

关于旅游路线规划问题的建模与研究

孙 薇¹, 徐燕锋¹, 孙静怡¹, 杨智伟²

(1. 华北电力大学 经济管理系, 河北 保定 071003)

(2. 华北电力大学 电气与电子工程学院, 北京 102206)

摘 要: 近年来, 随着我国国民经济的快速发展和人们生活水平的提升, 自驾游在全国旅游业中的比重逐渐增大. 以旅游爱好者常住地——西安市为例, 采用分步优化、聚类分析、蚁群优化算法、0-1 规划、层次分析等数学方法, 使得游览全国 201 个 5A 级景点的时间最短、费用最低、旅游体验度最优.

关键词: 旅游路线规划; 逐步分层优化; 蚁群算法; 聚类分析; 旅游体验

1 引言

旅游活动正在成为全球经济发展的重要动力之一, 它加速国际资金流转, 信息、技术管理的传播, 创造高效率消费行为模式、需求和价值等. 随着我国国民经济的快速发展, 人们生活水平得到很大提升, 越来越多的人积极参与有益于身心健康的旅游活动. 自驾车旅游是近年来迅速兴起的旅游项目, 越来越受到游客的青睐. 因此, 如何合理科学地规划自驾旅游爱好者的游玩计划, 显得日益重要.

徐艳和野金花^[1]运用蚁群算法得到了中国旅行商的最短路旅行方案并在此基础上, 考虑最经济的旅行花费问题, 建立了旅行问题的无约束条件优化模型. 佟欣等人^[2]利用蚁群算法和改进的 Dijkstra 算法讨论了游遍黑龙江省 30 个旅游景点最短路径问题. 闫登福^[3]将图论引入自驾游路线优化研究, 提出应用距离可达矩阵法研究自驾游路线中潜在的环路.

因此, 本文在基于 2015 年全国研究生数学建模竞赛 F 题的问题背景下, 紧密围绕题干条件, 在满足约束条件的情况下, 以西安市为出发地, 时间最短、费用最低和旅游体验度最优为目标函数, 进行全国 201 个 5A 景点旅游路线规划研究.

2 模型假设

- 1) 假设在每次旅游时间不超过 15 天的约束下, 旅游者一次性游览完某一省份的全部景点.
- 2) 假定从陕西省西安市到某省后, 必须先到该省省会城市, 而且返程的时候也必须从省会城市出发.
- 3) 对于在非省会城市的景点, 如果条件中未给出具体时间, 则假定从一个景点到另一个景点时, 都需要回到市区进行中转.

4) 为了简化计算, 本文中将行车时间进行了预处理, 具体处理方案如下:

$$t' = [t] + x$$
$$x = \begin{cases} 0, 0 \leq x < 0.25 \\ 0.5, 0.25 \leq x < 0.75 \\ 1, 0.75 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

其中, t 为原始初始时间, t' 为处理后的时间, 单位为小时; x 为小数部分.

5) 对于游玩时间需要 1 天及以上的景点, 为了能够充分利用有限的时间, 假设游览时间是可分的, 即可以分若干个连续时段进行游览.

6) 对于在同一省份同一市区内的景点, 从一个景点移动到另一个景点的时间忽略不计.

3 符号说明

表 1

O	起始点	O	起始点
集合 Point	记录遍历点	1 5 $\frac{1}{3}$	非零子集
		$\frac{1}{5}$ 1 $\frac{1}{7}$	
		3 7 1	
n	遍历点的个数	集合 Time	记录第 i 种情况中 m 条回路的最短时长
t_{ij}	表示任意两个遍历点之间耗费的行车时间	集合 Path	记录最优顺序
x_i	表示在遍历点 i 需要消耗的时间	集合 Tour	回路中旅游景点的游玩总时间
m	分组个数, 即回路数目	集合 Total	总时间, 包括行车 + 游玩时间
集合 Group		分组情况	

4 模型一的建立与分析

如何对 201 个 5A 级景点进行安排, 使得在满足约束条件的情况下, 尽可能充分利用每次旅游时间, 即取某些景点, 使得每次行车时间与游览时间的总和尽可能接近 15 天, 从而实现游览总时间最短.

根据题目中给出的条件, 采用逐步分层优化的方法对该问题进行求解.

4.1 计算西安市到各省会城市的行车自驾时间

考虑到所有省会城市之间不是全程高速相连, 结合实际, 本文选取百度地图推荐路线, 以陕西省西安市为出发地点, 计算西安市到其余各省会城市所需的行车时间, 如表 1 所示.

表 1 陕西省西安市到各省会城市的合理行车时间 (h)

到达城市	北京市	天津市	河北省石家庄市	山西省太原市	内蒙古呼和浩特市
时间	13	12.5	9.5	7.5	13.5
到达城市	辽宁省沈阳市	吉林省长春市	黑龙江省哈尔滨市	上海市	江苏省南京市
时间	19	21.5	24	15	12
到达城市	浙江省杭州市	安徽省合肥市	福建省福州市	江西省南昌市	山东省济南市
时间	15	10.5	20.5	13	10
到达城市	河南省郑州市	湖南省长沙市	湖北省武汉市	广东省广州市	广西南宁市
时间	5.5	12	9	20	22
到达城市	海南省海口市	重庆市	四川省成都市	贵州省贵阳市	云南省昆明市
时间	29	9.5	9	14	21
到达城市	西藏拉萨市	甘肃省兰州市	青海省西宁市	宁夏银川市	新疆乌鲁木齐市
时间	38	8	11	9	32

4.2 计算各省游玩时间与往返西安市的最少时间, 并采用聚类分析法进行分类

根据表 1 中的行车时间和已知的景点最少游玩时间, 简单加和得出各省份所花的最短时间, 见表 2.

表 2 旅游时间估算表 (天)

城市	北京	天津	河北	山西	内蒙古	辽宁	吉林	黑龙江
游玩时间	3.5	1.5	5	3.5	1.5	2.5	2.5	3
行车时间	1.625	1.5625	1.1875	0.9375	1.6875	2.375	2.6875	3
总时间	6.75	4.625	7.375	5.375	4.875	7.25	7.875	9
城市	上海	江苏	浙江	安徽	福建	江西	山东	河南
游玩时间	2	12	7.5	7	7	6	7	9
行车时间	1.875	1.5	1.875	1.3125	2.5625	1.625	1.25	0.6875
总时间	5.75	15	11.25	9.625	12.125	9.25	9.5	10.375
城市	湖北	湖南	广东	广西	海南	重庆	四川	贵州
游玩时间	8.5	5	6	3	2.5	6	8	3
行车时间	1.125	1.5	2.5	2.75	3.75	1.1875	1.125	1.75
总时间	10.75	8	11	8.5	10	8.375	10.25	6.5
城市	云南	西藏	陕西	甘肃	宁夏	青海	新疆	
游玩时间	4.5	1	3.5	3	2.5	1.5	8	
行车时间	2.625	4.75		1	1.125	1.375	4	
总时间	9.75	10.5	3.5	5	4.75	4.25	16	

选用系统聚类法中的最短距离法^[4], 以省会城市 $\left| \begin{array}{ccc} 1 & 5 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{7} \\ 3 & 7 & 1 \end{array} \right| (i = 1 \sim 30)$ 的游玩和行车时间为衡量指标, 记为 (t_{i1}, t_{i2}) , 通过下式测量类与类之间的距离, 得到距离矩阵. 然后根据

不同的平台高度, 即距离值, 将 30 个省份逐步进行聚类, 如图 1 所示.

$$d(w_i, w_j) = \sum_{k=1}^2 |v_{ik} - v_{jk}| \cdots \tag{1}$$

$$d(w_i, w_j) = \sum_{k=1}^2 |v_{ik} - v_{jk}|, \quad D(G_p, G_q) = \min_{\substack{w_i \in G_p \\ w_j \in G_q}} \{d(w_i, w_j)\} \cdots \tag{2}$$

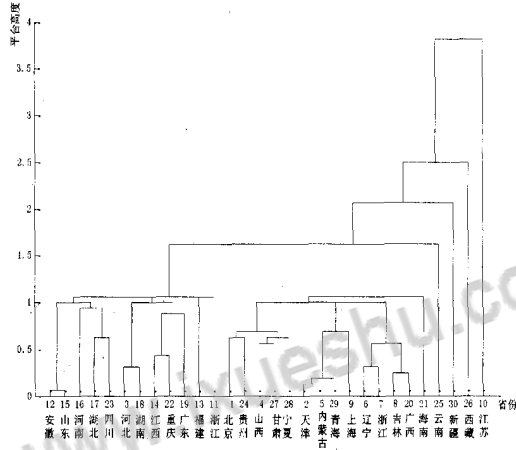


图 1 30 个省份聚类分析图

由表 2 和图 1 可知, 以游玩时间和行车时间总和为依据, 江苏和新疆均单独分成一类. 而在图 1 中之所以将西藏单列为一类, 主要是因为从西安到拉萨的行车时间远远大于西安到其余省会城市的时间. 但因为在西藏的游玩景点少, 总时间没有超过 15 天, 因此不需要单独分析.

4.3 基于蚁群算法的省内游览路线局部优化模型

根据模型假设, 在进行全局最短时间优化之前, 首先以各省为研究对象, 对从西安往返某省份并游览完该省份所有景点的时间进行局部优化. 从数学模型转化的角度来看, 该问题可以转化为运筹学中经典的旅行商问题 (Traveling Salesman Problem, TSP)^[5], 即寻求单一旅行者由起点出发, 按照一定的顺序访问所有给定的需求点, 使得每一个点都能被访问且仅能被访问一次, 最后再回到原点, 使得总路程最短的规划方案.

蚁群算法 (ant colony optimization, ACO) 作为一种用来在图中寻找优化路径的机率型算法, 最早是由 Marco Dorigo 等人在《Ant colonies for the travelling salesman problem》^[6] 中提出的这一新概念. 该算法基于蚁群的自身催化和正向反馈机制, 符合旅行商问题 (TSP) 的求解特点, 因此已经被普遍运用于解决 TSP 问题. 下面对采用 ACO 解决 TSP 问题的基本原理^[6] 进行阐述.

设整个蚂蚁群体中蚂蚁的数量为 m , 城市的数量为 n , 城市 i 与城市 j 之间的距离为 $d_{ij} (i = 1, 2, \cdots, n)$, t 时刻城市 i 与城市 j 连接路径上的信息浓度为 $\tau_{ij}(t)$. 初始时刻, 各个城市间连接路径上的信息素浓度相同, 不妨设为 $\tau_{ij}(0) = \tau_0$.

蚂蚁 $k (k = 1, 2, \cdots, m)$ 根据各个城市间连接路径上的信息素浓度决定其下一个访问城

市, 设 $P_{ij}^k(t)$ 表示 t 时刻蚂蚁 k 从城市 i 转移到城市 j 的概率, 其计算公式为

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{s \in \text{allow}_k} [\tau_{is}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{is}(t)]^\beta}, & s \in \text{allow}_k \\ 0, & s \notin \text{allow}_k \end{cases}$$

其中 $\eta_{ij}(t)$ 为启发函数, $\eta_{ij}(t) = 1/d_{ij}$, 表示蚂蚁从城市 i 转移到城市 j 的期望程度; $\text{allow}_k (k = 1, 2, \dots, m)$ 为蚂蚁 k 待访问城市的集合, 开始时, allow_k 中有 $(n - 1)$ 个元素, 即包括除了蚂蚁 k 出发城市的其他所有城市, 随着时间的推进, allow_k 中的元素不断减少, 直至为空, 即表示所有的城市均访问完毕; α 为信息素重要程度因子, 其值越大, 表示信息素的浓度在转移中作用越大; β 为启发函数重要程度因子, 其值越大, 表示启发函数在转移中的作用越大, 即蚂蚁会以较大的概率转移到距离短的城市。

如上所述, 在蚂蚁释放信息素的同时, 各个城市间连接路径上的信息素逐渐消失, 设参数 $\rho (0 < \rho < 1)$ 表示信息素的挥发程度. 因此, 当所有蚂蚁完成一次循环后, 各个城市间连接路径上的信息浓度需要进行实时更新, 即

$$\begin{cases} \tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij} \\ \Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^n \Delta\tau_{ij}^k \end{cases}, \quad 0 < \rho < 1$$

其中, $\Delta\tau_{ij}^k$ 表示第 k 只蚂蚁在城市 i 与城市 j 连接路径上释放的信息素浓度; $\Delta\tau_{ij}$ 表示所有蚂蚁在城市 i 与城市 j 连接路径上释放的信息素浓度之和。

综上所述, 将蚁群算法应用于旅行商问题的基本求解步骤, 如图 2 所示。

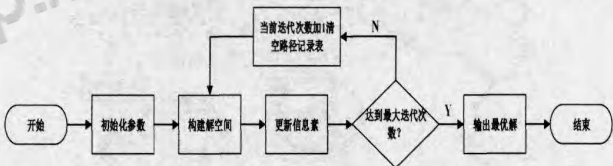


图 2 ACO 求解 TSP 问题的基本步骤

以江西省 7 个景点为例, 其分布在 7 个城市, 地理示意图如 3 所示. 其中, 深色黑线表示两个城市之间的距离。

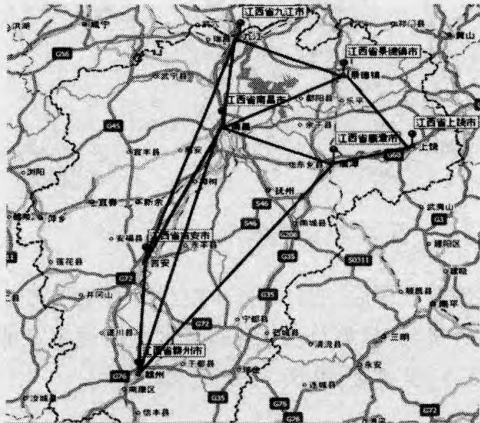


图 3 江西省 7 个城市地理示意图

经过 MATLAB R2014a 编程运行, 可以得到以下结果, 如图 4 所示.

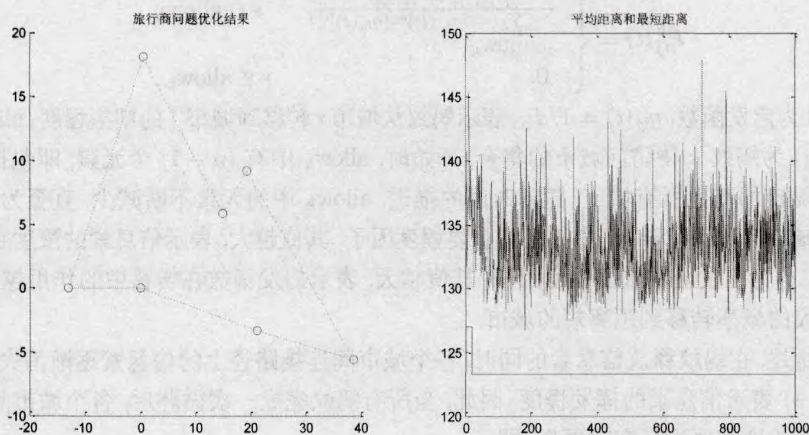


图 4 蚁群算法得到的满意解

由此可知, 在江西省 7 个景点进行旅游时的最佳旅游线路为: 南昌 \rightarrow 九江 \rightarrow 景德镇 \rightarrow 鹰潭 \rightarrow 上饶 \rightarrow 赣州 \rightarrow 吉安 \rightarrow 南昌.



图 5 江西省内景点最佳游览路线

在明确了省内城市的旅游顺序后, 结合附件 1 中给出的江西省内 7 个景点的最少游玩时间, 得到具体行程安排. 经计算, 按蚁群算法优化得到的旅游顺序安排旅游完 7 个 5A 级景区后, 再从南昌市回到西安市, 一共需要 12 天.

4.4 特殊省份路径规划

经过 4.3 处理计算后, 可以得知只有从西安往返新疆不满足时间约束, 主要原因是新疆

土地辽阔, 景点之间距离大, 耗时久.

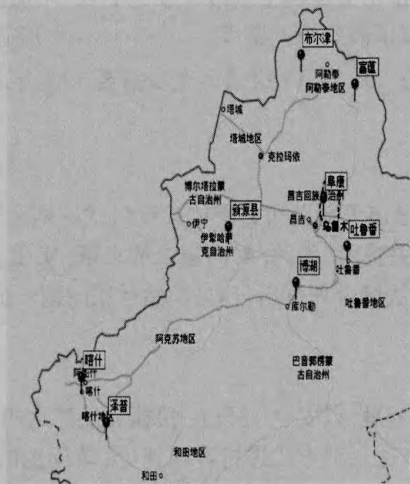


图 6 新疆景点地理分布图

因此对其的特殊处理就是拆分景点, 分次进行游玩, 即如何将新疆的 9 个景点进行划分, 使得往返西安市的时间与游玩时间的总和不超过 15 天. 本文采用的方法为改进的枚举法, 具体建模步骤如下:

步骤 1 确定分组个数 m . 分组个数表示从乌鲁木齐往返的回路数目, 即分为 m 次游览完新疆省内景点. m 的取值范围为 $[1, n + 1]$.

步骤 2 通过穷举法, 确定具体分组情况 Group. 当回路数目为 m 时, 一共有 C_n^m 种分组情况. 记 $i = 1 \sim C_n^m$, 表示第 m 条回路中的第 i 种情况.

步骤 3 采用 Dijkstra 算法求解上述各种情况下每一条回路的最短路径, 此处将时间赋值 为有向图的边长.

步骤 4 检验是否满足时间约束条件, 包括回路中的景点游玩时间以及总回路时间.

经过 MATLAB R2014a 求解后, 可以得知, 具体的游览路线为: 乌鲁木齐市 — 喀什地区 — 泽普县 — 吐鲁番地区 — 乌鲁木齐市; 乌鲁木齐市 — 阜康市 — 富蕴县 — 布尔津市 — 博湖县 — 乌鲁木齐市; 乌鲁木齐市 — 新源县 — 乌鲁木齐市. 所以新疆省内各景点最少需要 3 次才能游览完毕.

4.5 国内 5A 景区游览路线全局优化模型

根据上次计算结果, 排除旅游时间达到 15 天的省份, 把剩余省份和陕西省内的景点, 看成遍历点. 根据以上条件, 结合 0-1 规划法建立数学模型, 进行全局优化, 规划设计旅游线路, 使游客游遍 201 个 5A 级景区的总时间最短, 从而获得最佳旅游计划安排. 最佳旅游线路规划模型如下:

$$f(x) \begin{cases} \max T_S = B_{0k} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} Q_{ij} + \sum_{i=1}^n W_i N_i + B_{h0} \\ A = \{\max T_s\} \\ \min T = \lceil \frac{1}{2} \min \text{card}(A) \rceil \end{cases} \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} i \neq j \\ \max T_s \leq 15 \end{cases}$$

其中,将西安市标号为.

$$Q_{ij} = \begin{cases} 0, & i\text{城市不需要到}j\text{城市} \\ 1, & i\text{城市需要到}j\text{城市} \end{cases} \quad N_i = \begin{cases} 0, & \text{不旅游第}i\text{个景点} \\ 1, & \text{旅游第}i\text{个景点} \end{cases}$$

根据模型计算,游客游遍 201 个 5A 级景区至少需要 12.5 年.

5 模型二的建立与分析

与问题一相比,问题二增加了费用和旅游体验度最优这两个目标,并给出了新的约束条件、不同的交通方式以及相关费用. 因此,对问题二的求解,实质上是多目标优化问题. 本文的解决思路是采用层次分析法综合评价出行方式,然后在问题一最优解的基础上进行费用计算.

5.1 出行方式评价

针对交通方式选择这个问题,以安全、舒适、快捷和经济这四个因素为准则层,作为评判的标准,对高铁、飞机、汽车这三种方式进行客观评价. 该问题的层次结构模型如下图 7 所示.

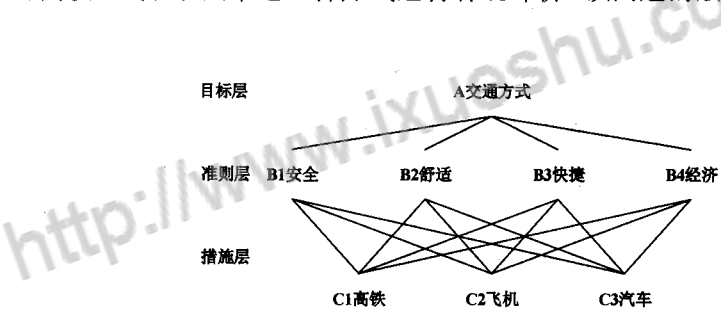


图 7 交通方式选择的层次分析图

判断矩阵的构建由专家参考相关资料给出,利用 MATLAB R2014a 软件进行分析,即可得到层次总排序结果,结果通过了一致性检验.

表 3 层次总排序结果

	安全	舒适	快捷	经济	层次总排序权值
	0.57	0.12	0.06	0.25	
高铁	0.73	0.62	0.19	0.28	0.57
飞机	0.19	0.30	0.73	0.07	0.20
汽车	0.08	0.08	0.08	0.65	0.22

通过上表可以看出,旅游者应该优先选择高铁. 高铁具有相对安全与舒适的优势,同时相对汽车更加快捷,相对于飞机更加经济. 所以高铁应该作为主要的出行方式. 但由于西安到各个省会直达的高铁较少,如果乘坐高铁到达大部分省会时需要进行换乘. 但题目中给出约束条件:一天乘坐高铁的时间不超过 6 小时,所以从西安到较远省份时,为了缩短时间,同时获得更好的旅游体验,选择飞机出行.

5.2 计算不同方案的旅游费用

在计算旅游费用时,本文考虑全程自驾游和选择公共交通从西安往返不同省会城市这两

种方案.

全程自驾游涉及到住宿费和燃油费, 在问题一的基础上计算可以得到表 4.

表 4 全程自驾情况下的各省分项花费 (元)

省份	住宿费	路费	合计	省份	住宿费	路费	合计
北京	3300	2415	5715	河南	6600	3408.6	10008.6
天津	1800	2070	3870	湖北	7050	3974.4	11024.4
河北	4500	3031.4	7531.4	湖南	4350	3813.4	8163.4
山西	3750	2456.4	6206.4	广东	5100	5133.6	10233.6
内蒙古	2250	2861.2	5111.2	广西	3900	4517.2	8417.2
辽宁	3600	4186	7786	海南	4050	5748.16	9798.16
吉林	3600	4333.2	7933.2	重庆	6000	4138.16	10138.16
黑龙江	5400	6701.28	12101.28	四川	5850	3781.2	9631.2
上海	1800	2484	4284	贵州	3900	3496	7396
浙江	4950	4728.8	9678.8	云南	5250	6099.6	11349.6
江苏	6450	3109.6	9559.6	西藏	3600	6292.8	9892.8
安徽	5550	3772	9322	甘肃	3900	4181.4	8081.4
福建	6450	5313	11763	宁夏	3000	2189.6	5189.6
江西	5400	3698.4	9098.4	青海	2100	2249.4	4349.4
山东	5250	3670.8	8920.8	新疆	5250	8266.2	13516.2

第二种方案除了住宿费和燃油费, 还涉及到了公共交通费 (高铁或飞机) 以及达到目的省份的租车费用, 具体费用比重见图 8.

由图可得, 方案二的总费用为 383876 元, 同时可以得出机票/车票费与住宿费占很大比例, 而全程自驾游的总费用为 280109 元, 可以发现全程自驾游较为经济, 但路途上花费时间较多, 在景区游览时间较短, 不能获得很好的旅游体验. 而选择高铁或飞机出行, 虽然费用有较大幅度的增加, 但是可以显著地缩短花费在路途上的时间, 避免在自驾过程中可能遇到的各种意外状况, 如路况或天气不佳和汽车出现故障等. 而且, 旅游者减少了因为开车导致的疲劳感, 能够以更好的精神状态游览景点, 使旅游者获得更好的旅游体验.

通常来讲, 成本最小和时间最短是两个逆向指标, 所以可以得到如图 9 所示的帕累托 (Pareto) 曲线, 旅游者可以根据自己的实际情况选择曲线上的任一点.

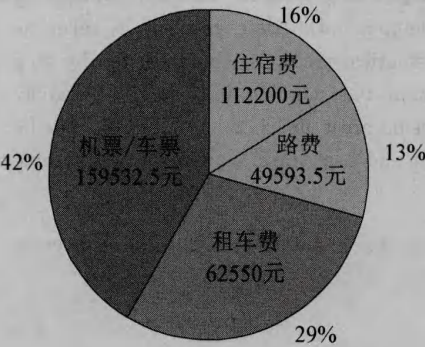


图 8 旅行费用构成图

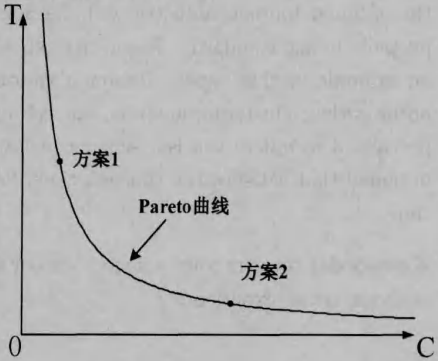


图 9 成本时间 Pareto 曲线

6 结 论

本文针对数学建模竞赛 F 题所提出的旅游路线规划问题, 采用了逐步分层优化的思路, 通过聚类分析、蚁群算法、0-1 整数规划等方法将问题一转化为可求解的数学模型, 并且在满足题干要求下求解得到时间最短的旅游方案. 对于问题二, 则在问题一的基础上, 利用层次分析法对出行交通方式进行了综合评价, 并且围绕费用和旅游体验度最优这两个目标, 求得合理的方案.

整个问题的求解逐步深入, 保证了内容和数据的连贯性, 但对于如何定性衡量旅游体验度这一概念, 在后续研究中还需要进一步深入.

参考文献

[1] 徐艳野金花. 关于中国旅行商问题的探讨 [J]. 黑龙江八一农垦大学学报, 2011, 23(6): 71-74.
[2] 佟欣, 孙仲强, 徐斌. 黑龙江省旅游路线优化设计 [J]. 齐齐哈尔大学学报, 2013, 29(3): 76-78+85.
[3] 闫登福. 基于距离可达矩阵的自驾游路线优化研究 [D]. 东北大学, 2012.
[4] Sneath P H A, Langham C D. OUTLIER. a BASIC program for detecting outlying members of multivariate clusters based on presence-absence data[J]. Computers & Geosciences, 1989, 15(Issue 6): 939-964.
[5] Mostafa Mahi, Ömer Kaan Baykan, Halife Kodaz, A new hybrid method based on Particle Swarm Optimization, Ant Colony Optimization and 3-Opt algorithms for Traveling Salesman Problem[J]. Applied Soft Computing, 30, May 2015, Pages 484-490, ISSN 1568-4946.
[6] Marco Dorigo, Luca Maria Gambardella, Ant colonies for the travelling salesman problem[J]. Biosystems, 1997, Volume 43, (Issue 2): 73-81.

Modeling and Research on Tourism Route Planning

SUN Wei¹, XU Yan-feng¹, SUN Jing-yi¹, YANG Zhi-wei²

(1. Department of Economic Management, North China Electric Power University Baoding 071003, China)
(2. School of Electric Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: In recent years, the proportion of self-driving travel has gradually increased in the national tourism industry with the rapid development of economy and improvement of people's living standard. Xi'an city, known as the tour enthusiasts' resident, is taken as an example in this paper. Through various mathematical methods including step by step optimization, clustering analysis, ant colony algorithm, 0-1 planning and analytic hierarchy process, a complete tourism scheme of 5A level scenic areas in China, totally 201, can be obtained that satisfies the shortest time, lowest cost and best travel experience at the same time.

Keywords: tourism route scheme; step by step optimization; ant colony algorithm; clustering analysis; travel experience



论文写作，论文降重，
论文格式排版，论文发表，
专业硕博团队，十年论文服务经验



SCI期刊发表，论文润色，
英文翻译，提供全流程发表支持
全程美籍资深编辑顾问贴心服务

免费论文查重：<http://free.paperyy.com>

3亿免费文献下载：<http://www.ixueshu.com>

超值论文自动降重：http://www.paperyy.com/reduce_repetition

PPT免费模版下载：<http://ppt.ixueshu.com>
