

Lecture7-8 作业

1 , 假设两个样本 $\{(\vec{V}_1, y_1) = ((v_1, v_2)^T, 1), (\vec{V}_2, y_2) = ((-v_1, -v_2)^T, -1)\}$, 假设 H 是这两个样本的最大间隔分类面, 写出其表达式。

解: 两个样本关于原点对称, 最大间隔分类面会垂直于两个样本的连线, 且穿过原点, 即样本连线的斜率与分类面 (分类线) 斜率的乘积为 -1, 而样本连线的斜率为 $\frac{v_2}{v_1}$, 所以, 分类面 (线) 的斜率为: $-\frac{v_1}{v_2}$, 且 $b=0$ 。

所以, 最大间隔分类面为:

$$x_2 = -\frac{v_1}{v_2} x_1$$

$$\text{即: } v_1 x_1 + v_2 x_2 = 0$$

2 , 假设三个样本为 $D = \{(\vec{x}_1, y_1) = ((3, 0)^T, 1), (\vec{x}_2, y_2) = ((0, 4)^T, 1), (\vec{x}_3, y_3) = ((0, 0)^T, -1)\}$, 计算这三个样本到平面: $x_1 + x_2 = 1$ 的距离。

解: $d = \frac{|\vec{w}^T \vec{x} + b|}{\|\vec{w}\|}$

$$x_1 + x_2 = 1 \rightarrow x_1 + x_2 - 1 = 0$$

$$d_1 = \frac{|\vec{w}^T \vec{x}_1 + b|}{\|\vec{w}\|} = \frac{|(1, 1) \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} - 1|}{\sqrt{(1^2 + 1^2)}} = \sqrt{2}$$

$$d_2 = \frac{|\vec{w}^T \vec{x}_2 + b|}{\|\vec{w}\|} = \frac{|(1, 1) \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} - 1|}{\sqrt{(1^2 + 1^2)}} = \frac{3}{2} \sqrt{2}$$