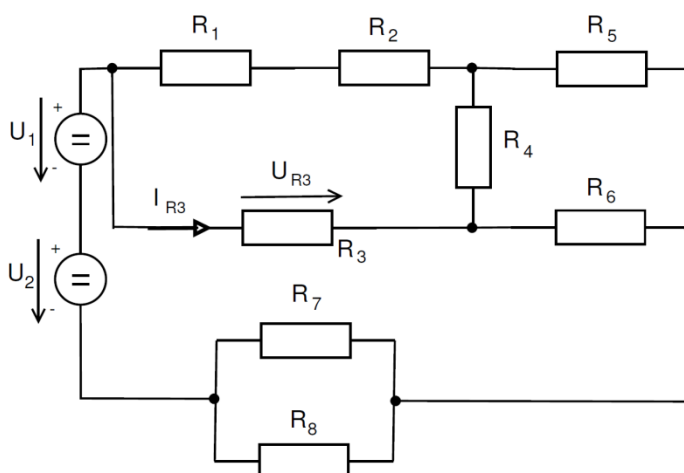


SEMESTRÁLNÍ PROJEKT IEL

Příklad 1:

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
105	85	420	980	330	280	310	710	240	200



Převod trojúhelníku R_4, R_5, R_6 na hvězdu:

$$R_A = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{280 * 310}{280 + 310 + 710} = \frac{868}{13} \Omega$$

$$R_B = \frac{R_4 * R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{280 * 710}{280 + 310 + 710} = \frac{1988}{13} \Omega$$

$$R_C = \frac{R_6 * R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{710 * 310}{280 + 310 + 710} = \frac{2201}{13} \Omega$$

Postupné zjednodušování:

$$R_{3B} = R_3 + R_B = 330 + \frac{1988}{13} = \frac{6278}{13} \Omega$$

$$R_{12A} = R_1 + R_2 + R_A = 420 + 980 + \frac{868}{13} = \frac{19068}{13} \Omega$$

$$R_{78} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = \frac{240 * 200}{240 + 200} = \frac{1200}{11} \Omega$$

$$\begin{aligned} R = R_{3B12A78} &= \frac{R_{3B} * R_{12A}}{R_{3B} + R_{12A}} + R_C + R_{78} = \frac{\frac{6278}{13} * \frac{19068}{13}}{\frac{6278}{13} + \frac{19068}{13}} + \frac{2201}{13} + \frac{1200}{11} \\ &= 641,7055228 \Omega \end{aligned}$$

Výpočet U_{R3} a I_{R3} :

$$U = U_1 + U_2 = 105 + 85 = 190 \text{ V}$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{190}{641,7055228} = 0,2960859666 \text{ A}$$

$$I_{R3} = \frac{I}{R_{12A} + R_{3B}} * R_{12A} = \frac{0,2960859666}{\frac{19068}{13} + \frac{6278}{13}} * \frac{19068}{13} = 0,2227478581 \text{ A} \cong 222,7479 \text{ mA}$$

$$U_{R3} = R_3 * I_{R3} = 330 * 0,2227478581 = 73,50679317 \text{ V} \cong 73,5068 \text{ V}$$

Hodnoty U_{R3} a I_{R3} jsou:

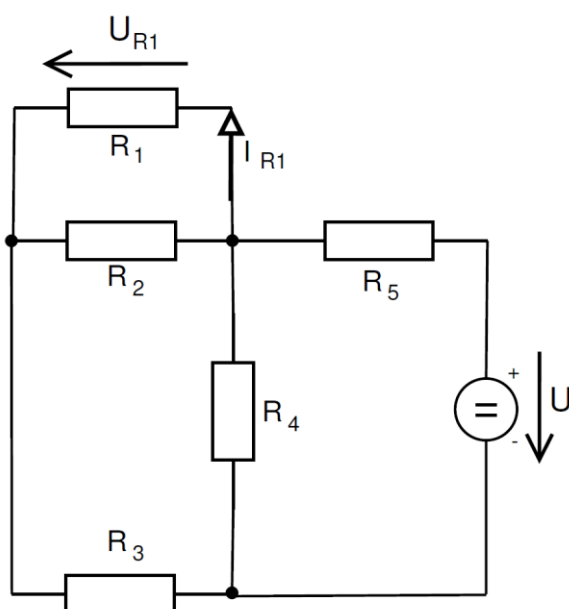
$$U_{R3} = 73,5068 \text{ V}$$

$$I_{R3} = 222,7479 \text{ mA}$$

Příklad 2:

Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu Théveninovy větý.

U [V]	R ₁ [Ω]	R ₂ [Ω]	R ₃ [Ω]	R ₄ [Ω]	R ₅ [Ω]
130	180	350	600	195	650



Část 1:

$$U_{01} = \frac{R_4}{R_5 + R_4} * U = \frac{195}{650 + 195} * 130 = 30 \text{ V}$$

$$R_{i1} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} = \frac{650 * 195}{650 + 195} = 150 \Omega$$

Část 2:

$$U_{02} = \frac{R_2}{R_{i1} + R_3 + R_2} * U_{01} = \frac{350}{150 + 600 + 350} * 30 = \frac{105}{11} \text{ V}$$

$$R_{i2} = \frac{(R_{i1} + R_3) * R_2}{R_{i1} + R_3 + R_2} = \frac{(150 + 600) * 350}{150 + 600 + 350} = 238,636363 \Omega$$

Výpočet U_{R1} a I_{R1} :

$$U_{R1} = \frac{R_1}{R_{i2} + R_1} * U_{02} = \frac{180}{238,636363 + 180} * \frac{105}{11} = 4,104234534 \text{ V} \cong 4,1042 \text{ V}$$

$$I_{R1} = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{4,104234534}{180} = 0,02280130297 \text{ A} \cong 22,8013 \text{ mA}$$

Hodnoty U_{R1} a I_{R1} jsou:

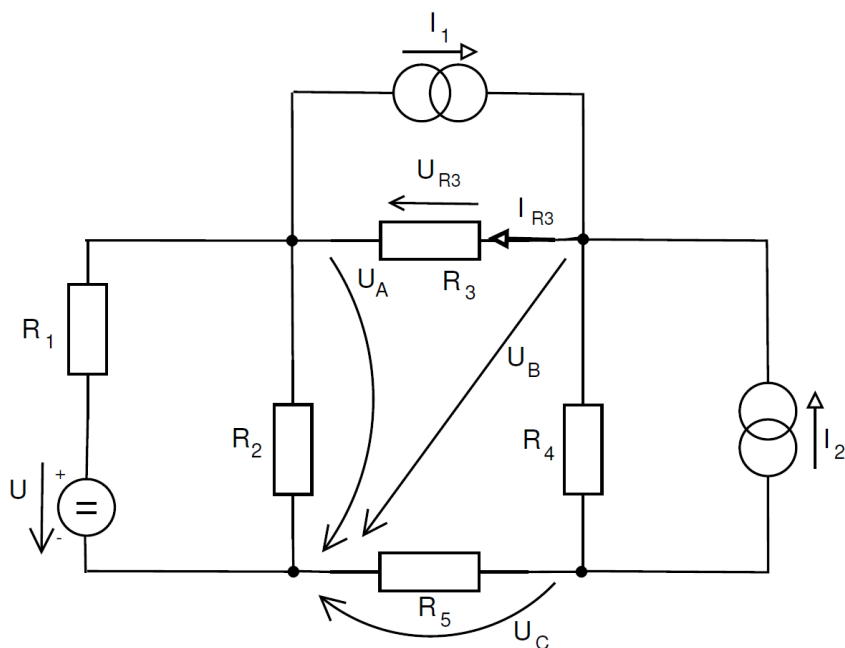
$$U_{R1} = 4,1042 \text{ V}$$

$$I_{R1} = 22,8013 \text{ mA}$$

Příklad 3:

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
120	0,9	0,7	53	49	65	39	32



Využití 1. Kirchhoffova zákona:

$$A: I_{R3} - I_1 - I_{R2} + I_{R1} = 0$$

$$B: -I_1 + I_{R3} + I_{R4} - I_2 = 0$$

$$C: -I_2 + I_{R4} - I_{R5} = 0$$

$$A: \frac{U_B - U_A}{R_3} - \frac{U_A}{R_2} + \frac{U - U_A}{R_1} = I_1$$

$$B: \frac{U_B - U_A}{R_3} + \frac{U_B - U_C}{R_4} = I_1 + I_2$$

$$C: \frac{U_B - U_C}{R_4} - \frac{U_C}{R_5} = I_2$$

Výpočet rovnic:

$$-9227U_A + 2597U_B = -230275,5$$

$$-39U_A + 104U_B - 65U_C = 4056$$

$$32U_B - 71U_C = 873,6$$

$$\begin{pmatrix} -9227 & 2597 & 0 \\ -39 & 104 & -65 \\ 0 & 32 & -71 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -230275,5 \\ 4056 \\ 873,6 \end{pmatrix}$$

$$\det A \begin{vmatrix} -9227 & 2597 & 0 \\ -39 & 104 & -65 \\ 0 & 32 & -71 \end{vmatrix} = 41748915$$

$$U_A = \frac{\begin{vmatrix} -230275,5 & 2597 & 0 \\ 4056 & 104 & -65 \\ 873,6 & 32 & -71 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{1821786876}{41748915} = 43,63674783 \text{ V}$$

$$U_B = \frac{\begin{vmatrix} -9227 & -230275,5 & 0 \\ -39 & 4056 & -65 \\ 0 & 873,6 & -71 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{\frac{5541682887}{2}}{41748915} = 66,36918453 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{\begin{vmatrix} -9227 & 2597 & -230275,5 \\ -39 & 104 & 4056 \\ 0 & 32 & 873,6 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{735141888}{41748915} = 17,60864655 \text{ V}$$

Výpočet U_{R3} a I_{R3} :

$$U_{R3} = U_B - U_A = 66,36918453 - 43,63674783 = 22,7324367 \text{ V} \cong 22,7324 \text{ V}$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{22,7324367}{65} = 0,3497297954 \text{ A} \cong 349,7298 \text{ mA}$$

Hodnoty U_{R3} a I_{R3} jsou:

$$U_{R3} = 22,7324 \text{ V}$$

$$I_{R3} = 349,7298 \text{ mA}$$

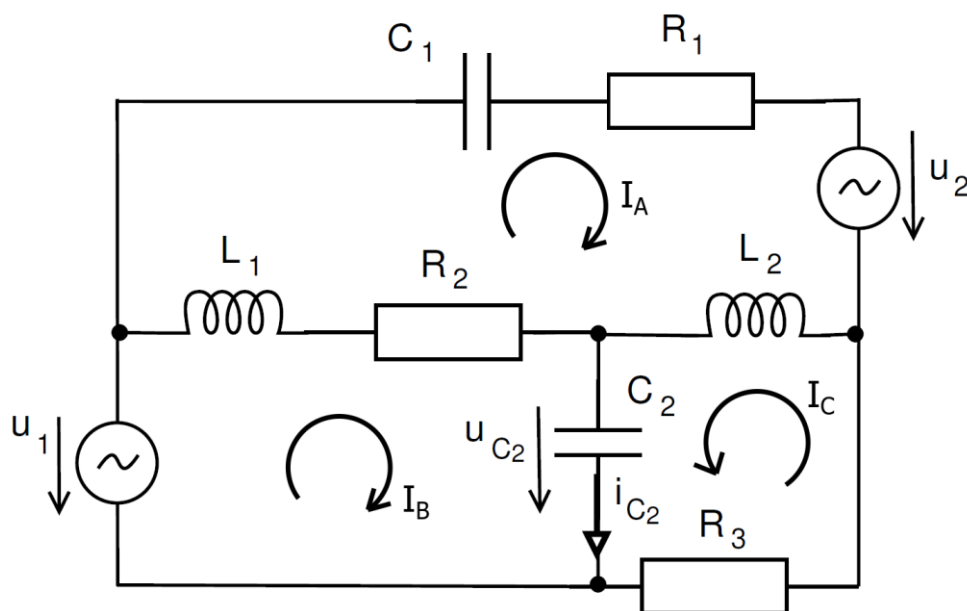
Příklad 4:

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 * \sin(2\pi f)$, $u_2 = U_2 * \sin(2\pi f)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C2} = U_{C2} * \sin(2\pi f + \varphi_{C2})$ určete $|U_{C2}|$ a φ_{C2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn.: Pomocné „směry šipek napájecích zdrojů platí pro $t = \frac{\pi}{2\omega}$.“

U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
45	50	13	15	13	180	90	210	75	85



Využití 1. Kirchhoffova zákona:

$$A: \quad Z_{C1} * I_A + R_1 * I_A + U_2 + Z_{L2} * (I_A + I_C) + R_2 * (I_A + I_B) + \\ + Z_{L1} * (I_A + I_B) = 0$$

$$B: \quad Z_{C2} * (I_B + I_C) - U_1 + Z_{L1} * (I_B - I_A) + R_2 * (I_B - I_A) = 0$$

$$C: \quad Z_{C2} * (I_C + I_B) + R_3 * I_C + Z_{L2} * (I_C + I_A) = 0$$

$$\begin{pmatrix} Z_{C1} + R_1 + Z_{L2} + R_2 + Z_{L1} & -R_2 - Z_{L1} & Z_{L2} \\ -Z_{L1} - R_2 & Z_{C2} + Z_{L1} + R_2 & Z_{C2} \\ Z_{L2} & Z_{C2} & R_3 + Z_{L2} + Z_{C2} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_2 \\ U_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Z_{C1} = \frac{-j}{\omega C_1} = -8,91624331j$$

$$Z_{C2} = \frac{-j}{\omega C_2} = -24,96548127j$$

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = 96,1327352j$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = 48,0663676j$$

Výpočet rovnic:

$$\begin{pmatrix} 28 + 135,2828595j & -15 - 96,1327352j & 48,0663676j \\ -15 - 96,1327352j & 15 + 71,16725393j & -24,96548127j \\ 48,0663676j & -24,96548127j & 13 + 23,10088633j \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -50 \\ 45 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 28 + 135,2828595j & -15 - 96,1327352j & 48,0663676j \\ -15 - 96,1327352j & 15 + 71,16725393j & -24,96548127j \\ 48,0663676j & -24,96548127j & 13 + 23,10088633j \end{vmatrix} = \\ = -12665,86009 + 28399,21187j$$

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} -50 & -15 - 96,1327352j & 48,0663676j \\ 45 & 15 + 71,16725393j & -24,96548127j \\ 0 & -24,96548127j & 13 + 23,10088633j \end{vmatrix}}{|A|} =$$

$$= \frac{4128,756942 + 8246,368563j}{-12665,86009 + 28399,21187j} = 0,1881153452 - 0,2292809961j \text{ A}$$

$$I_B = \frac{\begin{vmatrix} 28 + 135,2828595j & -50 & 48,0663676j \\ -15 - 96,1327352j & 45 & -24,96548127j \\ 48,0663676j & 0 & 13 + 23,10088633j \end{vmatrix}}{|A|} =$$

$$= \frac{21002,54748 + 28435,64696j}{-12665,86009 + 28399,21187j} = 0,5600503202 - 0,9893255701j \text{ A}$$

$$I_C = \frac{\begin{vmatrix} 28 + 135,2828595j & -15 - 96,1327352j & -50 \\ -15 - 96,1327352j & 15 + 71,16725393j & 45 \\ 48,0663676j & -24,96548127j & 0 \end{vmatrix}}{|A|} =$$

$$= \frac{4913,166788 + 16337,37302j}{-12665,86009 + 28399,21187j} = 0,4154749494 - 0,3583027027j \text{ A}$$

Výpočet $|U_{C2}|$ a φ_{C2} :

$$U_{C2} = Z_{C2} * (I_B + I_C) = -24,96548127j * [(0,5600503202 - 0,9893255701j) + (0,4154749494 - 0,3583027027j)] =$$

$$= -33,6441884 - 24,35445785j \Rightarrow |U_{C2}| = \sqrt{(-33,6441884)^2 + (-24,35445785)^2} =$$

$$= 41,53379441 \text{ V} \cong 41,5340 \text{ V}$$

Fázor se nachází ve 3 kvadrantu

$$\varphi_{C2} = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{\text{reálná část}}{\text{imaginární část}}\right) = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{-33,6441884}{-24,35445785}\right) =$$

$$= 2,197372007 \text{ rad} \cong 2,1974 \text{ rad}$$

Hodnoty $|U_{C2}|$ a φ_{C2} jsou:

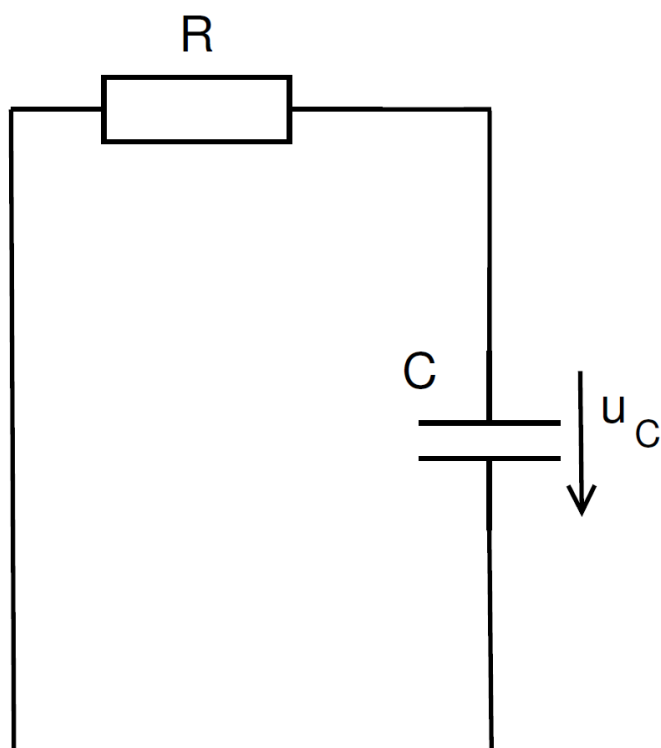
$$\varphi_{C2} = 2,1974 \text{ rad}$$

$$|U_{C2}| = 41,5340 \text{ V}$$

Příklad 5:

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji zpravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_c = f(t)$. Proved'te kontrolu výpočtu dosazením do sestavení diferenciální rovnice.

C [F]	R [Ω]	$u_c(0)$ [V]
30	15	4



Základní vztahy:

$$i = \frac{U_r}{R} \quad (1)$$

$$u_r + u_c = 0 \quad (2)$$

$$u'_c = \frac{1}{C} * i_c = \frac{i}{C} \quad (3)$$

$$u_c(0) = u_{cp}$$

Dosadíme 1 do 3:

$$u'_c = \frac{i}{C} = \frac{1}{C} * \frac{u_r}{R} = \frac{u_r}{RC}$$

Vyjádříme u_r a dosadíme do 2:

$$u_r = -u_c$$

$$u'_c = -\frac{u_c}{RC}$$

$$u'_c + \frac{u_c}{RC} = 0$$

$$u'_c = \lambda; u_c = 1$$

$$\lambda + \frac{1}{RC} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{RC}$$

Očekávané řešení:

$$u_c(t) = K(t) * e^{\lambda t}$$

Dosadíme za λ :

$$u_c(t) = K(t) * e^{-\frac{1}{RC} * t}$$

Zderivujeme $u_c(t) = K(t) * e^{-\frac{1}{RC}t}$:

$$u'_c = K'(t) * e^{-\frac{t}{RC}} + K(t) * e^{-\frac{t}{RC}} * \left(-\frac{1}{RC}\right)$$

Dosadíme u_c a u'_c do rovnice $u'_c + \frac{u_c}{RC} = 0$:

$$K'(t) * e^{-\frac{t}{RC}} + K(t) * e^{-\frac{t}{RC}} * \left(-\frac{1}{RC}\right) + \frac{1}{RC} * K(t) * e^{-\frac{t}{RC}} = 0$$

$$K'(t) * e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{K(t)}{RC} * e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{K(t)}{RC} * e^{-\frac{t}{RC}} = 0$$

$$K'(t) * e^{-\frac{t}{RC}} = 0$$

$$K'(t) = e^{\frac{t}{RC}}$$

Zintegrujeme:

$$K(t) = \int e^{\frac{t}{RC}} dt$$

$$K(t) = e^{\frac{t}{RC}} + k$$

Dosadíme do očekávaného řešení:

$$u_c(t) = k * e^{-\frac{t}{RC}}$$

Dosadíme $t = 0$:

$$u_c(t) = k * e^{-\frac{0}{RC}}$$

$$u_c(t) = k$$

Výsledná rovnice:

$$u_c(t) = u_{cp} * e^{-\frac{t}{RC}}$$

Kontrolní výpočet pro $t = RC = 450 \text{ s}$:

$$u_c(450) = 4 * e^{-\frac{15*30}{15*30}} \cong 1,471518 \text{ V} \cong 1,48 \text{ V} = 4 * 0,37 \text{ V}$$

Výsledky

Varianta	Příklad	Výsledky
D	1	$U_{R3} = 73,5068 \text{ V} ; \quad I_{R3} = 222,7479 \text{ mA}$
F	2	$U_{R1} = 4,1042 \text{ V} ; \quad I_{R1} = 22,8013 \text{ mA}$
A	3	$U_{R3} = 22,7324 \text{ V} ; \quad I_{R3} = 349,7298 \text{ mA}$
D	4	$ U_{C2} = 41,5340 \text{ V} ; \quad \varphi_{C2} = 2,1974 \text{ rad}$
F	5	$u_c(t) = u_{cp} * e^{-\frac{t}{RC}} \quad , u_{cp} = u_c(0) ;$ $u_c(450) = 4 * e^{-\frac{15*30}{15*30}} \cong 1,47151 \text{ V} \quad , t = RC = 450 \text{ s}$