Versuchsnummer: 603

Compton Effekt

Konstantin Mrozik
konstantin.mrozik@udo.edu

Abgabe: 7. Mai 2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziele

Mithilfe des Versuchs soll die Comptonwellenlänge λ_C für ein Elektron bestimmt werden.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Compton Effekt

Wenn Röntgenstrahlung mit Atomen wechselwirkt kommt es zum sogenannten Compton Effekt. Für den Compton Effekt sind nur die Wechselwirkungen von Photonen mit Elektronen interessant. Beim Zusammentreffen des Photons mit einem fest gebundenen Elektron auf einer inneren Schale des Atoms findet eine quasi Reflexion des Photons statt. Es gibt keinen merklichen Unterschied in der Wellenlänge. Wenn das Photon allerdings mit einem freien Elektron in einer äußeren Schale des Atoms reagiert, findet der Compton Effekt Abb. (1) statt und die Teilchen werden gestreut. Durch die Streuung gibt das Photon Energie an das Elektron ab und seine Wellenlänge vergrößert sich (Gl. 1).

$$E_\mathrm{Photon} = \frac{hc}{\lambda} \tag{1}$$

Die Differenz der Wellenlänge folgt dabei folgendem Gesetz:

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c}\,(1 - \cos\theta) = \lambda_\mathrm{C}\,(1 - \cos\theta) \tag{2}$$

Wobei die emittierte Wellenlänge bei $\theta = 0°$ minimal ($\Delta\lambda = 0$) ist und für $\theta = 180°$ maximal ($\Delta\lambda = 2\lambda_\mathrm{C}$) wird. Der Compton Effekt kann bei allen möglichen Wellenlängen stattfinden.

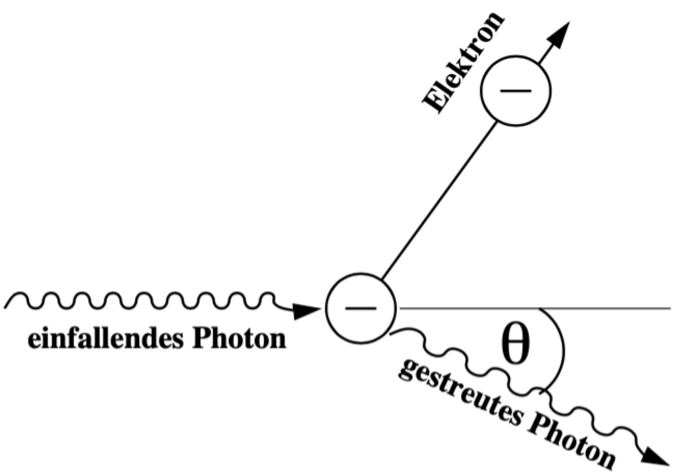

Abbildung 1: Wechselwirkung eines Photons mit einem Elektron, das Photon wird im Winkel θ gestreut. (Quelle: [6])

Im sichtbaren Bereich ist die Wellenlänge allerdings um einen Faktor 10^5 größer als die Compton Wellenlänge, somit ist kein großer Wellenlängenunterschied spürbar. Damit der Comptoneffekt in einem Festkörper stattfinden kann, muss die Strahlung genügend Energie haben. Somit ist sichtbares Licht zu schwach und es wird Röntgenstrahlung benötigt. Es tritt lediglich ein anderer Effekt auf.

2.2 Röntgenquelle

In einer evakuierten Röhre werden mit einer Glühkathode Elektronen erzeugt und auf eine Kupferoberfläche beschleunigt. Beim Auftreffen auf die Kupferoberfläche wird Röntgenstrahlung ausgesandt. Die Röntgenstrahlung setzt sich aus der Bremsstrahlung und charakteristischen Peaks zusammen.

2.2.1 Bremsstrahlung

Beim Eintritt in das Anodenmaterial treten die Elektronen auch in das Coulombfeld der Atomkerne des Kupfers ein. Im Coulombfeld der Kerne werden die Elektronen abgelenkt und abgebremst, dadurch verringert sich ihre kinetische Energie. Die Energiedifferenz durch die Abbremsung wird in Form von Röntgenstrahlung in einem kontinuierlichen Spektrum abgestrahlt.

2.2.2 Charakteristische Peaks

Wenn die Elektronen in das Anodenmaterial eindringen kann es auch vorkommen, dass die Elektronen in den Kupferatomen angeregt werden. Wenn ein Kupfer-Elektron auf ein höheres Energieniveau angeregt wird, gibt es den Platz in der Schale frei. Auf den energetisch günstigeren Zustand "fällt"nun ein neues Elektron. Beim "fallenïn den Zustand gibt das Elektron Energie in Form eines Röntgenquants ab. Die Energie der Röntgenstrahlung ist somit durch die Energiedifferenz der Zustände klar definiert, dadurch enstehen charakteristische Peaks zu den entsprechenden Energien.

2.3 Transmission

In Aluminium wird die entstandene Röntgenstrahlung sowohl transmittiert als auch Absorbiert, wobei die Transmission Wellenlängenabhängig ist und die Absorption einem exponentiellen Absorptionsgesetz folgt(Gl. 3).

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} \tag{3}$$

Wobei d die Materialdicke und $\mu = \mu_{\text{Paar}} + \mu_{\text{Photo}} + \mu_{\text{Compton}}$ der Absorptionskoeffizient ist. Für die Transmission gilt, dass bei wachsender Wellenlänge die Transmission proportional sinkt.

2.4 Bragg Reflexion

Wenn Röntgenstrahlung auf ein dreidimensionales regelmäßiges Kristallgitter fällt findet die sogenannte Bragg-Reflexion statt. Wenn die Röntgenstrahlung auf den Kristall fällt wird sie in verschieden tiefen Netzebenen des Kristalls refelektiert. Wenn ein Gangunterschied der ungleich einem Vielfachen der Wellenlänge der einfallenden Strahlung ist auftritt, dann entsteht durch die große Anzahl der Ebenen destruktive Interferenz und die Strahlungsintensität nimmt stark ab. Falls der Entrittswinkel allerdings genau dem

Bragg-Winkel (nach Gl. 4) entspricht findet zwischen den Ebenen konstruktive Interferenz statt und die Strahlung wird mit gleicher Intensität emittiert.

$$n\lambda = 2d\sin(\alpha) = n \cdot \frac{hc}{E} \tag{4}$$

Bragg Gleichung mit der Beugungsordnung n ,dem Gitterabstand d (siehe Abb. 2) und dem Glanzwinkel α (siehe Abb. 2).

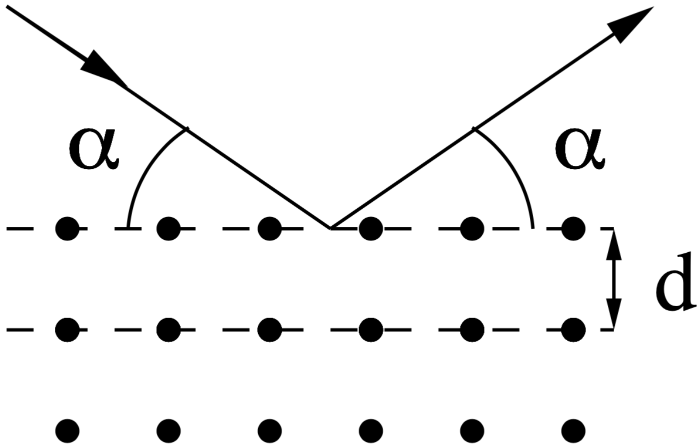

Abbildung 2: Bragg Reflexion im Winkel α an einem Kristallgitter mit Gitterabstand d (Quelle: [6])

2.5 Geiger Müller Zählrohr

Die Röntgenstrahlung wird im Experiment mit einem Geiger-Müller Zählrohr gemessen. Ein Geiger Müller Zählrohr ist ein mit Gas gefüllter Zylinder, bei dem auf einer Seite durch ein Glimmfenster die Strahlung einfallen kann. Im Zylinder befindet sich in der Mitte ein Stab der als Anode dient und der Zylindermantel dient als Kathode. Es wird nun der Mantel mit dem Minuspol einer Stromquelle und der Stab im Innern über einen großen Wiederstand mit dem Pluspol verbunden. Wenn nun ein Röntgenquant in das Zahlrohr fällt ionisiert er die Atome und eine Kaskade an Ionistation durch die Elektronen und entstehende Photonen findet statt. Zu dem Zeitpunkt, zu dem fast das ganze Rohr ionisiert ist, kann dann parallel zum Wiederstand ein Impuls gemessen werden. Durch diese Messmethode tritt das Problem der sogenannten Totzeit auf , denn wenn ein Photon in den Zylinder fällt und dieser sich noch nicht entladen hat trägt das Photon nur zur aktuellen Ionisation bei und wird selber nicht gemessen. Um den Effekt der Totzeit bei hoher Strahlungsintensität klein zu halten wird eine sogenannte Totzeitkorrektur (Gl. 5) durchgeführt, bei der die Experimentelle Zählrate N mit der Totzeit τ in die korrigierte Zählrate I umgerechnet wird.

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N} \tag{5}$$

3 Durchführung

3.1 Charakteristische Strahlung von Kupfer

Zu Beginn des Versuchs sollen mithilfe des Kupfer Spektrums die Energien der K_α und K_β Schale bestimmt werden. Dafür werden die Elektronen mit 35keV auf die Anode aus Kupfer beschleunigt, die entstandene Strahlung wird auf einen LiF-Kristall gelenkt. Im Versuchsaufbau lässt sich der LiF Kristall über ein Winkelintervall von 8° bis 25° drehen und die emittierte Strahlungsintensität kann gemessen werden. Dabei wird die Bragg Reflexion ausgenutzt und die Winkel können einer entsprechenden Wellenlänge zugeordnet werden(Gl. 4).

3.2 Wellenlängenabhängigkeit der Transmission

Um im weiteren Versuchsverlauf die Compotonwellenlänge zu bestimmen muss zunächst der Zusammenhang zwischen Transmission und Wellenlänge bestimmt werden. Der Versuch wird wieder gleich aufgebaut, allerdings wird nun eine Aluminium Platte hinzugefügt. Der LiF Kristall wird diesmal von 7° bis 10° in 0,1° Schritten gedreht und die Impulsrate wird jeweils über 200s gemessen. Dieselbe Messung wird nochmal ohne Aluminium Absorber wiederholt.

3.3 Compton Wellenlänge

Für die Messung der Compton Wellenlänge wird der LiF-Kristall durch eine Plexiglasscheibe erstzt, in der die Compton Streuung stattfinden kann. Um nur um 90° gestreute Photonen zu messen wird das Zählrohr im entsprechenden Winkel platziert (Abb. **??**). Nun wird einmal die Zählrate ohne jeglichen Absorber gemessen, einmal wird der Absorber zwischen Quelle und Plexiglas und einmal zwischen Plexiglas und Zählrohr platziert. In diesem Versuchsteil wird über 300s gemessen.

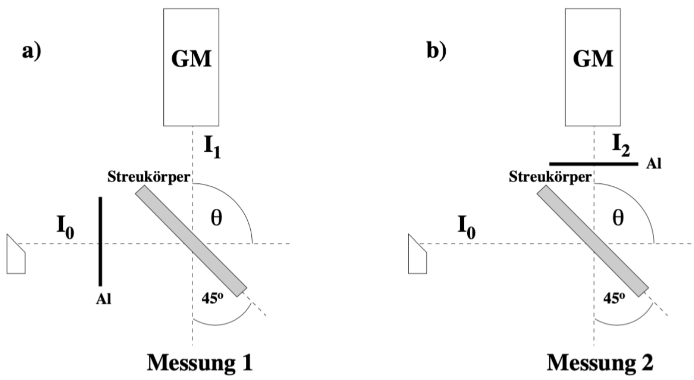

Abbildung 3: Versuchsaufbau zur Messung der Compton Wellenlänge. (Quelle: [6])

4 Auswertung

4.1 Vorbereitung

Als Vorbereitung werden die Energien $E_{\mathrm{K}\alpha}$ und $E_{\mathrm{K}\beta}$ für Kupfer recherchiert. (Quelle: [4])

$$E_{\mathrm{K}\alpha} = 8,038\mathrm{keV} \qquad E_{\mathrm{K}\beta} = 8,905\mathrm{keV}$$

Und es werden mit Gleichung 1 die entsprechenden Wellenlängen für die Energien berechnet.

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \qquad \lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

$$\lambda_{\mathrm{K}\alpha} = 1,542 \cdot 10^{-10}\mathrm{m}$$

$$\lambda_{\mathrm{K}\beta} = 1,392 \cdot 10^{-10}\mathrm{m}$$

Über den Sinus werden aus den Wellenlängen die entsprechenden Glanzwinkel für die Brechungsordnung $n = 1$ und einem LiF-Kristall mit $d = 201,4 \cdot 10^{-12}\mathrm{m}$ berechnet.

$$2d \sin\alpha = n\lambda \qquad \alpha = \arcsin\left(\frac{n\lambda}{2d}\right)$$

$$\alpha_{\mathrm{K}\alpha} = 22.51°$$

$$\alpha_{\mathrm{K}\beta} = 20.22°$$

Außerdem wird als Referenz die Comptonwellenlänge des Elektrons theoretisch berechnet.

$$\lambda_{\mathrm{C}} = \frac{h}{m_e c} = 2,42631 \cdot 10^{-12}\mathrm{m}$$

4.2 Kupfer Röntgenspektrum

Aus den Kupfer Messwerten bildet sich:

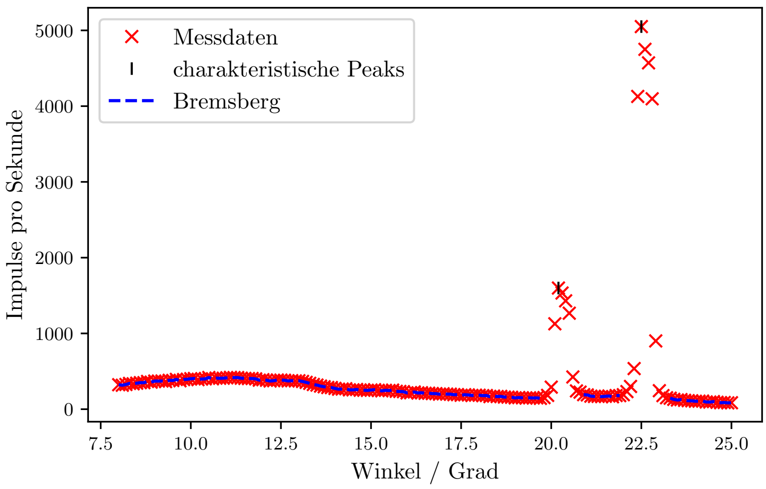

Abbildung 4: Die Impulsrate wird gegen die Winkel aufgetragen. Das Kupfer Emissionsspektrum mit den chrakteristischen Peaks und dem Bremsberg ist zu erkennen.

Mit einer Scipy Funktion werden die Peaks bei 1599 Impulsen pro Sekunde bei 20,2° und 5050 Impulsen pro Sekunde bei 22,5° gefunden. Über die abgelesenen Winkel an den Peaks lassen sich nun die entsprechenden Energien berechnen(Gl. 4).

$$\alpha_{K\alpha} = 22,5° \qquad \alpha_{K\beta} = 20,2°$$
$$E = \frac{hc}{2d\sin(\alpha)}$$
$$E_{K\alpha} = 8043\ eV \qquad E_{K\beta} = 8914\ eV$$

4.3 Wellenlängenabhängigkeit der Transmission

Mit der Totzeitkorrektur (Gl. 5) lässt sich aus den Impulsraten die korrigierte Rate berechnen. Aus der berechneten Rate kann mit Gleichung 6 die Transmission für die entsprechende Wellenlänge gemessen werden. Die Transmission wird gegen die Wellenlänge aufgetragen und mit einer linearen Ausgleichsrechnung die Funktion $T(\lambda)$ bestimmt.

$$T = \frac{I_{\mathrm{A}}}{I_0} \tag{6}$$

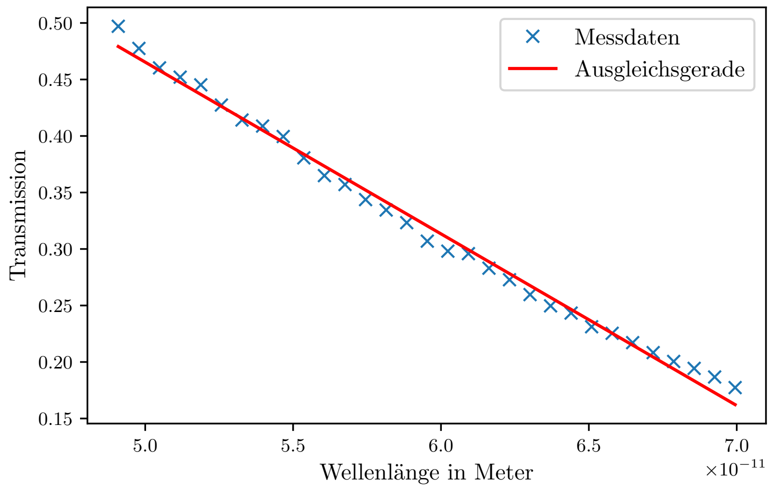

Abbildung 5: Transmission von LiF in Abhängigkeit von der Wellenlänge

Mit den Parametern und den Unsicherheiten aus der Covarianzmatrix ergibt sich:

$$T(\lambda) = m \cdot \lambda + b$$
$$m = -0,0152 \pm 0,0003 \frac{1}{\mathrm{pm}} \qquad b = 1,23 \pm 0,02$$

4.4 Comptonwellenlänge

Im folgenden wird nun über die Transmission die Compton-Wellenlänge bestimmt. Dafür werden die Impulsraten von den gestreuten und ungestreuten Photonen mit Gleichung 6 in die entsprechende Transmission umgerechnet.

$$
\begin{aligned}
I_{\text{gestreut}} &= 1180 \pm 34 \\
I_{\text{ungestreut}} &= 1024 \pm 32 \\
I_0 &= 2730 \pm 50 \\
T_1 &= 0,432 \pm 0,015 \\
T_2 &= 0,375 \pm 0,014
\end{aligned}
$$

Mit dem Fehler aus:

$$\Delta T_{\text{i}} = \sqrt{\left(\frac{1}{I_0}\Delta I_{\text{i}}\right)^2 + \left(-\frac{I_{\text{i}}}{I_0^2}\Delta I_0\right)^2}$$

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \frac{T-b}{m} \\
\lambda_1 &= (52,2 \pm 1,6) \cdot 10^{-12}\text{m} \\
\lambda_2 &= (55,9 \pm 1,6) \cdot 10^{-12}\text{m}
\end{aligned}
$$

Mit dem Fehler

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{1}{m}\Delta T\right)^2 + \left(-\frac{1}{m}\Delta b\right)^2 + \left(\frac{b-T}{m^2}\Delta m\right)^2}$$

Über Gleichung 2 lässt sich über die Wellenlängendifferenz die Comptonwellenlänge des Elektrons bestimmen. Die Differenz der Wellenlängen entspricht der Comptonwellenlänge da die Strahlung genau im 90° Winkel gestreut wird.

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{C}} = (3,8 \pm 1,1) \cdot 10^{-12}\text{m}$$

Der Fehler ergibt sich aus:

$$\Delta\lambda_{\text{C}} = \sqrt{(\Delta\lambda_1)^2 + (\Delta\lambda_2)^2}$$

5 Diskussion

Die Messung des Röntgenspektrums von Kupfer kann den Daten zufolge als erfolgreich angesehen werden. Wenn der Graph betrachtet wird ist klar differenzierbar wo die Peaks sind und wo der Bremsberg ist. Für die K_α Linie hat die Energie eine relative Abweichung von $0,07\%$ vom Literaturwert und bei der K_β Linie hat die Energie eine relative Abweichung von $0,1\%$. Die Abweichung der Werte von der Literatur [4] ist somit sehr gering. Bei der Transmission liegt die Ausgleichgerade passend auf den Messwerten und die Abweichung der Parameter lassen auch vermuten dass die lineare Ausgleichsgerade die Werte gut approximiert. Die aus dem Experiment bestimmte Comptonwellenlänge weicht um $(50 \pm 50)\%$ vom Literaturwert [5] ab. Diese Abweichung kann durch eine ungenaue Berechnung der Wellenlänge aus der Transmission begründet werden. Auch eine Streuung der Photonen im Aluminium kann dazu führen, dass nicht alle Photonen auf das Zählrohr treffen und die Comptonwellenlänge somit größer ausfällt. Bei der Messung der Compton Wellenlänge kann die Totzeitkorrektur vernachlässigt werden, da im gemessenen Bereich nur relativ kleine Impulsraten vorkommen, die Korrektur aber nur bei hohen Raten erforderlich ist.

Literatur

[1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: http://matplotlib.org/.

[2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: http://www.scipy.org/.

[3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: http://www.numpy.org/.

[4] *PHYWE: Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer*. http://www.phywe-ru.com/index.php/fuseaction/download/lrn_file/versuchsanleitungen/P2540101/d/p2540101d.pdf. 7. Mai 2020.

[5] *The NIST Reference on Constants,Units and Uncertainty*. https://physics.nist.gov/cuu/Constants/. 7. Mai 2020.

[6] *Versuchsaneitung V603 - Compton Effekt*. TU Dortmund, 2020.