1，假设两个样本 $\{(\vec{V}_1,y_1)=((v_1,v_2)^T,1),(\vec{V}_2,y_2)=((-v_1,-v_2)^T,-1)\}$，假设 H 是这两个样本的最大间隔分类面，写出其表达式。令两特征 w_1, w_2，则H: $v_2 w_1 + v_1 w_2 = 0$

3，假设训练样本集为 $D=\{(\vec{x}_1,y_1)=((0,0)^T,-1),(\vec{x}_2,y_2)=((2,2)^T,-1),(\vec{x}_3,y_3)=((2,0)^T,1),(\vec{x}_4,y_4)=((3,0)^T,1)\}$，使用 QP 求解器时，$\vec{a}_n^T$(n=1,2,3,4)分别为多少？

$a_1^T=[-1\ \ 0\ \ 0]$ $\quad a_3^T=[1\ \ 2\ \ 0]$

$a_2^T=[-1\ \ -2\ \ -2]$ $\quad a_4^T=[1\ \ 3\ \ 0]$

4，假设训练样本集为：$D=\{(\vec{x}_1,y_1)=((1,1)^T,1),(\vec{x}_2,y_2)=((2,2)^T,1),(\vec{x}_3,y_3)=((2,0)^T,1),(\vec{x}_4,y_4)=((0,0)^T,-1),(\vec{x}_5,y_5)=((1,0)^T,-1),(\vec{x}_6,y_6)=((0,1)^T,-1)\}$，请分别在 $y_n(\vec{w}^T\vec{x}_n+b)\ge 1$ 和 $y_n(\vec{w}^T\vec{x}_n+b)\ge 5$ 的条件下用 Primal SVM 方法来设计最优分类面 $g(\vec{x})$，判断两种情况下的分类面是否一致，指出哪些是候选的支撑向量，并回答如何确认哪些是支撑向量。

解：$X=\begin{bmatrix}1&1\\2&2\\2&0\\0&0\\1&0\\0&1\end{bmatrix}^T$ $\quad Y=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\-1\\-1\\-1\end{bmatrix}$ ①由约束条件 $y_n(w^T\vec{x}_n+b)\ge 1$ 有

$$\begin{cases} w_1+w_2+b\ge 1\\ 2w_1+2w_2+b\ge 1\\ 2w_1+b\ge 1\\ -b\ge 1\\ -w_1-b\ge 1\\ -w_2-b\ge 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w_1\ge 2\\ w_2\ge 2\end{cases}$$ 由目标函数 $\frac{1}{2}w^Tw$ 最小得

$\begin{cases} w_1=2\\ w_2=2\end{cases}$ 代入约束条件得 $b=-3$，

$\therefore g(x)=\mathrm{sign}(2x_1+2x_2-3)$

$\mathrm{margin}(w)=\frac{\sqrt{2}}{4}$

支撑向量为 $(1,1)^T,(2,0)^T,(1,0)^T,(0,1)^T$

区分方法：约束条件取等于

②由约束条件 $y_n(w^T\vec{x}_n+b)\ge 5$ 有

$$\begin{cases} w_1+w_2+b\ge 5\\ 2w_1+2w_2+b\ge 5\\ 2w_1+b\ge 5\\ -b\ge 5\\ -w_1-b\ge 5\\ -w_2-b\ge 5\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w_1\ge 10\\ w_2\ge 10\end{cases}$$ 由目标函数 $\frac{1}{2}w^Tw$ 最小得

$\begin{cases} w_1=10\\ w_2=10\end{cases}$ 代入约束条件 $b=-15$

$\therefore g(x)=\mathrm{sign}(10x_1+10x_2-15)$

$\mathrm{margin}(w)=\frac{\sqrt{2}}{20}$

支撑向量仍为

$(1,1)^T,(2,0)^T,(1,0)^T,(0,1)^T$

8，假如做了非线性变换后的两个训练样本为：$\{(\vec{Z}_1,+1)=(\vec{z},1),(\vec{Z}_2,-1)=(-\vec{z},-1)\}$，在求解硬间隔 SVM 的对偶问题时，假定得到的最佳 $\alpha_1>0$，最佳 $\alpha_2>0$，请问最佳 b 为多少？

解：$\because \alpha_1>0, \alpha_2>0$ 两样本均为支撑向量

$\therefore w=\alpha_1\vec{z}+\alpha_2\vec{z}=(\alpha_1+\alpha_2)\vec{z}$ 且 $\alpha_1-\alpha_2=0$

有方程组

$$\begin{cases} w^Tz+b=1\\ -w^Tz+b=-1\end{cases} \Rightarrow b=0, w^Tz=1$$