

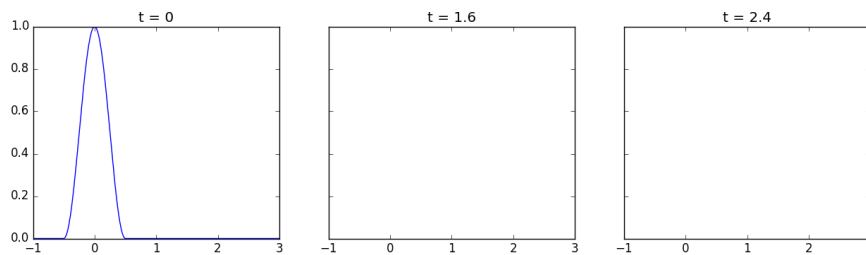
Ονοματεπώνυμο Α.Μ.

1. Θεωρούμε την εξίσωση της μεταφοράς, $u_t + u_x = 0$, για $x \in [-1, 3]$ και $0 < t \leq 2.4$, με αρχική συνθήκη

$$u^0(x) = \begin{cases} \cos^2(\pi x) & |x| \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{διαφορετικά,} \end{cases}$$

και συνοριακή συνθήκη $u(-1, t) = 0$.

- (α') Βρείτε και σχεδιάστε, πρόχειρα, την ακριβή λύση στις χρονικές στιγμές $t = 1.6$ και $t = 2.4$. Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της $u^0(x)$.



- (β') Ποιά είναι η μέθοδος upwind για τη λύση του συγκεκριμένου προβλήματος;

- (γ') Ποιά προσέγγιση δίνει η μέθοδος upwind για την τιμή $u(1.44, 1.6)$; Για την τιμή $u(2.24, 2.4)$; Χρησιμοποιήστε $h = 1/100$ και $\lambda = 0.8$. Στρογγυλοποιήστε στο τέταρτο δεκαδικό ψηφίο. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τη συνάρτηση

```
def u0(x): return np.where(abs(x) > 0.5, 0.0, np.cos(np.pi*x)**2)
```

για να υλοποιήσετε την αρχική συνθήκη.

$u(1.44, 1.6) =$

$u(2.24, 2.4) =$