

Complexity / Složitost (SLOa) – 2021/2022
Homework assignment 1

1. Design a Turing machine, which implements the addition on natural numbers in decimal system.

- The input is in the form $\Delta\alpha\#\beta\Delta^\omega$, where α and β are decimal numbers, $\alpha, \beta > 0$.
- When the Turing machine halts, the first tape contains $\Delta\alpha\#\beta\#\gamma\Delta^\omega$, where $\gamma = \alpha + \beta$.
- If you design a multitape machine, the content of other tapes is not important.
- Estimate the upper bounds for its time and space complexity.

3.5 points

2. Design a RAM program, which for the input vector $I = (n_1, n_2)$ computes the modulo function $n_1 \bmod n_2$ (let us suppose that $n_1, n_2 > 0$). After the *HALT* instruction, the register r_0 will contain a number $a = n_1 \bmod n_2$. (Note: It is not necessary to implement optimal algorithm.)

- Analyze uniform time and space complexity and estimate upper bounds.
- Analyze logarithmic time and space complexity and estimate upper bounds.

Do not forget that time and space complexity of RAM program is estimated w.r.t. the size of its input (i.e. number of bits of the input number n).

3.5 points

3. Let L be a regular language (i.e. language accepted by a finite automaton). Estimate functions $f(n)$ and $g(n)$ such that $L \in DTIME(f(n))$ and $L \in DSPACE(g(n))$. Prove your proposition.

3 points

It is not necessary to provide detailed formal description of the TM and RAM program. Informal description is enough.

The homework can be worked out in English or in Czech.

Complexity / Složitost (SLOa) – 2021/2022
Domácí úloha 1

1. Navrhněte Turingův stroj, který počítá součet dvou čísel v desítkové soustavě.

- Vstup je ve tvaru $\Delta\alpha\#\beta\Delta^\omega$, kde α a β jsou čísla v desítkové soustavě, $\alpha, \beta > 0$.
- Po zastavení Turingova stroje první páska obsahuje $\Delta\alpha\#\beta\#\gamma\Delta^\omega$, kde $\gamma = \alpha + \beta$.
- V případě, že navrhnete vícepáskový stroj, obsah dalších pásek může být libovolný.
- Určete horní odhad časové a prostorové složitosti tohoto stroje.

3.5 body

2. Navrhněte RAM program, který pro vstupní vektor $I = (n_1, n_2)$ vypočítá hodnotu $n_1 \bmod n_2$ (předpokládejme, že $n_1, n_2 > 0$). Po provedení instrukce *HALT* bude v registru r_0 číslo $a = n_1 \bmod n_2$. (Pozn: Není třeba implementovat optimální algoritmus.)

- Analyzujte uniformní (jednotkovou) časovou a prostorovou složitost tohoto RAM programu a uveďte horní odhady.
- Analyzujte logaritmickou časovou a prostorovou složitost tohoto RAM programu a uveďte horní odhady.

Nezapomeňte, že časová a prostorová složitost RAM stroje se určuje vzhledem k velikosti vstupu (tedy vzhledem k počtu bitu vstupního čísla n).

3.5 body

3. Nechť L je libovolný regulární jazyk. Určete funkce $f(n)$ a $g(n)$ takové, že $L \in DTIME(f(n))$ a $L \in DSPACE(g(n))$. Svoje tvrzení dokažte.

3 body

TS a RAM program není třeba popisovat do detailů dle formální definice. Stačí neformálně popsat, jak dané zařízení bude fungovat.

Domácí úlohu můžete vypracovat v češtině, nebo v angličtině.