

全ての実数の集合を Lebesgue 可測にする ～ Solovay モデル入門～

@mr__konn

2024-0xAC

alg-d チャンネル

本日の話題

本日の話題

任意の実数の集合 を Lebesgue 可測 にします！

???

???

Lebesgue非可測集合 の構成方法

- ① $[0, 1]$ を割ります
- ② 選択します
- ③ 完成！



※ プライバシー保護のため画像・音声を一部加工しています

非可測集合の作り方

- ◆ 典型的な非可測集合 Vitali 集合の「構成」は次のようだった：
 - (a) 選択公理： $[0, 1]/\mathbb{Q}$ の完全代表系 X を取って
 - (b) 平行移動不変性：可測なら測度零となる筈の X を平行移動して
 - (c) 可算加法性：可算個の X で \mathbb{R} が覆えて $\mu(\mathbb{R}) = 0$ となり矛盾！
- ▶ (他の非可測集合の例は alg_d の動画がいっぱいあるね)
- ◆ どれかを諦めれば「全ての実数の集合を Lebesgue 可測」にできるのでは？
 - ▶ 可算加法性は Lebesgue 測度の一番偉いところだったので諦めたくない
 - ▶ 平行移動不変性の成り立たない測度を測度と呼びたくない
 - Banach の Measure Problem；こっち諦めると、今回扱うより更に巨大な「可測基数」が出て来ます
 - ▶ 今回は選択公理を諦めます。

5 秒ではわからない強制法

5 秒ではわからない強制法

巨大基数

巨大基数

Levy 崩壞

Γελλ 崩壞

Solovay モデルでの解析学

Σ₁¹ 完全性定理の証明

逆はどうなのか？

逆はどうなのか？