

7, 有训练样本集为: $D = \{(\vec{x}_1, y_1) = ((1, 1)^T, 1), (\vec{x}_2, y_2) = ((-1, -1)^T, 1), (\vec{x}_3, y_3) = ((-1, 1)^T, -1), (\vec{x}_4, y_4) = ((1, -1)^T, -1)\}$,

假设某神经网络结构为第一层有两个神经元, 第二层有三个神经元, 第三层有一个神经元, 前两层每个神经元的激活函数为ReLU (即 $x_d^{(l)} = \max(0, s_d^{(l)})$, 这里 $s_d^{(l)}$ 代表第 l 层第 d 个神经元的输入, $x_d^{(l)}$ 代表该神经元的输出), 第三层为线性输出, 即 $\hat{y} = s_1^{(3)}$ 。误差函数为: $E_{in} = \frac{1}{N} \sum_n (y_n - \hat{y}_n)^2$, 学习率为0.01。假设初始权系数矩阵定义如下:

$$\mathbf{w}_0^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{w}_0^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{w}_0^{(3)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

其中 \mathbf{w} 的下标0代表迭代次数为0 (即初始状态), 上标数字分别代表第1、2、3层。要求将上述训练样本集的样本用反向传播法按顺序进行一轮训练, 写出每一次迭代时各层的权系数矩阵, 即: $t=1$ 时, 进入样本 \vec{x}_1 , 得到 $\mathbf{w}_1^{(1)}$ 、 $\mathbf{w}_1^{(2)}$ 和 $\mathbf{w}_1^{(3)}$; $t=2$ 时, 进入样本 \vec{x}_2 , 得到 $\mathbf{w}_2^{(1)}$ 、 $\mathbf{w}_2^{(2)}$ 和 $\mathbf{w}_2^{(3)}$; $t=3$ 时, 进入样本 \vec{x}_3 , 得到 $\mathbf{w}_3^{(1)}$ 、 $\mathbf{w}_3^{(2)}$ 和 $\mathbf{w}_3^{(3)}$; $t=4$ 时, 进入样本 \vec{x}_4 , 得到 $\mathbf{w}_4^{(1)}$ 、 $\mathbf{w}_4^{(2)}$ 和 $\mathbf{w}_4^{(3)}$

解:

(1) 算法步骤描述:

假设训练样本集有 N 个样本 $\{\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n, \dots, \vec{x}_N\}$, 每个样本有 d 维特征, 写成增广向量后是 $d+1$ 维, $\vec{x}_n = (1, x_{n1}, \dots, x_{nd})^T$, 将神经网络的输入层当第0层, 所以写为: $\vec{x}_n^{(0)} = (1, x_{n1}^{(0)}, \dots, x_{nd}^{(0)})^T$, 当 $d=2$ 时, $\vec{x}_n^{(0)} = (1, x_{n1}^{(0)}, x_{n2}^{(0)})^T$

假设第一层有两个神经元, 第二层有三个神经元, 第三层有一个神经元。

第一层、第二层和第三层的权系数矩阵分别为: