

1. 对于图 5.7 中的 v_{ih} ，试推导出 BP 算法中的更新公式 (5.13) 。

$\Delta v_{ih} = -\eta \frac{\partial E_k}{\partial v_{ih}}$ ，因 v_{ih} 只在计算 b_h 时用上，所以 $\frac{\partial E_k}{\partial v_{ih}} = \frac{\partial E_k}{\partial b_h} \frac{\partial b_h}{\partial v_{ih}}$ ，其中 $\frac{\partial b_h}{\partial v_{ih}} = \frac{\partial b_h}{\partial a_h} \frac{\partial a_h}{\partial v_{ih}} = \frac{\partial b_h}{\partial a_h} x_i$ ，所以 $\frac{\partial E_k}{\partial v_{ih}} = \frac{\partial E_k}{\partial b_h} \frac{\partial b_h}{\partial a_h} x_i = -e_h x_i$ ，即得原书中5.13式。

2. 试述式 (5.6) 中学习率的取值对神经网络训练的影响。

学习率太高会导致误差函数来回震荡，无法收敛；而学习率太低则会收敛太慢，影响训练效率。

3. Minsky 与 Papert 指出：单层感知机因为是线性模型，所以不能表示复杂的函数，如异或 (XOR)。验证单层感知机为什么不能表示异或。

假设感知机模型可以表示异或问题，即满足异或函数(XOR)输入与输出的情况（见第1步）。假设 x 向量只有两个维度 x_1, x_2 ：

1. 根据 $x_1 = 0, x_2 = 0, f(x) = -1$ ，则 $w \cdot x + b < 0$ ，可得 $b < 0$ ；
2. 根据 $x_1 = 0, x_2 = 1, f(x) = 1$ ，则 $w_2 + b > 0$ ，结合 $b < 0$ ，可得 $w_2 > -b > 0$ ；
3. 根据 $x_1 = 1, x_2 = 0, f(x) = 1$ ，则 $w_1 + b > 0$ ，结合 $b < 0$ ，可得 $w_1 > -b > 0$ ；
4. 根据 $x_1 = 1, x_2 = 1$ ，并结合 $w_1 + b > 0, w_2 > 0$ ，则 $w_1 + w_2 + b > 0$ ，可得 $f(x) = 1$ ，与异或条件中的 $f(x) = -1$ 矛盾。

所以假设不成立，原命题成立，即感知机模型不能表示异或。

4. 正样本点是 $x_1 = (3, 3)^T, x_2 = (4, 3)^T$ ，负样本点是 $x_3 = (1, 1)^T$ ，试用梯度下降算法求解感知机模型，模型参数初值取 0。

表 2.1 例 2.1 求解的迭代过程

迭代次数	误分类点	w	b	$w \cdot x + b$
0		0	0	0
1	x_1	$(3, 3)^T$	1	$3x^{(1)} + 3x^{(2)} + 1$
2	x_3	$(2, 2)^T$	0	$2x^{(1)} + 2x^{(2)}$
3	x_3	$(1, 1)^T$	-1	$x^{(1)} + x^{(2)} - 1$
4	x_3	$(0, 0)^T$	-2	-2
5	x_1	$(3, 3)^T$	-1	$3x^{(1)} + 3x^{(2)} - 1$
6	x_3	$(2, 2)^T$	-2	$2x^{(1)} + 2x^{(2)} - 2$
7	x_3	$(1, 1)^T$	-3	$x^{(1)} + x^{(2)} - 3$
8	0	$(1, 1)^T$	-3	$x^{(1)} + x^{(2)} - 3$