$$\frac{1}{2}\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{w}=\frac{1}{2}(w_1^2+w_2^2)\geqslant\frac{1}{2}(2^2+2^2)=4\text{取得最小值。}$$

可以验证 constraints 均满足。

故此时的最优分类面为

$$\boldsymbol{w}_1^T\boldsymbol{x}+b_1=0$$

其中$\boldsymbol{w}_1=[2\quad 2]^T, b_1=-3$。

可以验证，将$\boldsymbol{w}_1=[2\quad 2]^T, b_1=-3$代入上述 constraints 中有第 1、3、5、6 是严格等式，故候选支撑向量为$\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_3,\boldsymbol{x}_5,\boldsymbol{x}_6$。

由 Dual SVM 知识可知，当求解 Dual SVM 问题时，在如下式子中

$$\alpha_n(1-y_n(\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{x}_n+b))=0$$

$\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_3,\boldsymbol{x}_5,\boldsymbol{x}_6$满足$\alpha_n>0, y_n(\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{x}_n+b)=1$所对应的样本即为支撑向量。

（2）对于条件$y_n(\vec{w}^T\vec{x}_n+b)\geqslant 5$，可列出如下的式子

$$\min_{\boldsymbol{b},\boldsymbol{w}}\frac{1}{2}\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{w}$$

$$s.t.\begin{cases} w_1+w_2+b\geqslant 5\\ 2w_1+2w_2+b\geqslant 5\\ 2w_1+b\geqslant 5\\ -b\geqslant 5\\ -w_1-b\geqslant 5\\ -w_2-b\geqslant 5\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases} w_1\geqslant 10\\ w_2\geqslant 10\\ b\leqslant -15\end{cases}$$

当且仅当$w_1=10, w_2=10, b=-15$时有

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{w}=\frac{1}{2}(w_1^2+w_2^2)\geqslant\frac{1}{2}(10^2+10^2)=100\text{取得最小值，}$$

可以验证 constraints 均满足。