

Bieszczady

Michał Dębski

Po wszystkich trudnych przejściach w ostatnim semestrze Fryderyk ma już dość; postanowił porzucić swoje dotychczasowe życie i wyjechać w Bieszczady. Zostało mu tylko przeanalizowanie mapy i wybór odpowiedniego miejsca do osiedlenia się. Mapa jest zadana jako graf, w którym wierzchołki odpowiadają ciekawym miejscom a krawędzie informują o istnieniu bezpośredniej drogi między miejscami.

Fryderyk myśli o mapie w kategoriach krain, gdzie przez *krainę* rozumie maksymalny zbiór miejsc taki, że dla dowolnych miejsc u i v z krainy można przejść od u do v , a następnie wrócić z v do u nie odwiedzając żadnego miejsca dwukrotnie. Jako absolwenci dwusemetralnego kursu matematyki dyskretnej doskonale wiemy, że w terminologii grafowej kraina to maksymalny zbiór wierzchołków, który indukuje podgraf dwuspójny oraz że jeden wierzchołek może należeć do więcej niż jednego takiego zbioru (na przykład w przypadku dwóch cykli z jednym wspólnym wierzchołkiem).

Część I: największa kraina (2.5p)

Fryderyk chciałby wiedzieć, jak duże krainy ma szanse znaleźć na swojej mapie. Celem tej części zadania jest odpowiedź na pytanie, jak duża (w sensie liczby wierzchołków) jest największa kraina.

Część II: najciekawsze miejsce (2.5p)

Najciekawszym miejscem dla Fryderyka będzie miejsce, które zawiera się w największej możliwej liczbie krain; celem zadania jest znalezienie takiego miejsca. W przypadku remisu między kilkoma miejscami należy zwrócić to o najmniejszym numerze.

Uwagi i wskazówki

- Oba warianty zadania można rozwiązać w czasie $O(n + m)$ (gdzie m jest liczbą krawędzi) np. przez odpowiednio zmodyfikowane przeszukiwanie w głąb.
- Rozwiązania poprawne, ale wolniejsze mają szansę na uzyskanie częściowej punktacji.
- Jeśli każdą z krain zastąpimy pojedynczym wierzchołkiem, a następnie połączymy każde dwie krainy mające wspólny wierzchołek, zawsze otrzymamy las (ta wskazówka może nie przydać się w implementacji – służy lepszemu wyobrażeniu treści zadania).