

Versuchsnummer: 602

Röntgenemission

Konstantin Mrozik
konstantin.mrozik@udo.edu

Abgabe: 18. Mai 2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziele	3
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung	3
2.1.1 Bremspektrum	3
2.1.2 Charakteristische Peaks	4
2.2 Absorption	5
2.3 Bragg Reflexion	5
3 Durchführung	6
3.1 Braggbedingung überprüfen	6
3.2 Kupfer Emissionsspektrum	6
3.3 Absorptionsspektren	7
4 Auswertung	7
4.1 Vorbereitung	7
4.2 Bragg Bedingung	8
4.3 Kupfer Emission	9
4.4 Andere Metalle	10
4.5 Moseley Gesetz	11
5 Diskussion	11
Literatur	13
6 Anhang	14

1 Ziele

Es soll zuerst die Bragg Bedingung an einem LiF Kristall überprüft werden. Außerdem soll im Experiment das Kupfer Röntgenspektrum gemessen, dargestellt und analysiert werden. Im letzten teil des Versuchs soll die Absorption von verschiedenen Metallen untersucht werden.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung

Um Bremsstrahlung zu erzeugen wird mit einer evakuierten Röhren mit einem Glühdraht als Kathode und einer Metallanode gearbeitet. Aus dem Glühdraht werden Elektronen ausgelöst und mit einer Beschleunigungsspannung zur Anode hin beschleunigt. Wenn die ausgelösten Elektronen auf die Anode treffen wird Röntgenstrahlung erzeugt und in Richtung einer Probe gelenkt. Die Röntgenstrahlung die bei diesem Versuchsaufbau erzeugt wird hat ein spezielles Spektrum, das aus einem kontinuierlichen Bremsberg und charakteristischen Peaks besteht.

2.1.1 Bremsspektrum

Wenn die Elektronen aus der Glühkathode in das Anodenmaterial eindringen, wirkt die Coulombanziehung auf die Elektronen und sie werden abgelenkt und geben EM strahlung ab, wodurch sie auch abgebremst werden. Da die Elektronen kontinuierlich abgebremst werden entsteht auch ein kontinuierliches Bremsspektrum. Das kontinuierliche Bremsspektrum hat dabei die Form eines sogenannten Bremsbergs, wie in Abb 1 gut zu erkennen. Der Brems-

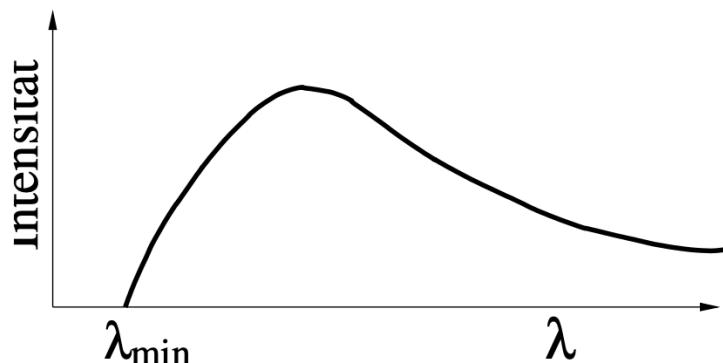


Abbildung 1: Skizze eines Graphen der die Intensität der Röntgenstrahlung in Abhängigkeit von der Wellenlänge zeigt. (Quelle [7])

berg entsteht, da die Elektronen maximal die gesamte kinetische Energie abgeben können. Die daraus resultierende minimale Wellenlänge lässt sich mithilfe der Beschleunigungsspannung berechnen (Gl. 1). Dass der Bremsberg vor seinem Maximum nicht unmittelbar auf Null abflacht, ist damit zu erklären, dass das Messinstrument Strahlung unter einem Grenzwert nicht mehr detektieren kann. Das Maximum des Bremsbergs entspricht der

Wellenlänge an der die Elektronen ihre gesamte kinetische Energie abgeben. Der Berg flacht von da aus immer weiter ab und nähert sich der y-Achse immer weiter an.

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e_0 U} \quad (1)$$

2.1.2 Charakteristische Peaks

Neben dem Bremsspektrum entstehen im Spektrum auch noch Peaks die für das jeweilige Anodenmaterial charakteristisch sind. Die charakteristischen Peaks entstehen dadurch, dass das Anodenmaterial durch die Elektronen ionisiert wird und dabei eine bestimmte Energie emittiert. Bei der Ionisation eines Atoms wird ein Platz in einer der Schalen des Atoms, mit der Energie E_n , frei und kann durch ein Elektron aus einer höheren Schale mit der Energie E_m besetzt werden. Wenn ein Elektron aus einer höheren Schale in einen freien Platz in einer energetisch günstigeren Schale wechselt, dann gibt es dabei die Energiedifferenz $\Delta E = E_m - E_n$ in Form von Röntgenstrahlung ab.

Benennung der Übergänge Wenn man die spezielle Strahlung benennen möchte muss man zum einen die Schale aus der das Elektron kommt, aber auch die Schale in die es wechselt angegeben werden. Die Schalen eines Atoms werden mit den Großbuchstaben ab K (K,L,M,...) bezeichnet und bezeichnen beim Schalenwechsel die Ziel Schale. Um zu bestimmen aus welcher Schale das Elektron stammt wird der Bezeichnung der Zielschale noch ein Index hinzugefügt mit einem entsprechenden griechischen Buchstaben. Wenn ein Elektron aus der nächst höheren Schale kommt wird es mit α bezeichnet und die Schalen danach mit den entsprechenden höheren Buchstaben($\alpha, \beta, \gamma, \dots$). Wenn ein Elektron nun zum Beispiel aus der L in die K Schale wechselt wird dieser Übergang mit K_α bezeichnet.

Um die Energie der Elektronen auf den verschiedenen Schalen zu bestimmen ist es allerdings stark vereinfacht, wenn nur die Coulombanziehung des Kerns betrachtet wird. Damit die sich die Energie der realen Energie der Elektronen weiter annähert, werden in diesem Experiment zusätzlich die Elektronen in den Schalen zwischen dem Kern und dem zu betrachtenden Elektron mit einberechnet. Durch diese Elektronen ist die Kernladung weiter abgeschwächt und für die Bindungsenergie der äußeren Schalen ergibt sich 2

$$E_n = -R_y z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (2)$$

Mit der Rydberg-Energie $R_y = hcR_\infty$, aus der Rydberg-Konstanten $R_\infty \approx 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ oder der Rydberg-Frequenz R , und der effektiven Kernladungszahl $z_{\text{eff}} = z - \sigma$ die sich aus der Abschirmkonstanten σ berechnen lässt. Damit ergibt sich beispielsweise für den K_α Übergang.

$$E_{K_\alpha} = R_y(z - \sigma_1)^2 \frac{1}{1^2} - R_y$$

Der Abschirmkoeffizient verändert sich dabei für jedes Elektron, ist aber mit empirischen Methoden gut zu bestimmen. Entgegen der Erwartung sind die charakteristischen Linien allerdings nicht nur an einem genau definierten Punkt zu finden, sondern erstrecken sich über ein Wellenlängenintervall. Die Breite der Linien ist durch den unterschiedlichen Bahndrehimpuls und Spin der Elektronen zu erklären, und wird dann durch die Auflösung des Messgeräts noch verstärkt.

2.2 Absorption

Bei Röntgenstrahlung mit einer Energie von weniger als 1MeV finden in Materialien hauptsächlich der Compton Effekt und der Photoeffekt statt und die Strahlung wird dementsprechend beim Durchdringen des Materials abgeschwächt. Dabei ist zu beobachten das der Absorptionskoeffizient für steigende Energie sinkt und Ein Sprung des Absorptionskoeffizienten an den Stellen stattfindet, an denen die Photonenenergie die Bindungsenergie der verschiedenen Elektronen übersteigt (2). Diese Sprünge des Absorptionskoeffizienten

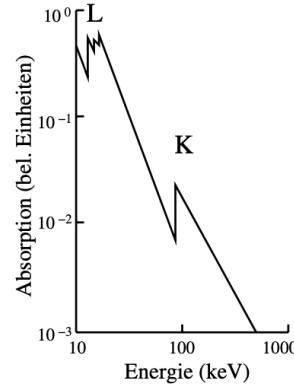


Abbildung 2: Skizze eines Graphen für das auftragen der Absorption gegen die Energie.
Auf der Skizze sind die gut erkennlichen L und K Kanten beschriftet.
(Quelle [7])

nennt man Absorptionskanten und die Kanten liegen fast genau bei den Energien, die den Bindungsenergien der Elektronen entsprechen. Es gibt im Absorptionsspektrum drei verschiedene L-Kanten aber nur eine K-Kante. Wenn nun zusätzlich die Feinstruktur der Probe berücksichtigt wird lässt sich die Bindungsenergie $E_{n,j}$ gut mit der Sommerfeldschen Feinstrukturformel (3) bestimmen.

$$E_{n,j} = -R_y \left(z_{\text{eff},1}^2 \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{\text{eff},2}^4 \frac{1}{n^3} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (3)$$

Mit der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstanten α , der Hauptquantenzahl n und dem Gesamtdrehimpuls j des Elektrons. Für die Elektronen aus der K-Schale lässt sich so aus der Feinstrukturformel der Abschirmkoeffizient bestimmen (4).

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_y} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \quad (4)$$

In der Formel berücksichtigt dabei der Subtrahend in der Wurzel die Feinstrukturspaltung.

2.3 Bragg Reflexion

Als Bragg Reflexion wird der Effekt bezeichnet, der stattfindet wenn elektromagnetische Strahlung auf einen Kristall mit einem regelmäßigen Kristallgitter fällt. Wenn die EM-Strahlung in einem genau definierten Winkel(5), der vom Kristallgitterabstand und der Wellenlänge der Strahlung abhängt, auf den Kristall fällt, kann sie mit maximaler Intensität

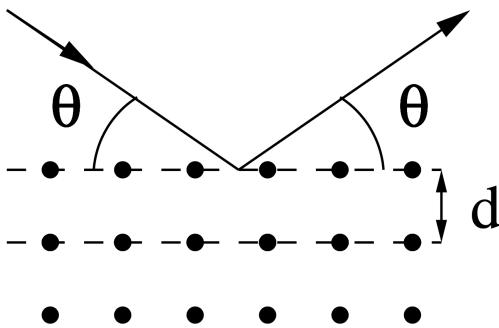


Abbildung 3: Eine schematische Skizze der Bragg Reflexion. (Quelle [7]

reflektiert werden. Dieses wellenlängeabhängige Phänomen lässt sich dadurch erklären, dass wenn der Gitterabstand ein Vielfaches der Wellenlänge ist, die Strahlung die an zwei verschiedenen Schichten des Materials reflektiert wird danach konstruktiv interferiert. Wenn Strahlung zwischen zwei Schichten konstruktiv interferiert gilt das für beliebige Schichten und somit für das gesamte Material. Wenn die Strahlung allerdings nicht konstruktiv interferiert kommt ein Anteil destruktiver Interferenz hinzu und die Strahlungsintensität wird für entsprechende Wellenlängen geschwächt. Für die Bragg Reflexion gilt außerdem, dass wenn der Einfallswinkel gleich dem Ausfallwinkel ist, die maximale Intensität reflektiert wird(3).

$$\theta = \arcsin \left(\frac{n\lambda}{2d} \right) \underset{\lambda = \frac{hc}{E}}{=} \arcsin \left(\frac{nhc}{2dE} \right) \quad (5)$$

3 Durchführung

Für den Versuch wird als Anodenmaterial Kupfer verwendet und über eine Blende der Röntgenstrahl auf das Material gelenkt. Die Elektronen werden mit einer Beschleunigungsspannung von 35keV beschleunigt. Es lassen sich sowohl der verwendete LiF Kristall als auch das Geiger Müller Zählrohr im Bezug auf den Strahl drehen. Für den letzten Teil des Versuchs lässt sich zwischen dem Kristall und dem Zählrohr eine Probe anbringen um die Absorption zu messen.

3.1 Braggbedingung überprüfen

Für die Überprüfung der Braggbedingung wird der LiF Kristall in einen festen Winkel $\theta = 14^\circ$ zum Photonenstrahl gebracht. Nun wird das Geiger Müller Zählrohr über das Winkelintervall von 26° bis 30° in $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ Schritten mit einer Integrationszeit von $\Delta t = 5\text{s}$ gedreht. Aus den Werten lässt sich das Intensitätsmaximum auslesen und mit der Braggbedingung vergleichen.

3.2 Kupfer Emissionsspektrum

Um das Emissionsspektrum von Kupfer zu untersuchen wird nun von 8° bis 25° der Kristall gedreht und jeweils über eine Integrationszeit von 10s in $\Delta\theta = 0,1^\circ$ Schritten die Intensität aufgenommen.

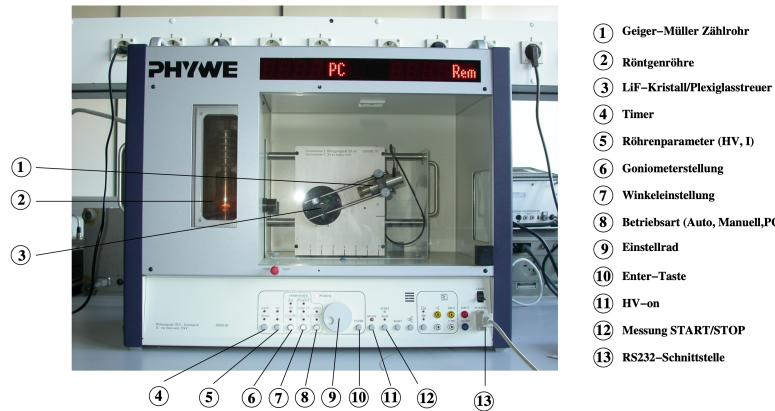


Abbildung 4: Ein Foto des Versuchsaufbaus mit Beschriftung der Komponenten. (Quelle [7])

3.3 Absorptionsspektren

Um die K-Kante verschiedener Materialien und damit die Rydbergenergie zu bestimmen werden die Absorptionsspektren der Materialien aufgenommen. Dazu wird zwischen dem LiF Kristall und dem Zählrohr eine Metallprobe eingesetzt und über eine Integrationszeit von zwanzig Sekunden und $\Delta\theta = 0,1^\circ$ das entsprechende Spektrum aufgenommen. Die Spektren wurden für die Materialien Brom, Gallium, Rubidium, Strontium, Zink und Zirkonium aufgenommen. Aus dem Spektrum lässt sich an den speziellen Stellen die K-Kante erkennen und ablesen.

4 Auswertung

4.1 Vorbereitung

Um das Experiment vorzubereiten sollen die Energie für die K_α und K_β als Literaturwerte recherchiert werden. Außerdem soll zu den Energien der entsprechende Winkel berechnet werden (Gleichung 5).

$$\begin{aligned} E_{K_\alpha} &= 8,038 \text{ keV} & E_{K_\beta} &= 8,905 \text{ keV} \\ \theta_\alpha &= 22,52^\circ & \theta_\beta &= 20,22^\circ \end{aligned}$$

Zu den Elementen bei denen die Absorption untersucht wird sollen auch die entsprechenden Werte recherchiert werden und die Parameter θ_K^{Lit} und σ_K bestimmt werden.

	Z	E_K^{Lit} [keV]	θ_K^{Lit} [°]	σ_K
Cu	29	8,98	20,05	3,31
Zn	30	9,65	18,6	3,57
Ga	31	10,37	17,27	3,62
Ge	32	11,10	16,1	3,68
Br	35	13,47	13,2	3,85
Rb	37	15,20	11,7	3,95
Sr	38	16,10	11,0	4,01
Zr	40	17,99	9,6	4,11

Die Parameter wurden aus der Energie mit der Bragg Bedingung 5 und der Formel 4 berechnet. Die Werte für Gerundium sind für unseren Versuch uninteressant, da das Material nicht untersucht wird.

4.2 Bragg Bedingung

Aus den Messdaten ergibt sich der Plot 5 und es kann mit der SciPy Funktion findPeaks das Maximum bei $\theta = 28,2^\circ$ bestimmen. Damit lässt sich auch die Abweichung von den Literaturwerten bestimmen.

$$\Delta\theta_{abs} = \theta_{lit} - \theta_{exp}$$

$$\Delta\theta_{rel} = \frac{\Delta\theta_{abs}}{\theta_{lit}}$$

$$\Delta\theta_{abs} = 0,2^\circ$$

$$\Delta\theta_{rel} = 0,0071 \hat{=} 0,71\%$$

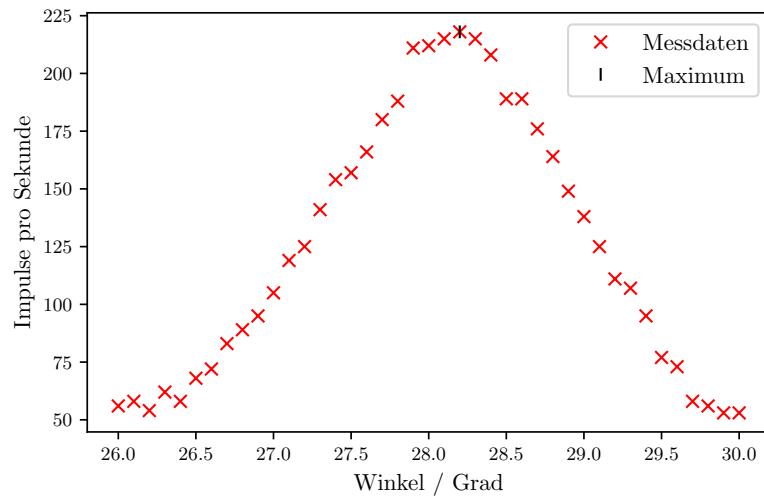


Abbildung 5: Es werden die Impulse pro Sekunde gegen den Messwinkel aufgetragen. Es ist ein klares Maximum zu erkennen, welches mit einer SciPy Funktion markiert wird.

4.3 Kupfer Emission

Aus den Messdaten lässt sich der Plot 6 erstellen und die Peaks und der Bremsberg sind klar zu erkennen. Die Peaks des Spektrums werden mit einer Scipy funktion bestimmt und

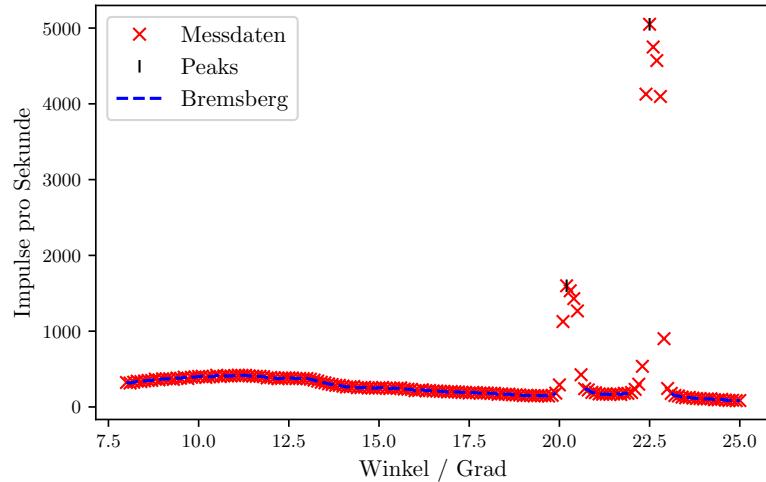


Abbildung 6: Das Kupfer Emissionsspektrum wird geplottet, indem die Intensität der Röntgenstrahlung in Abhängigkeit vom Bragg-Winkel aufgetragen wird. Es sind sowohl der Bremsberg als auch die charakteristischen Peaks gut zu erkennen und markiert.

der Abschnitt der Peaks nochmal vergrößert dargestellt. Über eine weitere Funktion wird

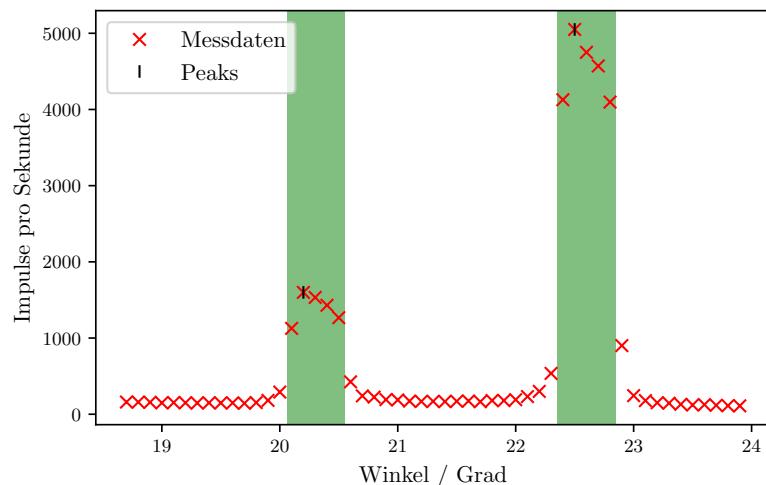


Abbildung 7: Um die Peaks genauer zu analysieren werden sie in einem verkleinerten Bereich dargestellt. In grün sind die FWHM aus der SciPy Funktion eingezeichnet.

nun die "Full Width at Half Maximum" bestimmt. Aus den Funktionen ergibt sich:

$$E_\alpha = 8043,98 \text{ eV}$$

$$\Delta E_\alpha = 165 \text{ eV}$$

$$E_\beta = 8914,90 \text{ eV}$$

$$\Delta E_\beta = 205 \text{ eV}$$

Aus den Werten der FWHM kann nun das Auflösungsvermögen A bestimmt werden.

$$A = \frac{E_{\text{peak}}}{\Delta E_{\text{FWHM}}}$$

$$A_\alpha = 48,56$$

$$A_\beta = 43,36$$

Desweiteren werden die Abschirmkonstanten für Kupfer bestimmt. Aus der Literatur findet man den Wert für $E_{K,\text{abs}}$ als 8980,22 eV. Damit lassen sich die Abschirmkonstanten σ bestimmen.

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= Z - \sqrt{\frac{E_{K,\text{abs}}}{R_y}} \\ \sigma_2 &= Z - \sqrt{\frac{m^2}{n^2} (z - \sigma_1)^2 - \frac{E_{K,\alpha}}{R_y} m^2} \\ \sigma_3 &= Z - \sqrt{\frac{l^2}{n^2} (z - \sigma_1)^2 - \frac{E_{K,\beta}}{R_y} l^2}\end{aligned}$$

$$\sigma_1 = 3,31$$

$$\sigma_2 = 12,41$$

$$\sigma_3 = 22,40$$

4.4 Andere Metalle

Im letzten Teil des Experiments werden die Abschirmkonstanten der K-Schale für verschiedene Materialien bestimmt. Aus den Messdaten lässt sich für die Metalle jeweils ein Plot (6) darstellen und die Lage der K-Kante anhand von Maximum und Minimum berechnen (6). Mit der berechneten Lage der K-Kante kann nun der Wert von θ für die jeweilige K-Kante abgelesen werden.

$$I_K = I_K^{\min} + \frac{I_K^{\max} - I_K^{\min}}{2} \quad (6)$$

Aus den Werten von θ lässt sich mit Gleichung 5 die entsprechende Energie der K-Kante berechnen. Aus der Energie kann mit Gleichung 4 der Absorptionskoeffizient berechnet werden.

Z	I_K [Imp/s]	E_K [eV]	σ_K
Zn	30	78,5	9601,30
Ga	31	93,5	10308,27
Br	35	18,0	13480,57
Rb	37	38,0	15053,11
Sr	38	121,5	15989,35
Zr	40	197,0	17815,40

4.5 Moseley Gesetz

Laut dem Moseley Gesetz (7) ist die Absorptionsenergie der Kanten proportional zu z^2 und aus einer entsprechenden linearen Ausgleichsrechnung lässt sich R bestimmen.

$$E_k = Rh(z - \sigma)^2 \quad (7)$$

Aus der Ausgleichsrechnung ergeben sich die Parameter:

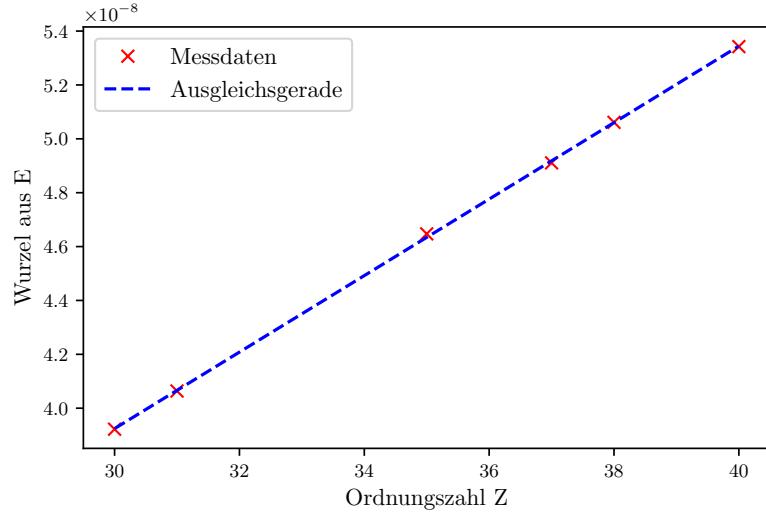


Abbildung 8: Es wird \sqrt{E} gegen die Ordnungszahl aufgetragen.

$$f(x) = mx + b$$

$$m = (1,420 \pm 0,009) \cdot 10^{-9} \sqrt{\text{J}} \quad b = (-3,36 \pm 0,31) \cdot 10^{-9} \sqrt{\text{J}}$$

$$R = \frac{m^2}{h}$$

Damit ergibt sich

$$R_\infty = (1,015 \pm 0,012) \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}} \quad R = (3,04 \pm 0,04) \cdot 10^{15} \text{ Hz} \quad R_y = (2,016 \pm 0,025) \cdot 10^{-18} \text{ Joule}$$

Mit dem Fehler für R aus:

$$\Delta R = \sqrt{\left(2 \frac{m}{h} \Delta m\right)^2}$$

5 Diskussion

Die Messung des Bragg Winkels hat eine Abweichung von $0,2^\circ \hat{=} 0,71\%$ ergeben. Die Abweichung kann durch Unregelmäßigkeiten des LiF Kristalls erklärt werden. Auch mit der Abweichung liegt der Wert noch nah genug am erwarteten Maximum um die Theorie zu bestätigen. Wenn das Intensitätsmaximum um einen größeren Winkel verschoben wäre, würde damit auch das Spektrum für die Kupfer Emission verschoben werden und man

würde fehlerhafte Energien erhalten. Wenn beispielsweise bei der Überprüfung der Bragg Bedingung das Geiger Müller Zählrohr um 3° verschoben ist, kann es auch vorkommen, dass im nachhinein beim Spektrum zu geringe Intensitäten gemessen werden, da immer leicht neben dem eigentlichen Maximum gemessen wird. Die Auflösungsvermögen der Peaks sind im Experiment genau genug bestimmt, somit muss der statistische Fehler nicht betrachtet werden. Die Werte für σ_2 und σ_3 wurden direkt aus den Energien der Peaks berechnet und ihre Abweichung gibt somit auch Rückschlüsse auf die Genauigkeit der Messung der Energiepeaks. Die Sigmas haben beide eine kleine relative Abweichung von weniger als 3% und können somit als repräsentativ für den Literaturwert angesehen werden. Durch die geringe Abweichung der Absorptionskoeffizienten ist anzunehmen, dass die entsprechenden Energien der Peaks auch ausreichend genau bestimmt werden. Die Abweichung ist durch die zuvor besprochene Ungenauigkeit des Bragg Winkels auch verstärkt. Die maximale beziehungsweise minimale Energie des Bremsbergs lässt sich anhand des Plots nicht bestimmen, da der entsprechende Winkelbereich nicht aufgenommen wird. Im weiteren Verlauf des Versuchs wurden noch die Absorptionskoeffizienten verschiedener Materialien berechnet. Die relative Abweichung der Koeffizienten vom zuvor berechneten Literaturwert liegt in allen Fällen unter 5%, daher können mit den gemessenen Werten die Theoriewerte bestätigt werden. Für die Messung der Rydberg Energie aus dem Moseley Gesetz ergibt sich eine relative Abweichung von 7,5%. Die Abweichung ist nicht optimal, reicht aber aus um den Literaturwert zu bestätigen. Die Abweichung könnte dadurch zu erklären sein, dass das Moseley Gesetz eigentlich von der effektiven Ordnungszahl abhängt, bei der Näherung allerdings nur die Ordnungszahl verwendet wurde.

Messgröße	Messwert	Literaturwert	Relative Abweichung
Bragg-Winkel	$28,2^\circ$	28°	0,71%
Auflösungsvermögen α	48,56	-	-
Auflösungsvermögen β	43,36	-	-
σ_2 für Kupfer	12,41	12,36	0,38%
σ_3 für Kupfer	22,40	21,96	2,03%
σ_K für Zink	3,64	3,57	1,93%
σ_K für Gallium	3,70	3,62	2,32%
σ_K für Brom	3,84	3,85	0,29%
σ_K für Rubidium	4,12	3,95	4,18%
σ_K für Strontium	4,13	4,01	4,07%
σ_K für Zirkonium	4,29	4,11	4,40%
Rydberg-Energie	$(2,016 \pm 0,025) \cdot 10^{-18}$ Joule	$2,179 \cdot 10^{-18}$ Joule	7,50%

Literatur

- [1] *Grundwissen Bremsstrahlung.* <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/roentgenstrahlung/grundwissen/bremsstrahlung>. 18. Mai 2020.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] *PHYWE: Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer.* http://www.phywe.ru/index.php/fuseaction/download/lrn_file/versuchsanleitungen/P2540101/d/p2540101d.pdf. 18. Mai 2020.
- [6] *The NIST Reference on Constants, Units and Uncertainty.* <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/>. 18. Mai 2020.
- [7] *Versuchsanleitung V603 - Compton Effekt*. TU Dortmund, 2020.
- [8] *Wellenlängen und Anregungsenergien von K- und L- Absorptionskanten.* <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-fur-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/>. 18. Mai 2020.

6 Anhang

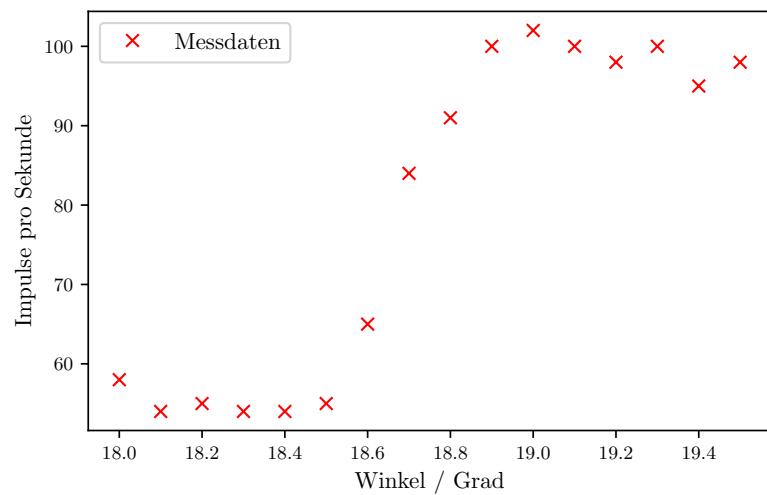


Abbildung 9: Die K-Kante für Zink

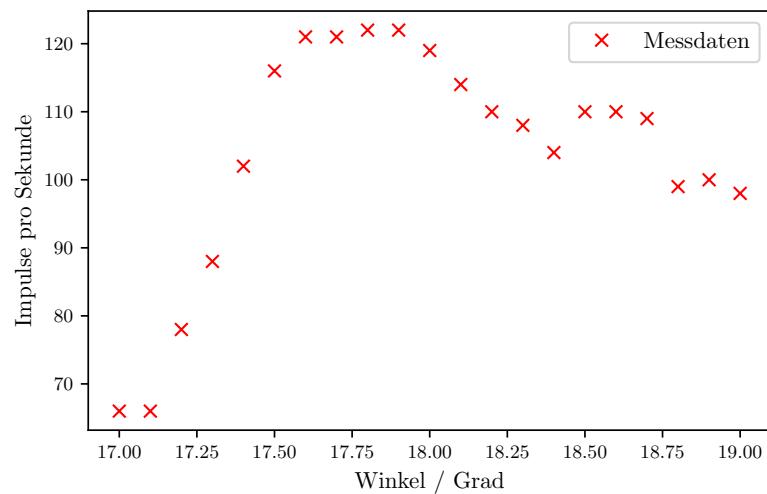


Abbildung 10: Die K-Kante für Gallium

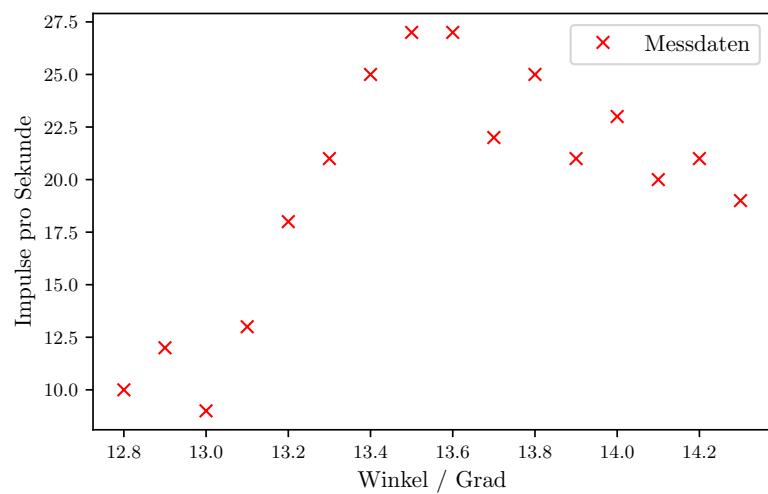


Abbildung 11: Die K-Kante für Brom

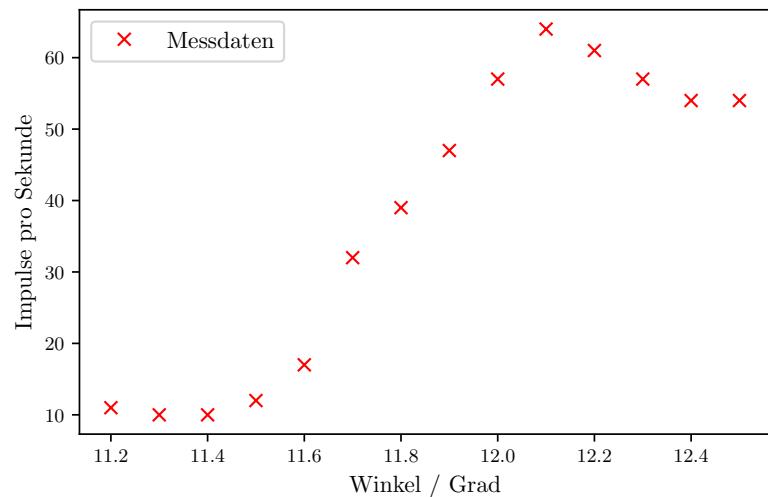


Abbildung 12: Die K-Kante für Rubidium

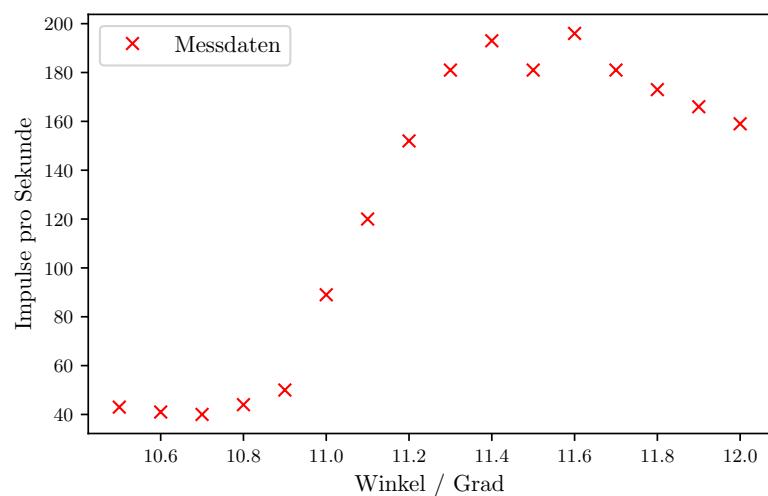


Abbildung 13: Die K-Kante für Strontium

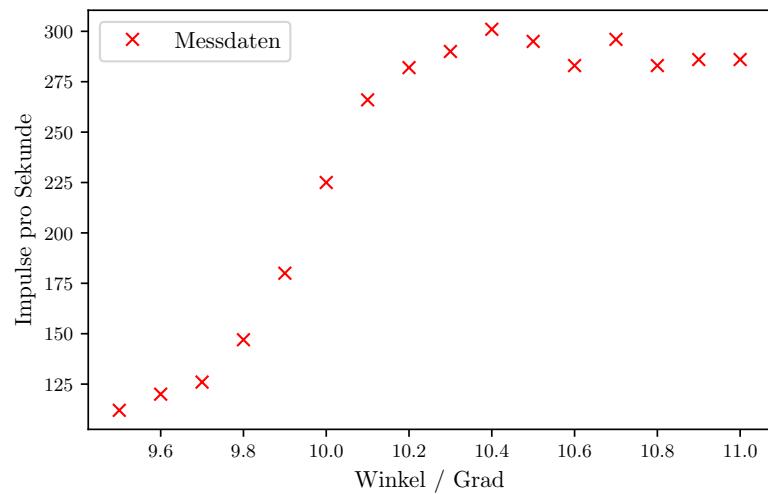


Abbildung 14: Die K-Kante für Zirkonium