

Devoir 2
Question 3
ELE3500

Nom: ABDILLAH
Prénom: Bouh
Matricule: 1940646

a) $P(z) = P(0) e^{-2\alpha z}$

$$\frac{P(z)}{P(0)} = e^{-2\alpha z}$$

$$10 \log \left(\frac{P(z)}{P(0)} \right) = -3 \text{ dB}$$

$$10 \log \left(e^{-2\alpha z} \right) = -3 \text{ dB}$$

$$-2\alpha z =$$

$$\ln \left(\frac{1}{10} \right) = \frac{-3}{10}$$
$$\ln \left(\frac{1}{10} \right) = \frac{-3}{10}$$

$$z =$$

-2α

Calcul de α :

mode TE₁₀ ✓

$$\Rightarrow \alpha^{10} = R_s \frac{1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{f^{10}}{f_c} \right)^2}{b h \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2}}$$

avec $f^{10} = 23 \text{ GHz}$
 $f = 28 \text{ GHz}$
 $b = 1,52 \text{ mm}$
 $a = 3,7 \text{ mm}$

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}}$$

avec $\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$
 $\omega = 2\pi \times 28 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$

$$h = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{\mu_R}{\epsilon_R}}$$

avec $\epsilon_R = 3$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
 $\mu_R = 1$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

$$\Rightarrow \alpha^{10} = 0,3747$$

2

$$\Rightarrow z = 0,8218 \text{ m}$$

0,5

f) 

$$b = 0,1175 \text{ mm} = 2,9845 \text{ mm}$$

$$a = ?$$

$$Z_0 = 50 \Omega$$

$$Z_0 = \frac{h}{2\pi} \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$\Rightarrow \rho \frac{50 \times 2\pi}{h} - \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow C = \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{b}{C} = \frac{b}{\mu_0 \times 2\pi / h}$$

$$h = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_R}}$$

$\epsilon_R = 2,1$

15

$$\Rightarrow a = 0,189 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow 2a = 1,8 \text{ mm}$$

c) $\alpha = ?$

$$\alpha = \frac{R_s \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}{4\pi Z_p}$$

$$a = 0,189 \text{ mm}$$

$$b = 2,9845 \text{ mm}$$

$$R_s = \sqrt{\frac{\mu_0}{2a}}$$

avec $\omega = 2\pi \times 20 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$

$$\sigma = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$$

$$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Ampere}$$

$$\text{avec } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\epsilon_R = 2,1$$

$$\Rightarrow \alpha = 0,0855 \text{ neper/m}$$

Quel vaut l'atténuation sur 100 mètres?

$$100 \text{ pieds} = 30,48 \text{ m}$$

$$P(z) = P(0) e^{-2\alpha z}$$

$$\Rightarrow \frac{P(z)}{P(0)} = e^{-2\alpha z}$$

$$\Rightarrow 10 \log e^{-2\alpha z} = -70$$

$$\Rightarrow z = \frac{\log 10}{-2\alpha}^{-70/10}$$

$$\Rightarrow z = 94,2 \text{ m} \neq 30,48 \text{ m}$$

1
2

La donnée fournie n'est donc pas fiable

d)

L'expression générale du champ E_z

en mode TM est :

$$E_z = [A J_m(k_r l) + B Y_m(k_r l)] [C \cos(m\phi) + D \sin(m\phi)] e^{-jk_z z}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial \phi} = [A J_m(k_r l) + B Y_m(k_r l)] [-C_m \sin(m\phi) + D_m \cos(m\phi)] e^{-jk_z z} = 0$$

$$\Rightarrow -C_m \sin(m\phi) + D_m \cos(m\phi) = 0$$

$$\Rightarrow C_m \sin(m\phi) = D_m \cos(m\phi)$$

$$\Rightarrow \tan(m\phi) = D/C \quad \text{si } C \neq 0 \quad (\alpha)$$

Si $m=0$ et $D=0$, on a

l'équation (α) respectée.

donc la symétrie axiale est respectée:

$r . . . , \gamma : k_r \rightarrow$

donc la symétrie axiale est respectée :

$$\Rightarrow E_3 = [A J_0(k_r l) + B Y_0(k_r l)] e^{-jk_3 z}$$

D'après les équations de Maxwell, on a:

$$E_\phi = -\frac{j k_3}{k_r^2} \frac{\partial E_3}{\partial \rho} = -\frac{j k_3}{k_r} [A J'_0(k_r l) + B Y'_0(k_r l)] e^{-jk_3 z}$$

$$E_\phi = -\frac{j k_3}{k_r^2} \frac{\partial E_3}{\partial \phi} = 0$$

$$E_{\text{tan}} = 0 \text{ sur le cuivre}$$

$$\text{Donc } E_\phi \Big|_{l=a} = E_\phi \Big|_{l=b} = E_3 \Big|_{l=a} = E_3 \Big|_{l=b} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A J_0(k_r a) + B Y_0(k_r a) = 0 \\ A J_0(k_r b) + B Y_0(k_r b) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = -\frac{B Y_0(k_r a)}{J_0(k_r a)} \\ B \left(-\frac{Y_0(k_r a) \cdot J_0(k_r b)}{J_0(k_r a)} + Y_0(k_r b) \right) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{Y_0(k_r a) \cdot J_0(k_r b)}{J_0(k_r a)} + Y_0(k_r b) = 0$$

$$\Rightarrow Y_0(k_r a) J_0(k_r b) = Y_0(k_r b) J_0(k_r a)$$

$$\Rightarrow Y_0(k_r a) J_0(k_r b) = Y_0(k_r b) J_0(k_r a)$$

$$\Rightarrow Y_0(k_r a) J_0(k_r b) - Y_0(k_r b) J_0(k_r a) = 0 \quad (3)$$

On trouve k_r en résolvant l'équation (3)

on sait que

$$k_r^2 + k_z^2 = \beta^2$$

à la fréquence de coupure, on a $k_z = 0$

$$\Rightarrow k_r = \beta = \frac{\omega_c}{c} = \frac{2\pi f_c}{c}$$

$$\Rightarrow f_c = \frac{c k_r}{2\pi}$$

c) On peut réécrire les équations
du mode TM :

$$E_z = [A J_m(k_r l) + B Y_m(k_r l)] [C \cos(m\phi) + D \sin(m\phi)] e^{-jk_z z}$$

Si aucun conducteur intérieur, on doit prendre $B = 0$ car :

$$\lim_{l \rightarrow 0} Y_m(l) = \infty$$

Donc on a :

$$E_z = A J_m(k_r l) [C \cos(m\phi) + D \sin(m\phi)] e^{-jk_z z}$$

$$E_z = A J_m(k_f l) [C \cos(m\phi) + D \sin(m\phi)] e^{-j k_f l}$$

$$E_\phi = -j \frac{k_3}{k_f} m J_m(k_f l) [-C \sin(m\phi) + D \cos(m\phi)] e^{-j k_3 z}$$

$$\bar{E}_{\text{tan}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} E_z|_{l=b} = 0 \\ E_\phi|_{l=b} = 0 \end{cases}$$

\Rightarrow il faut $J_m(k_f b) = 0$

La table des fonctions de Bessel donne :

$$J_m(k_f b) = 0$$

$$\Rightarrow k_f^{01} b = 2,4049$$

De même on a pour un mode TE

$$J_m^1(k_f b) = 0$$

$$\Rightarrow k_f^{11} b = 1,8412 \quad \checkmark$$

$$k_f = \frac{2\pi f_c}{c}$$

$$\Rightarrow f_c = \frac{k_f c}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_c^{TE_{01}} = 29,46 \text{ GHz} \\ f_c^{TM_{01}} = 38,47 \text{ GHz} \end{cases} \times$$