

# **Einfluss der Wicklungszahl und des mittleren Federdurchmessers auf die Federrate einer Trompetenfeder**

**Zusatzversuch bei Firma Schnöring**

Konstantin Mrozik

konstantin.mrozik@tu-dortmund.de

Marcel Kebekus

marcel.kebekus@tu-dortmund.de

12.07.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zugfedern allgemein</b>	<b>3</b>
1.1 Federbauform . . . . .	3
1.2 Ösenform . . . . .	4
1.3 Beanspruchungsart . . . . .	5
1.4 Vorspannung . . . . .	5
<b>2 Federberechnung Praxis</b>	<b>6</b>
<b>3 Theorie</b>	<b>7</b>
3.1 Theorie zur Massenberechnung . . . . .	8
<b>4 Durchführung</b>	<b>9</b>
4.1 Die Feder . . . . .	9
4.2 Vorgehen . . . . .	10
<b>5 Auswertung</b>	<b>14</b>
5.1 Wertetabelle . . . . .	14
5.2 Variable Federdicke . . . . .	15
5.2.1 Lineare Ausgleichsgerade . . . . .	15
5.2.2 Innere Vorspannkraft ermitteln . . . . .	16
5.2.3 Einfluss auf die Federkonstante . . . . .	17
5.3 Variable Federwindungszahl . . . . .	18
5.3.1 Federkonstante und Innere Vorspannkraft . . . . .	18
5.3.2 Einfluss auf die Federkonstante . . . . .	19
5.4 Betrachtung der Masse . . . . .	20
<b>6 Diskussion</b>	<b>23</b>
6.1 Aussagekraft der gefertigten Federn . . . . .	23
6.1.1 Einhaltung der Parameter der Basisfeder . . . . .	24
6.2 Fazit . . . . .	25
<b>7 Anhang</b>	<b>28</b>
7.1 Federberechnung der Firma Schnöring . . . . .	28
<b>Literatur</b>	<b>29</b>

## Zielsetzung

Im Folgenden wird der Einfluss von Parametern, wie dem mittleren Federdruckmesser  $D$  und der Federwindungszahl  $n$  auf die Federkonstante  $R$  einer Zugfeder untersucht und mit der Theorie, sowie der verwendeten Federberechnung der Firma Schnöring verglichen.

Des Weiteren betrachte man den benötigten Materialeinsatz in Abhängigkeit des mittleren Federdruckmessers  $D$  und der Windungszahl  $n$ .

Schlussendlich wird die Problematik, zur Ermittlung von Extrema der Parameter, für einen minimalen Materialeinsatz der Gesamtfeder, erläutert.

# 1 Zugfedern allgemein

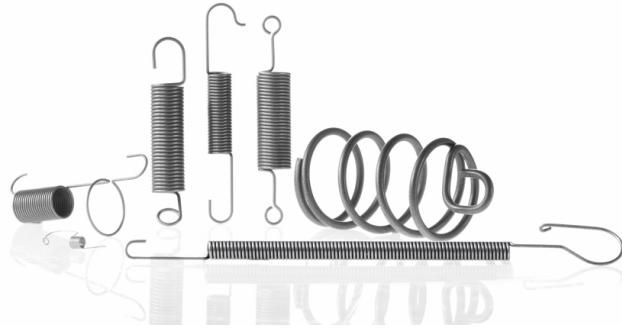
Überall wo die Krafteinwirkung nicht auf Druck, sondern auf Zug erbracht werden muss werden Zugfedern verwendet. Trotz der benötigten Größe des Einbauraumes und der sensiblen Stelle an den Ösen, werden Zugfedern vor allem aufgrund ihrer Knickfreiheit verwendet. Führungselemente wie Hülsen oder Dorn sind somit überflüssig und es besteht die Möglichkeit einer reibungsfreien zentrischen Kraftübertragung.

Im Folgenden soll kurz auf die verschiedenen Komponenten und Unterschiede zwischen Zugfedern eingegangen werden:

1. Federbauform und Ösenform
2. Vorspannung
3. Belastungsart

## 1.1 Federbauform

Die gängigen Federbauformen für Zugfedern sind zylindrischer Form mit einer linearen Federkennlinie, aber auch kegel- oder tonnenförmige Formen sind verbreitet, was vor allem den Vorteil einer höheren Lebensdauer hat.

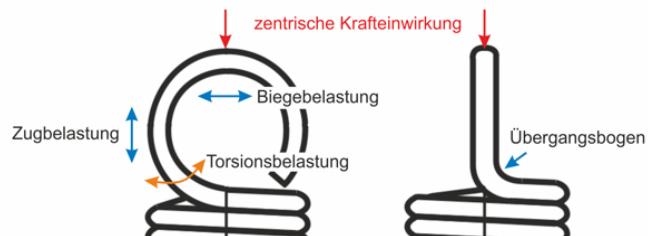


**Abbildung 1:** Spezielle Zugfedern [7]

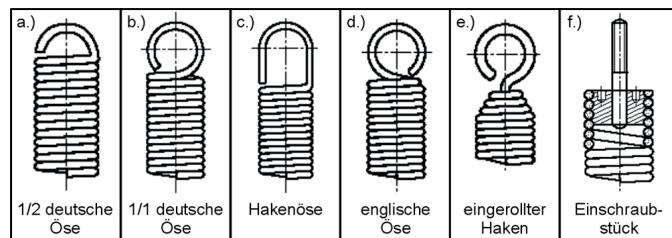
## 1.2 Ösenform

Die (klassischen) Ösen der Zugfedern (bzw. die Ösenanbindung am Übergangsbogen) bilden eine schwierige Region, da es dort oftmals zu Ösenbrüchen kommen kann. Aufgrund dessen sind Zugfedern nicht für Dauerfest-Einsätze geeignet. Als klassisch gilt die 1/1 deutsche Öse oder der Hakenöse. Für eine erhöhte Lebensdauer verwendet man auch einen eingerollten Gewindebolzen oder einen eingeschraubte Gewindestopfen.

Die Öse bildet dabei den zentralen Angriffspunkt für drei Kräfte: Zugbelastung, Torsionsbelastung und Biegebelastung.



**Abbildung 2:** Verschiedene Ösenbelastungen [4]



**Abbildung 3:** Verschiedene Ösenformen [1]

## 1.3 Beanspruchungsart

Generell unterscheidet man zwischen einer statischen und einer dynamischen Beanspruchung. Von einer statischen Beanspruchung einer Zugfeder spricht man bei einer zeitlich konstanten Belastung, bzw. einer Belastung mit weniger als 10000 Hüben oder kleinen Hubspannungen. Hat die Feder mehr als 10000 Lastwechsel oder Hubspannungen die konstant und veränderlich sind, so spricht man von einer dynamischen Beanspruchung.[2]

## 1.4 Vorspannung

Bei der Herstellung entsteht eine Vorspannung aufgrund eines Drilles gegen die nächste Windung. Dadurch wird die Betriebslänge der Zugfeder minimiert, sie ist allerdings mit hohen Produktionskosten verbunden.

Am Beginn des Kraft-Weg-Diagramm äußert sich die Vorspannung durch einen senkrechten Anstieg bis  $F_0$  und verläuft danach in der Neigung der Federkonstanten.

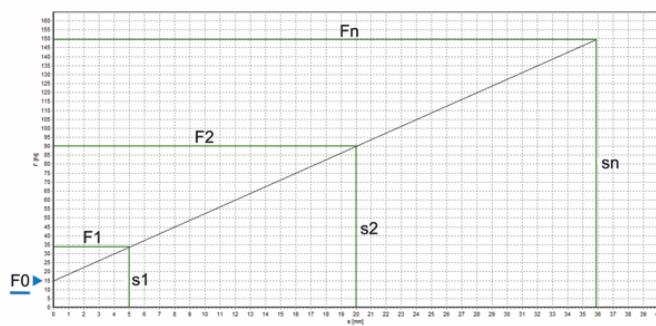


Abbildung 4: Zugfeder Weg-Kraft-Diagramm [7]

## 2 Federberechnung Praxis

In der Praxis bildet, für die verwendete Zugfeder (hier eine Trompetenfeder, genaueres in Abschnitt 4.1) die geforderte resultierende Kraft  $F_1$  und  $F_2$  an zwei festgelegten belasteten Federlängen  $L_1$  und  $L_2$  die Grundlage zur Federberechnung.

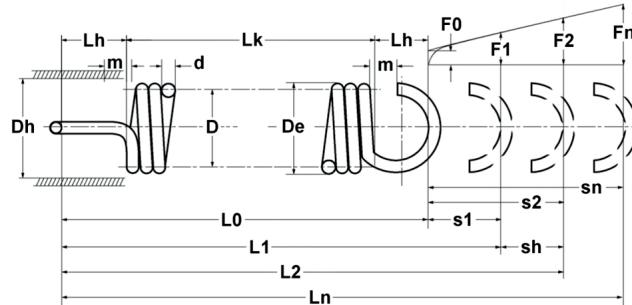
Für die Federlänge  $L_0$  (also Länge der unbelasteten Feder) gibt es keinen fest vorgeschriebenen Wert.

Man spricht von der Normfreiheit von  $L_0$ . Diese gilt auch für die Wicklungszahl  $n$  und den Drahtdurchmesser  $d$ .

Die wichtigsten Parameter bilden dabei:

$L_0 :$	Länge der unbelasteten Feder
$L_1 :$	Länge 1 der belasteten Feder
$F_1 :$	Federkraft bei $L_1$
$L_2 :$	Länge 2 der belasteten Feder
$F_2 :$	Federkraft bei $L_2$
$R :$	Federkonstante/-rate
$d :$	Drahtdicke
$D_a :$	Federaußendurchmesser
$D :$	mittlere Windungsdurchmesser
$n :$	(gesamt) Wicklungszahl
$n_{wirk} :$	wirkende (federnde) Wicklungszahl
$s :$	Federweg := $\Delta L$

### 3 Theorie



**Abbildung 5:** Theoretisches Zugfederdiagramm [1]

Für zylinderische Zugfedern aus Draht mit einem Kreisquerschnitt gilt:

Die Federkonstante (auch Federrate)  $R$  [5],[6]:

$$R = \frac{\Delta F}{s} = \frac{Gd^4}{8D^3n_{wirk}} = \frac{F - F_0}{L}, \quad (1)$$

mit dem wirkende (oder auch mittleren) Federdurchmesser  $D$  und dem Schubmodul  $G$ :

$$D = D_a - d, \quad (2)$$

Die Federkraft  $F$ :

$$F = \frac{Gd^4s}{8D^3n_{wirk}} + F_0 = R \cdot s + F_0, \quad (3)$$

Die wirkende (federnde) Wicklungszahl  $n_{wirk}$  für verwendete Trompetenfeder

$$n_{wirk} = \frac{L_0 - LH}{d} \quad (4)$$

Das Wickelverhältnis  $w$  [5, S. 37]:

$$w = \frac{D}{d}, \quad (5)$$

Die Federungsarbeit  $W$  [5, S. 37]:

$$W = F_0 \cdot s = \frac{1}{2} (F - F_0) \cdot L, \quad (6)$$

### 3.1 Theorie zur Massenberechnung

Um die Abhängigkeit der Masse von der Windungszahl  $n$  und dem Federdurchmesser  $D$  zu bestimmen wird mit dem Zusammenhang zwischen Volumen und Masse gearbeitet.

$$M = V \cdot \rho \quad (7)$$

Um das Volumen einer Feder zu bestimmen, wird die Feder als Spirale angenähert und die Trompetenenden vernachlässigt (vgl. dazu Abschnitt 4.1). Für die Rechnung wird außerdem der Parameter  $a$  eingeführt, der die Höhe einer Windung angibt. Der Parameter wird für sehr geringe Windungslängen angenähert als:

$$a = \frac{L}{n \cdot 2\pi} \quad (8)$$

Mit der Drahtlänge  $L$  und der Windungszahl  $n$ . Der Ortsvektor für eine Spirale und seine Ableitung sind

$$\vec{x}(\phi) = \begin{pmatrix} R \cos(\phi) \\ R \sin(\phi) \\ \frac{a\phi}{2\pi} \end{pmatrix}, \quad \vec{x}'(\phi) = \begin{pmatrix} -R \sin(\phi) \\ R \cos(\phi) \\ \frac{a}{2\pi} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Der mittlere Federradius  $R = \frac{1}{2}D$  ergibt sich dabei aus dem effektiven mittleren Federdurchmesser. Nun wird die Länge des Drahtes in Abhängigkeit von Windungszahl  $n$  und Federradius  $R$  bestimmt

$$L = \int_0^{2\pi n} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} d\phi = t \sqrt{R^2 + \frac{a^2}{4\pi^2}} |_{0}^{2\pi n} = 2\pi n \sqrt{R^2 + \frac{a^2}{4\pi^2}}. \quad (10)$$

Nun kann die Drahtlänge in die Formel für die Masse eingesetzt werden

$$M = V \cdot \rho = \pi r^2 L \rho = 2\pi^2 r^2 n \sqrt{R^2 + \frac{a^2}{4\pi^2}} \rho. \quad (11)$$

Für eine eng anliegende Feder gilt außerdem  $a = 2r$ , somit ergibt sich die Abhängigkeit für die Masse mit:

$$M = An \sqrt{R^2 + \frac{4r^2}{4\pi^2}}. \quad (12)$$

Wenn nun Formel 3 nach  $n$  umgestellt wird und in die Formel für die Masse eingesetzt wird, ergibt sich:

$$n = \frac{Gd^4 s}{8D^3(F - F_0)} \quad (13)$$

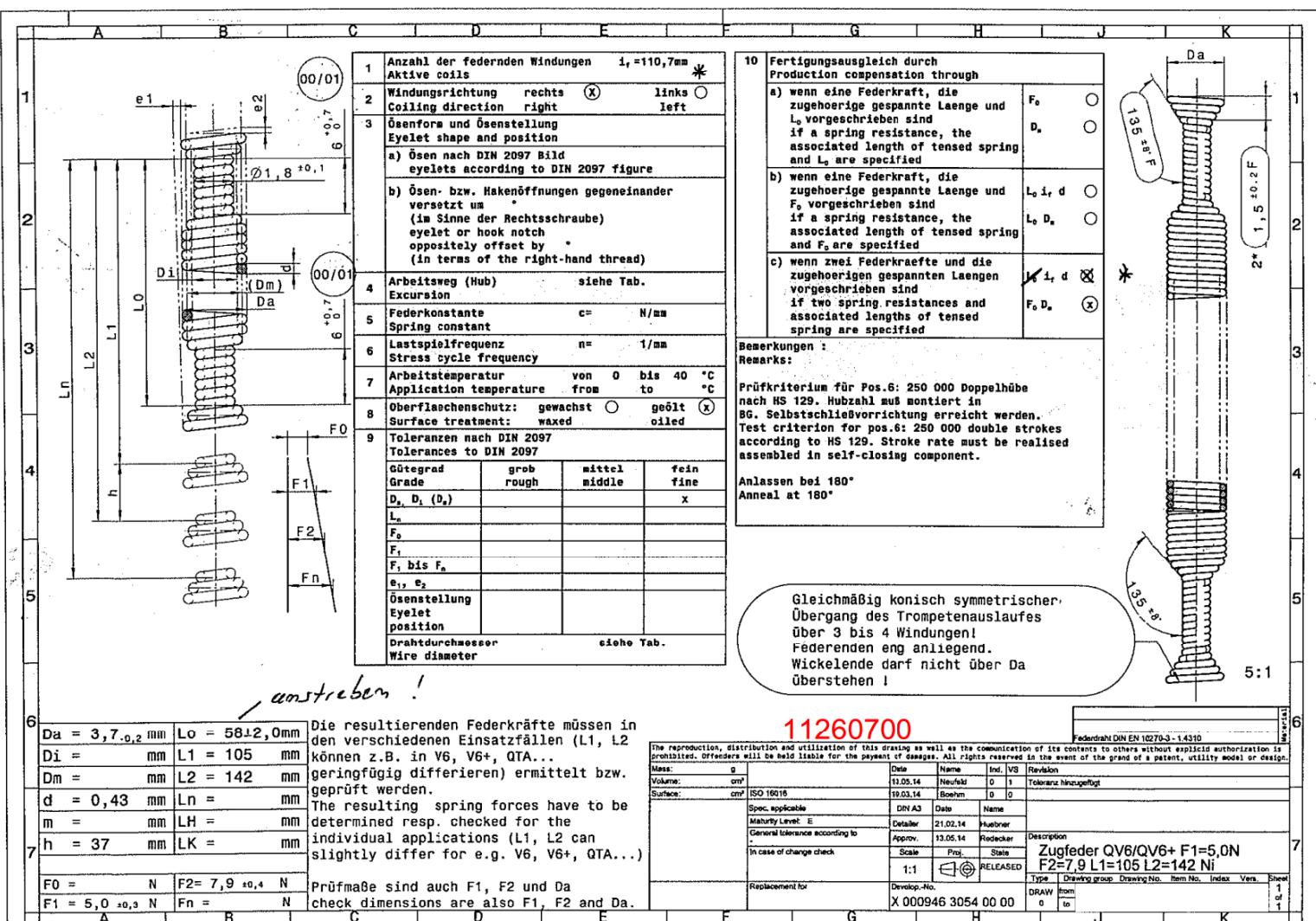
$$M = \frac{1}{D^3} \frac{2\pi^2 r^2 d^4 s \rho}{8(F - F_0)} \sqrt{\frac{1}{4} D^2 + \frac{4r^2}{4\pi^2}} \quad (14)$$

## 4 Durchführung

### 4.1 Die Feder

Verwendet wird eine Trompetenfeder, welche in der Möbelbeschlagindustrie in Schubladen-einzugsystemen verwendet wird [9]. Der Federtyp zeichnet sich durch die nicht klassische Ösenform aus, welche die Problematik des Ösenbruchs umgeht.

Wichtig ist anzumerken, dass die Ruhelänge  $L_0$  in der Praxis lediglich als anzustreben gilt. Die Länge der Zugfeder vergrößert sich bei Belastung, deshalb bedarf es keiner festgeschrieben Maximallänge für  $L_0$ , da der Einbauraum steht auf einer großerwerdene Feder ausgelegt ist.



Im Folgenden kann die Feder als zylindrische Feder betrachtet werden, da die Belastung in der Größenordnung liegt, sodass der zu federnde Anteil nicht vom Trompentenanteil (gemeint sind hier die Ösenteile am Ende der Feder) ausgeführt wird, da bei der Kraftprüfung die größte zulässige Prüflänge  $L_n$  mit  $L_n > L_2$  nicht überschritten wird.  
Die nach der Zeichnung gefertigten Feder wird im folgenden Basisfeder genannt.

## 4.2 Vorgehen

Folgendes wird untersucht:

1. Die Basisfeder wird in einer Stückzahl von 6 anhand der Zeichnung produziert.  
Gemessen wird jeweils der Federaußendurchmesser  $D_a$  und die Federlänge  $L_0$  und die Gesamtmasse  $m$  der 6 Federn sowie die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$  an  $L_1$  und  $L_2$  mithilfe eines Newtonkraftmessers aus Abb. 6. Dort können die Federn gespannt werden und auf die zuprüfenden Längen gestreckt werden.  
Anschließend werden die Werte  $D_a$ ,  $L_0$ ,  $F_1$  und  $F_2$  gemittelt (Feder 1).
2. Nun wird der Federaußendurchmesser  $D_a$  um ca.  $\pm 0.1\text{mm}$  variiert und in einer Stückzahl von jeweils 5 produziert.  
Die Federn werden an  $D_a$ ,  $L_0$ ,  $m$ ,  $F_1$  und  $F_2$  vermessen und gemittelt (Feder 2, Feder 3).  
Die gemittelten Federn (Feder 1,2,3) werden in einem Kraft-Weg-Diagramm einge tragen und die Federraten  $R$  über die Steigung einer Ausgleichsgeraden, sowie die Vorspannkraft  $F_0$  über den y-Achsenabschnitt bestimmt.  
Anschließend wird der Einfluss der Federdicke  $D$  auf die Federkonstante  $R$  ermittelt und nach Gl. 1  $R \propto D^{-3}$  gefittet und mit der Theoriekurve verglichen.
3. Nun wird die Windungszahl  $n$  um ca.  $\pm 10$  Windungen variiert und in einer Stückzahl von 5 produziert.(Feder 4, Feder 5)  
Es wird analog zu 2 vermessen und gemittelt und ein Kraft-Weg-Diagramm erstellt und daraus  $R$  und  $F_0$  aus einer Ausgleichsgeraden ermittelt und mit der Theoriekurve verglichen. Anschließend wird der Einfluss der wirkenden Wicklungszahl  $n_{wirk}$  auf die Federkonstante  $R$  ermittelt und nach Gl. 1  $R \propto n_{wirk}^{-1}$  gefittet und mit der Theoriekurve verglichen.
4. Nachfolgend soll die Massenentwicklung in Bezug auf die veränderten Parameter untersucht werden. Dazu wird zunächst die Federmasse  $m$  in Abhängigkeit der Federrate  $R$  aufgetragen. Anschließend wird die Massenentwicklung  $m$  aufgrund der Veränderung im mittleren Federdurchmesser  $D$  und Wicklungszahl  $n$  näher betrachtet.



**Abbildung 6:** Der Newtonkraftmesser lässt sich auf zwei spezifische Federwege (hier: L1 und L2) einstellen. Die Feder wird eingespannt und über einen Hebel beansprucht. Über die digitale Anzeige lässt sich die wirkende Kraft (hier dann F1 und F2) ableSEN.



**Abbildung 7:** Die verwendete Maschine FA 6 S



**Abbildung 8:** FA 6 S Wickelmaschine.

- 1)Einzugswalze
- 2)Abschneidmesser
- 3)Wickelstift



**Abbildung 9:** Späteres Einbauteil. Ein Schubladeneinzugsystemen für Möbel.



## 5 Auswertung

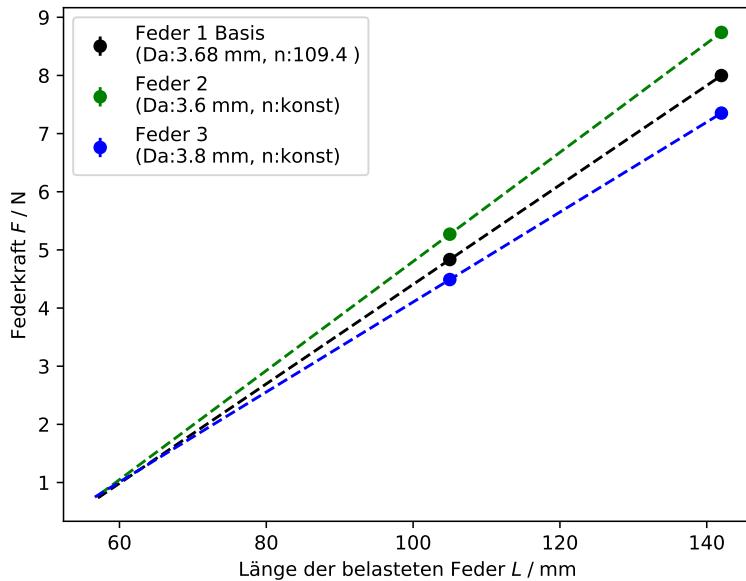
### 5.1 Wertetabelle

	Feder 1 (Basisfeder)	Feder 2	Feder 3	Feder 4	Feder 5
$m / \text{g}$ Stk.	1.3456	1.311	1.3812	1.4574	1.2342
$D_a / \text{mm}$	3.68 3.67 3.69 3.68 3.69 3.68	3.57 3.57 3.57 3.57 3.57 3.57	3.82 3.81 3.82 3.82 3.82 3.76	3.69 3.68 3.68 3.68 3.76 3.68	3.69 3.69 3.68 3.68 3.68 3.68
$\bar{D}_a / \text{mm}$	3.68	3.57	3.818	3.69	3.684
$D_{a_S} / \text{mm}$	0.007	0	0.004	0.03	0.005
$L_0$	57.04 57.17 57.07 57.16 56.89 57.04	57.3 57.39 57.27 57.41 56.89 57.27	56.38 56.69 56.6 56.66 56.89 56.89	61.15 61.22 61.31 61.29 61.2 61.2	52.73 52.81 52.86 52.97 52.82 52.82
$\bar{L}_0 / \text{mm}$	57.06	57.33	56.64	61.23	52.84
$L_{0_S} / \text{mm}$	0.093	0.060	0.16	0.059	0.078
$n_{wirk}$ (berechnet)	109.36	109.98	108.39	119.07	99.54
$F_1 / \text{N}$ bei $L_1 = 105 \text{ mm}$	4.8 4.86 4.83 4.83 4.85	5.21 5.28 5.29 5.28 5.29	4.46 4.48 4.5 4.49 4.52	4.26 4.25 4.3 4.28 4.23	5.5 5.5 5.48 5.47 5.49
$F_2 / \text{N}$ bei $L_2 = 142 \text{ mm}$	7.97 8.02 7.96 8.0 8.04	8.7 8.75 8.73 8.75 8.77	7.33 7.33 7.35 7.35 7.4	7.2 7.17 7.22 7.2 7.14	8.93 8.92 8.93 8.9 8.93
$\bar{F}_1 / \text{N}$	4.83	5.27	4.49	4.264	5.49
$F_{1S} / \text{N}$	0.021	0.03	0.02	0.0241	0.012
$\bar{F}_2 / \text{N}$	7.99	8.74	7.35	7.19	8.92
$F_{2S} / \text{N}$	0.03	0.024	0.026	0.028	0.017
$R$	0.086	0.094	0.077	0.079	0.093
$F_0 / \text{N}$	0.73	0.79	0.75	0.81	0.65

**Tabelle 1:**  $m$  Federmasse,  $D_a$  Federaußendruckmesser,  $\bar{D}_a$  Mittelwert des Federaußendruckmessers,  $D_{a_S}$  Standardabweichung des Federaußendruckmessers,  $L_0$  Federlänge,  $\bar{L}$  Mittelwert der Federlänge,  $L_{0_S}$  Standardabweichung der Federlänge,  $n_{wirk}$  wirkende Windungszahl,  $F_1, F_2$  Federkräfte,  $\bar{F}_1, \bar{F}_2$  Mittelwert der Federkräfte,  $R$  Federkonstante,  $F_0$  Innere Vorspannkraft

## 5.2 Variable Federdicke

Im Folgenden werden die wirkenden Windung  $n_{wirk}$  als konstant mit  $n_1 = 109.4$  angenommen, da die maximale Abweichung von  $\Delta n_{max} = 0.97$ , resultierend aus nicht beeinflussbaren Fertigungsprozessen, als hinreichend klein angenommen wird.



**Abbildung 10:** Feder 1,2,3 mit unterschiedlichen Federaußendurchmessern  $D_a$  bei konstanter Basiswindungszahl  $n$ . Aufgetragen in einem Kraft-Weg-Diagramm. Gemessen wurden dabei die für L1 und L2 resultierenden Federkräfte F1 und F2.

### 5.2.1 Lineare Ausgleichsgerade

Für die jeweiligen Ausgleichsgeraden aus 10 wird ein Polyfit [3] ersten Grades durchgeführt und daraus die Steigung, also die Federkonstante  $R$  so wie eine Verschiebung in der vertikalen  $v$  ermittelt.

Aus 1 mit

$$F = R \cdot L + v,$$

$$F = R \cdot s + F_0,$$

folgen somit die in 1 aufgeführten Federkonstanten.

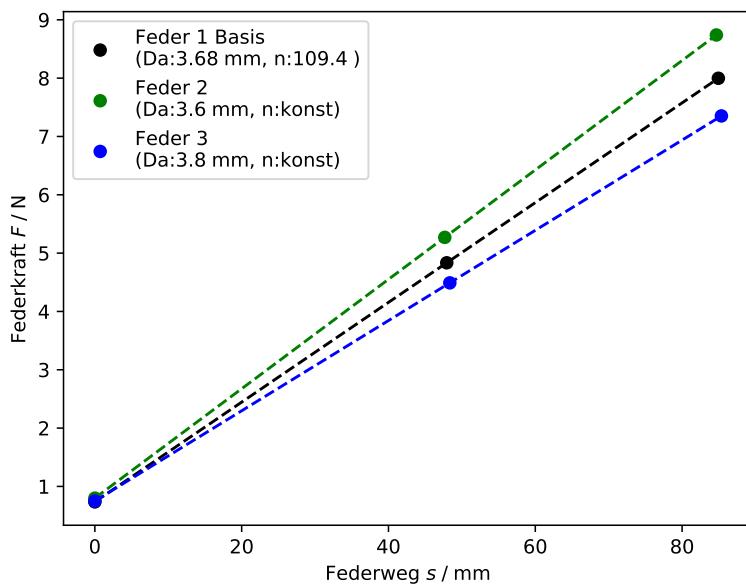
$$\begin{aligned} R1 &= 0.086 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, & v1 &= -4.14 \text{ N}, \\ R2 &= 0.094 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, & v2 &= -4.58 \text{ N}, \\ R3 &= 0.077 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, & v3 &= -3.63 \text{ N}. \end{aligned}$$

### 5.2.2 Innere Vorspannkraft ermitteln

Von den Verschiebungswerten  $v$  schließe man auf die innere Vorspannkraft  $F_0$  durch das Verschieben der Gerade, sodass nun der Federweg  $s$  betrachtet wird.

$$F = R \cdot L + v$$

$$F = R \cdot s + (v + L_0 \cdot R) \text{ mit } F_0 := (v + L_0 \cdot R)$$

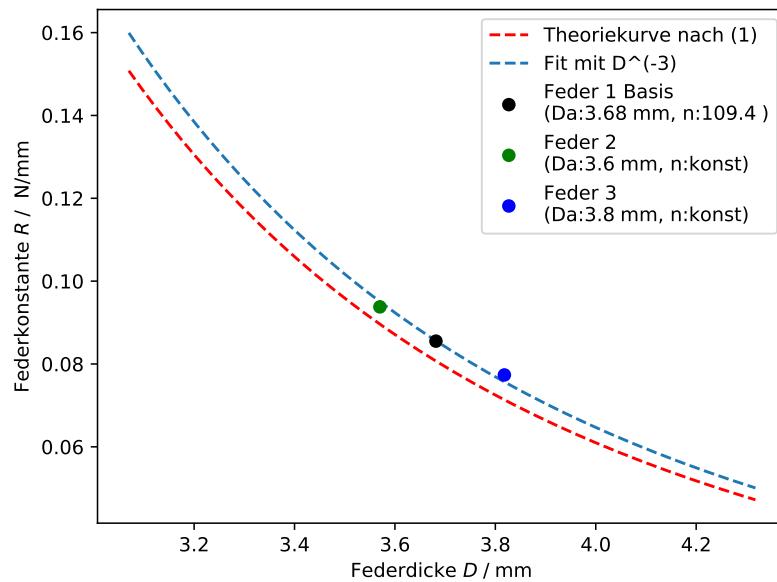


**Abbildung 11:** Federkraft  $F$  betrachtet für Federweg  $s$ , y-Achsenabschnitt bildet dabei die innere Vorspannkraft  $F_0$ . So folgt aus einer Gleichung mit  $y_0 = R \cdot (L - L_0) + b$  dass  $y_{\Delta L} = y_0 + R \cdot L_0 = R \cdot L + b$  wobei für  $L = 0$  folglich gilt  $y_{\Delta L}(L = 0) = b =: F_0$ .

Somit ergeben sich für die jeweiligen inneren Vorspannkräfte  $F_0$

$$\begin{aligned} F_{01} &= 0.73 \text{ N}, \\ F_{02} &= 0.79 \text{ N}, \\ F_{03} &= 0.75 \text{ N}. \end{aligned}$$

### 5.2.3 Einfluss auf die Federkonstante



**Abbildung 12:** Die Federdicke  $D_a$  gegen die Federkonstante  $R$  aufgetragen.

Es folgt für die Ausgleichsgerade aus 1

$$R = \frac{G d^4}{8 n} \cdot \frac{1}{D^3},$$

$$\text{mit } k_D = \frac{G d^4}{8 n}.$$

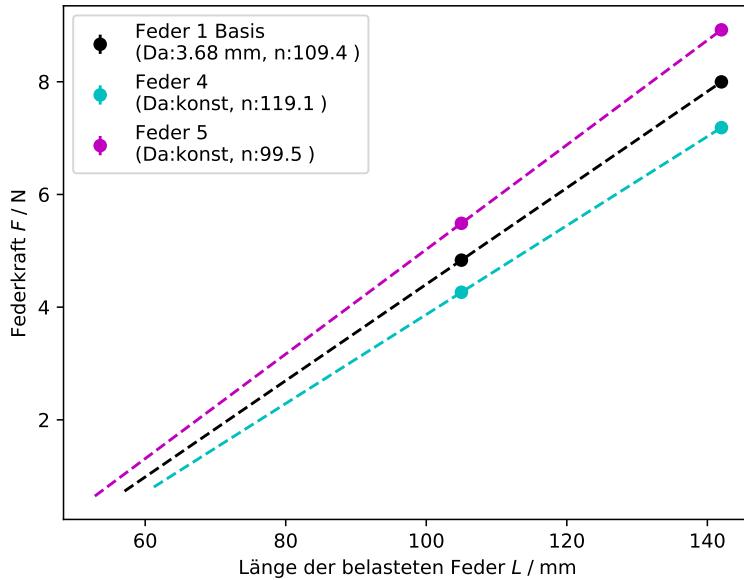
Es folgt die Funktion

$$R(D) = k_D \cdot \frac{1}{D^3},$$

mit dem Parameter

$$k_D = (2.94 \pm 0.03) \text{ N mm}^2$$

### 5.3 Variable Federwindungszahl



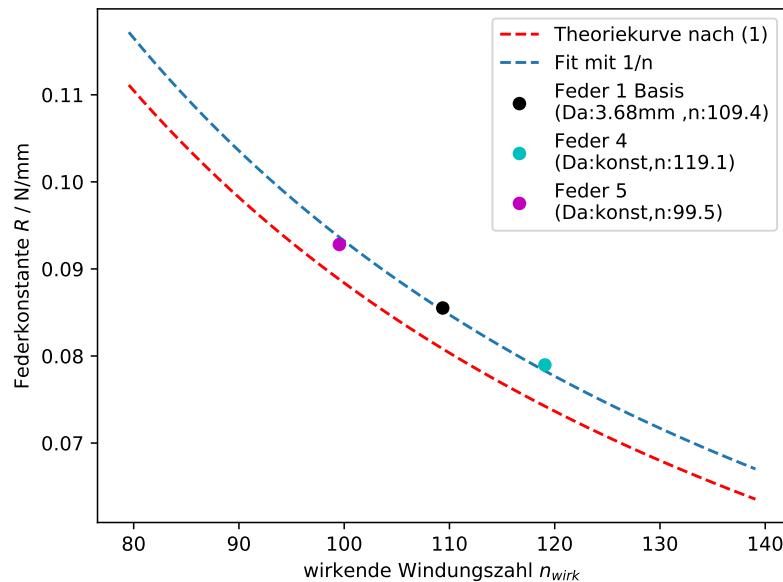
**Abbildung 13:** Feder 1,4,5 mit unterschiedlichen Windungszahlen  $n$  bei konstanter Basis Federdicke  $D_a$ . Aufgetragen in einem Kraft-Weg-Diagramm. Gemessen wurden dabei die für L1 und L2 resultierenden Federkräfte F1 und F2

#### 5.3.1 Federkonstante und Innere Vorspannkraft

Analog wie in Abschnitt 5.2.1 folgt für die Federkonstante  $R$  und den Verschiebungswert  $v$ , aus dem, mit der Methodik 5.2.2, die innere Vorspannkraft  $F_0$  ermittelt wird

$$\begin{aligned}
 R1 &= 0.086 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, & v1 &= -4.14 \text{ N}, & F0_1 &= 0.73 \text{ N} \\
 R4 &= 0.079 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, & v4 &= -4.03 \text{ N}, & F0_4 &= 0.81 \text{ N} \\
 R5 &= 0.092 \frac{\text{N}}{\text{mm}}, & v5 &= -4.26 \text{ N}. & F0_5 &= 0.65 \text{ N}
 \end{aligned}$$

### 5.3.2 Einfluss auf die Federkonstante



**Abbildung 14:** Einfluss der Windungszahl  $n_{wirk}$  auf die Federkonstante  $R$

Es folgt für die Ausgleichsgerade aus 1

$$R = \frac{G d^4}{8 D^3} \cdot \frac{1}{n_{wirk}}$$

$$\text{mit } k_n = \frac{G d^4}{8 D^3}$$

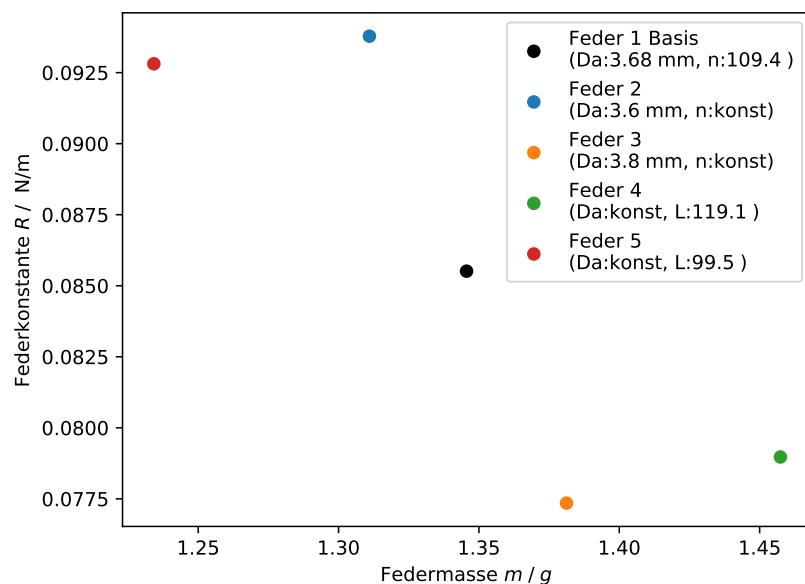
Es folgt die Funktion

$$R(n) = k_n \cdot \frac{1}{n_{wirk}}$$

mit dem Parameter

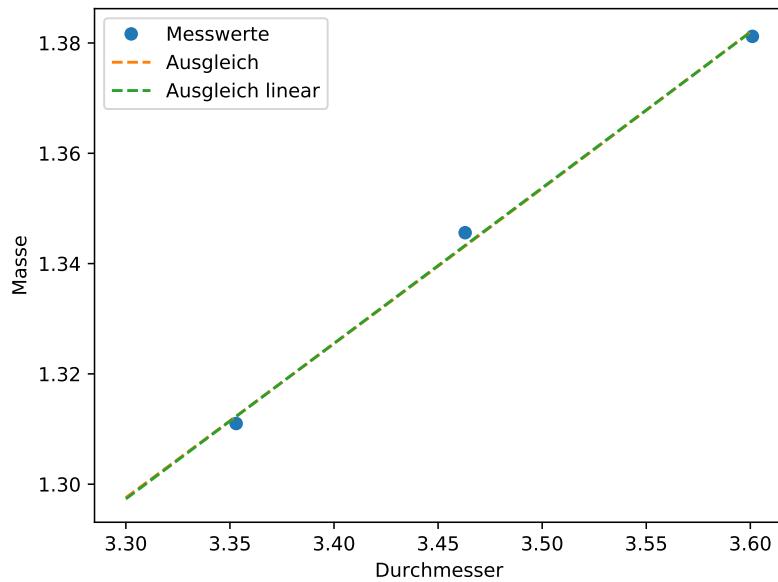
$$k_n = (9.32 \pm 0.05) \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

## 5.4 Betrachtung der Masse

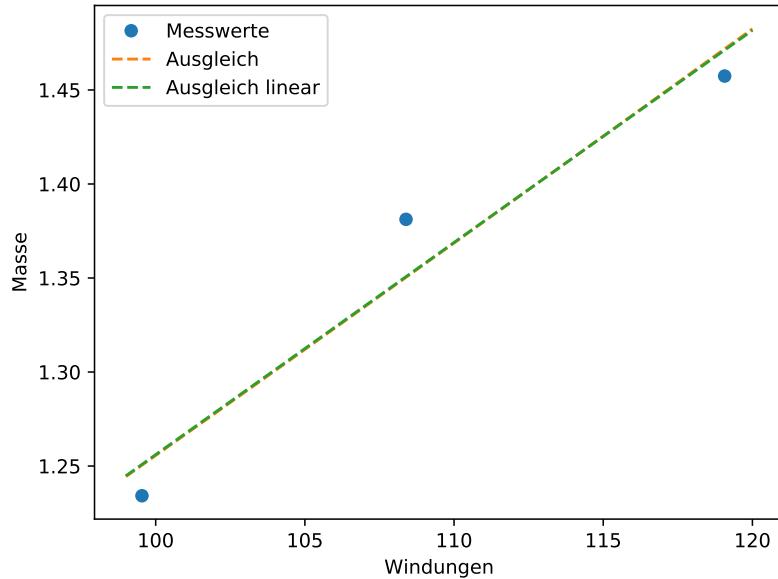


**Abbildung 15:** Massenresultate aus der Variation der Federdicke  $D_a$  und der Windungszahl  $n$  der Federkonstanten  $R$  gegenübergestellt.

Mit der hergeleiteten Formel 12 für die Masse in Abhängigkeit von dem Federdurchmesser und der Windungszahl lassen sich die beiden Abhängigkeiten graphisch darstellen und eine Ausgleichsrechnung durchführen. Bei der Ausgleichsrechnung fällt auf, dass sie sich im gegebenen Intervall annähernd linear verhält. Somit kann der Einfluss der beiden Größen anhand der linearen Ausgleichsrechnung abgeschätzt werden.



**Abbildung 16:** Dargestellt ist die Federmasse [g] in Abhangigkeit des (mittleren) Federdurchmessers [mm].



**Abbildung 17:** Dargestellt ist die Federmasse [g] in Abhangigkeit der wirkenden Windungszahl.

Durch die Lineare Regression ergibt sich für den Durchmesser  $D$  eine Steigung von  $m = 0,282 \pm 0,016$  und für die Windungszahl  $n$  eine Steigung von  $m = 0,0113 \pm 0,0027$ .

## 6 Diskussion

### 6.1 Aussagekraft der gefertigten Federn

Da die Qualität der Feder und die Einhaltung der Parameter in der Fertigung massiv von vielen Faktoren abhängt (wie z.B. Zustand der Werkzeuge etc.), soll hier kurz die Aussagekraft der gefertigten Federn thematisiert werden.

In der Abbildung 12 und 14 wird deutlich, dass die Theoriekurve eine Diskrepanz gegenüber der aus den Messdaten approximierten Kurve bildet, wenn gleich die Kurven ähnlich verlaufen.

Der Ursprung dieser Diskrepanz könnte dabei auf einen systematischen Fehler bei der Kraftmessung oder dem verwendeten Messschieber zurückgeführt werden. Dennoch ist es naheliegender, dass die Differenz aufgrund einer varrierter Drahtdicke auftritt, da das Material großen Schwankungen unterliegt, und somit von dem, in der Zeichnung angegeben Wert  $d = 0.430\text{mm}$  abweichen kann.

Nimmt man an, dass die systematischen Fehler hinreichend klein sind, so folgt für einen deckungsgleichen Verlauf, der beiden Kurven aus Gl. 1 für die Drahtdicke  $d$ ,

$$0 = \frac{G}{8} \cdot \frac{d^4}{(D_a - d)^3 \cdot \frac{L_{ges} - LH}{d}} - R,$$

die angenommene Drahtdicke  $d_{ang} \approx 0.435\text{ mm}$ .

Mit einer Abweichung von  $\Delta d = d - d_{ang} = 0.005\text{ mm}$  liegt dieser Wert im Schwankungsbereich der Materialangaben von  $(0.430 \pm 0.008)\text{mm}$ .

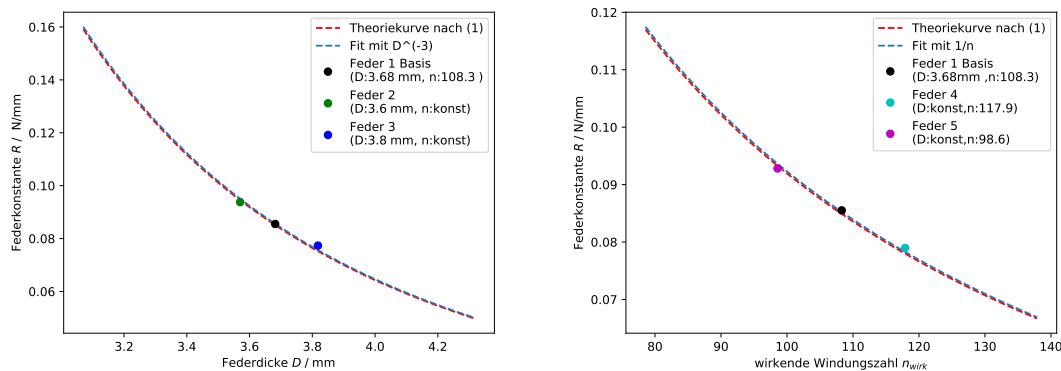
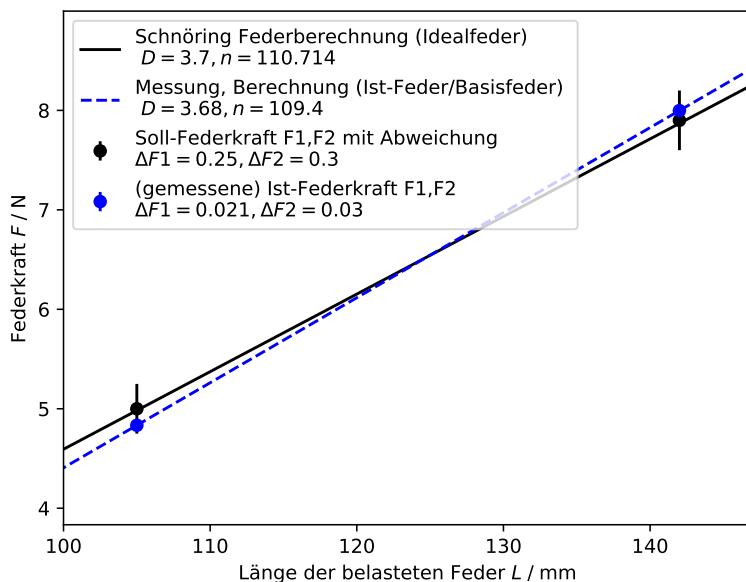


Abbildung 18: Abb. 12 (links) und 14 (rechts) mit angenommener Drahtdicke  $d_{ang}$

### 6.1.1 Einhaltung der Parameter der Basisfeder

Nun sollen die Basisfeder mit der geforderten Feder aus der Federberechnung der Firma Schnöring (Idealfeder) verglichen werden. Die Basisfeder ist dabei, die nach jenen Berechnungen gefertigte Feder. Da es in der Praxis zu einigen Schwankungen in der Fertigung kommen kann, soll nun überprüft werden, ob die zulässigen Schwankungen eingehalten werden.

Dazu wird die Federberechnung Anhang:7.1 verwendet.



**Abbildung 19:** Dargestellt ist die geforderte Idealfeder nach Federberechnung der Firma Schnöring im Vergleich mit der Basisfeder, welche nach diesen Berechnungen gefertigt wurde.

	$F_0 / N$	$F_1 / N$	$F_2 / N$	$D_a / mm$	$L_0 / mm$
Basisfeder (Ist)	0.73	4.83	8.0	3.68	57.06
Idealfeder (Soll)	1.44	5.00	7.9	3.70	59.577 (58.0*)
rel .Abweichung / %	49.3	3.4	1.25	0.5	4.2 (1.6)
abs. Abweichung	0.71	0.17	0.1	0.02	2.517 (0.94)
zul. Abweichung	-	0.25	0.30	0.1	(2.0*)

**Tabelle 2:** Wertetabelle - Vergleich Basisfeder mit Idealfeder (Ist/Soll).

\*Stammt dabei aus der Federzeichnung 4.1, da  $L_0$  ein anzustrebener Wert ist (vgl. dazu Abs. 2).

## 6.2 Fazit

Die in der Zeichnung 4.1 dargestellte Zugfeder (genauer: Trompentenfeder) wurde in den Paramtern des Federaußendurchmessers  $D_a$  und der Federgesamtlänge und somit auch wirkenden Federwindungszahl  $n_{wirk}$  variiert. Mit den resultierden Kräften  $F1$  und  $F2$  an  $L1$  und  $L2$  werden Aussagen über die innere Vorspannkraft  $F0$  und der Federkonstante  $R$  und derer Abhängigkeiten zueinander gemacht. Dabei wird angenommen, dass der Ösenanteil (Trompetenanteil) im betrachteten Kräftebereich keine federnde Wirkung besitzt und somit eine Näherung einer zylindrische Feder ohne Ösen verwendet wird.

Abschnitt 5.4 und 6.1 zeigt, dass die gefertigten Federn bei Berücksichtigung der varrirende Drahtdicke  $D_a$  der zu erwarteten Theorie aus Abschnitt 3.1 folgen.

Explizit zeigt dafür der Abschnitt 5.2 und 5.3 die Proportionalitäten

$$R \propto \frac{1}{n},$$

$$R \propto \frac{1}{D^3},$$

auf. Zudem liegen die Parameter von Feder 1 in den zulässigen Schwankungsbereichen der geforderten Feder resultierend aus der Federberechnung der Firma Schnöring (vgl. Abs. 6.1.1).

Sodass diese als Ausgangsfeder (Basisfeder) verwendet werden kann.

	Idefeder	Basisfeder				
		Feder 1	Feder 2	Feder 3	Feder 4	Feder 5
Wicklungszahl $n_{wirk}$	110.714	109.36	109.98	108.39	119.07	99.54
Federdruckmesser $D_a$	3.7	3.68	3.57	3.818	3.68	3.684
Federrate $R$	0.078	0.086	0.094	0.077	0.079	0.093

**Tabelle 3:** Darstellung der variert Parameter  $D_a$ ,  $n_{wirk}$  und der Federrate  $R$  der produzierten Federn im Vergleich zur Basis- und Idealfeder.

Bei der Massenabhängigkeit ist aufgefallen, dass im Versuch zu wenige Federn untersucht wurden, selbst wenn die hergeleitete Annäherung das Problem passend beschreibt, lässt sich mit zu wenigen Messungen kein aussagekräftiges Fazit treffen. Außerdem fällt auf, dass wenn das erstellte Modell für die Masse der Federn tatsächlich eine gute Annäherung ist, es keine nützlichen Folgerungen für die Produktion hat. Wenn die Masse in einem Intervall minimal werden soll, so muss der Durchmesser  $D$  und die Windungszahl  $n$  so gering wie möglich gehalten werden, mit der Bedingung im Toleranzbereich der zu produzierenden Feder zu bleiben. Da keine Randwerte aufgestellt werden können, da

unteranderem  $L_0$  eine Eichfreiheit besitzt und auch  $F_0$  lediglich eine theoretische Größe ist, die zudem in Abhängigkeit der zu betrachtenden Größen steht, könnten wir im Versuch leider keine passende Aussage finden, die ein lokales Extremum für den Materialeinsatz in absoluter Form beschreibt.



## 7 Anhang

### 7.1 Federberechnung der Firma Schnöring



Zugfeder #2014.02.00024  
Tol. F1 und F2 (Prog. 25) Fa. 11260700 De=3,7  
Fertigungsausgleich: Fo, Lo, n und d Z-Nr.: HE 56559 F2 7.9N  
Werkstoff: 9 (x10CrNi18-8, W.-Nr.:1.4310) Anfrage vom De = 3.7 mm  
G= 71000 N /mm<sup>2</sup> E= 185000 N /mm<sup>2</sup> p= 7.90 Kalkulation 14.2.2020  
Kostenstelle:316

---

#### FEDERBERECHNUNG

Werkstoff: x10CrNi18-8 DIN EN 10270-3			
Drahtdurchmesser	d =	0.430	mm
äußerer Federdurchmesser	De =	3.700	mm
Abweichung D	AD = ±	0.100	mm *
Anzahl der wirksamen Windungen	n =	110.714	
Länge der unbelasteten Feder, Innenkante Ösen	Lo =	59.577	mm
innere Vorspannkraft	Fo =	1.440	N
zulässiges Fo	Fozul =	1.446	N *
Länge der belasteten Feder, Innenkante Ösen	L1 =	105.000	mm
Federkraft bei L1	F1 =	5.000	N
Abweichung von F1	AF1 = ±	0.250	N *
Länge der belasteten Feder, Innenkante Ösen	L2 =	142.000	mm
Federkraft bei L2	F2 =	7.900	N
Abweichung von F2	AF2 = ±	0.300	N *
Länge des unbelasteten Federkörpers mit Vorsp.	Lk =	47.822	mm
größte zulässige Prüflänge der Feder	Ln =	154.135	mm
höchste zulässige Federkraft bei Ln	Fn =	8.851	N
Federrate	R =	0.078	N /mm
innere Schubspannung, zugeordnet Fo	to =	150.796	N /mm <sup>2</sup>
zulässige innere Schubspannung, zugeordnet Fo	tozul =	151.476	N /mm <sup>2</sup>
Schubspannung, zugeordnet F1	ti1 =	523.664	N /mm <sup>2</sup>
Schubspannung, zugeordnet F2	ti2 =	827.389	N /mm <sup>2</sup>
Hubspannung, zugeordnet Fh = F2 - F1	tih =	303.725	N /mm <sup>2</sup>
zulässige Schubspannung	tzul =	927.000	N /mm <sup>2</sup>
korrigierte Schubspannung, zugeordnet F1	tk1 =	619.158	N /mm <sup>2</sup>
korrigierte Schubspannung, zugeordnet F2	tk2 =	978.270	N /mm <sup>2</sup>
korrigierte Hubspannung, zugeordnet Fh	tkh =	359.112	N /mm <sup>2</sup>
korrigierte zul. Oberspannung	tk0 =	883.613	N /mm <sup>2</sup>
korrigierte zul. Hubspannung, zugeordnet Fh	tkH =	264.455	N /mm <sup>2</sup>
Spannungsbeiwert abhängig von w	k =	1.182	
Spannungsbeiwert abhängig von w	q =	1.120	
Wickelverhältnis	w =	7.605	
Ösenhöhe LH1 +LH2	2LH =	11.755	mm
zulässige Abweichungen nach DIN 2097:			
Gütegrad 2	Gütegrad 1		
AD ± 0.150	± 0.100	mm	
AF1 ± 0.471	± 0.297	mm	
AF2 ± 0.515	± 0.324	mm	
Fertigungsausgleich: Fo, Lo, n und d			

Bemerkung: Theoretische gestr. Drahtlänge 1410 mm - Gewicht: 1,617 kg / 1000 Stück

## Literatur

- [1] *Auslegung Metallfedern — Teil 2 „Berechnung“*. URL: <https://blog.federnshop.com/auslegung-metallfedern-berechnung/>.
- [2] *Beanspruchungsarten Zugfedern*. URL: <https://blog.federnshop.com/beanspruchung-zugfedern/>.
- [3] The SciPy community. „numpy.polyfit“. Version 1.8.5. In: (). URL: <https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.polyfit.html>.
- [4] *Eigenschaften Zugfedern*. URL: <https://blog.federnshop.com/zugfedern/>.
- [5] Karl und Ernst Schnöring. „Schnöring Federn“. In: (1977).
- [6] *Federkonstante berechnen*. URL: <https://blog.federnshop.com/federkonstante/>.
- [7] *Kompaktes Wissen rund um Zugfedern!* URL: <https://blog.federnshop.com/zugfedern-wissen/>.