseitigung von Einheitsregeln*

   - wenn $A \overset{*}{\Rightarrow} B$ und $B \to CD$ füge Regel $A \to CD$ hinzu
   - wenn $A \overset{*}{\Rightarrow} B$ und $B \to \sigma$ füge Regel $A \to \sigma$ hinzu
   - lasse alle Einheitsregeln weg