

Την Τρίτη μάθημα 8:30 χωρίς διάλειμμα
Σήμα - σύστημα

$$\boxed{\underbrace{g}_{\text{εξαρτημένη}} = f(\underbrace{t}_{\text{ανεξάρτητη})} \quad g = f(\vec{r}, t) \quad \vec{E}(\vec{r}, t)}$$

0.0.1 Αναλογικό

Αν t συνεχής $\in \mathbb{R}$
και y συνεχής $\in \mathbb{R}$

0.0.2 Διακριτού χρόνου / Διακριτό (discrete)

t διακριτό $\rightarrow \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$
 g συνεχής $\in \mathbb{R}$

0.0.3 Κβαντισμένο

$n \in \mathbb{Z}$
 g διακριτή

0.0.4 Στοχαστικό

Περιέχει και τις τρεις κατηγορίες

0.1 Σύστημα

0.2 Περιοδικά σήματα

Αν $\exists T \in \mathbb{R} : \forall t \in \mathbb{R} \quad x(t) = x(t + T)$ τότε $x(t)$ **περιοδικό σήμα** με περίοδο T .
Ή θα είναι 0, ή θα συνεχιστεί για πάντα.

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \int_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} x(t) dt \quad \forall t$$

Η σύνθεση μιας συνάρτησης με μια περιοδική συνάρτηση είναι περιοδική;

0.3 Συμμετρίες

- Αν $x(t) = x(-t) \quad \forall t$ τότε η $x(t)$ λέγεται **άρτια συνάρτηση** (even function).
- Αν $x(t) = -x(-t) \quad \forall t$ τότε η $x(t)$ λέγεται **περιττή συνάρτηση** (odd function).

$$\forall x(t) \quad \exists x_0(t), x_e(t) : x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

Απόδ.

$$x_e(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$
$$x_o(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

$$\underbrace{x_e y_e}_{\text{άρτια}} = z_e$$

$$x_o y_o = z_e$$

$$x_e y_o = z_o$$

$$\int_{-A}^A x_0(t) dt = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_0(t) dt = ? \text{ (εξαρτάται)}$$

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \int_{-A}^A x_0(t) dt = 0 \quad (\text{principal Cauchy value})$$

Χαρακτηριστικά σήματα

1) Εκθετικό σήμα

$$x(t) = ce^{at} \quad a \in \mathbb{R} \quad c > 0$$

$$x(t) = ce^{(\sigma t + j\omega)t} = ce^{\sigma t} e^{j\omega t} = ce^{\sigma t} [\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)]$$

2) (Συν)ημιτονοειδή σήματα

$$x(t) = A \cos(\omega t \pm \phi) = a \operatorname{Re} \left\{ e^{j(\omega t + \phi)} \right\} = A \frac{e^{j(\omega t + \phi)} + e^{-j(\omega t + \phi)}}{2}$$

3) Δέλτα Dirac $\delta(t)$

Ορ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0) \quad \forall f(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - \tau) dt = f(\tau)$$

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = f(t)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - \tau) d\tau = f(t)$$

Ιδιότητες της $\delta(t)$

1. Κλιμάκωση

$$a \in \mathbb{R} : \delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

Απόδ.

$$\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \boxed{\delta(at)} dt}_{\substack{at = \xi \\ dt = \frac{d\xi}{a}}} = \int_{-\infty_{(a)}}^{\infty_{(a)}} \phi\left(\frac{\xi}{a}\right) \delta(\xi) \frac{d\xi}{a} = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\phi\left(\frac{\xi}{a}\right)}{|a|} \delta(\xi) d\xi = \frac{\phi(0)}{|a|} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \boxed{\frac{\delta(t)}{|a|}} dt$$

2. $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$
3. $f(t)\delta(t - \xi) = f(\xi)\delta(t - \xi)$