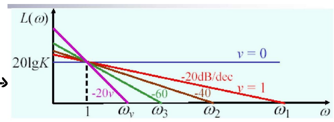
由开环频率特性分析闭环性能

1. 三频段理论分析系统性能(开环对数幅频特性)

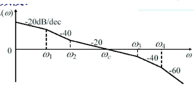
- 低频段 (第一个转折频率 ω_1 之前的频段) 系统的稳态性能
- 中频段 ($\omega_1 \to 10\omega_c$) 动态性能
- 高频段 (最后转折频率之后的频段) 抗干扰的能力

(1) 低频段 ⇒ 由型别和K决定

斜率大 ⇐ 型别越高, 稳态性能越好 (稳态准确性, 用时域分析章节表格)

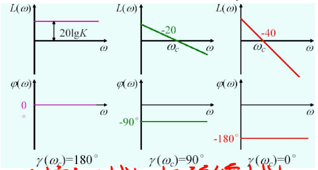


(2) 高频段 ⇒ 要求衰减快, 抗扰动性能高 (高频噪声 ↓) $|G(s)| \ll 1$ $G_B(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} \Longrightarrow |G_B(s)| \approx |G(s)| \ll 1$



最好 -40dB/dec 或 -60dB/dec 斜率 斜率大

(3) 中频段 (ω_c 附近) ⇒ 系统的相对稳定性 (二阶系统相对稳定性与动态性能)

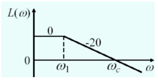


最小相位系统相位裕量主要取决于开环对数幅频特性中频段斜率

低频段/高频段斜率, 中频段带宽对系统相位裕量有影响

斜率负的越大, 相位裕度越小

* ① 低频斜率变化对 γ 影响



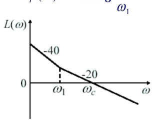
$$G(s)H(s) = \frac{K}{(\frac{1}{\omega_1}s+1)}$$

$$\varphi(\omega) = -arctg\frac{\omega}{\omega_1} \qquad \gamma = 180^\circ - arctg\frac{\omega_c}{\omega_1} > 90^\circ$$

低频带有更大的斜率将导致相位裕量减小

影响大小与 $\frac{\omega_c}{\omega_1}$ 有关

ω_1 离 ω_c 越远影响越小



$$G(s)H(s) = \frac{K(\frac{1}{\omega_1}s+1)}{s^2}$$

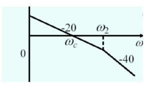
$$\varphi(\omega) = -180^\circ + arctg\frac{\omega}{\omega_1} \qquad \gamma = arctg\frac{\omega_c}{\omega_1} > 45^\circ$$

② 高频斜率变化对 γ 影响

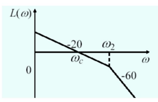
$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(\frac{1}{\omega_2}s+1)}$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - arctg\frac{\omega}{\omega_2}$$

$$\gamma = 90^\circ - arctg\frac{\omega_c}{\omega_2} > 45^\circ$$



高频带有更大斜率同样导致相位裕度减小

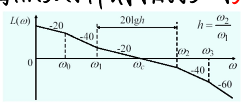


ω_2 离 ω_c 越远影响越小

$$G(s)H(s) = \frac{K\omega_2^2}{s(s^2+2\zeta\omega_2 s+\omega_2^2)}$$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - arctg\frac{2\zeta\frac{\omega}{\omega_2}}{1-(\frac{\omega}{\omega_2})^2} \qquad \gamma = 90^\circ - arctg\frac{2\zeta\frac{\omega_c}{\omega_2}}{1-(\frac{\omega_c}{\omega_2})^2} > 0^\circ$$

③ 高、低频斜率对 γ 的影响 频带宽度



$$\gamma = 90^\circ - arctg\frac{\omega_c}{\omega_0} + arctg\frac{\omega_c}{\omega_1} - arctg\frac{\omega_c}{\omega_2} - arctg\frac{\omega_c}{\omega_3}$$

当 $\omega_1 \ll \omega_c \ll \omega_2$

$$\gamma \approx arctg\frac{\omega_c}{\omega_1} - arctg\frac{\omega_c}{\omega_2} > 0$$

ω_1, ω_2 离 ω_c 越远, $h = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ 越大, 相位裕度越大

当 $\omega_c = \sqrt{\omega_1\omega_2} = \frac{\omega_2}{\sqrt{h}} = \omega_1\sqrt{h}$ 时 几何中心

γ 最大 $\gamma_{max} = \arctan\sqrt{h} - \arctan\frac{1}{\sqrt{h}} = \arctan\frac{h-1}{2\sqrt{h}}$

-20dB/dec 经过剪切频率 ⇒ γ 一定大于 0 副相一稳定

设计合理系统
- 中频段的斜率以 20dB/dec 为宜
- 低/高频段可有更大斜率
  - 低频段斜率大, 提高稳态性能
  - 高频段斜率大, 抗高频干扰能力强

* 中频段应有足够带宽以保证系统相位裕量 ⇒ BW ↑, γ(ω) ↑

ω_c 大小取决于系统快速性要求 ⇒ ω_c 越大快速性好, 抗扰能力下降

	频段		对应性能		希望形状
L(ω)	低频段	开环增益 K; 系统型别 v	稳态误差 e_{ss}		陡, 高
	中频段	剪切频率 ω_c; 相位裕度 γ	动态性能	σ%; t_s	缓, 宽
	高频段	系统抗高频干扰的能力			低, 陡

2. 二阶系统稳定裕度与时域性能指标关系 (γ, ω_c ; σ_p, t_s)

对标准二阶系统 $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}$ 有剪切频率 ω_c

$$|G(j\omega_c)| = 1 \Rightarrow \frac{\omega_n^2}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+4\zeta^2\omega_n^2}} = 1$$

$$\Rightarrow \omega_c^4 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_c^2 - \omega_n^4 = 0$$

解得 $\omega_c = \omega_n\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2} \Rightarrow (\frac{\omega_c}{\omega_n})^2 = \sqrt{4\zeta^4+1} - 2\zeta^2$

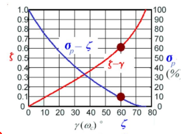
$$\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan(\frac{\omega_c}{2\zeta\omega_n}) = \arctan\frac{2\zeta\omega_n}{\omega_c}$$

代入 $\frac{\omega_c}{\omega_n}$ 有

$$\gamma = \arctan\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}}$$ 仅与阻尼比有关

而 $\sigma_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

故 σ_p 与 γ 有确定关系

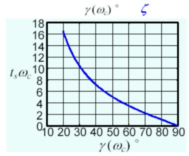


$\gamma = 60^\circ \to \zeta = 0.6 \to \sigma_p = 10\%$

ω_n 与 ω_c 有关, 均与 γ 有关

$$t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} = \frac{3\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}}{\zeta\omega_c} = \frac{6}{\omega_c\tan\gamma}$$

$$t_s\omega_c = \frac{3\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}}{\zeta} = \frac{6}{\tan\gamma}$$



故 对确定的 ζ (或 γ(ω_c)), t_s 与 ω_c 成反比

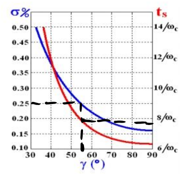
二阶系统 γ 和 ω_c 与系统动态性能密切相关

3. 高阶系统稳定裕度与时域性能指标的关系

$35^\circ \le \gamma \le 90^\circ$ 且进行曲线拟合

$$\sigma_p = [0.16 + 0.4(\frac{1}{\sin\gamma} - 1)] \times 100\%$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c}[2 + 1.5(\frac{1}{\sin\gamma} - 1) + 2.5(\frac{1}{\sin\gamma} - 1)^2]$$



$L(\omega) = 1 \Rightarrow \omega_c \Rightarrow \gamma \Rightarrow t_s = \frac{6}{\omega_c\tan\gamma}$; $\Rightarrow \sigma_p$

系统参数 ζ, ω_n

开环频域稳定裕度 γ(ζ) ; $\omega_c(\zeta\omega_n) \uparrow \Rightarrow t_s \downarrow$ ⇔ 时频性能 $\sigma_p(\zeta)$; $t_s(\zeta\omega_n)$