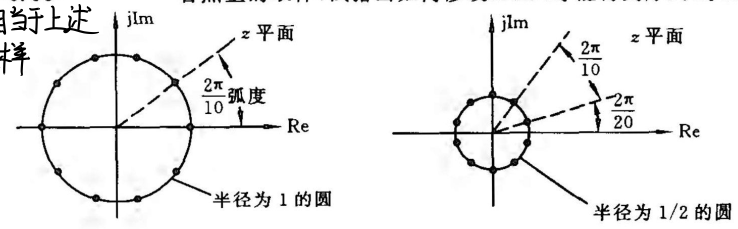
$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) z^{-n}$

$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$

$X(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$

3.13 有限长序列的离散傅里叶变换相当于其 z 变换在单位圆上的取样。例如，10 点序列 $x(n)$ 的离散傅里叶变换相当于 $X(z)$ 在单位圆 10 个等分点上的取样，如习题 3.13 图(a)所示。为求出习题 3.13 图(b)所示圆周上 $X(z)$ 的等间隔取样，即 $X(z)$ 在 $z=0.5e^{j[(2\pi k/10)+(\pi/10)]}$ 各点上的取样，试指出如何修改 $x(n)$，才能得到序列 $x_1(n)$，使其傅里叶变换相当于上述 Z变换采样



(a) (b)

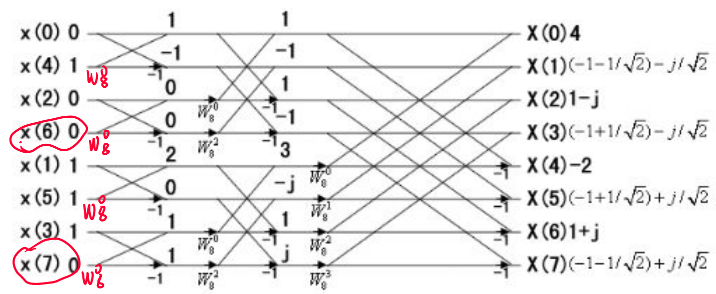
$X(z)\big|_{z=\frac{1}{2}e^{j(\frac{k}{5}\pi+\frac{\pi}{10})}} = \sum_{n=0}^{9} x(n)[\frac{1}{2}e^{j(\frac{k}{5}\pi+\frac{\pi}{10})}]^{-n} = \sum_{n=0}^{9} x(n)(\frac{1}{2})^{-n} e^{-\frac{jn\pi}{10}} W_{10}^{nk}$

$x_1(n) = x(n)(\frac{1}{2})^{-n} e^{-j\frac{n\pi}{10}}$

计算的流程图。

3.16 设 $x(n)=\{0,1,0,1,1,1\}$，现对 $x(n)$ 进行谱分析。画出 FFT 的流程图，FFT 算法任选。并计算出每级蝶形运算的结果。

解：图 P3.16_1 所示的为时间轴选 8 点 FFT 的流程图和每级蝶形运算的结果。



图P3.16_1

3.18 使用 FFT 对一模拟信号作谱分析，已知：①频率分辨率 $F \leq 5$Hz，②信号最高频率 $f_0 =$ 1.25kHz。试确定下列参数：

分隔谱峰的能力

采样频率

$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{t_p}$ ⇒ 采样前模拟信号长度

↳ 采样点数

（1）最小记录长度 t_p； $t_p = \frac{1}{F} \geq \frac{1}{5Hz} = 0.2s$

（2）取样点的最大时间间隔 T； $T \leq \frac{1}{2f_0} = \frac{1}{2\times 1.25kHz} = 0.4ms$ f_s

（3）一个记录长度中的最少点数。 $N = \frac{t_p}{T} \geq \frac{0.2s}{0.4ms} = 500$

$x(n)$，否则产生时域混叠现象。

※抽样点数 ≥ 周期长度 $t_p f_s$；采样频率 $f_s \geq 2f_{max}$

例： 有一调幅信号

$$x_a(t) = [1+\cos(2\pi\times 100t)]\cos(2\pi\times 600t)$$

用DFT做频谱分析，要求能分辨 $x_a(t)$ 的所有频率分量，问

(1)抽样频率应为多少赫兹（Hz）？

(2)抽样时间间隔应为多少秒（Sec）？

(3)抽样点数应为多少点？

(4)若用 $f_s = 3$kHz频率抽样，抽样数据为512点，做频谱分析，求 $X(k) = DFT[x(n)]$，512点，并粗略画出 $X(k)$ 的幅频特性 $|X(k)|$，标出主要点的坐标值。

解：

$$x_a(t) = [1+\cos(2\pi\times 100t)]\cos(2\pi\times 600t)$$
$$= \cos(2\pi\times 600t) + \frac{1}{2}\cos(2\pi\times 700t) + \frac{1}{2}\cos(2\pi\times 500t)$$

（1）抽样频率应为 $f_s \geq 2\times 700 = 1400Hz$

（2）抽样时间间隔应为

$$T_s \leq \frac{1}{f_s} = \frac{1}{1400} = 0.00072Sec = 0.72ms$$

(3) $x(n) = x_a(t)\big|_{t=nT_s}$ $\frac{1}{1400}n$

$$= \cos\left(2\pi\times\frac{6}{14}n\right) + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi\times\frac{7}{14}n\right) + \frac{1}{2}\cos\left(2\pi\times\frac{5}{14}n\right)$$

$x(n)$为周期序列，周期$N = 14$

∴抽样点数至少为14点

或者因为频率分量分别为500、600、700Hz

得 $F_0 = 100$Hz 基

$N = f_s / F_0 = 1400/100 = 14$

∴最小记录点数$N = 14$

$\frac{1}{2}\cos(a+b) + \frac{1}{2}\cos(a-b)$

$\cos(\alpha\pm\beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$