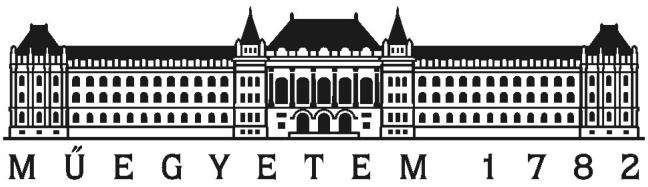


TDK DOLGOZAT

Elsőéves hallgatók pandémia előtti és alatti bemeneti adatainak elemzése modern adattudományi eszközökkel

Köller Donát Ákos & Vlaszov Artúr
BME Matematikus MSc

Témavezető: Szilágyi Brigitta
Geometria Tanszék

BME Matematika Intézet
Budapest
2022

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés

....

2. Fogalmak és definíciók

Ez a szekció csak egy placeholder azon definícióknak, amiket még nem tudtam hova beépíteni

- **One-vs-Rest elv:** Bináris osztályozó algoritmusok esetén használt eljárás, amely többosztályos osztályozási feladat esetén használatos. Lényege, hogy minden osztály esetén képezünk egy új virtuális osztályt, amely az összes többi osztályt tartalmazza, majd minden ilyen osztálypár esetén a bináris osztályozó meghatározza a kérdéses adatrekord esetén az osztályba tartozási valószínűségeket. Végül azt a címkét prediktáljuk a rekordnak, amely osztály esetén a legnagyobb ez a valószínűség.

3. A kognitív tesztről

(ez a rész nem tudom, hogy kell-e)

4. Adatprepació

4.1. Adatok jellemzése, adattisztítás

Az adatokat az EduBase és Neptun rendszerből lekérve nyertük több adattábla formájában. A táblákból a kutatáshoz használt adatok egyrészt olyan bemeneti adatok, amelyeket a szemeszter első hetéig bezárólag érnek el a hallgatók, másrészt olyan teljesítménymutatók, amelyekről csak a félév végén van információnk (utóbbiak prediktálására építünk modelleket a prediktív analitikai részben). Ezek egy része alapvetően rendelkezésünkre állt a táblákból, másokat a meglévő sorokból és oszlopokból megfelelő *feature engineering* segítségével hoztunk létre. A változók pontos megnevezése és jellege az 1. táblázatban látható.

Emelt érettségi	Bináris változó arra vonatkozóan, hogy a hallgató matematikából emelt érettségit tett-e.
Matematika tagozat	Bináris változó arra vonatkozóan, hogy a hallgató matematika tagozatos volt-e.
Szak	Kategorikus változó, a hallgató szaka a VBK-n.
Matematika 1. blokk	Az elsőéves VBK hallgatók által írt kognitív teszt matematika részén az 1-4. kérdésekre adott helyes válaszok száma.
Matematika 2. blokk	A kognitív teszt matematika részén az 5-10. kérdésekre adott helyes válaszok száma.
Matematika 3. blokk	A kognitív teszt matematika részén a 11-14. kérdésekre adott helyes válaszok száma.
Kognitív eredmény	A kognitív teszt kognitív készségeket mérő részén elért százalékos teljesítmény (0-100-as skálán).
0. ZH pontszám	A BME központi 0. ZH-n elért pontszám.
Tanulmányi pont	A felvételi pontszám tanulmányi pontokból származó része.
Érettségi pont	A felvételi pontszám érettségi pontokból származó része.
Többletpont	A felvételi pontszám többletpontokból származó része.
Matematika A1a	A Matematika A1a tárgyból szerzett érdemjegy.
Kumulált átlag	Az első félév végén megállapított kumulált átlag.

1. táblázat. A vizsgált változók a két évben

A felderítő és modellezési fázisban használt adattáblát a rendelkezésre álló táblák megfelelő mértékű tisztításából, majd ezt követő Neptun-kód alapú összeillesztéséből nyertük. Ezen műveleteket Python-ban valamint R-ben végeztük el.

A kezdeti adattáblák közül a matematika és kognitív eredményeket tartalmazó adatsor

tisztítására volt a legnagyobb szükség, ugyanis az EduBase rendszerben az egyes oszlopokra vonatozó mezőket a hallgatók töltötték ki, így a kategorikus változók nem voltak rendszerezve. Először egységesítettük a szakmegnevezést ("Vegyészmérnöki", "Biomérnöki", "Környezetmérnöki"), ahol pedig nem volt egyértelmű a szak, azt "UNKNOWN"-ra állítottuk. Ezt követően a teszten elért matematika és kognitív eredményt százalékos formátumról 0-1 közötti tizedestört formátumra változtattuk, valamint létrehoztunk 3 új oszlopot, amely a matematikateszt 3 blokkjában helyesen megválaszolt kérdések számát mutatja. Végül a vizsgálataink szempontjából irreleváns oszlopokat eltávolítottuk, valamint azon oszlopokat is kiszűrtük, amelyek értéke a többiből egyértelműen következtethető volt.

A kumulált átlagokat, felvételi pontszámokat illetve 0. ZH eredményeket tartalmazó tábláknál egy-egy hiányos és/vagy anomáliás sor, illetve az irreleváns oszlopok eltávolításán kívül nem volt szükség adattisztításra, a matematika jegyeket tartalmazó tábla pedig minden hallgató minden Matematika A1a tárgyból tett vizsgaalkalmáról és az azon szerzett érdemjegyről tartalmazott adatrekordot, így ezekből meg kellett határozni azt a végső érdemjegyet, amellyel a hallgató a tárgyat elvégezte. A végső összeillesztés során 10-20 fős sorvesztéssel is kellett számolnunk mindkét évben, ugyanis voltak olyan hallgatók, akikről nem minden táblában volt adat (vagy azért, mert nem írtak kognitív tesztet, vagy azért, mert az első félév vége előtt elhagyták a szakot). Az így kapott adattáblák, amelyek a 2019-es és 2021-es évet reprezentálják, rendre 230 és 220 adatrekordot tartalmaztak. ...

5. Felderítő adatelemzés a két évben

A felderítő elemzés célja az adatok ábrázolása egyszerűen és gyorsan, annak érdekében, hogy az adattípusok egyszerű viszonyai szemléletesen áttekinthetőek legyenek. Erre a célra alkalmasak a oszlopdiagramok, szórásdiagramok, folyamatábrák és más grafikonok.

5.1. Általános ábrák

5.2. Folyamatábrák (Sankey-diagramok)

A Sankey-diagramok olyan folyamatábrák, amelyekben az ábrázolt folyamok szélessége arányos a megfelelő folyamértékekkel. Ezáltal könnyen ábrázolhatóak adott állapotok közötti folyamok, illetve ezek egymással vett aránya. Egy hátránya van, hogy egy ábrán csak két osztálycsoport között olvashatjuk le az áramlásokat. Ha egy harmadik osztálycsoportot is belehelyezünk, és csak a másodikkal kötjük össze, akkor az első és a harmadik közötti vándorlások nem jelennek meg rajta. Emiatt lesz némi redundancia a lentebb ismertetett ábrákban.
Dolgozatunkban hat opciót vizsgáltunk a két évben az elérhető adatoknak megfelelően. Mindkét esetben az állapotok a hallgatók valamely eredményét jelentették, például felvételi pontszámot.

- 2019:

    1. matematikai teszt 1.,2. és 3. részeiben helyesen megoldott feladatok száma.
    2. kognitív teszt eredmény - *A1* jegy - *A2* jegy.

- 2019 és 2021:

    1. tanulmányi hozott pontszám - érettségi pontszám - *A1* jegy.
    2. felvételi pontszám - nulladik ZH - kognitív teszt eredmény.
    3. felvételi pontszám - kognitív teszt eredmény - *A1* jegy - kumulált átlag.
    4. felvételi pontszám - kognitív teszt eredmény - első féléves átlag - kumulált átlag.

Az első két esetben csak a 2019-es évfolyamról volt adat. Az utolsó esetben 2021-ben megegyezett a kutatás idejében az első féléves és a kumulált átlag, így ennél az utóbbi értelemszerűen nem lett még egyszer beletéve.

A matematikai teszt részeinek eredményein és az *A1*, *A2* jegyeken kívül a többi változó folytonos volt, így szükség volt ezek diszkretizálására. Öt-öt osztály lett létrehozva minden

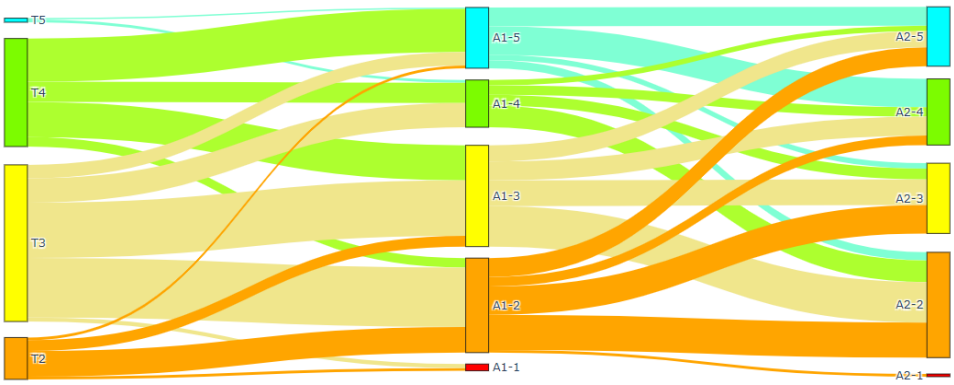
esetben, de nem feltétlenül került mindegyikbe hallgató. Az átlagok kerekítve lettek, a felvételi, kognitív teszt és nulladik zh pontszámok ekvidisztáns módon lettek felosztva.

A *felvételi pontszám - nulladik ZH - kognitív teszt eredmény* változatban a nulladik zh és a teszt eredményei nullától az elérhető pontszámig lettek felosztva 20%-os lépésközökkel. Továbbá a felvételi pontszám a legalacsonyabb értéktől 500 pontig. A többi változat a kutatás későbbi szakaszában készült, így a folytonos mutatók az értékkészletük terjedelme szerint lettek felosztva, nem az elérhető pontszámok alapján.

Ezután *for ciklus* használatával elkészültek a tranzíciós mátrixok. Ezen mátrixok i-edik sorának j-edik eleme azt mutatta, hogy az egyik változó i-edik osztályában hány olyan hallgató volt, aki a másik változó j-edik osztályába került. Ez a folyamok szélességének megadásához volt szükséges.

A *plotly.graph_objects* könyvtár *go.Sankey* függvényével lettek elkészítve egyenként az ábrák. Minden esetben meg kellett adni számozva a kiinduló és beérkező állapotokat, így a középső csoportok mindkét listában szerepeltek. A program index alapján kapcsolta össze a két listából az állapotokat, továbbá kellett egy harmadik lista, amelynek a megfelelő indexű eleme a két állapot közötti folyam mérete. Ezen kívül a folyamokhoz és magukhoz az állapotokhoz is színeket kellett még rendelni, ismét egy-egy listában, figyelve az indexeket.

Végül a kirajzolódott ábrát kellett még kézileg igazítani, ugyanis az eredmények csoportjai nem feltétlenül álltak megfelelő sorrendben a függőleges tengelyen, illetve azokban az esetekben, amikor nem volt mind az öt osztályban hallgató, egy-egy csoport átcsúszott egy másik eredmény oszlopába. Ezek nem okoztak gondot, ugyanis a csoport mozgatásával a hozzátartozó sávok automatikusan mozogtak együtt.



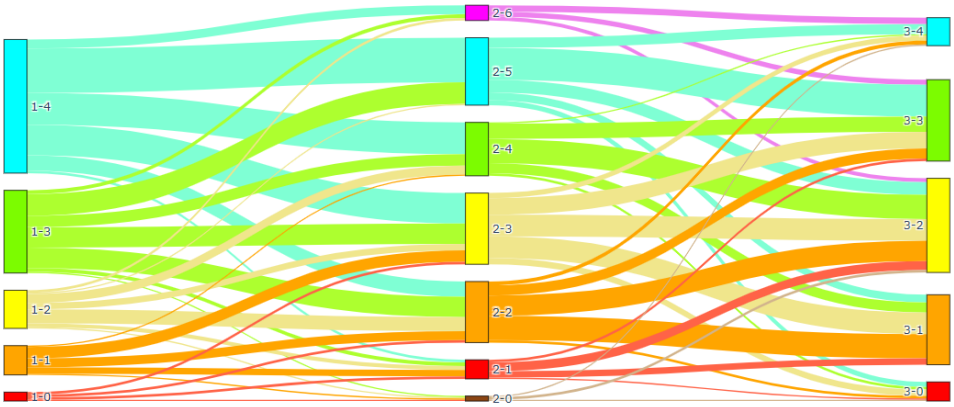
1. ábra. 2019. Kognitív teszt eredmény - *A1* jegy - *A2* jegy

A 2021-es gólyák a kutatás idejében még nem vehették fel az *A2* tárgyat, így értelemszerűen csak a 2019-es évfolyamra készült ez az ábra.

Az ábrán rögtön látható, hogy a kognitív tesztben mindenki 20% felett teljesített, de nagyon kevés hallgatónak sikerült 80%-nál magasabb eredményt elérni. Ehhez képest az tantárgyakon elért jegyek eloszlása egyenletesebb.

Látható, hogy akik a teszten gyengébben teljesítettek, azok a későbbiekben többnyire rosszabb jegyeket szereztek, de nem kevesen javítottak is. A jobban teljesítők szintén tartották általában a szintet, de itt sem elhanyagolható azok száma, aki rontott. Meglepő a kettesről négyes-ötösre javítók és az ötösről rosszabb jegyekre rontó hallgatók aránya a teljes viszonylatban.

Összességében sejthető, hogy egy hallgató teljesítménye a teszt során összefügg a további teljesítményével, de viszonylag sok esetben van jelentős romlás, illetve javulás.

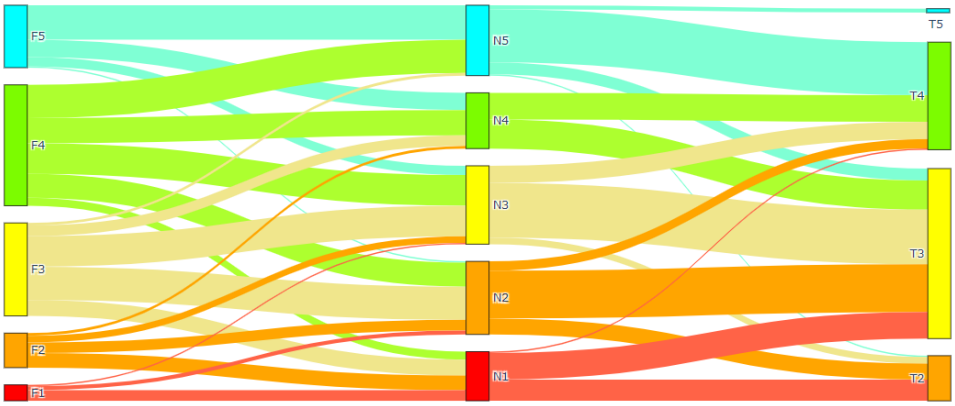


2. ábra. 2019. Matematikai teszt 1. blokk - 2. blokk - 3. blokk helyes válaszok száma

A teszt matematikai részének a komplexitása a blokkonként nőtt, így érdekes volt megvizsgálni, hogyan teljesítettek a hallgatók, és hogyan viszonyul egymáshoz a helyes válaszaik száma a különböző blokkokban.

Rögtön látszik, hogy az első blokkban a hibátlan (négyes) osztály a legnagyobb, és a rosszabb eredmények száma csökken. Ez várható, hiszen itt alapismeretek voltak felmérve. A második és harmadik blokknál teljesen más a kép, a közepes osztályok körülbelül azonosak, a szélsők pedig kicsik, jobban hasonlít a normális eloszlásra.

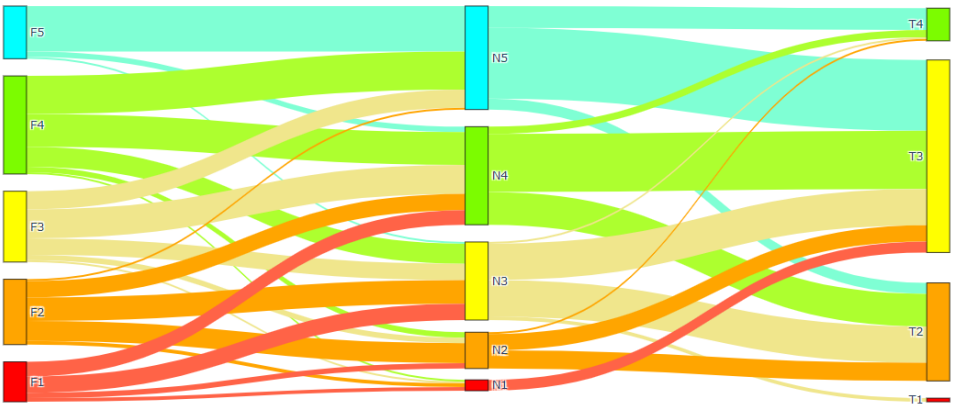
A folyamok egészen változatosak. Az ábra közepén erősen szétoszlanak, de a széleihez közelítve kisebb trendek megfigyelhetők. Például a második blokkban minden kérdésre helyesen válaszolt hallgatók az első blokkban is többnyire szinte csak helyesen válaszoltak.



3. ábra. 2019. Felvételi - 0. zh - kognitív teszt pontszámok

Az ábrán főleg a 0. zh-ból a tesztbe menő folyamokon látszik egy erős tendencia. Igaz itt még a régebbi, teljes szerezhető pontszám szerinti felosztás van, így csak négy osztály jött létre, de nagyon kevés többosztálynyi ugrás van, tehát feltehető, hogy erősen összefügg a 0. zh és a kognitív teszt eredménye.

Ami a felvételi és 0. zh pontszámok kapcsolatait illeti, a folyamok egészen szerteágazóak, de itt is fennáll, hogy a közel hasonló teljesítmények között szélesebbek, mint a nagyobb különbségek esetén.

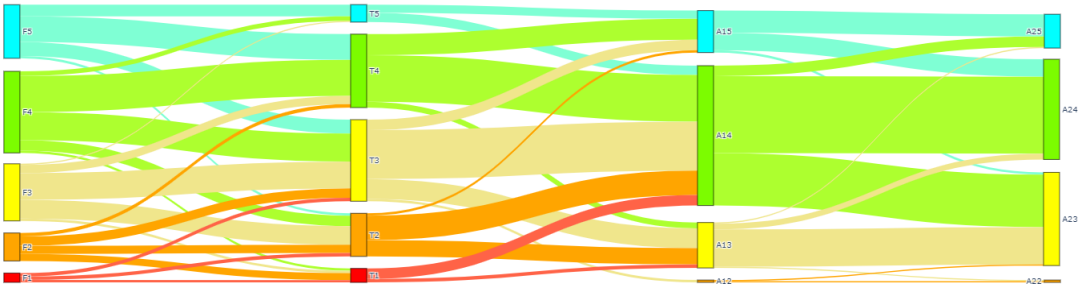


4. ábra. 2021. Felvételi - 0. zh - kognitív teszt pontszámok

Annak ellenére, hogy a tesztes oszlop a 2019-es tesztes oszlopra hasonlít, csak fejjel lefelé, ez a valós eloszlás. Valóban, míg 2019-ben nem volt 20% alatti eredmény, itt fordítva, nem volt 80% fölötti. A felvételi pontszámok arányai romlottak, arányosan nagyobbak lettek az alsó osztályok. Ellenkezőleg a 0. zh eredményei javultak, nagyobbak a magasabb pontszámhoz tartozó osztályok arányai.

Ami a folyamokat illeti, többnyire hasonlóak a tendenciák, bár érdekes, hogy akiknek a legrosszabb lett a 0. zh, a kognitív teszt közepesen ment. Itt is mondható, hogy a jobban teljesítő hallgatók többnyire mindenből jól teljesítettek, illetve a gyengébbek között ritkábbak voltak a jobb eredmények. Ennek ellenére itt is szerteágazóak a folyamok,

tehát összefüggés van, de nem nagyon erős.

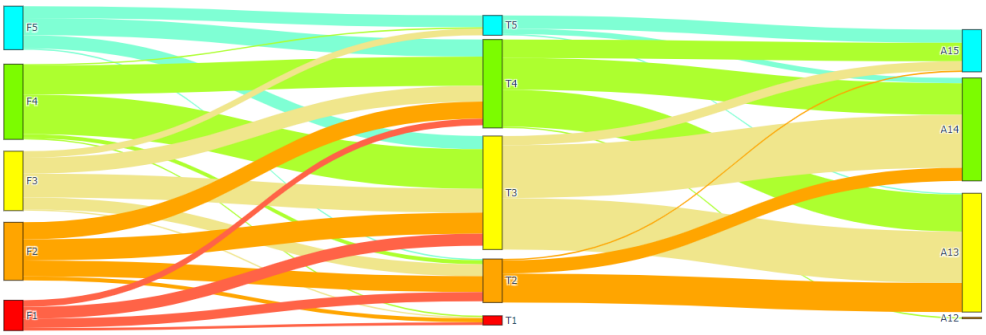


5. ábra. 2019. Felvételi - kognitív teszt pontszám - első féléves átlag - kumulált átlag

Ezen az ábrán már közvetlenül láthatóak a felvételi és kognitív teszt eredményeinek viszonyai, azonban itt már az értékkészlet van felosztva ekvidisztánsan. Ez abban is megnyilvánul, hogy a teszt pontszámosztályainak mások az arányai.

Két előnye volt az értékkészlet szerinti osztályozásnak: gyorsabb volt (egy függvényre volt csak szükség), illetve így az eredmények egymáshoz képest való relatív eloszlása jobban látszik. Míg a régebbi ábrán nagyon nagy a hármas osztály, mert a legtöbben 40-60% körüli eredményeket értek el, itt az látszik, hogy a legjobb és legrosszabb dolgozatok pontszámai között, a terjedelem 20%-ával lépkedve milyen a hallgatók eloszlása. Így az lesz valóban "középtájban", aki a többi hallgató pontszámához képest átlaghoz közeli pontszámot szerzett, nem pedig az a sok tanuló, aki 40-60%-ot ért el.

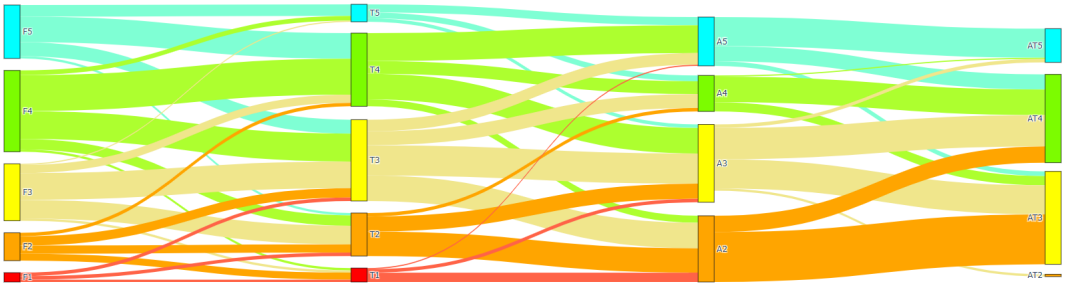
Visszatérve az ábrára, a fentebb megfigyelt tendenciák lényegében ismétlődnek, jó eredményeket jók, rosszakat rosszak követik nagyrészt, de továbbra is változatosak a folyamok. Összefüggőség szempontjából jó jel, hogy a legjobb teszteredményt elérők négyesnél rosszabb átlagot nem értek el. Sőt nagyon sok hallgatónak volt négyes az átlaga az első félévben, ami nagyrészt kétfelé oszlott az idő elteltével, többen megtartották, de sokan rontottak hármasra, páran javítottak. A többi átlagértékkel hasonló a helyzet, inkább megmaradt, mint javult vagy romlott.



6. ábra. 2021. Felvételi - kognitív teszt pontszám - első féléves átlag

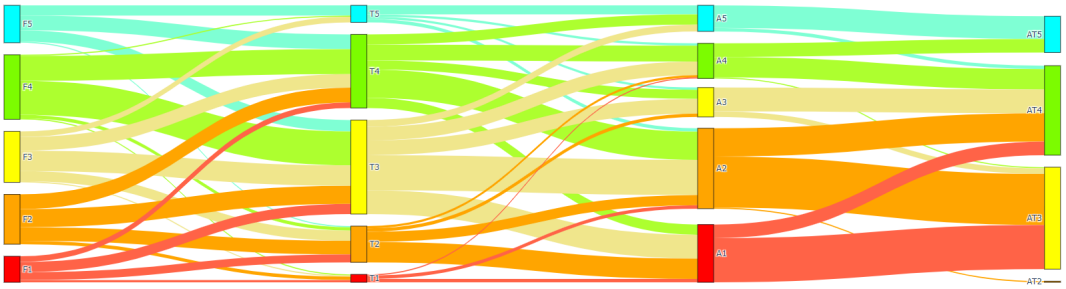
A kutatás során ez az évfolyam még az első évében volt, így csak első féléves átlagokról volt adatunk. Ettől eltekintve 2019-hez képest több hallgatónak volt relatíve gyengébb

a felvételi pontszáma, de ennek megfelelően többen is "javítottak". Az átlagok eloszlása romlott, aránylag több hármas és kevesebb négyes, illetve ötös lett.



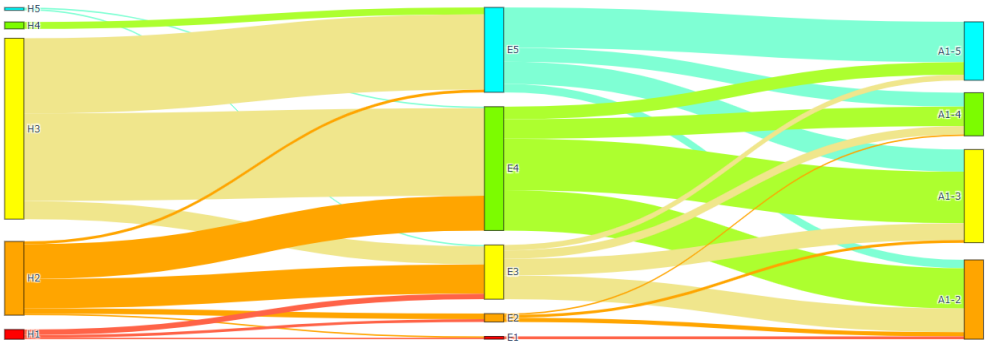
7. ábra. 2019. Felvételi - kognitív teszt pontszám - *A1* jegy - kumulált átlag

Az első két oszlop viszonyát már láttuk, az újdonság az *A1* jegy az első féléves átlag helyett. Ettől függetlenül a tendenciák változatlanok, azok szereztek jobb, illetve rosszabb jegyet, akik rendszerint jobban, illetve rosszabban írták meg a tesztet. A trendet továbbra erősíti a jegyek és átlagok viszonya, bár értelemszerűen nem meglepő, hogy a két dolog összefügg.



8. ábra. 2021. Felvételi - kognitív teszt pontszám - *A1* jegy - első féléves átlag

Szembetűnő, hogy az *A1* jegyek valamilyen okból kifolyólag erősen romlottak. Míg 2019-ben nem bukott egy hallgató sem, itt majdnem a csoport negyedének nem sikerült elvégezni a tárgyat, sőt olyanoknak is, akik a legjobbak között voltak a teszt alapján. Továbbá a csoportnak több, mint a fele nem tudott kettesnél jobb jegyet szerezni. Fentebb láttuk, hogy az átlagok is romlottak, de ezek szerint nem olyan mértékben, mint az *A1* jegyek. Érdekes, hogy az egyest és kettest szerzett hallgatók mégis nagyrészt hármas, sőt nem kevesen négyes átlagot szereztek. Ettől függetlenül a szokásos trendek itt is megmutatkoznak.

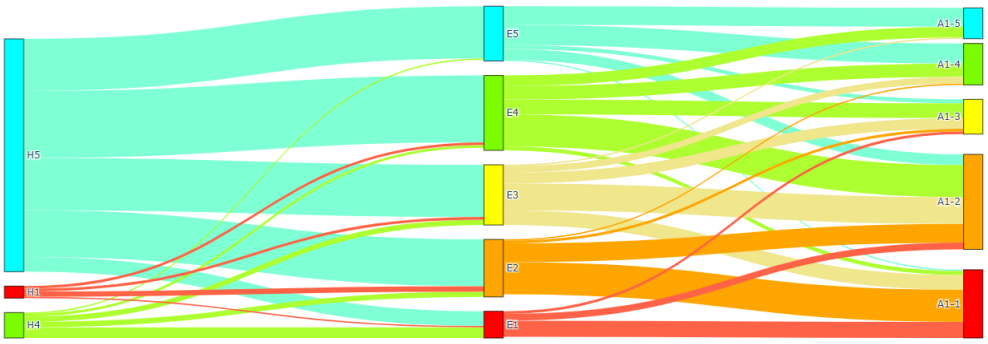


9. ábra. 2019. Hozott és - érettségi pontszám - *A1* jegy

Ahogy később látni fogjuk, a modellek alapján a hozott és érettségi pontszámok erősen befolyásolták a jegyekre vett predikciókat, így utólag elkészült ez és a következő ábra.

Jellegzetes, hogy a hallgatók nagy részének hasonló volt a hozott pontszáma, nagyon kevésnek volt kiemelkedő vagy relatíve kicsi. Aránylag kevés hallgatónak volt a legjobb pontszám 60%-a alatt az érettségije. Még ezek mellett is megőrződött az a tendencia, hogy egy-egy hallgató nagyrészt hasonlóan teljesít a különböző mutatók alapján.

Az ábráról leolvasható, hogy míg az utolsó oszlop felső felébe szinte csak kék és zöld folyamok érkeznek, mégis szerteágaznak, és például a legjobb érettségi pontszámokkal rendelkezők közül is többen kettest szereztek a tárgyból.



10. ábra. 2021. Hozott és - érettségi pontszám - *A1* jegy

Az ábrán rögtön szembetűnik egy meglepő dolog, a hozott pontszámoknál van egy óriási ötös osztály. Az értékeket leellenőrízve, tényleg nagyon sok esetben 180 és 190 között mozgott a hozott pontszám.

Ehhez, és a 2019-es ábrához képest az érettségi pontszám viszont egészen egyenletesen oszlott el. Az ábra bal felétől eltekintve, a teljesítmény megmaradására vonatkozó tendencia igaz gyengébben, de ismét jelen van.

5.3. Klaszterezés

6. Prediktív analitika

6.1. Modellek és metodológia

Következő lépésként azt vizsgáltuk, hogy a két évben külön a bemeneti adatok alapján mennyire pontosan lehet előrejelezni egyes teljesítménymutatók értéket, illetve hogy a predikciókra nézve a különböző bemeneti változók, más néven *attribútumok* milyen és mekkora szereppel bírnak. Ehhez többféle modellen többféle *gépi tanuláson alapuló osztályozó algoritmus* használatára volt szükség. A kutatás során kétféle eredmény alaposabb vizsgálatára összpontosítottunk mindkét évben: a "Matematika A1a - Analízis" tárgyból kapott érdemjegyre illetve az első félév végén megállapított kumulált tanulmányi átlagra. Ezen feladatok a felügyelt gépi tanulási problémák közé esnek, ahol a kitüntetett célváltozót szeretnénk a többi bemeneti változóval előrejelezni. Ekkor a gépi tanulás során a teljes adathalmazt tanító és teszthalmazra bontjuk, a tanító adathalmazon betanítjuk az algoritmusokat úgy, hogy a tanítóhalmazbeli adatok célváltozóját minél pontosabban prediktálják, majd valamilyen metrika szerint kiválasztjuk a betanított algoritmusok közül a legjobbat. A legoptimálisabb osztályozó kiválasztásához többnyire *keresztvalidációt* alkalmazunk. Keresztvalidáció során a tanítóhalmazt felbontjuk K egyenlő részre, melyek közül az egyiket kinevezzük validációs halmaznak. Ezt követően az algoritmusokat betanítjuk a maradék K-1 részen, amelyeket aztán a validációs halmazon kiértékelünk. Ezt összesen K alkalommal ismételjük, mindig másik részt választva validációs halmaznak, majd azt az algoritmust dedikáljuk a legjobbnak, amelynek az aggregált teljesítménye a K darab iteráció során a legjobb. Az így kapott osztályozót még visszamérjük a teszthalmazon is az általánosítóképesség ellenőrzése végett. A kutatás során a cél a teszthalmazon való minél hatásosabb előrejelzés mellett az egyes éveknél használt és optimalizált algoritmusok esetén a különböző attribútumok prediktív erejének összehasonlítása volt.

A két vizsgált probléma közül az előbbi alapvetően egy osztályozási probléma öt osztállyal, míg az utóbbi egy regressziós feladat. Az előbbi feladathoz ötféle algoritmust, *Gradient Tree Boosting-ot, Naive Bayes-t, logisztikus regressziót, SVM-et* és *lineáris regressziót* használtunk, az utóbbihoz csupán lineáris regressziót (ezen algoritmusok működése és optimalizálása a következő fejezetben lesz ismertetve). Azért esett a választás ezen algoritmusokra, ugyanis számos egyetemi teljesítményt és lemorzsolódást vizsgáló tanulmány során teljesítettek kiváló eredménnyel. (IDE REFERENCIÁK) Mivel azonban viszonylag kevés adat állt a rendelkezésünkre, ezért az érdemjegyek prediktálásánál az adatrekordok esetén a pontos érdemjegy helyett érdemjegy csoportok előrejelzésére koncentráltunk. A matematika érdemjegycsoportok prediktálására így kétféle modell került felvázolásra: egy *3 csoport modell*, illetve egy *2 csoport modell*.

A 2 csoport modell esetén a két csoportot a {5,4,3} illetve {2,1} osztályok adják, míg a 3 csoport modellnél az osztályok {5,4}, {3,2} illetve {1} módon alakultak. Az előbbi

esetben az osztályok intuitívan a lemorzsolódási veszélyeztetettség szerint formálódtak, míg az utóbbiban egy általánosabb "jól teljesítő", "rosszul teljesítő", "lemorzsolódott" csoporthármast kívántunk elérni. Mindkét modell esetén külön vizsgáltuk a teljesítményt összes hallgatóra vonatkozóan illetve szétbontva vegyészmérnök és biomérnök hallgatókra egyaránt (a környezetmérnökökről nem állt rendelkezésre elég adat, így őket a szakonkénti bontásban kihagytuk).

A használandó osztályozó algoritmusok közül a Naive Bayes és Gradient Tree Boosting algoritmusok képesek kezelni a többosztályos feladatokat, a lineáris regresszió azonban folytonos célváltozóérték prediktáláshoz használható, így ott a prediktált értéket kerekítettük a legközelebbi címkeértékhez, a logisztikus regresszió és az SVM pedig alapjáraton csak bináris osztályozásra alkalmas, így a náluk *One-vs-Rest* elvű osztályozást használtunk. Az elv lényege, hogy minden osztály esetén képezünk egy új virtuális osztályt, amely az összes többi osztályt tartalmazza, majd minden ilyen osztálypár esetén a bináris osztályozó meghatározza a kérdéses adatrekord esetén az osztályba tartozási valószínűségeket. Végül azt a címkét prediktáljuk a rekordnak, amely osztály esetén a legnagyobb ez a valószínűség.

Az egyes modellek és almodellek esetén a tanítás előtt főkomponens analízist (Principal Component Analysis) is alkalmaztunk. Az eljárás lényege, hogy az adatpontokat egy kisebb dimenziós térre vetítjük le oly módon, hogy a változók közötti varianca minél nagyobb részét tartsák meg, így minimalizálva az információveszteséget. Az új változók, amelyeket főkomponensnek nevezünk, a kisebb dimenziós térben az eredeti változók kovarianciamátrixának sajátvektorai lesznek. PCA használata során az algoritmusok gyorsabban tanulnak a kisebb dimenziószám miatt, és olykor jobb eredményt is érnek el. Jelen kutatásban másrészt azért is döntöttünk a PCA alkalmazása mellett, mert a korábbi, ugyanezen problémakört vizsgáló, általunk átnézett tanulmányok nem használtak PCA-t még nagyobb attribútum szám esetén sem, ugyanakkor mi a korai tanító-tesztelési fázisnál azt tapasztaltuk, hogy az áttranszformált adatokon jobban teljesítenek az osztályozó algoritmusok, így potenciálisan megéri alkalmazni.

Implementálás

Valamennyi modellnél a teljes adathalmazt felbontottuk tanító- és teszthalmazra 70-30 arányban, majd a tanítóhalmazra illesztett PCA modellt alkalmaztuk a teszthalmazra is, ahol a főkomponensek számát minden modellnél 2 és 8 között iterálva változtattuk 2-es lépésközzel. Ezt követően a változókat kvantilis alapú 0-1 skálázásnak vetettük alá, ahol az algoritmusok jobb teljesítőképessége és a változók kiértékelés utáni összehasonlíthatósága végett a különböző attribútumok értékeit a kvantilisek mentén a $[0, 1]$ intervallumba transzformáltuk át, valamint az érdemjegy csoportok prediktálásához a 2 és 3 csoport modelleknél a célváltozó-értékeket rendre 1, 0-ra illetve 3, 2, 1-re módosítottuk. Az al-

goritmusok hiperparamétereinek optimális megválasztására 5-szörös keresztvalidációt alkalmaztunk, ahol törekedtünk arra, hogy az adatrekordok címkéjének eloszlása egyenletes legyen a felosztott részek között. A keresztvalidációnál használt, jóságot mérő metrikának a *kiegyensúlyozott pontosságot* (Balanced Accuracy) választottuk, amelynek képlete az alábbi:

$$\text{balanced-accuracy} = \frac{1}{2}\left(\frac{TP}{TP+FN} + \frac{TN}{TN+FP}\right)$$

Ezen metrika alapvetően bináris, pozitív-negatív osztályú osztályozási problémákhoz alkalmas, de többosztályos osztályozás esetén is használható, ahol az egyes osztályokhoz tartozó *TP, FP, FN, TN* értékek által kiszámított kiegyensúlyozott pontosságok számtani közepét nézzük. A képlet egyes jelölései 2 valamint több osztály esetén:

- **TP** a pozitívnak (osztálybelinek) osztályozott, valóban pozitív (osztálybeli) adatrekordok száma
- **FP** a pozitívnak (osztálybelinek) osztályozott de valójában negatív (nem osztálybeli) adatrekordok száma
- **FN** a negatívnak (nem osztálybelinek) osztályozott de valójában pozitív (osztálybeli) adatrekordok száma
- **TN** a negatív (nem osztálybelinek) osztályozott, valóban negatív (nem osztálybeli) adatrekordok száma

A választott metrika mellett meghatároztuk a legjobb algoritmusokat, amelyeket a teszthalmazon visszamértünk, valamint kiértékeltük az ily módon választott modellek esetén az egyes változók fontosságát is. A pontos modellezési struktúrát a **??**. ábra mutatja.

6.2. Osztályozó algoritmusok és optimalizálásuk

(ez a szekció még félkész)

6.2.1. Lineáris regresszió

A lineáris regresszió jellegéből adódóan alapvetően folytonos célváltozó prediktálására alkalmas, ugyanakkor kategorikus, ordinális címkéjű adatok osztályozására is fel lehet használni. Az algoritmus lényege, hogy a magyarázóváltozók mindegyikéhez egy-egy súlyt rendelünk, majd az adatpont attribútumértékeinek vesszük a súlyokkal való súlyozott összegét, és esetleg egy bias tagot hozzáadva az így kapott szumma lesz a prediktált címkeérték. A cél a tanítás során a súlyok optimális megtalálása, miközben a tanítóhalmazon minimalizáljuk a predikciós hibát.

6.2.2. Naive Bayes

A Naive Bayes azon tényből indul ki, hogy a minimális osztályozási hibát akkor kapjuk, ha minden adatrekordhoz azt a c címkét rendeljük, amelyre a $\mathbb{P}(C = c|\underline{X} = \underline{x})$ feltételes valószínűség maximális, ahol $\underline{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_k)$ jelöli az attribútumokat, $\underline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$ az adatrekordhoz tartozó attribútumvektort, C pedig a célváltozót. Vagyis a keresett optimális c^* címkére az alábbi teljesül:

$$c^* = \underset{c}{\operatorname{argmax}}\, \mathbb{P}(C = c|\underline{X} = \underline{x})$$

Ez a Bayes-tétel és a teljes valószínűség tétele segítségével az alábbi formára hozható:

$$c^* = \underset{c}{\operatorname{argmax}}\, \mathbb{P}(\underline{X} = \underline{x}|C = c) \cdot \mathbb{P}(C = c)$$

A Naive Bayes algoritmus naívan azzal a feltételezéssel él, hogy az attribútumok a célváltozó ismeretében feltételesen függetlenek, így ekkor a feltételes valószínűség felbontható szorzatra:

$$\mathbb{P}(\underline{X}|C) = \mathbb{P}(X_1|C) \cdot \mathbb{P}(X_2|C) \cdot \cdots \cdot \mathbb{P}(X_k|C)$$

Ekkor a $\mathbb{P}(X_i = x_i|C = c_j)$ és $\mathbb{P}(C = c_j)$ valószínűségeket a tanító adatokból már meg tudjuk becsülni:

$$\mathbb{P}(X_i = x_i|C = c_j) = \frac{n_{ij}}{n_j}$$
$$\mathbb{P}(C = c_j) = \frac{n_j}{n}$$

ahol:
- j a lehetséges címkék száma, n az összes tanító adatrekord száma.
- n_{ij} azon tanító adatrekordok száma, amelynek i-edik attribútuma x_i és a címkéje c_j.
- n_j pedig a c_j címkéjű tanító adatrekordok száma.

Az algoritmus jellegéből adódóan keresztvalidáció során nem történt hiperparaméter-optimalizálás.

6.2.3. Gradient Tree Boosting

A Gradient Boosting algoritmus egy Ensemble típusú osztályozó, amelyek lényege, hogy sok gyenge teljesítményű prediktor (*"weak learner"*) eredményét felhasználva hoz egy erős predikciót. Gradient Tree Boosting esetén a gyenge prediktorok *döntési fák*, amelyek lefelé irányított, legtöbbször bináris fák, amelyeknek minden belső csúcsában egy attribútumra vonatkozó feltétel szerepel, a levelei pedig valamilyen célváltozóértékkel címkézettek. Az egyes 'boosting' fázisokban A keresztvalidálás során optimalizált paraméterek:
- Tanulóráta (0.01 és 5 között változtatva 0.1-es lépésközzel)
- Boosting fázisok száma (5 és 100 között változtatva 5-ös lépésközzel)
- Vágási feltétel (négyzetes hiba, Friedman MSE)

6.2.4. Logisztikus regresszió

A logisztikus regresszió nevéből adódóan egy regressziós algoritmus, tehát folytonos célváltozóértéket prediktál, azonban bináris osztályozásra használják. Alapja a *szigmoid* függvény, amelynek értelmezési tartománya a valós számok halmaza, értékkészlete pedig a $(0, 1)$ intervallum.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \tag{1}$$

Legyen az n darab tanító adatunk $(\underline{x}_1, y_1), (\underline{x}_2, y_2), \ldots, (\underline{x}_n, y_n)$, ahol
$\underline{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ik})$ az i-edik tanítóadat k hosszú attribútumvektora, y_i pedig az ehhez tartozó célváltozóérték. A cél az, hogy olyan $\underline{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_k)$ és b súlyokat találjunk, amelyek esetén az összesített hiba értéke minimális. Egy adatrekord esetén a logaritmikus hiba adott súlyokkal:

$$cost_{w,b}(\underline{x}_i) = -y_i \log\Big(\sigma(\underline{w}^T \underline{x}_i + b)\Big) - (1 - y_i) \log(1 - \sigma(\underline{w}^T \underline{x}_i + b)) \tag{2}$$

Az összes adatrekordra vonatkozó, végcélként minimalizálandó hibafüggvény pedig az alábbi:

$$C(\underline{w}, b) = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Big(y_i \log\Big(\sigma(\underline{w}^T \underline{x}_i + b)\Big) + (1 - y_i) log(1 - \sigma(\underline{w}^T \underline{x}_i + b))\Big) \tag{3}$$

Ha a k hosszú attribútumvektorainkat egy k-dimenziós tér pontjaiként fogjuk fel, a logisztikus regresszió ezekkel a súlyokkal lényegében egy optimális, lineárisan szeparáló $\underline{w}^T \underline{x} + b = 0$ hipersíkot keres. Ha az i-edik adatrekordra $\underline{w}^T \underline{x}_i + b > 0$, akkor azt pozitív 1-es osztályba sorolja, ha pedig $\underline{w}^T \underline{x}_i + b < 0$ akkor pedig a negatív 0-ás osztályba sorolja az osztályozó. A keresztvalidálás során optimalizált paraméterek:
- Regularizációs paraméter (0.05 és 5 között változtatva 0.05-ös lépésközzel)
- Önoptimalizálási módszer ("SAG", "SAGA")

6.2.5. SVM

Az SVM ('Support Vector Machine', magyarul 'Tartó Vektor Gép') algoritmus a logisztikus regresszióhoz hasonlóan egy lineárisan szeparáló hipersíkot akar meghatározni. Működési elve, hogy az alacsonyabb dimenziós adatpontokat különböző *magfüggvények* segítségével magasabb dimenzióba transzformálja át, és ebben a magasabb dimenziós térben keresi a szeparáló hipersíkot. Továbbá a hipersík keresése közben arra törekszik az algoritmus, hogy maximalizálja a *margót*, azaz az elválasztó hipersíkkal párhuzamos hipersíkok által meghatározott maximális olyan térrészt, amely nem tartalmaz adatpontot.

A korábbi jelöléseket használva legyenek a már áttranszformált adatpontjaink $(\underline{x}_1, y_1)$, $(\underline{x}_2, y_2), \ldots, (\underline{x}_n, y_n)$, amelyek egy k dimenziós térben vannak, illetve legyenek a hipersíkhoz keresendő paraméterek $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k)$ és b. Ekkor a hibafüggvény így írható

fel:

$$Err(\underline{\theta}, b) = C \sum_{i=1}^{n} (y_i cost_1(\underline{\theta}^T \underline{x}_i + b) + (1 - y_i) cost_0(\underline{\theta}^T \underline{x}_i + b)) + \frac{1}{2} ||(\underline{\theta}, b)||^2 \tag{4}$$

ahol a C egy regularizációs paraméter, illetve a szummában szereplő költségfüggvények (amelyet *zsanérhibának* nevezünk) az alábbiak:

$$cost_j(\underline{\theta}^T \underline{x} + b) = \begin{cases} max\{0, 1 - (\underline{\theta}^T \underline{x} + b)\} & \text{ha } j = 1 \\ max\{0, 1 + (\underline{\theta}^T \underline{x} + b)\} & \text{ha } j = 0 \end{cases} \tag{5}$$

$$\tag{6}$$

A keresztvalidálás során optimalizált paraméterek:
- Regularizációs paraméter (0.1 és 5 között változtatva 0.1-es lépésközzel)
- Magfüggvény (lineáris, legfeljebb 3-ad fokú polinomiális, RBF)

7. Modellek kiértékelése

			Osztályozó algoritmusok				
			Grad. Boost.	Naive B.	Log. reg.	SVM	Lin. reg.
3 csoport	Összesített	2 PC	66.67	62.67	52.00	58.67	61.33
		4 PC	**70.67**	60.00	57.33	53.33	65.33
		6 PC	65.33	62.67	54.67	68.00	64.00
		8 PC	64.00	68.00	53.33	62.67	64.00
	Szakonként	2 PC	78.71	80.36	73.85	67.24	80.36
		4 PC	75.41	80.36	47.80	65.59	78.71
		6 PC	**82.02**	80.36	75.47	67.21	82.02
		8 PC	80.36	78.71	37.42	75.44	78.71
2 csoport	Összesített	2 PC	59.42	69.57	69.57	72.46	69.57
		4 PC	59.42	71.01	**73.91**	69.57	73.91
		6 PC	63.77	69.57	73.91	71.01	73.91
		8 PC	68.12	69.57	71.01	73.91	72.46
	Szakonként	2 PC	67.31	67.31	65.69	62.41	64.03
		4 PC	64.00	64.00	67.31	67.31	63.97
		6 PC	64.03	65.69	64.07	65.65	67.27
		8 PC	64.07	62.51	57.49	67.34	**68.96**

2. táblázat. A 2019-es adatsor eredményei

A 2. táblázatban a 2019-es adatokra optimalizált modellek teljesítménye látható, ahol az első három oszlop a modellt és a használt főkomponensek (PC) számát mutatja, míg a jobb oldali öt oszlop az optimalizált algoritmusok teljesítményét szemlélteti. A szakonkénti bontásban szereplő értékek a biomérnöki és vegyészmérnöki adatokon kapott értékek átlagai, súlyozva az egyes szakokon tanuló hallgatók számával. A 3 csoport modellek esetén a Gradient Boosting algoritmus, míg a 2 csoport modellek esetén a regressziós algoritmusok teljesítettek a legjobban, ugyanakkor a 2 csoport modellek teljesítménye többségében alulmúlja a 3 csoport modellekét. Mivel a 2 csoport modellben az osztályok eloszlása kiegyensúlyozottabb, ez arra enged minket következtetni, hogy a 2-es és 3-as érdemjegyet szerzők között a bemeneti adatok tekintetében nincsenek nagy különbségek.

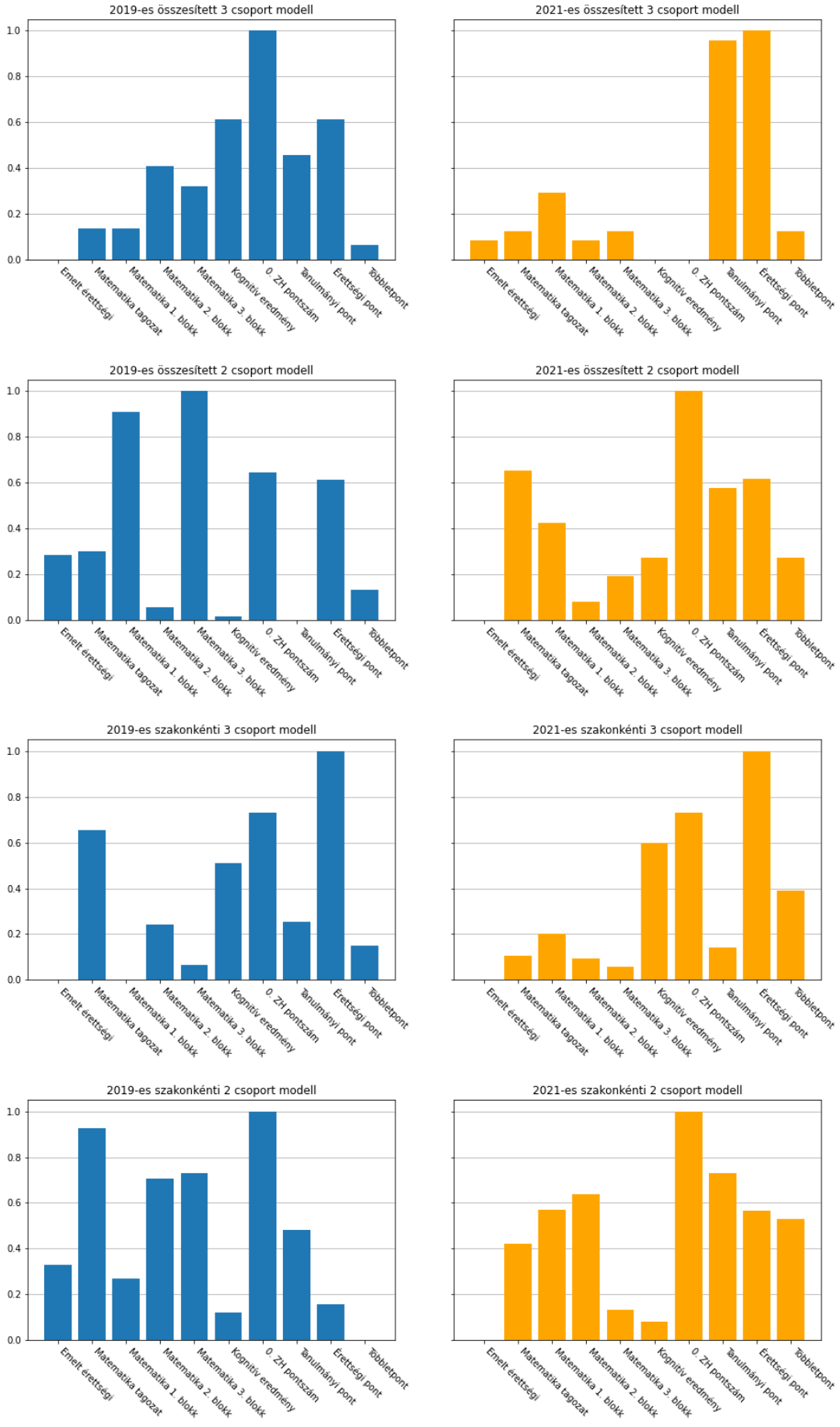
A 3. táblázat a 2021-es adatokon optimalizált algoritmusok eredményét szemlélteti az előző ábráéval megegyező metodológia szerint. Ezen adathalmazon az osztályozók teljesítménye jobbnak nevezhető, mint a 2019-es adatsoron, átlagosan a legeredményesebb algoritmusnak a Naive Bayes nevezhető, amely a szakonkénti bontású 3 csoport modellen ért el minden főkomponensszám mellett 80% feletti teljesítményt, ugyanakkor a 2 csoport modell esetén a regressziós és SVM algoritmusok is 80% közeli vagy afölötti eredményt

értek el. A 2019-es eredményekkel ellentétben a 2021-es adatokon a 2 csoport modellek értékei jobbak, mint a 3 csoport modelleké, ugyanakkor nem szignifikánsan.

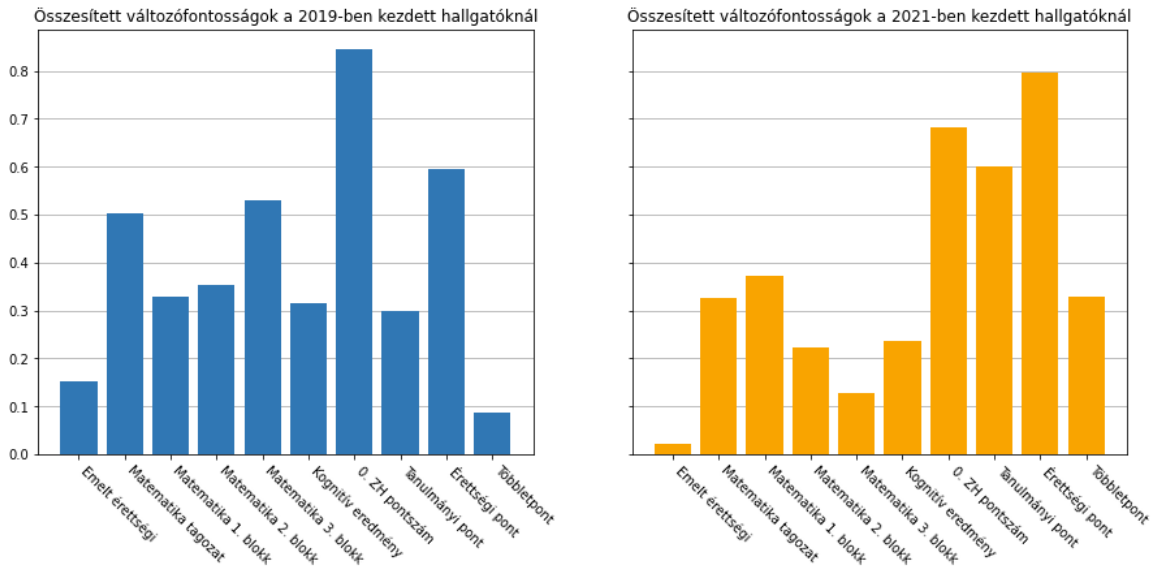
			Osztályozó algoritmusok				
			Grad. Boos.	Naive B.	Log. reg.	SVM	Lin. reg.
3 csoport	Összesített	2 PC	54.24	**80.39**	76.29	78.81	60.92
		4 PC	54.89	72.05	72.13	75.79	70.40
		6 PC	66.24	76.44	70.04	76.94	70.62
		8 PC	63.00	75.29	68.18	73.06	62.07
	Szakonként	2 PC	64.84	81.89	59.23	64.77	49.35
		4 PC	55.55	**83.07**	66.69	66.66	67.91
		6 PC	66.69	82.85	66.65	53.67	53.31
		8 PC	59.26	82.96	68.51	62.95	55.53
2 csoport	Összesített	2 PC	69.45	67.89	69.77	69.77	67.89
		4 PC	72.74	72.90	78.23	76.51	77.91
		6 PC	67.89	72.90	79.80	79.80	76.19
		8 PC	68.05	74.62	79.96	**83.24**	79.63
	Szakonként	2 PC	60.23	77.41	72.87	73.01	79.68
		4 PC	63.92	74.86	72.59	69.60	78.27
		6 PC	67.61	77.84	81.08	76.42	**81.53**
		8 PC	68.32	77.84	77.41	69.75	79.68

3. táblázat. A 2021-es adatsor eredményei

A két év négy modelljén külön-külön legjobban teljesítő algoritmusok esetén az egyes változók fontosságának egymáshoz viszonyított arányait a 11. ábra, míg az évenként összesített és leátlagolt változófontosságokat a 12. ábra mutatja. A diagramokon szereplő értékek az egyes algoritmusoknál megállapított változófontosságok *min-max* skálázott értékei, amelyeket regressziós algoritmusoknál az attribútumokhoz rendelt súlyokból, a többi osztályozónál pedig az Sklearn *'inspection'* csomagjának segítségével nyertünk ki. Mindkét évben többnyire ugyanazok a változók a legdominánsabbak: 0.ZH pontszám, érettségi pont és a matematika tagozat, ugyanakkor szignifikanciájuk a két évben merőben eltérő. A másik fontos észrevétel a többi változó fontossága a dominánsokhoz képest. Míg 2019-ben a többi változó közepes mértékű fontossággal bír, addig 2021-ben ezek a változók igencsak csekély szignifikanciával rendelkeznek.



11. ábra. Az attribútumok prediktív ereje a legjobban teljesítő algoritmusoknál



12. ábra. Az változók összesített fontossága a két évben

A kumulált átlag prediktálására vonatkozó R^2 statisztikát, reziduális szórásképet és változófontosságot rendre a ...táblázat, ...ábra és ...ábra szemlélteti.

Hivatkozások