# Метод Шеннона и инверсные контактные схемы.

Метод Шеннона синтеза контактных схем заключается в следующем. Пусть дана функция $f(x_1, \ldots, x_n)$.

1. Выбирается $q$, $1 \leqslant q \leqslant n$, и функция раскладывается по первым $q$ переменным (вообще говоря, можно раскладывать не обязательно по первым, а по любым выбранным $q$ переменным):

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \bigvee_{\sigma_1, \ldots, \sigma_q \in \{0,1\}} x_1^{\sigma_1} \cdots x_q^{\sigma_q} \cdot f(\sigma_1, \ldots, \sigma_q, x_{q+1}, \ldots, x_n).$$

2. Чтобы теперь построить схему, нужно сначала реализовать все элементарные конъюнкции вида $x_1^{\sigma_1} \cdots x_q^{\sigma_q}$. Это делается с помощью контактного дерева от переменных $x_1, \ldots, x_q$.

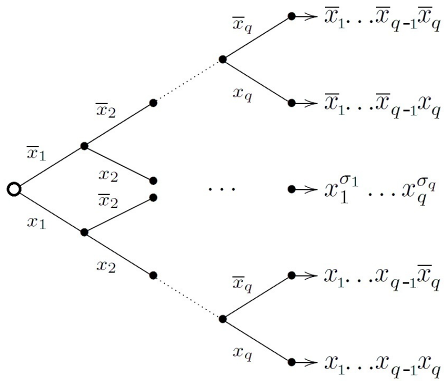



Рис. 1: Контактное дерево.

3. Теперь реализуем все функции вида $f(\sigma_1, \ldots, \sigma_q, x_{q+1}, \ldots, x_n)$. Эти функции зависят от $n - q$ переменных и, вообще говоря, могут быть любыми. Поэтому приходится реализовывать так называемый универсальный многополюсник порядка $(n - q)$ – схему $U_{n-q}(x_{q+1}, \ldots, x_n)$, реализующую *все* функции от $(n - q)$ переменных. Эта схема имеет 1 вход и $2^{2^{n-q}}$ выходов — по числу функций от $(n - q)$ переменных.

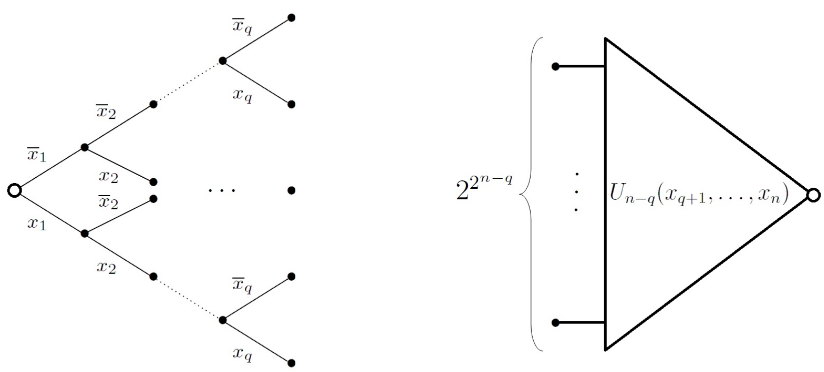



Рис. 2: Контактное дерево и универсальный многополюсник.

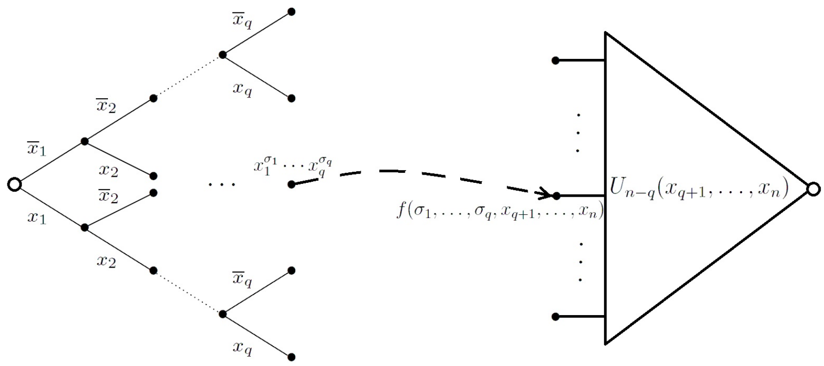



Рис. 3: К пункту 4.

4. Теперь для получения схемы по методу Шеннона осталось подсоединить каждую конъюнкцию $x_1^{\sigma_1}\cdots x_q^{\sigma_q}$ к соответствующей подфункции $f(\sigma_1,\ldots,\sigma_q,x_{q+1},\ldots,x_n)$, а лишние висячие ребра убрать.

Можно считать, что универсальный многополюсник не имеет выхода, соответствующего функции 0. Поэтому **универсальный многополюсник порядка 1** в случае контактных схем имеет три выхода (на которых реализуются функции 1, $x_1$, $\bar{x}_1$) и выглядит следующим образом:

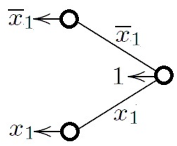



Рис. 4: Универсальный многополюсник порядка 1

**Пример.** *С помощью метода Шеннона, разлагая ФАЛ* $f(x_1,x_2,x_3)$, *заданную столбцом значений* (1110 1000), *по БП* $x_1,x_2$, *построить реализующую её (1,1)–КС, а затем получить из этой ККС инверсную схему.*

Имеем:

$$f(0,0,x_3)=(11)=1,$$
$$f(0,1,x_3)=(10)=\bar{x}_3,$$
$$f(1,0,x_3)=(10)=\bar{x}_3,$$
$$f(1,1,x_3)=(00)=0.$$

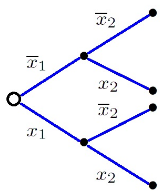
Поэтому разложение имеет вид

$$f(x_1,x_2,x_3)=\bar{x}_1\bar{x}_2\cdot 1\vee\bar{x}_1x_2\cdot\bar{x}_3\vee x_1\bar{x}_2\cdot\bar{x}_3\vee x_1x_2\cdot 0.$$

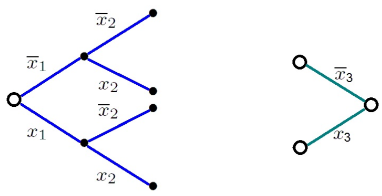
Согласно этому разложению, в универсальном многополюснике нам потребуются только функции $0,1$ и $\bar{x}_3$, из которых функция 0 на самом деле не нужна.

Действуя по алгоритму, получаем:

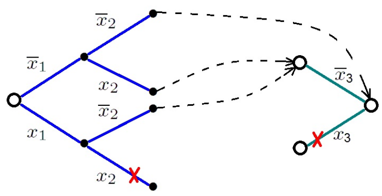
Строим контактное дерево от $x_1, x_2$ :




Строим универсальный многополюсник порядка 1 от переменной $x_3$:




Соединяем. Заметим, что $x_1x_2$ ни к чему не надо присоединять.




Получаем схему (первая часть задачи):

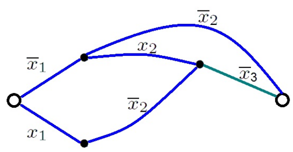



Рис. 5: Построение методом Шеннона КС для примера.

Эта схема является каскадной контактной схемой (ККС). Соответствующая полная ККС имеет вид (цветом показано, как она получена при помощи операций присоединения двух противоположных контактов из схемы, состоящей из пары входвыходных вершин $\{a_0, a_1\}$):

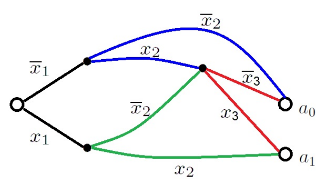



Рис. 6: Полная ККС к примеру.

Удаляя полюс $a_0$ и контакты, не принадлежащие проводящим цепям из $a_1$ в выход, получаем инверсную схему (вторая часть задачи).

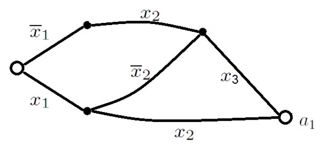



Рис. 7: Инверсная ККС к примеру.

# Моделирование совершенной ДНФ на основе контактного дерева и инверсные контактные схемы

Пусть дана функция $f(x_1, \ldots, x_n)$. Этот метод синтеза состоит в следующем:

1. Строится совершенная ДНФ функции $f$ :

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \bigvee_{\substack{\sigma_1, \ldots, \sigma_n \in \{0,1\}: \\ f(\sigma_1, \ldots, \sigma_n) = 1}} x_1^{\sigma_1} \cdots x_n^{\sigma_n}.$$

2. Строится полное контактное дерево порядка $n$ :

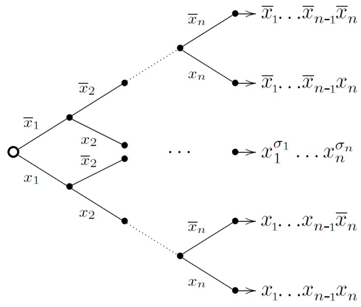



Рис. 8: Полное контактное дерево.

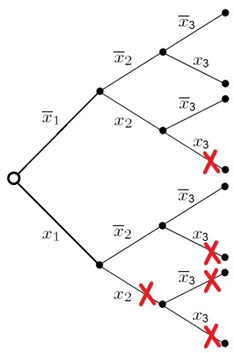
В нем оставляются только те листья, которые соответствуют слагаемым в совершенной ДНФ. Остальные ветви удаляются.

3. Оставшиеся листья склеиваются в один выход.

**Пример.** *С помощью моделирования совершенной ДНФ на основе контактного дерева построить (1,1)-КС, реализующую ФАЛ* $f(x_1, x_2, x_3)$, *заданную столбцом значений* (1110 1000), *а затем получить из этой ККС инверсную схему.*

Совершенная ДНФ данной функции имеет вид $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$.

Контактное дерево:




После склеивания:

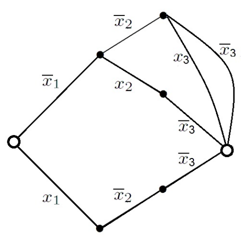



Рис. 9: Построение КС по совершенной ДНФ на основе КД к примеру

Здесь параллельные противоположные контакты можно было стянуть.

Соответствующая полная ККС имеет вид (цветом показано, как она получена при помощи операции присоединения двух противоположных контактов из пары вход-выходных вершин $\{a_0, a_1\}$):

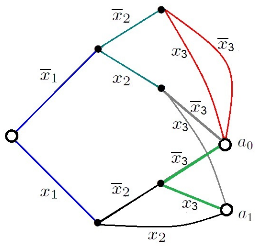



Рис. 10: Полная ККС к примеру.

Удаляя полюс $a_0$ и контакты, не принадлежащие проводящим цепям из $a_1$ в выход, получаем инверсную схему (вторая часть задачи).

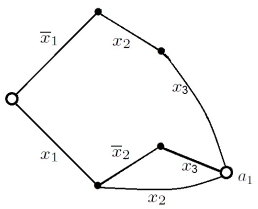



Рис. 11: Инверсная ККС к примеру.