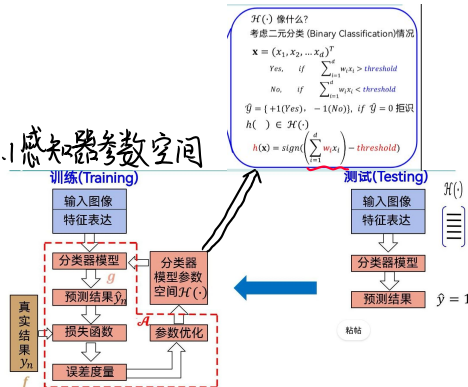


2.2.1 感知器参数空间



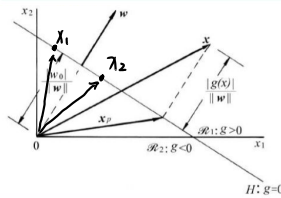
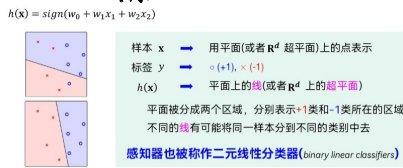
用向量形式表示感知器模型

$$h(\mathbf{x}) = \text{sign}(\sum_{i=1}^d w_i x_i - \text{threshold}) = \text{sign}(\sum_{i=1}^d w_i x_i + (-\text{threshold}) \cdot (x_{d+1}))$$

$$= \text{sign}(\sum_{i=1}^d w_i x_i) = \text{sign}(\mathbf{w}^T \mathbf{x})$$

\mathbf{w} 向量内积 (余弦相似度)

用向量几何分析感知器模型



该分类面上有 x_1 和 x_2 两点

$$g(x_1) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_1 + w_0 = 0$$

$$g(x_2) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_2 + w_0 = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{w}^T (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{w} \perp (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$$

权重向量垂直于分类面

$$\text{点到直线的距离 } d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{g(x_0)}{\|\mathbf{w}\|}$$

对于 $x \in D$ 在特征平面上分类面上点

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_p + r \frac{\mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|}$$

$$\therefore g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \mathbf{x} + w_0 = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_p + w_0 + r \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|}$$

$$= r \|\mathbf{w}\|$$

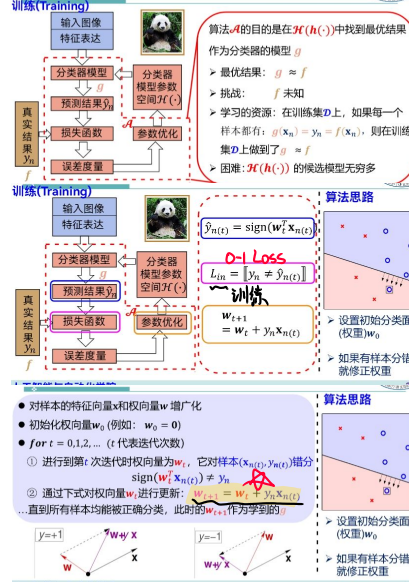
$$\therefore r = \frac{g(\mathbf{x})}{\|\mathbf{w}\|} \Rightarrow \text{当 } \mathbf{x} \rightarrow \text{分类面时 } g(\mathbf{x}) = 0, r = \frac{w_0}{\|\mathbf{w}\|}$$

$$\therefore r = \frac{w_0}{\|\mathbf{w}\|}$$

$$\therefore r = \frac{w_0}{\|\mathbf{w}\|}$$

$$\therefore r = \frac{w_0}{\|\mathbf{w}\|}$$

2.2.2 感知器算法 PLA



2.2.3 感知器算法收敛性

PLA 收敛 \Leftrightarrow 算法停止 $\Leftrightarrow \mathbf{w}$ 对 D 上所有样本正确的分类

D 上所有样本线性可分

