

3, 总结梯度下降法、随机梯度下降法、Adagrad、RMSProp、动量法 (Momentum) 和 Adam 等方法权系数更新表达式。

解: 对于任意的损失函数  $L$ , 假设任一单个样本  $n$  的梯度  $\nabla L_n(\mathbf{w})$ ,  $t$  代表迭代次数

(1) 梯度下降法:

$$\nabla L_{in}(\mathbf{w}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \nabla L_n(\mathbf{w})$$

$$\mathbf{w}_{t+1} \leftarrow \mathbf{w}_t - \eta \nabla L_{in}(\mathbf{w}_t)$$

(2) 随机梯度下降法:

$$\nabla L_{in}(\mathbf{w}) = \frac{1}{B} \sum_{n=1}^B \nabla L_n(\mathbf{w}), B \text{ 代表批量大小, 最小可以为 } 1$$

$$\mathbf{w}_{t+1} \leftarrow \mathbf{w}_t - \eta \nabla L_{in}(\mathbf{w}_t)$$

(3) Adagrad:

$$\nabla L_{in}(\mathbf{w}) = \frac{1}{B} \sum_{n=1}^B \nabla L_n(\mathbf{w})$$

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{t+1} \sum_{t=0}^t (\nabla L_{in}(\mathbf{w}))^2 + \varepsilon}, \varepsilon \text{ 代表极小量, 防止 } \sigma_t \text{ 为 } 0$$

$$\mathbf{w}_{t+1} \leftarrow \mathbf{w}_t - \frac{\eta}{\sigma_t} \nabla L_{in}(\mathbf{w}_t)$$

(4) RMSProp:

$$\nabla L_{in}(\mathbf{w}) = \frac{1}{B} \sum_{n=1}^B \nabla L_n(\mathbf{w})$$

$$\sigma_{t-1} = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{t=0}^{t-1} (\nabla L_{in}(\mathbf{w}))^2}$$

$$\sigma_t = \sqrt{\alpha (\sigma_{t-1})^2 + (1 - \alpha) (\nabla L_{in}(\mathbf{w}))^2 + \varepsilon}$$

$$\mathbf{w}_{t+1} \leftarrow \mathbf{w}_t - \frac{\eta}{\sigma_t} \nabla L_{in}(\mathbf{w}_t)$$

(5) 动量法 (Momentum):