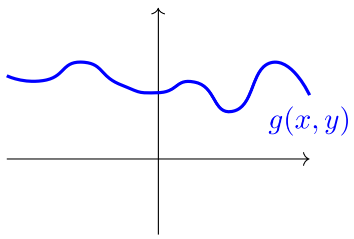
Την Τρίτη μάθημα 8:30 χωρίς διάλειμμα
Σήμα - σύστημα

$$\boxed{\underbrace{g}_{\text{εξαρτημένη}} = f(\underbrace{t}_{\text{ανεξάρτητη}})} \qquad g = f(\vec{r}, t) \qquad \vec{E}(\vec{r}, t)$$

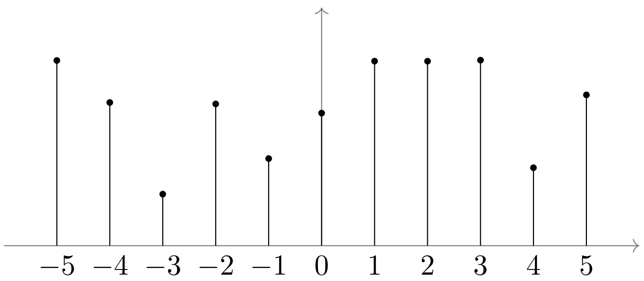
Αναλογικό

Αν t συνεχής $\in \mathbb{R}$
και y συνεχής $\in \mathbb{R}$



Διακριτού χρόνου / Διακριτό (discrete)

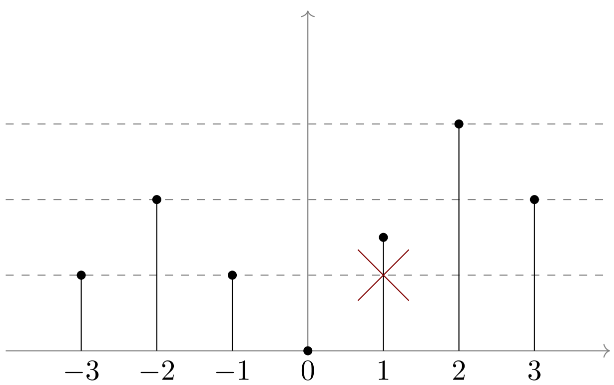
t διακριτό $\to \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{Z}$
g συνεχής $\in \mathbb{R}$



$7^{\text{ο}}$ εξάμηνο

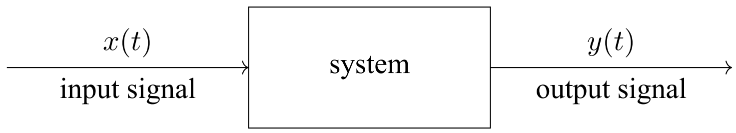
Κβαντισμένο

$n \in \mathbb{Z}$
g διακριτή



Στοχαστικό Περιέχει και τις τρεις κατηγορίες

Σύστημα



Περιοδικά σήματα

Αν $\exists T \in \mathbb{R} : \forall t \in \mathbb{R} \quad x(t) = x(t+T)$ τότε $x(t)$ **περιοδικό σήμα** με περίοδο T.
Ή θα είναι 0, ή θα συνεχιστεί για πάντα.

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,\mathrm{d}t = \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} x(t)\,\mathrm{d}t \;\forall t$$

Η σύνθεση μιας συνάρτησης με μια περιοδική συνάρτηση είναι περιοδική;

Απόδ. Έστω g μία περιοδική συνάρτηση:

$$\begin{aligned}\big(f \circ g\big)(x) &= f\left(g(x)\right) = f\left(g(x+T)\right) = \\ &= \big(f \circ g\big)(x+T)\end{aligned}$$

Συμμετρίες

- Αν $x(t) = x(-t)$ $\forall t$ τότε η $x(t)$ λέγεται **άρτια συνάρτηση** (even function).
- Αν $x(t) = -x(t)$ $\forall t$ τότε η $x(t)$ λέγεται **περιττή συνάρτηση** (odd function).

$$\forall x(t) \quad \exists\, x_0(t), x_e(t) : x(t) = x_e(t) + x_0(t)$$

Απόδ.

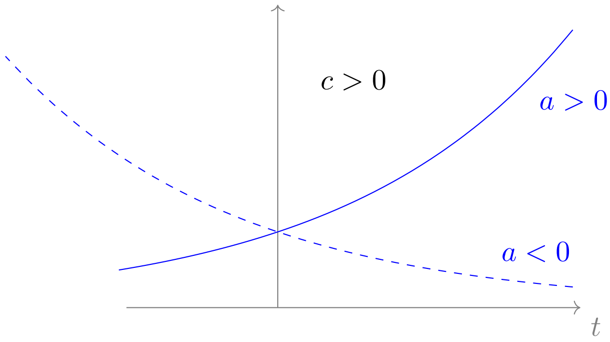
$$x_e(t) = \frac{x(t)+x(-t)}{2}$$
$$x_o(t) = \frac{x(t)-x(-t)}{2}$$

$$x\underbrace{_e}_{\text{άρτια}}y_e = z_e$$
$$x_o y_o = z_e$$
$$x_e y_0 = z_0$$
$$\int_{-A}^{A} x_0(t)\,\mathrm{d}t = 0$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} x_0(t)\,\mathrm{d}t = ? \text{ (εξαρτάται)}$$
$$\lim_{A\to\infty} \int_{-A}^{A} x_0(t)\,\mathrm{d}t = 0 \quad \text{(principal Cauchy value)}$$

Χαρακτηριστικά σήματα

1) **Εκθετικό σήμα**

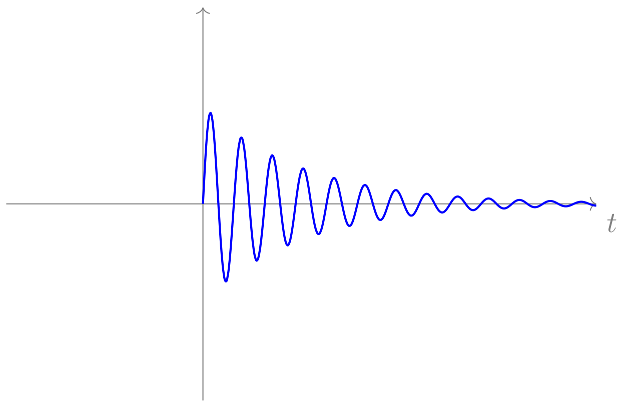
$$x(t) = ce^{at} \quad a \in \mathbb{R} \quad c > 0$$



$$x(t) = ce^{(\sigma t + j\omega)t} = ce^{\sigma t}e^{j\omega t} = ce^{\sigma t}\left[\cos(\omega t) + j\sin(\omega t)\right]$$

2) **(Συν)ημιτονοειδή σήματα**

$$x(t) = A\cos(\omega t \pm \phi) = a\mathrm{Re}\left\{e^{j(\omega t + \phi)}\right\} = A\frac{e^{j(\omega t \pm \phi)} + e^{-j(\omega t \pm \phi)}}{2}$$



3) **Δέλτα Dirac $\boldsymbol{\delta(t)}$**

Ορ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)\,\mathrm{d}t = f(0)\ \forall f(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,\mathrm{d}t = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}t = f(\tau)$$

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau = f(t)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau = f(t)$$

Ιδιότητες της $\boldsymbol{\delta(t)}$

1. **Κλιμάκωση**

$$a \in \mathbb{R} : \delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

Απόδ.

$$\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \boxed{\delta(at)}\, \mathrm{d}t}_{\substack{at = \xi \\ \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}\xi}{a}}} = \int_{-\infty_{(a)}}^{\infty_{(a)}} \phi\left(\frac{\xi}{a}\right) \delta(\xi) \frac{\mathrm{d}\xi}{a} = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi\left(\frac{\xi}{a}\right)}{|a|} \delta(\xi)\, \mathrm{d}\xi = \frac{\phi(0)}{|a|} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \boxed{\frac{\delta(t)}{|a|}}\, \mathrm{d}t$$

2. $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$
3. $f(t)\delta(t-\xi) = f(g)\delta(t-\xi)$