

1. 有两类样本  $\omega_1$  和  $\omega_2$ ，已知先验概率  $P(\omega_1)=0.2$  和  $P(\omega_2)=0.8$ ，类概率密度函数如下：

$$p(x|\omega_1) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad p(x|\omega_2) = \begin{cases} x-1 & 1 \leq x < 2 \\ 3-x & 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

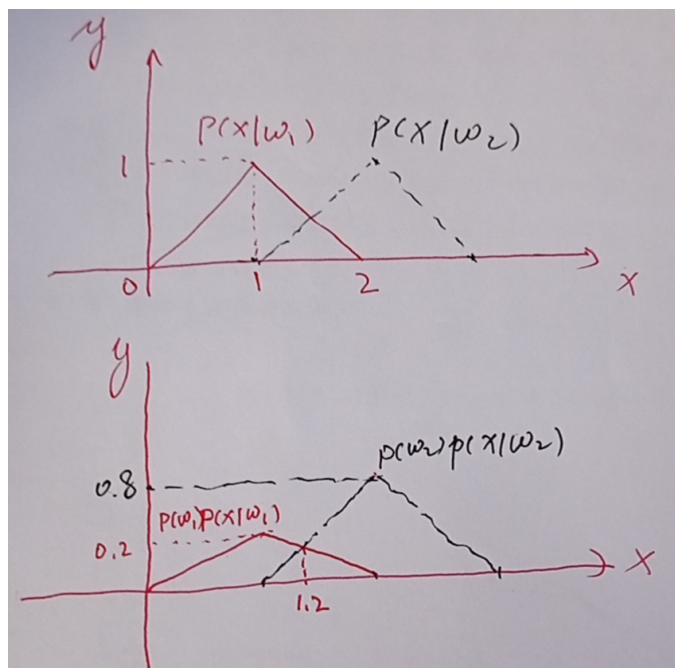
- (1) 求贝叶斯最小误判概率准则下的判决域，并判断样本  $x=1.5$  属于哪一类；
- (2) 求总错误概率  $P(e)$ ；
- (3) 假设正确判断的损失  $\lambda_{11}=\lambda_{22}=0$ ，误判损失分别为  $\lambda_{12}$  和  $\lambda_{21}$ ，若采用最小损失判决准则， $\lambda_{12}$  和  $\lambda_{21}$  满足怎样的关系时，会使上述对样本  $x=1.5$  的判断相反？

答：

(1) 在  $1 \leq x \leq 2$  范围内两个类别才有交集，所以只需要考虑这一段的决策域。

$$g(x) = 0.2 \times (2-x) - 0.8 \times (x-1) = 1.2 - x = 0$$

所以，决策面为  $x=1.2$ ，如下图所示。 $x < 1.2$  判决为第一类，否则就判决为第二类。所以样本  $x=1.5$  属于第 2 类。



$$P(e) = P(\omega_1) \int_{\Gamma_2} p(X|\omega_1) dX + P(\omega_2) \int_{\Gamma_1} p(X|\omega_2) dX$$

(2)

$$= (2-1.2) \times 0.5 \times 0.16 + (1.2-1) \times 0.5 \times 0.16 = 0.08$$