$\sin[\omega_0(n+\frac{2k\pi}{\omega_0})+\varphi]$

$x(n)=x(n+N)$ $\sin(\omega_0 n+\varphi)=\sin(\omega_0 n+2k\pi+\varphi)=\sin(\omega_0(n+\frac{2k\pi}{\omega_0})+\varphi)$

2.3 序列 $x(n)$ 满足什么条件才是周期序列？正弦序列是否在任何情况下都是周期序列？如果不是，请举例说明在什么条件下是周期序列？在什么条件下不是周期序列？

答①当 $x(n)$ 满足 $x(n)=x(n+N)$，$-\infty<n<\infty$ 且N为使其成立的最小正整数时称序列 $x(n)$ 为以N为周期的周期序列

②不一定，对于正弦序列 $x(n)=\sin(\omega_0 n+\phi)$ 有 $\sin(\omega_0 n+\phi)=\sin(\omega_0 n+\phi+2k\pi)=\sin[\omega_0(n+\boxed{\frac{2k\pi}{\omega_0}})+\phi]$

当 $p=\frac{2k\pi}{\omega_0}$ 为整数时，正弦序列有周期性，当p不为整数时，序列无周期性

2.1 判断下列序列是否为周期序列？若是，请确定其最小周期。

(1) $x(n)=A\cos\left(\frac{5\pi}{8}n+\frac{\pi}{6}\right)$

(2) $x(n)=e^{j\left(\frac{n}{8}-\pi\right)}$

(3) $x(n)=A\sin\left(\frac{3\pi}{4}n+\frac{\pi}{3}\right)$

$\frac{5}{8}\pi n+2k\pi$

$\frac{5}{8}\pi(n+\frac{16}{5}k)$

解 (1) $\because x(n)=A\cos(\frac{5}{8}\pi n+\frac{\pi}{6})$
$=A\cos(\frac{5}{8}\pi n+\frac{\pi}{6}+2k\pi)$
$=A\cos[\frac{5}{8}\pi(n+\frac{16}{5}k)+\frac{\pi}{6}]$

当 $\frac{16}{5}k$ 为整数，k=5时有最小周期16

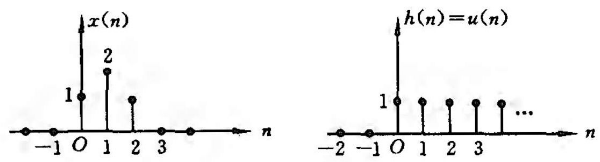
(2) $\because x(n)=e^{j(\frac{n}{8}-\pi)}=\cos(\frac{1}{8}n-\pi)+j\sin(\frac{1}{8}n-\pi)$
$=\cos(\frac{1}{8}n-\pi+2k\pi)+j\sin(\frac{1}{8}n-\pi+2k\pi)$
$=\cos[\frac{1}{8}(n+16k\pi)-\pi]+j\sin[\frac{1}{8}(n+16k\pi)-\pi]$

$\because$ 16kπ无论k取值始终为无理数，序列无周期性

(3) $x(n)=A\sin(\frac{3\pi}{4}n+\frac{\pi}{3})$
$=A\sin(\frac{3\pi}{4}n+\frac{\pi}{3}+2k\pi)$
$=A\sin[\frac{3}{4}\pi(n+\frac{8}{3}k)+\frac{\pi}{3}]$

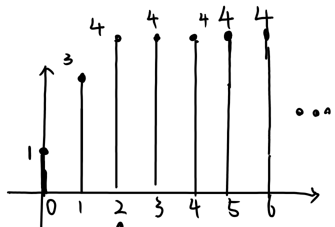
当 $\frac{8}{3}k$ 为整数，k=3时有最小周期8

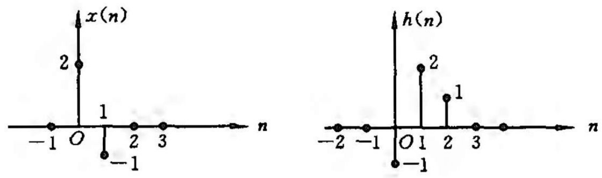
2.2 习题 2.2 图中，$x(n)$ 和 $h(n)$ 分别是线性非移变系统的输入和单位取样响应。计算并列的 $x(n)$ 与 $h(n)$ 的线性卷积 $y(n)$，并画出 $y(n)$ 的图形。



(a)

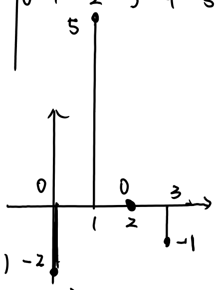
解 (a) $n=0$，$y(0)=1$
$n=1$，$y(1)=3$
$n\geq 2$，$y(2)=4$

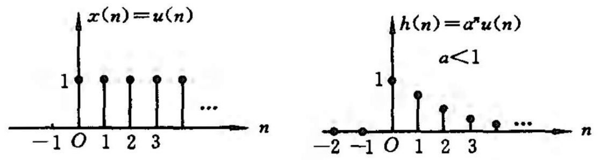




(b)

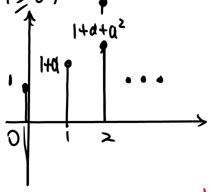
(b) $n=0$，$y(0)=-2$
$n=1$，$y(1)=5$
$n=2$，$y(2)=0$
$n=3$，$y(3)=-1$





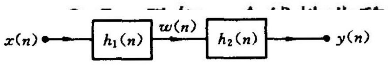
(c)

(c) $y(n)=\sum_{i=0}^{n}a^n \quad (n\geq 0)$
$=\frac{1-a^{n+1}}{1-a}$

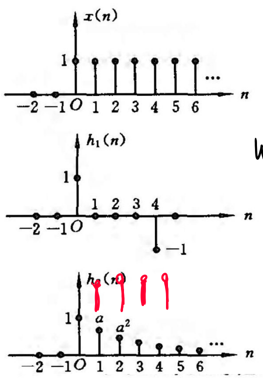


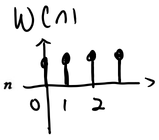
$y(n)=h(n)*x(n)$

2.4 习题 2.4 图所示的是单位取样响应分别为 $h_1(n)$ 和 $h_2(n)$ 的两个线性非移变系统的级联，已知 $x(n)=u(n)$，$h_1(n)=\delta(n)-\delta(n-4)$，$h_2(n)=a^n u(n)$，$|a|<1$，求系统的输出 $y(n)$。



解：$\because w(n)=h_1(n)*x(n)$
$=(\delta(n)-\delta(n-4))*u(n)$
$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}u(m)[\delta(n-m)-\delta(n-m-4)]$
$=u(n)-u(n-4)$





$\therefore y(n)=h_2(n)*w(n)$
$=[a^n u(n)]*[u(n)-u(n-4)]$
$=\sum_{m=-\infty}^{\infty}a^n u(m)[u(n-m)-u(n-m-4)]$

$$=\begin{cases}\frac{1-a^{n+1}}{1-a}, & 0\leq n\leq 3\\ \frac{a^{n-3}-a^{n+1}}{1-a}, & 4\leq n\end{cases}$$

2.7 判断下列系统是否为：(a)线性系统；(b)非移变系统；(c)稳定系统；(d)因果系统。

(2) $y(n)=x(n)\sin\left(\frac{2\pi}{3}n+\frac{\pi}{6}\right)$

(3) $y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)$

解 (2) (a) $T[a_1x_1(n)+a_2x_2(n)]=a_1x_1(n)\sin(\frac{2\pi}{3}n+\frac{\pi}{6})+a_2x_2(n)\sin(\frac{2\pi}{3}n+\frac{\pi}{6})$
$=a_1T[x_1(n)]+a_2T[x_2(n)]$
$=a_1y_1(n)+a_2y_2(n)$

线性

(b) $T[x(n-n_0)]=x(n-n_0)\sin(\frac{2\pi}{3}n+\frac{\pi}{6})$
$y(n-n_0)=x(n-n_0)\sin[\frac{2}{3}\pi(n-n_0)+\frac{\pi}{6}]$

移变

(c) 令 $x(n)=\delta(n)$，$h(n)=\delta(n)\sin(\frac{2}{3}\pi n+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$ 冲激信号

$\therefore \sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|=\frac{1}{2}$

稳定

稳定 ⇔ 绝对可和

$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|$ 有限

(d) $h(n)\cdot u(n)=h(n)$

因果 → 检验 $h(n)$ 因果

$h(n)=h(n)u(n)$

(3) (a) $T[a_1x_1(n)+a_2x_2(n)]=\sum_{k=-\infty}^{n}a_1x_1(k)+\sum_{k=-\infty}^{n}a_2x_2(k)$
$=a_1\sum_{k=-\infty}^{n}x_1(k)+a_2\sum_{k=-\infty}^{n}x_2(k)$
$=a_1T[x_1(n)]+a_2T[x_2(n)]$
$=a_1y_1(n)+a_2y_2(n)$

线性

(b) $T[x(n-n_0)]=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k-n_0)$

令 $i=k-n_0$ 有
$\sum_{i=-\infty}^{n-n_0}x(i)=\sum_{k=-\infty}^{n-n_0}x(k)=y(n-n_0)$

非移变

(c) 令 $x(n)=\delta(n)$，$h(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}\delta(k)$

$\therefore \sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|=\infty$

不稳定

(d) $h(n)\cdot u(n)\neq h(n)$

非因果