

$$\frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_1} = \sum_{n=1}^4 \frac{\partial E_{in}(\vec{x}_n)}{\partial \vec{w}_1} = (\hat{y}_1 - 1)\vec{x}_1 + (\hat{y}_1 - 1)\vec{x}_2 + \hat{y}_2\vec{x}_3 + \hat{y}_3\vec{x}_4$$

$$= (1 - 1)\vec{x}_1 + (1 - 1)\vec{x}_2 + 1\vec{x}_3 + 0\vec{x}_4 = (1, 0, 3)^T$$

同理，我们可以得到： $\frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_2} = 0\vec{x}_1 + 0\vec{x}_2 + (0 - 1)\vec{x}_3 + 0\vec{x}_4 = (-1, 0, -3)^T$ ，

$$\frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_3} = 0\vec{x}_1 + 0\vec{x}_2 + 0\vec{x}_3 + (1 - 1)\vec{x}_4 = (0, 0, 0)^T$$

用梯度下降法对 \vec{w}_k 进行更新：

$$\vec{w}_1^{(2)} = \vec{w}_1^{(1)} - \frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_1} = (0.67, 5, 3)^T - (1, 0, 3)^T = (-0.33, 5, 0)^T$$

$$\vec{w}_2^{(2)} = \vec{w}_2^{(1)} - \frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_2} = (-0.33, -1, 0)^T - (-1, 0, -3)^T = (0.67, -1, 3)^T$$

$$\vec{w}_3^{(2)} = \vec{w}_3^{(1)} - \frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_3} = (-0.33, -4, -3)^T - (0, 0, 0)^T = (-0.33, -4, -3)^T$$

根据 $\vec{w}_1^{(2)}$ ， $\vec{w}_2^{(2)}$ 和 $\vec{w}_3^{(2)}$ ，我们用式（1）得到：

$$\text{对于 } \vec{x}_1, \text{ 我们有: } s_1 = \vec{w}_1^T \vec{x}_1 = (-0.33, 5, 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 14.67, \quad s_2 = \vec{w}_2^T \vec{x}_1 =$$

$$(0.67, -1, 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = -2.33, \quad s_3 = \vec{w}_3^T \vec{x}_1 = (-0.33, -4, -3) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = -12.33$$

利用式（2），我们可以得到： $\hat{y}_1 = \frac{e^{s_1}}{e^{s_1} + e^{s_2} + e^{s_3}} = 1.00$ ， $\hat{y}_2 = \frac{e^{s_2}}{e^{s_1} + e^{s_2} + e^{s_3}} =$

0.00 ， $\hat{y}_3 = \frac{e^{s_3}}{e^{s_1} + e^{s_2} + e^{s_3}} = 0.00$ ，即， $\vec{\hat{y}}_1 = (1.00, 0.00, 0.00)^T$ ，对照 $\vec{y}_1 = (1, 0, 0)^T$ ，

此时对于样本 \vec{x}_1 分类是正确的。

同理：对于 \vec{x}_2 ，我们有 $s_1 = 14.67$ ， $s_2 = 15.67$ ， $s_3 = -30.33$ ，对应的我们

可以计算出 $\vec{\hat{y}}_2 = (0.27, 0.73, 0.00)^T$ ，对照 $\vec{y}_2 = (1, 0, 0)^T$ ，此时对于样本 \vec{x}_2 分类是错误的。

对于 \vec{x}_3 ，我们有 $s_1 = -0.33$ ， $s_2 = 9.67$ ， $s_3 = -9.33$ ，对应的我们可以计算

出 $\vec{\hat{y}}_3 = (0.00, 1.00, 0.00)^T$ ，对照 $\vec{y}_3 = (0, 1, 0)^T$ ，此时对于样本 \vec{x}_3 分类是正确的。