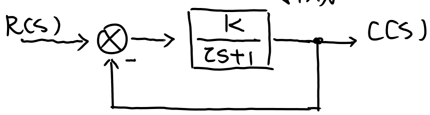
比例积分




$\frac{k}{\tau s+1+k}$ = $\frac{\frac{k}{1+k}}{\frac{\tau}{1+k}s+1}$ $k_B$

一阶系统动态阶跃响应及性能指标

$G_k(s)=\frac{k}{\tau s+1}$ ($\tau$为开环时间常数，k为开环放大系数)

该一阶系统闭环传函为

$G_B(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{k}{1+s\tau+k}=\frac{\frac{k}{k+1}}{Ts+1}=\frac{k_B}{Ts+1}$ 有误差 $\frac{1}{k}$

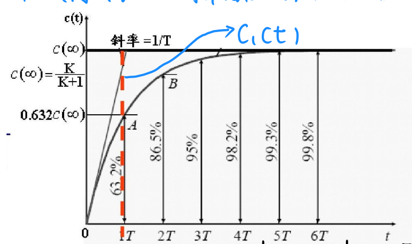
($T=\frac{\tau}{k+1}$ 闭环系统时间常数，$k_B=\frac{k}{k+1}$ 闭环系统放大系数) ⇒ k>0，T<τ 表明通过反馈，闭环时间常数小于开环时间常数，反馈加快动态过程，抗干扰能力提升

$r(t)=1(t)$ ($R(s)=\frac{1}{s}$)时，有输出响应的拉氏变换

$C(s)=\frac{\frac{k_B}{T}}{s+\frac{1}{T}}\cdot\frac{1}{s}=\frac{k_B}{s}-\frac{k_B}{s+\frac{1}{T}}$

取C(s)拉氏反变换有一阶系统的单位阶跃响应

$c(t)=k_B(1-e^{-\frac{t}{T}})$




对响应c(t)求导数 $\frac{dc(t)}{dt}=\frac{k}{\tau}e^{-\frac{k+1}{\tau}t}$ ↓

t=0时c(t)变化率最大，$\frac{dc(t)}{dt}\Big|_{t=0}=\frac{k}{\tau}e^{-\frac{k+1}{\tau}t}\Big|_{t=0}=\frac{k}{\tau}$

曲线 $C_1(t)=\frac{k}{\tau}t$ 当t=T时 $C_1(t)$达稳态

(1) 响应的稳态

t→∞时输出响应的值

$c(\infty)=k_B=\frac{k}{k+1}$，k→∞，c(∞)→1

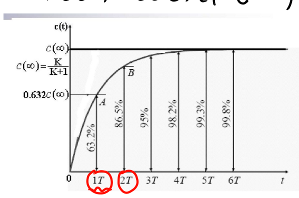
但k不可能为无穷 ⇒ 系统存在$\boxed{\text{稳态误差}}$

$e(\infty)=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{t\to\infty}[r(t)-c(t)]=1-c(\infty)=\frac{1}{k+1}$

(2) 响应的动态过程 ⇒ 指标均与时间常数相关

$c(t)=k_B(1-e^{-\frac{t}{T}})$，$t\geq0$ → $T=\frac{\tau}{k+1}$

⇒ $c(t)=c(\infty)(1-e^{-\frac{t}{T}})$，$c(\infty)=k_B$




t=3T，c(3T)=0.95c(∞) 5%误差

t=4T，c(4T)=0.982c(∞) 2%误差

响应曲线经过3T/4T的时间后进入稳态 ⇒ $t_s=3T/4T$

延滞时间 $t_d$，$c(t_d)=c(\infty)(1-e^{-\frac{t_d}{T}})=\frac{1}{2}c(\infty)$

⇒ $t_d=-T\ln0.5=0.69T$

上升时间 $t_r$ (10%~90%所需时间)

$\begin{cases} c(t_1)=c(\infty)(1-e^{-\frac{t_1}{T}})=0.1c(\infty) \\ c(t_2)=c(\infty)(1-e^{-\frac{t_2}{T}})=0.9c(\infty) \end{cases}$

⇒ $t_r=t_2-t_1=-T(\ln0.9-\ln0.1)=2.2T$

※没有超调量，$\sigma_p=0$

一阶系统的单位速度响应

$\left.\begin{aligned} C(s)&=\frac{k_B}{Ts+1}R(s) \\ R(s)&=\frac{1}{s^2} \end{aligned}\right\}$ ⇒ $C(s)=\frac{k_B}{Ts+1}\cdot\frac{1}{s^2}=k_B(\frac{1}{s^2}-\frac{T}{s}+\frac{T}{s+\frac{1}{T}})$

由反拉氏变换 $c(t)=k_B(t-T+Te^{-\frac{t}{T}})$，$t\geq0$

| | 阶跃 | 斜坡 |
|---|---|---|
| 输入 | $r(t)=1$ | $r(t)=t$ |
| 输出 | $c(t)=K_B(1-e^{-t/T})$ | $c(t)=K_B(t-T+Te^{-\frac{t}{T}})$ |

※阶跃响应也是斜坡响应的导数

※闭环系统比开环系统动态过程快，抗干扰性能增加