

1. 设 x 服从概率密度函数 $p(x|\theta) = \begin{cases} (\theta+1)x^{(\theta+1)} & (0 < x < 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$, 样本 x_1, \dots, x_n 是从

分布 $p(x|\theta)$ 中独立抽取, 试用最大似然估计参数 θ 。

解:

$$L = \prod_{i=1}^n (\theta+1)x_i^{(\theta+1)} = (\theta+1)^n \prod_{i=1}^n x_i^{(\theta+1)}$$

$$\ln L = n \ln(\theta+1) + (\theta+1) \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

$$\frac{d \ln L}{d \theta} = \frac{n}{\theta+1} + \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0$$

$$\theta = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i} - 1$$