**Аксиоматизация натуральных чисел в МТС через степень петли (Аксиома Пеано-МТС):**
В рамках Метатеории связей (МТС) натуральные числа определяются как **длины повторяющихся последовательностей связей**, формализуемые через оператор степени петли $a^n$.
Введём следующие аксиомы:

## 1. Аксиома базовой длины (ноль)

Существует **базовая длина** $0$, соответствующая ассоциативному корню $\infty$:

$$0 \equiv \infty.$$

**Смысл:**
$\infty$ — минимальная длина, не содержащая явных связей (полное самозамыкание).

## 2. Аксиома инкремента (следующая длина)

Для любой связи $a$ и длины $n$, существует **следующая длина** $n+1$, определяемая как:

$$a^{n+1} \equiv a^n \to a.$$

**Пример:**

- $a^1 \equiv a,$
- $a^2 \equiv a \to a,$
- $a^3 \equiv (a \to a) \to a.$

## 3. Аксиома уникальности длин

Разные длины соответствуют разным степеням:

$$a^n \equiv a^m \implies n \equiv m \quad \text{и} \quad a \equiv a.$$

**Смысл:**
Длина последовательности однозначно определяет степень.

## 4. Аксиома запрета самозамкнутости для не-∞

Никакая длина $n \geq 1$ не может быть эквивалентна $\infty$:

$$a^n \not\equiv \infty \quad \text{при } n \geq 1.$$

## 5. Аксиома индукции

Если свойство $P$ выполняется для:

1. Базовой длины $0 \equiv \infty$,

2. Для любой длины $n$, из $P(n)$ следует $P(n+1)$,
   то $P$ выполняется для **всех длин**.

## Связь с оператором степени петли

- **Натуральное число** $n$ — это длина последовательности $a^n$.
- **Пример чисел:**
  - $1 \equiv a^1 \equiv a$,
  - $2 \equiv a^2 \equiv a \to a$,
  - $3 \equiv a^3 \equiv (a \to a) \to a$.

## Интеграция с ассоциативными числами (ачислами)

Натуральные числа кодируются как **ассоциативные числа** через абиты $1$ (наличие связи) и $0$ (отсутствие):

- $1 \equiv \infty 1$,
- $2 \equiv \infty 11$,
- $3 \equiv \infty 111$.

## Пример формализации

1. **Базовый случай:**

$$0 \equiv \infty.$$

2. **Индуктивный шаг:**

$$1 \equiv a^1 \equiv a, \quad 2 \equiv a^2 \equiv a \to a, \quad 3 \equiv a^3 \equiv (a \to a) \to a.$$

## Итог

Аксиомы Пеано адаптированы для МТС следующим образом:

1. **Ноль** — базовая длина $\infty$.
2. **Инкремент** — добавление связи $a$ к предыдущей длине.
3. **Уникальность** — каждая длина соответствует уникальной степени.
4. **Индукция** — доказательство свойств для всех длин через базовый случай и шаг.

Таким образом, натуральные числа в МТС — это **степени связей**, где каждое число есть длина их последовательности.