

$$\frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_2} = 0\vec{x}_1 + 0\vec{x}_2 + (0 - 1)\vec{x}_3 + 0.11\vec{x}_4 = (-0.89, -0.33, -3)^T,$$

$$\frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_3} = 0\vec{x}_1 + 0\vec{x}_2 + 0\vec{x}_3 + (0.89 - 1)\vec{x}_4 = (-0.11, 0.33, 0)^T$$

用梯度下降法对 $\vec{w}_k$ 进行更新：

$$\vec{w}_1^{(4)} = \vec{w}_1^{(3)} - \frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_1} = (0.40, 7.19, 4.38)^T - (1, 0, 3)^T = (-0.60, 7.19, 1.38)^T$$

$$\begin{aligned}\vec{w}_2^{(4)} &= \vec{w}_2^{(3)} - \frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_2} = (-0.06, -3.19, -1.38)^T - (-0.89, -0.33, -3)^T \\ &= (0.83, -2.86, 1.62)^T\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{w}_3^{(4)} &= \vec{w}_3^{(3)} - \frac{\partial E_{in}}{\partial \vec{w}_3} = (-0.33, -4, -3)^T - (-0.11, 0.33, 0)^T \\ &= (-0.22, -4.33, -3)^T\end{aligned}$$

根据 $\vec{w}_1^{(4)}$ ,  $\vec{w}_2^{(4)}$ 和 $\vec{w}_3^{(4)}$ , 我们用式 (1) 得到：

$$\begin{aligned}\text{对于 } \vec{x}_1, \text{ 我们有: } s_1 &= \vec{w}_1^T \vec{x}_1 = (-0.60, 7.19, 1.38) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 20.97, s_2 = \vec{w}_2^T \vec{x}_1 = \\ &(0.83, -2.86, 1.62) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = -7.75, s_3 = \vec{w}_3^T \vec{x}_1 = (-0.18, -4.45, -3) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &-13.21\end{aligned}$$

利用式 (2), 我们可以得到:  $\hat{y}_1 = \frac{e^{s_1}}{e^{s_1} + e^{s_2} + e^{s_3}} = 1.00$ ,  $\hat{y}_2 = \frac{e^{s_2}}{e^{s_1} + e^{s_2} + e^{s_3}} = 0.00$ ,  $\hat{y}_3 = \frac{e^{s_3}}{e^{s_1} + e^{s_2} + e^{s_3}} = 0.00$ , 即,  $\vec{\hat{y}}_1 = (1.00, 0.00, 0.00)^T$ , 对照 $\vec{y}_1 = (1, 0, 0)^T$ , 此时对于样本 $\vec{x}_1$ 分类是正确的。

同理：对于 $\vec{x}_2$ , 我们有 $s_1 = 29.25$ ,  $s_2 = 1.97$ ,  $s_3 = -31.21$ , 对应的我们可以计算出 $\vec{\hat{y}}_2 = (1.00, 0.00, 0.00)^T$ , 对照 $\vec{y}_2 = (1, 0, 0)^T$ , 此时对于样本 $\vec{x}_2$ 分类是正确的。

对于 $\vec{x}_3$ , 我们有 $s_1 = 3.54$ ,  $s_2 = 5.69$ ,  $s_3 = -9.22$ , 对应的我们可以计算出 $\vec{\hat{y}}_3 = (0.10, 0.90, 0.00)^T$ , 对照 $\vec{y}_3 = (0, 1, 0)^T$ , 此时对于样本 $\vec{x}_3$ 分类是正确的。