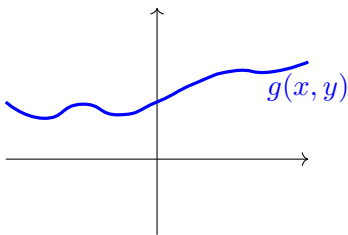


Την Τρίτη μάθημα 8:30 χωρίς διάλειμμα
Σήμα - σύστημα

$$\boxed{\underbrace{g}_{\text{εξαρτημένη}} = f(\underbrace{t}_{\text{ανεξάρτητη}})} \quad g = f(\vec{r}, t) \quad \vec{E}(\vec{r}, t)$$

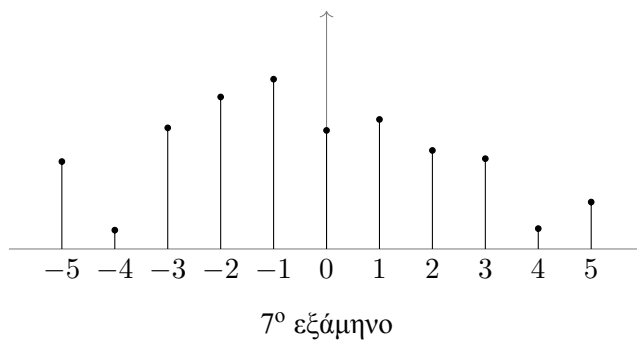
Αναλογικό

Αν t συνεχής $\in \mathbb{R}$
και y συνεχής $\in \mathbb{R}$



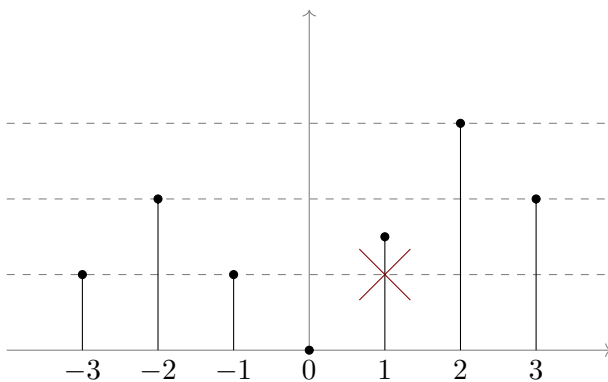
Διακριτού χρόνου / Διακριτό (discrete)

t διακριτό $\rightarrow \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$
 g συνεχής $\in \mathbb{R}$



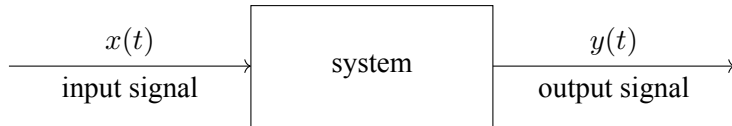
Κβαντισμένο

$n \in \mathbb{Z}$
 g διακριτή



Στοχαστικό Περιέχει και τις τρεις κατηγορίες

Σύστημα



Περιοδικά σήματα

Αν $\exists T \in \mathbb{R} : \forall t \in \mathbb{R} \quad x(t) = x(t + T)$ τότε $x(t)$ **περιοδικό σήμα** με περίοδο T .
Η T θα είναι 0 , ή θα συνεχιστεί για πάντα.

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} x(t) dt \quad \forall t$$

Η σύνθεση μιας συνάρτησης με μια περιοδική συνάρτηση είναι περιοδική;

Απόδ. Έστω g μία περιοδική συνάρτηση:

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(g(x + T)) = \\ &= (f \circ g)(x + T) \end{aligned}$$

Συμμετρίες

- Αν $x(t) = x(-t) \quad \forall t$ τότε η $x(t)$ λέγεται **άρτια συνάρτηση** (even function).
- Αν $x(t) = -x(-t) \quad \forall t$ τότε η $x(t)$ λέγεται **περιττή συνάρτηση** (odd function).

$$\forall x(t) \quad \exists x_0(t), x_e(t) : x(t) = x_e(t) + x_0(t)$$

Απόδ.

$$\begin{aligned} x_e(t) &= \frac{x(t) + x(-t)}{2} \\ x_o(t) &= \frac{x(t) - x(-t)}{2} \end{aligned}$$

$$\underbrace{x_e}_{\text{άρτια}} y_e = z_e$$

$$x_o y_o = z_e$$

$$x_e y_o = z_o$$

$$\int_{-A}^A x_o(t) dt = 0$$

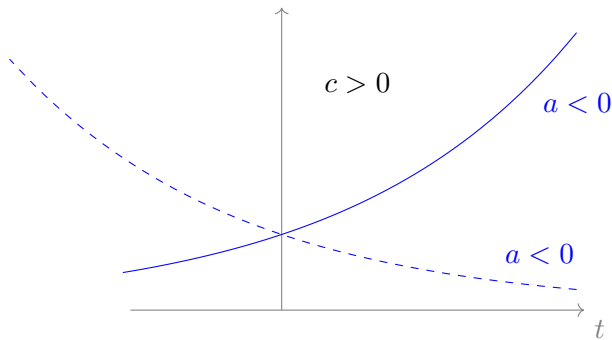
$$\int_{-\infty}^{\infty} x_o(t) dt = ? \text{ (εξαρτάται)}$$

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \int_{-A}^A x_o(t) dt = 0 \quad (\text{principal Cauchy value})$$

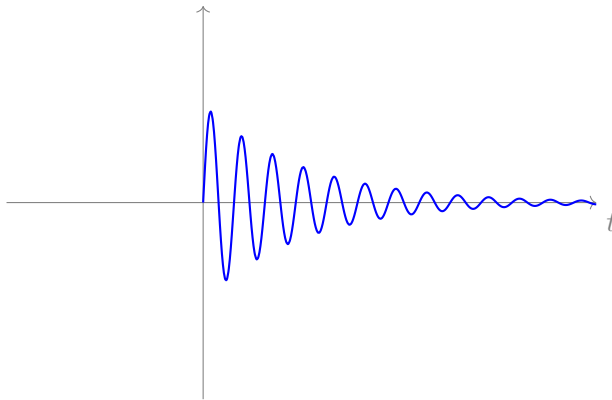
Χαρακτηριστικά σήματα

1) Εκθετικό σήμα

$$x(t) = ce^{at} \quad a \in \mathbb{R} \quad c > 0$$



$$x(t) = ce^{(\sigma t + j\omega)t} = ce^{\sigma t} e^{j\omega t} = ce^{\sigma t} [\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)]$$



2) (Συν)ημιτονοειδή σήματα

$$x(t) = A \cos(\omega t \pm \phi) = a \operatorname{Re} \left\{ e^{j(\omega t + \phi)} \right\} = A \frac{e^{j(\omega t + \phi)} + e^{-j(\omega t + \phi)}}{2}$$

3) Δέλτα Dirac $\delta(t)$

Ορ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0) \quad \forall f(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - \tau) dt = f(\tau)$$

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = f(t)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - \tau) d\tau = f(t)$$

Ιδιότητες της $\delta(t)$

1. Κλιμάκωση

$$a \in \mathbb{R} : \delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

Απόδ.

$$\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \boxed{\delta(at)} dt}_{\substack{at = \xi \\ dt = \frac{d\xi}{a}}} = \int_{-\infty(a)}^{\infty(a)} \phi\left(\frac{\xi}{a}\right) \delta(\xi) \frac{d\xi}{a} = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi\left(\frac{\xi}{a}\right)}{|a|} \delta(\xi) d\xi = \frac{\phi(0)}{|a|} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \boxed{\frac{\delta(t)}{|a|}} dt$$

2. $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$

3. $f(t)\delta(t - \xi) = f(\xi)\delta(t - \xi)$