Versuchsnummer: 206

# Wärmepumpe

Konstantin Mrozik Marcel Kebekus konstantin.mrozik@udo.edu marcel.kebekus@udo.edu

Durchführung: 10.12.2019 Abgabe: 17.12.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

## Inhaltsverzeichnis

1	The	orie	3
2	Dur	chführung	5
3	Aus	wertung	6
	3.1	Temperaturverläufe	6
	3.2	Nicht-lineare Ausgleichsrechnung	6
	3.3	Differential quotienten	7
	3.4	Bestimmung der Güteziffer	8
	3.5	Massendurchsatz	8
	3.6	Mechanische Kompressionsleistung	10
4 Diskussion		10	
Lit	eratı	ur	12

## Ziel

Es soll die Güteziffer  $\nu$  einer Wärmepumpe, der Massendurchsatz von Dichlordifluormethan  $Cl_2F_2C$  und die mechanische Leistung des verwendeten Kompressors ermittelt werden.

## 1 Theorie

Natürlicherweiße fließt Wärmeenergie in einem abgeschlossenen System von einem heißen immer ins kalte Reservoir. Möchte man den Wärmefluss umkehren, so muss Arbeit verrichtet werden. Diese Aufgabe übernimmt eine sogenannte Wärmepumpe. Es gilt nach dem ersten Hauptsatz der Theromdynamik:

$$Q_1 = Q_2 + A \tag{1}$$

Für das Verhältnis der Wärmemenge Q und der Temperatur T bei reversiblen Wärme- übertragungen gilt nach dem zweiten Hauptsatz:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 (2)$$

Da ein vollständige reversible Umwandlung in der realen Umsetzung nicht möglich ist gilt:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0$$

Die Güteziffer einer Wärmepumpe ist definiert als

$$\nu = \frac{Q_1}{A} \tag{3}$$

somit folgt mit Gleichung (1), (2) und (3):

$$\nu_{ideal} = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} > \nu_{real} \tag{4}$$

Die reale Güteziffer ergibt sich nach:

$$\nu_{real} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t N} = \left(m_2 c_w + m_k c_k\right) \, \frac{\Delta T_2}{\Delta t N} = L \frac{\Delta m}{\Delta t N} \tag{5} \label{eq:5}$$

Dabei ist N die über die Zeit  $\Delta t$  gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors, m der Massendurchsatz und L die Verdampfungswärme.

#### Verdampfungswärme L

Die Dampfdruckkurve wird bestimmt durch die Verdampfungswärme L. Diese Größe ist eine charakteristische Größe der Substanz und im allgemeinen temperaturabhängig. Definition molare Verdampfungswärme L:

Gibt die Enerie an, die benötigt wird, um einen Mol einer Flüssigkeit in Dampf der gleichen Temperatur umzuwandeln. [3][4]

## Mechanische Kompressionsleistung

Für die machanische Kompressionsleistung  $N_{mech}$  gilt:

$$A_{m} = -p_{a}v_{a}^{\kappa} \int_{v_{a}}^{v_{b}} V^{-\kappa} dV = \frac{1}{\kappa - 1} p_{a}V_{a}^{\kappa} (V_{b}^{-\kappa + 1} - V_{a}^{-\kappa + 1}) = \frac{1}{\kappa - 1} (p_{b} \sqrt[\kappa]{\frac{p_{a}}{p_{b}}} - p_{a})V_{a}$$
(6)  
$$N_{mech} = \frac{\Delta A_{m}}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} (p_{b} \sqrt[\kappa]{\frac{p_{a}}{p_{b}}} - p_{a}) \frac{\Delta V_{A}}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} (p_{b} \sqrt[\kappa]{\frac{p_{a}}{p_{b}}} - p_{a}) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t}$$
(7)

wobei  $\rho$  die Dichte des Gases beschreibt und  $p_a$  den Druck.

#### Wärmepumpe

Nun soll die Funktionsweise der Wärmepumpe erörtert werden. Diese verwendet ein reales Gas, welches beim phasen Wärmeenergie umwandel, hier also beim Verdampfen Wärme aufnimmt und diese beim Verflüssigen wieder abgiebt. Dabei wird ein Gas mit einer möglichst hohen Kondensationswärme verwendet. Der generelle Aufbau ist dabei in Abbildung 1 gezeigt.

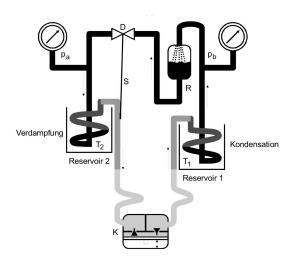


Abbildung 1: Genereller Aufbau der Wärmepumpe [5, S. 196]

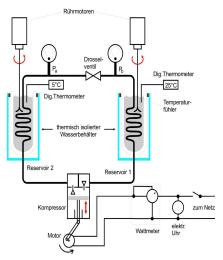
Der dargestellte Kompressor K leistet dabei die nötige Arbeit und erzeugt dabei einen Mediumkreislauf. Für die Druckzonen der Reservoire 1 und 2 sorgt das Drosselventil D.

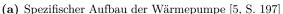
Dieses verfügt über eine Steuereinheit, sodass die Ventielöffnung anhand der Temperaturdifferenz der beiden Reservoire geregelt werden kann.

Genauer, wird in dem Reservoire 1 das Medium bei einem Druck von  $p_1$  kondensiert, dass heißt, das Medium gibt Wärmeenergie ab und somit nimmt die Wasser Temperatur  $T_1$  zu. Nachdem das Druckventil D durchlaufen wurde verdampft das Medium bei einem Druck von  $p_2$  und nimmt dabei Wärmeenergie auf, wodurch die Temperatur  $T_2$  im Reservoire 2 abnimmt.

Um einen Reibungsfeien Ablauf zu der Anlage gewärhleisten, sind im Kreislauf noch weiter Aperaturen eingebaut, die allerdings die funktionsweise nicht weiter verändern. In der Abbildung ist beispielsweise ein "Reiniger" adargestellt, um das Kondensierte Medium von Gas-Blasen zu befreien.

## 2 Durchführung







(b) Foto des Versuchsaufbaus

In die Reservoire werden jeweils 3 Liter Wasser gefüllt. Zusätzlich werden Rührmotore in diese installiert, um eine konstante Temperatur verteilung an das Waser zu gewährleisten und ein gefrieren der Leitungen der Wärmepumpe zu verhindern. Die Reseroire sowie die Leitungen der Wärmepumpe sind dabei wärmeisoliert, um diese Verluste möglich klein zu halten.

Zuerst werden nun die Rührmotoren eingeschaltet und dann die Netzspannung an den Kompressor angelegt. Nun wird für jede Minute der Druck p und die Wassertemperatur T, sowie die Leistung des Kompressors gemessen.

## 3 Auswertung

## 3.1 Temperaturverläufe

Die Temperaturverläufe in Abbildung 3, Werte angehängt (siehe 4).

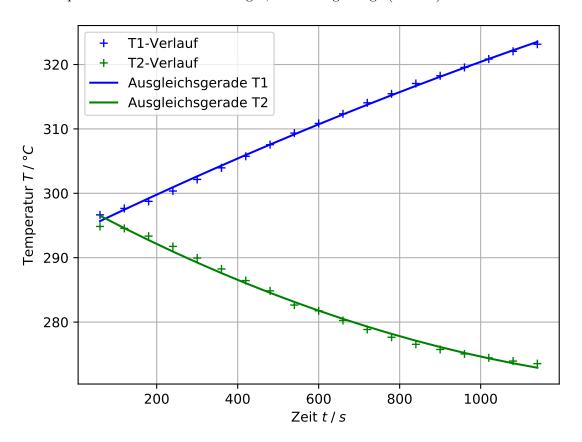


Abbildung 3: Temperaturverläufe

## 3.2 Nicht-lineare Ausgleichsrechnung

Mit der folgenden Näherung, werden nun die in 3 dargestellten Ausgleichsgeraden bestimmt[1]:

$$T(t) = At^2 + Bt + C (8)$$

	$\mid T_1 / K$	$\mid  T_2 \ / \ K$
$ \begin{array}{c c} A / K/s^2 \\ B / K/s \\ C / K \end{array} $	$ \begin{array}{c c} (-3,8 \pm 0,9) \ 10^{-6} \\ 0,0304 \pm 0,0012 \\ 293,88 \pm 0,30 \end{array} $	$ \begin{array}{c} (1,01\pm0,16)\ 10^{-5} \\ -0,0339\pm0,0019 \\ 298,5\pm0,5 \end{array} $

## 3.3 Differentialquotienten

Exemplarisch werden für vier Messwerte der Differentialquotienten dT1/dt und dT2/dt berechnet. Für die Näherung von (8) folgt somit:

$$\frac{dT}{dt} = 2At + Bt \tag{9}$$

mit einem Fehler nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung. Es ergeben sich die vier verschieden Differenialquotienten

Zeit $T/s$	$T_1$	$\mathrm{d}T_1/\mathrm{d}t$
240,0	300,35	$0,0285\pm0,0012$
480,0	$307,\!55$	$0,\!0267\pm0,\!0015$
840,0	317,045	$0,0239\pm0,0020$
1080,0	$322,\!045$	$0,0221 \pm 0,0023$
Mittelwert		$0.0253 \pm 0.0017$

Tabelle 1: Differential quotienten für  ${\cal T}_1$ 

Zeit $T / s$	$T_2$	$\mathrm{d}T_2/\mathrm{d}t$
240,0	291,75	-0,029
480,0	$284,\!85$	-0,024
840,0	$276,\!55$	-0,017
1080,0	$273,\!95$	-0,012
Mittelwert		-0,021

Tabelle 2: Differential<br/>quotienten für  ${\cal T}_2$ 

#### 3.4 Bestimmung der Güteziffer

Wie in Gleichung (4) dargestellt, lässt sich aus dem zuvor berechneten Differentialquotienten die Güteziffer  $\nu$  bestimmen.

Für die Wärmekapazität von Wasser  $m_1 \ c_w$  und von Kupfer  $m_k \ c_k$  gilt gilt [6]:

$$\begin{split} m_1 \; c_w &= 4190 \frac{J}{kg \; K} \Rightarrow 12570 \frac{J}{K} \\ m_k \; c_k &= 750 \frac{J}{K} \end{split}$$

Zeit $t / s$	Güteziffer $v_{ideal}$	Güteziffer $v_{real}$	Abweichung / $\%$
120,0	96,02	$1,97 \pm 0,08$	97,9
480,0	24,77	$1,87\pm0,09$	92,43
840,0	7,83	$1,60\pm0,13$	79,6
1140,0	$6,\!56$	$1,45 \pm 0,16$	77,8

#### 3.5 Massendurchsatz

Zuerst wird die Verdampfungswärme mithilfe einer linearen Regression wie in Versuch 203 bestimmt. Die Ausgleichskurve wird über den folgenden Zusammenhang gebildet.

$$\begin{split} \ln(\frac{p}{p_0}) &= -\frac{L}{R} \cdot \frac{1}{T} \\ \ln(p) &= -\frac{L}{R} \frac{1}{T} + b \\ \Rightarrow \ln(p) &= -a \frac{1}{T} + b \end{split}$$

Über die Parameter

$$m = 2237 \pm 76K$$
  
 $b = 8,06 \pm 0,25$ 

lässt sich dann L bestimmen.

$$L=m\cdot R$$

Dividiere dies durch die molare Masse von  $Cl_2F_2C=120\frac{g}{mol}$  so ergibt sich die Einheit  $\frac{J}{g}$ .

$$L = (154 \pm 5) \; \frac{J}{g}$$

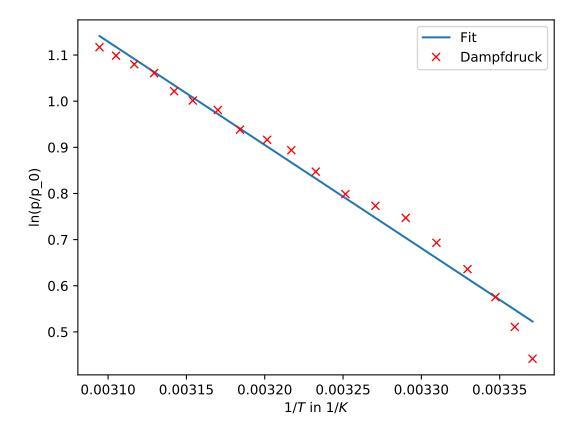


Abbildung 4: Dampfdruckkurve für P und T im warmen Reservoir.

Die Unsicherheit ergibt sich mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung. Mit dem so erhaltenen Wert für L wird nun der Massendurchsatz bestimmt.

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \frac{\nu_{real} \cdot N}{L}$$

Der Massendurchsatz  $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t$  an der jeweiligen Messstelle ist in Tabelle 3 aufgeführt.

Zeit t / s	Massendurch satz in $\frac{dm}{dt} \ / \ g/s$
120.0	$2.55{\pm}0.13$
480.0	$2.43 {\pm} 0.14$
840.0	$2.07 {\pm} 0.18$
1140.0	$1.87 {\pm} 0.22$

Tabelle 3: Massendurchsatz

#### 3.6 Mechanische Kompressionsleistung

Die mechanische Kompressionsleistung bestimmt sich über 7 Die Dichte des Mediums bei der vorligenden Temperatur lässt sich aus der idealen Gasgleichung bestimmen.

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}$$

Es folgt:

$$\rho = \frac{p\rho_0 T_0}{p_0 T} \tag{10}$$

mit  $\rho_0(Cl_2F_2C)=5,51g/l$  und  $\kappa=1,14$  folgt:

Zeit $t$ / s $\rho$ / $kg/m^3$		Kompressorleistung $N_{mech}$ / W		
120.0	3.01	$2.18{\pm}0.11$		
480.0	3.56	$2.11 {\pm} 0.12$		
840.0	4.62	$1.84 {\pm} 0.16$		
1140.0	5.09	$1.65 {\pm} 0.19$		

Tabelle 4: Kompressorleistung

### 4 Diskussion

Die reale Güterziffer weicht stark von der idealen Güterziffer ab.

Dies kann zum einen an der nicht perfekter Isolation der Apperatur liegen, zum anderen wird die Wärmeübertragung nicht vollständig reversibel sein.

Zudem sind die geringen Werte bei der berechneten mechanischen Leistung  $N_{mech}$ stark auffällig.

Obwohl einer deutlich kleineren Leistung angenommen werden kann, als am Kompressor selbst gemessen, sind die Werte aus 4 deutlich zu klein. Die berechneten Leistungen beschreiben einen idealen Kompressor, dieser ist allerdings nicht realisierbar. Verluste wie z. B. in Form von Wärme müssen hierbei beachtet werden.

Mit einem etwa halb so großen Leistung wie am KOmpressor baglesen kann gerrechnet werden.

Vers	uch 206	- Wärm	epumpa	2		
Wé	irmekapazi	teit Nuplecodlang	P20=	4,25	P40 = 4,5	
Zeit	Pa	T	Pz	72	Leistung	
0	6			21,7		-
1	6,84	23,5	1,65	21, 2	128	-
2	6,5	74,6	1,8	21,4	180	-
3	7	25, 6	2	20,2	190	-
4	2,5	22,2	2	186	200195	-
5	8	25,0	2, 2	16,8	700	
6	5,5	30,8	7, 2	15,1	200	+
7	875	32,6	2.2	13,3	200	-
8	9	34,4	7.2	11,7	205	4
3	9,5	36,2	2. 2	10,2	205	+
10	10	37, 2	2.2	8,6	205	
11	1075	39,2	2.2	7,1	240	+
12	105	40,9	2.2	5,7	210	+
13	11	42,3	2.2	4,5	210	18.
19	11,25	43,9	7.2	3,4	210	1
15	11,5	95,1	2-2	7,6	205	2
16	12	96,4	2.2	1,9	210	+
1)	17, 25	97,2	7.2	1,3	210	-
18	17,5	. ५६७	2.2	0,08	210	-
19	12,75	\$0	7.2	0,4	210	+

## Literatur

- [1] URL: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve\_fit.html (besucht am 10.12.2019).
- [2] John D. Hunter. "Matplotlib: A 2D Graphics Environment". Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: http://matplotlib.org/.
- [3] Marcel Kebekus und Konstantin Mrozik. "Versuchsnummer 203, Verdampfungswärme". In: (2019).
- [4] Travis E. Oliphant. "NumPy: Python for Scientific Computing". Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: http://www.numpy.org/.
- [5] Versuchsaneitung 206 Wärmepumpe. TU Dortmund, 2019.
- [6] Wärmekapazität. URL: https://www.energie-lexikon.info/waermekapazitaet. html (besucht am 10.12.2019).