

t=0

$$\mathbf{w}_0^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w}_0^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w}_0^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

t=1时，对于第一个样本 $\vec{x}_1 = (1,1)^T$ ，则第一层神经元的输入为：

$$\begin{pmatrix} s_1^{(1)} \\ s_2^{(1)} \end{pmatrix} = (\mathbf{w}^{(1)})^T \vec{x}_1^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{则: } \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \max(0, s_1^{(1)}) \\ \max(0, s_2^{(1)}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

第二层神经元的输入为：

$$\begin{pmatrix} s_1^{(2)} \\ s_2^{(2)} \\ s_3^{(2)} \end{pmatrix} = (\mathbf{w}^{(2)})^T \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{则: } \begin{pmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix}$$

则第三层的输入为：

$$s_1^{(3)} = (\mathbf{w}^{(3)})^T \begin{pmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix} = 28$$

即输出 $\hat{y} = s_1^{(3)} = 28$

对于样本 \vec{x}_1 ，其标签为1，采用平方误差函数： $e_n = (y_n - \hat{y}_n)^2$ ，则：

$$\delta_1^{(3)} = -2(y_n - s_1^{(3)}) = -2(1 - 28) = 54$$

运用反向传播法，于是：

$$\delta_j^{(2)} = \sum_k (\delta_k^{(3)})(w_{jk}^{(3)}) \llbracket s_j^{(2)} \geq 0 \rrbracket = \delta_1^{(3)} w_{j1}^{(3)} \llbracket s_j^{(2)} \geq 0 \rrbracket$$