

Ονοματεπώνυμο Α.Μ.

1. Βρείτε την ακριβή λύση του προβλήματος δύο σημείων

$$(1) \quad u_{xx} = e^{4x}, \quad u(-1) = u(1) = 0,$$

ολοκληρώνοντας δύο φορές τη διαφορική εξίσωση.

2. Γράψτε τη μεταβολική μορφή του προβλήματος (1) πάνω στο χώρο των συνεχών και κατά τμήματα παραγωγίσιμων συναρτήσεων στο διάστημα $[-1, 1]$.

3. Χρησιμοποιήστε το πρόγραμμα fem.py για να λύσετε το πρόβλημα δύο σημείων (1) με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

(α') Χρησιμοποιήστε $h = 1/16$ και τυπώστε την ακριβή και την υπολογιστική λύση στο σημείο $x = 0.5$. Τι παρατηρείτε;

(β') Κάντε το ίδιο όταν $h = 1/25$. Ποιό είναι το σφάλμα $\epsilon_h(0.5) = |u(0.5) - u_h(0.5)|$; Εδώ, με u_h συμβολίζουμε τη λύση πεπερασμένων στοιχείων του προβλήματος (1). Στρογγυλοποιήστε τις απαντήσεις σας στο τέταρτο δεκαδικό ψηφίο.

$$u(0.5) =$$

$$u_h(0.5) =$$

$$\epsilon_h(0.5) =$$