

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

*ΣΥΝΘΕΣΗ*  
*ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ*  
*ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ*  
*ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ*

**ΕΡΓΑΣΙΑ #1**

*ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.*

**7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ**

**Όνομα : Διαμαντής Κων/νος**

**A.E.M. : 8981**

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2019

## Περιεχόμενα

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων .....	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου .....	3
Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς .....	3
Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς .....	5
Ρύθμιση Κέρδους .....	7
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB .....	9
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM .....	13
Απόκριση συχνότητας .....	14
Απόκριση σε περιοδική κυματομορφή .....	15

## Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

### ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

$$f_p = 6 \text{ kHz} \quad , \quad f_s = 10.320 \text{ kHz} \quad \text{και} \quad a_{\max} = 0.25 \text{ dB} \quad , \quad a_{\min} = 26.25 \text{ dB}$$

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά θα προσδιορίσουμε τις συχνότητες:

$$\omega_p = 2\pi \cdot f_p = 37699 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 2\pi \cdot f_s = 64842 \text{ rad/sec}$$

Κανονικοποιούμε τη συχνότητα  $\omega_p$ , ώστε να πάρουμε  $\Omega_p = 1$ .

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{\omega_p} = 1.72$$

Έπειτα θα προσδιορίσουμε την παράμετρο  $\varepsilon$  και θα υπολογίσουμε την τάξη  $n$  του φίλτρου που απαιτείται.

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\left(\frac{a_{\max}}{10}\right)} - 1} = 0.2434$$

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[ \frac{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1} \right]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = 4.5067$$

Επειδή το  $n$  δεν είναι ακέραιος αριθμός στρογγυλοποιούμε προς τον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο, άρα  **$n = 5$**

Συνεχίζουμε με τον προσδιορισμό του συντελεστή  $\alpha$  και της συχνότητας ημίσειας ισχύος.

$$\alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.4705$$

$$\Omega_{hp} = \cosh \left( \frac{1}{n} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right) \right) = 1.0887$$

Η πραγματική  $\omega_{hp} = 2\pi * \Omega_{hp} * f_p = 41044 \text{ rad/sec}$

Επειδή η τάξη του φίλτρου είναι 5, οι γωνίες Butterworth που προκύπτουν είναι  $\psi_k = 0^\circ, \pm 36^\circ, \pm 72^\circ$ .

Επομένως οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από τον τύπο:

$$p_k = -\sinh(a) * \cos(\psi_k) \pm j \cosh(a) * \sin(\psi_k)$$

Με αντικατάσταση λοιπόν βρίσκουμε:

$$p_1 = -0.4370 \quad \text{και} \quad \Omega_1 = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} = 0.437$$

$$p_{2,3} = -0.3535 \pm j0.6414 \quad \text{και} \quad \Omega_{2,3} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} = 0.5717$$

$$p_{4,5} = -0.1350 \pm j1.0379 \quad \text{και} \quad \Omega_{4,5} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} = 1.0168$$

Τα Q των πόλων υπολογίζονται από τη σχέση  $Q = \frac{|p_k|}{2\sigma_k}$  ως εξής:

$$Q_1 = 0.5 \quad \text{και} \quad Q_{2,3} = 1.0359 \quad \text{και} \quad Q_{4,5} = 3.8759$$

Τα πραγματικά μέτρα των πόλων είναι:

$$\Omega_{01} = 2\pi * f_p * \Omega_1 = 16473$$

$$\Omega_{02} = 2\pi * f_p * \Omega_{2,3} = 27611$$

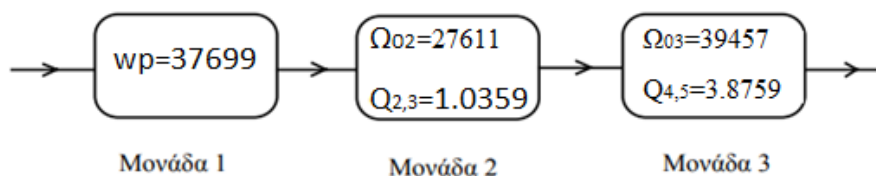
$$\Omega_{03} = 2\pi * f_p * \Omega_{4,5} = 3945$$

Συνοψίζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα εξάγουμε τον παρακάτω πίνακα:

$\psi_k$	Q	$p_k$
$\pm 0$	0.5	-0.4370
$\pm 36^\circ$	1.0359	$-0.3535 \pm j0.6414$
$\pm 72^\circ$	3.8759	$-0.1350 \pm j1.0379$

### Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Το συνολικό κύκλωμα περιλαμβάνει τρεις μονάδες, οι οποίες φαίνονται και παρακάτω σε διαγραμματική μορφή. Η μονάδα (I) αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο  $p_1$ , η μονάδα (II) αντιστοιχεί στο ζεύγος μιγαδικών πόλων  $p_{2,3}$  και η μονάδα (III) αντιστοιχεί στο ζεύγος πόλων  $p_{4,5}$ . Χρησιμοποιούμε ένα απλό παθητικό φίλτρο πρώτης τάξης για την μονάδα (I), και το κύκλωμα Sallen-Key (στρατηγική (2)) για τις μονάδες (II) και (III). Το κέρδος στο dc θα πρέπει να είναι 0 dB.



### ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί όπως ήδη αναφέραμε με ένα απλό παθητικό φίλτρο πρώτης τάξης.

$$\sigma_1 = \frac{1}{RC} = 0.437$$

Αν  $R=1 \Omega$  τότε  $C= 2.2886 \text{ F}$ .

### Κλιμακοποίηση

Η σταθερά κλιμακοποίησης της συχνότητας θα είναι  $k_f = \omega_p = 37699$ . Επιλέγουμε τη σταθερά κλιμακοποίησης πλάτους ώστε να έχουμε πυκνωτή  $1 \mu\text{F}$ .

$$k_{m2} = \frac{C}{k_f 2 \cdot 10^{-6}} = 60.7066$$

Και επομένως παίρνουμε:

$$R_{11} = 60.7066 \Omega$$

$$C_{11} = 1 \mu\text{F}$$

### ΜΟΝΑΔΑ ( II )

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key με στρατηγική 2.

Θεωρούμε προσωρινά ότι  $\Omega_{02}=1$ .

$$C_{21\_old}=2*Q_{2,3}= 2.0719$$

$$C_{22\_old}=\frac{1}{2Q_{2,3}}= 0.4827$$

$$R_{21\_old}=R_{22\_old}=1$$

$$k=1$$

### Κλιμακοποίηση

Ο συντελεστής κλιμακοποίησης συχνότητας θα είναι  $k_{f2} = \omega_p * \Omega_{2,3} = 27611$ . Με βάση τα δεδομένα της εκφώνησης θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με τιμή 1μF.

Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{21\_new} = \frac{C_{21\_old}}{k_{m2}k_{f2}} \Leftrightarrow k_{m2} = \frac{C_{21\_old}}{k_{f2}C_{21\_new}} = \frac{1}{27611 * 1 * 10^{-6}} = 75.0375$$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας είναι:

$$C_{21\_new} = 1 \mu F, C_{22\_new} = \frac{C_{22\_old}}{k_{m2}k_{f2}} = 0.23296 \mu F,$$
$$R_{21\_new} = R_{22\_new} = k_{m2} = 75.0375 \Omega$$

### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Κατά τον ίδιο τρόπο με την 2<sup>η</sup> Μονάδα, υλοποιούμε με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key με στρατηγική 2.

Θεωρούμε και πάλι προσωρινά ότι  $\Omega_{03}=1$ .

$$C_{31\_old}=2*Q_{4,5}= 2.0719$$

$$C_{32\_old}=\frac{1}{2Q_{4,5}}= 0.4827$$

$$R_{31\_old}=R_{32\_old}=1$$

$$k=1$$

### Κλιμακοποίηση

Ο συντελεστής κλιμακοποίησης συχνότητας θα είναι  $k_{f3} = \omega_p * \Omega_{4,5} = 39457$ . Με βάση τα δεδομένα της εκφώνησης θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένας πυκνωτής με τιμή 1μF.

Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{31\_new} = \frac{C_{31\_old}}{k_{m3}k_{f3}} \Leftrightarrow k_{m3} = \frac{C_{31\_old}}{k_{f3}C_{31\_new}} = \frac{1}{39457 * 1 * 10^{-6}} = 196.4508$$

Επομένως, τα πραγματικά στοιχεία της πρώτης μονάδας είναι:

$$C_{31\_new} = 1 \mu F, \quad C_{32\_new} = \frac{C_{32\_old}}{k_{m3}k_{f3}} = 16.643 \text{ nF}, \\ R_{31\_new} = R_{32\_new} = k_{m3} = 196.4508 \Omega$$

### Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι 0 dB. Ωστόσο δε χρειαζόμαστε κάποια επιπλέον ρύθμιση καθώς υλοποιήσαμε το κύκλωμα με στρατηγική 2, που δίνει κέρδος μονάδα ή 0dB στις χαμηλές συχνότητες.

### Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα, απλού παθητικού φίλτρου όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_1(s) = \frac{\Omega_{01}}{s + \Omega_{01}} = \frac{1.647 * 10^4}{s + 1.647 * 10^4}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα Sallen-Key τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_2(s) = k_2 \frac{\Omega_{02}^2}{s^2 + \frac{\Omega_{02}}{Q_{2,3}}s + \Omega_{02}^2} = 1 * \frac{7.624 * 10^8}{s^2 + 2.665 * 10^4 s + 7.624 * 10^8}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα Sallen-Key με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_3(s) = k_3 \frac{\Omega_{03}^2}{s^2 + \frac{\Omega_{03}}{Q_{4,5}}s + \Omega_{03}^2} = 1 * \frac{1.557 * 10^9}{s^2 + 1.018 * 10^4 s + 1.557 * 10^9}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου:

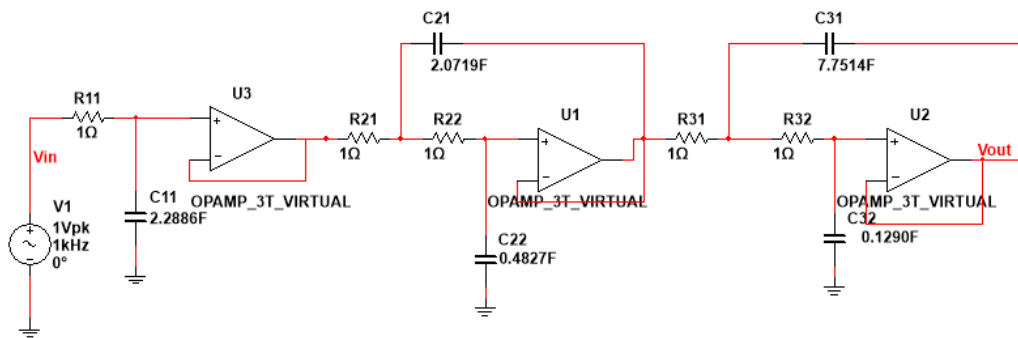
$$T_{LP}(s) = T_1(s) * T_2(s) * T_3(s):$$

$$T_{LP}(s) = \frac{1.647 * 10^4}{s + 1.647 * 10^4} * \frac{7.624 * 10^8}{s^2 + 2.665 * 10^4 s + 7.624 * 10^8} * \frac{1.557 * 10^9}{s^2 + 1.018 * 10^4 s + 1.557 * 10^9}$$

$$T_{LP}(s) =$$

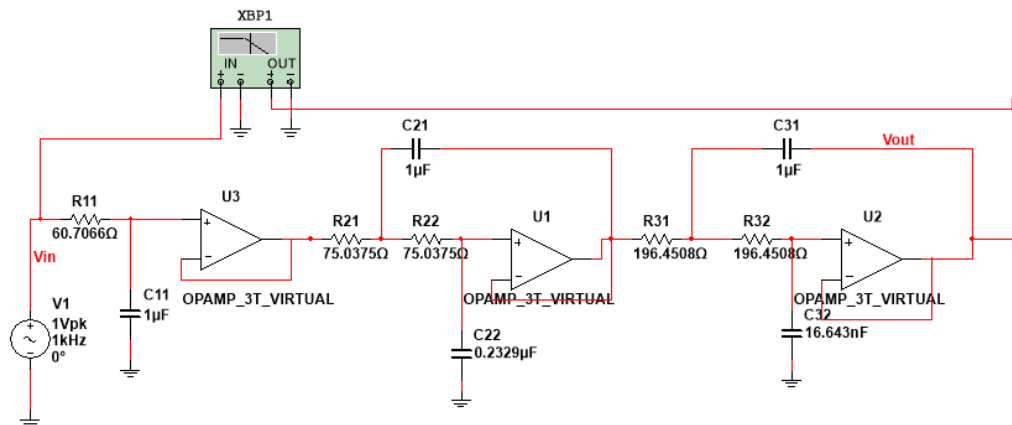
$$\frac{1.955 * 10^{22}}{s^5 + 5.331 * 10^4 s^4 + 3.197 * 10^9 s^3 + 9.193 * 10^{13} s^2 + 1.998 * 10^{18} s + 1.955 * 10^{22}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1<sup>ης</sup>, 2<sup>ης</sup>, 3<sup>ης</sup> μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη.



Στην συνέχεια φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

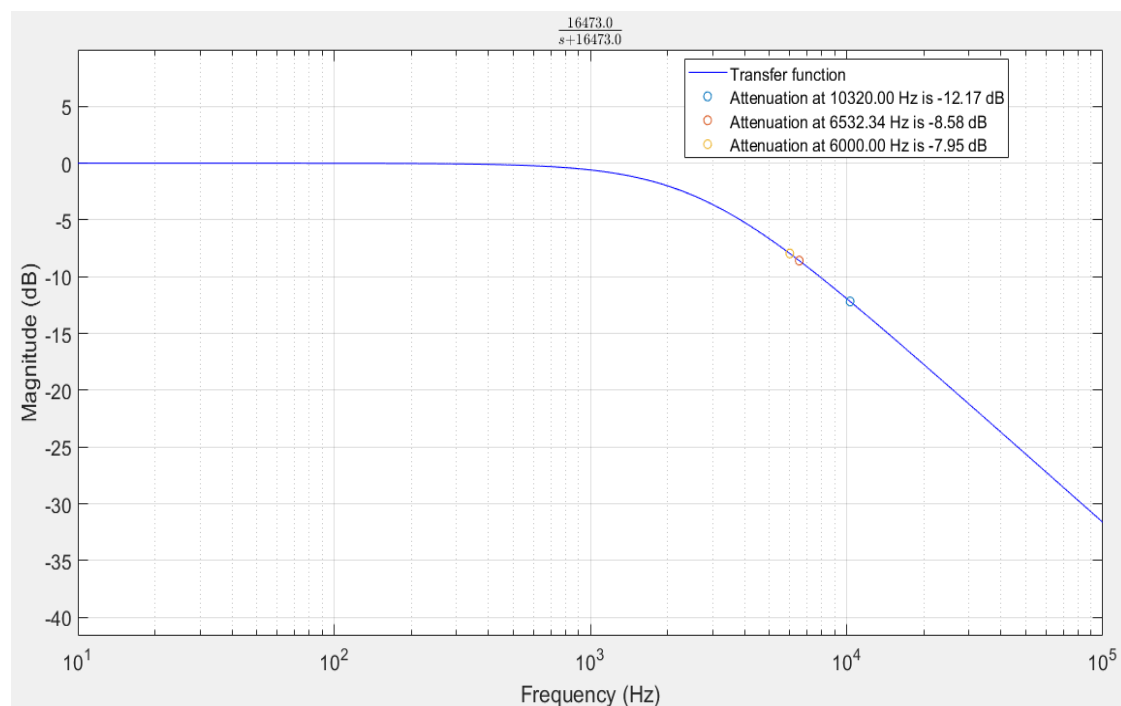




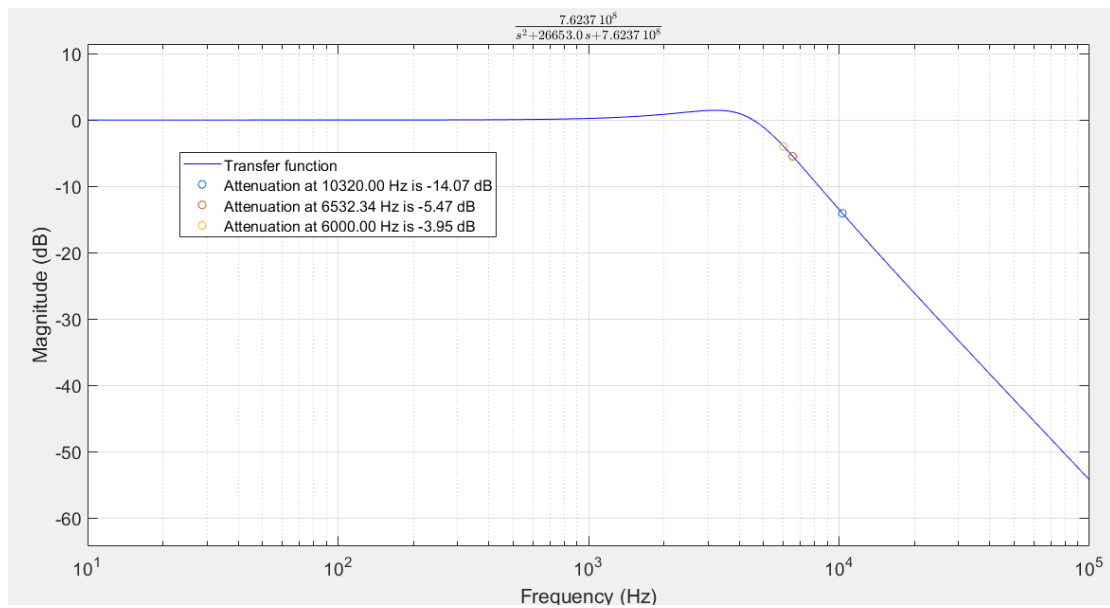
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων 1, 2 και 3 αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

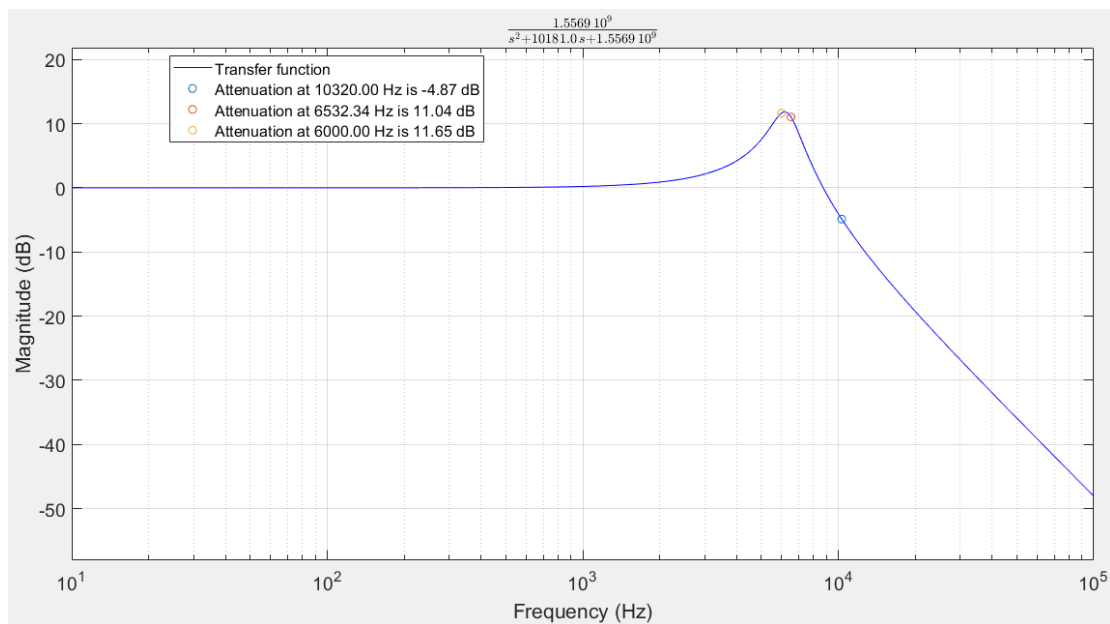
### 1<sup>η</sup> Μονάδα : Παθητικό φίλτρο πρώτης τάξης.



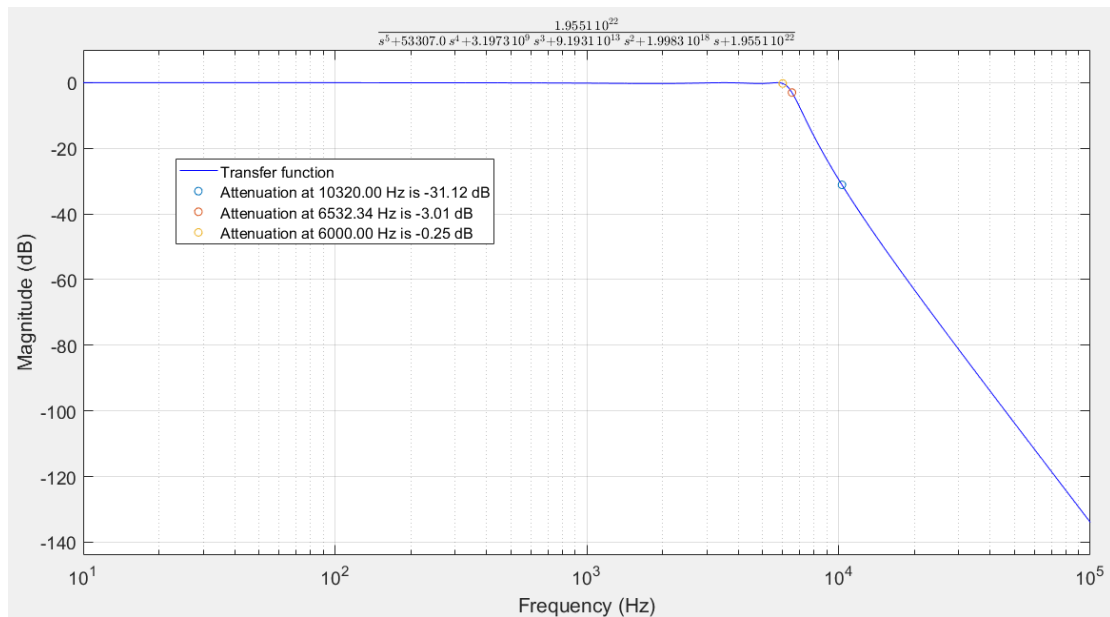
## 2<sup>η</sup> Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



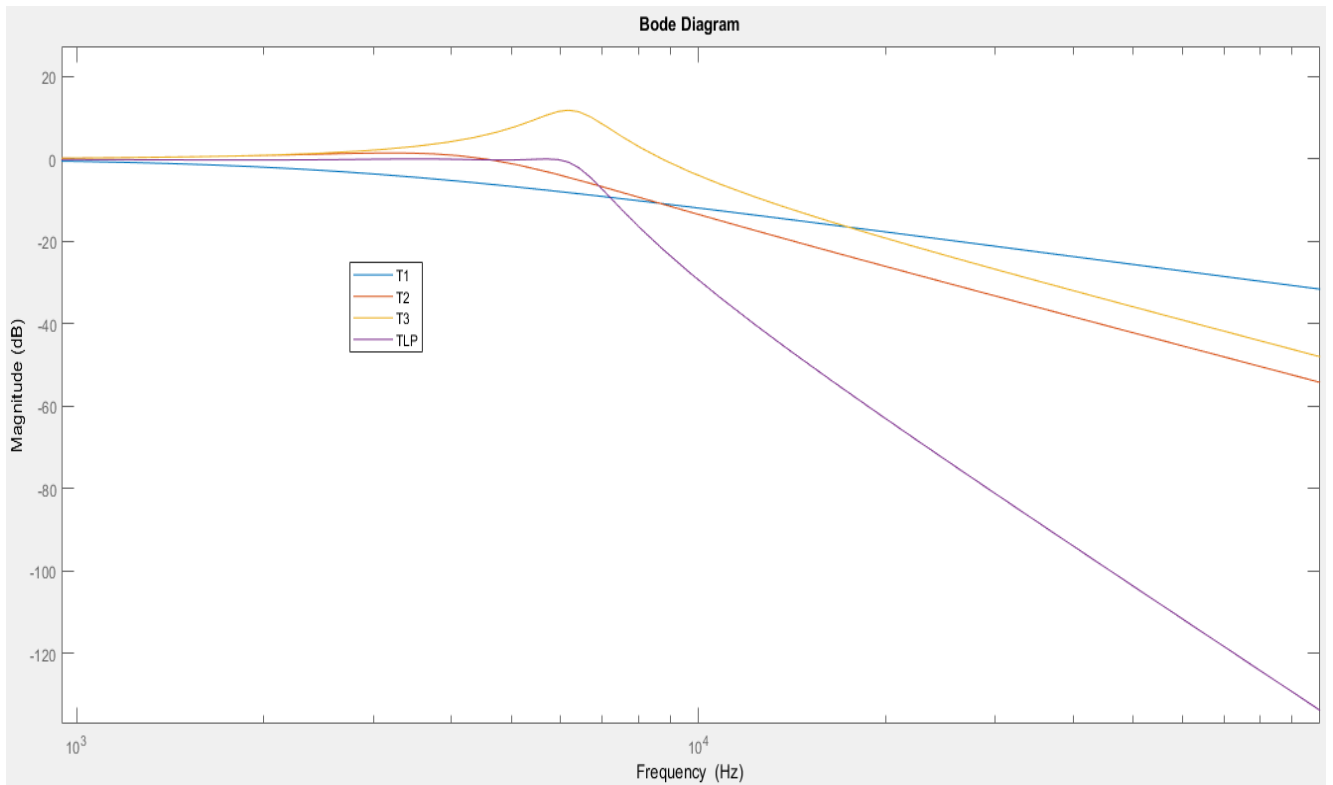
## 3<sup>η</sup> Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



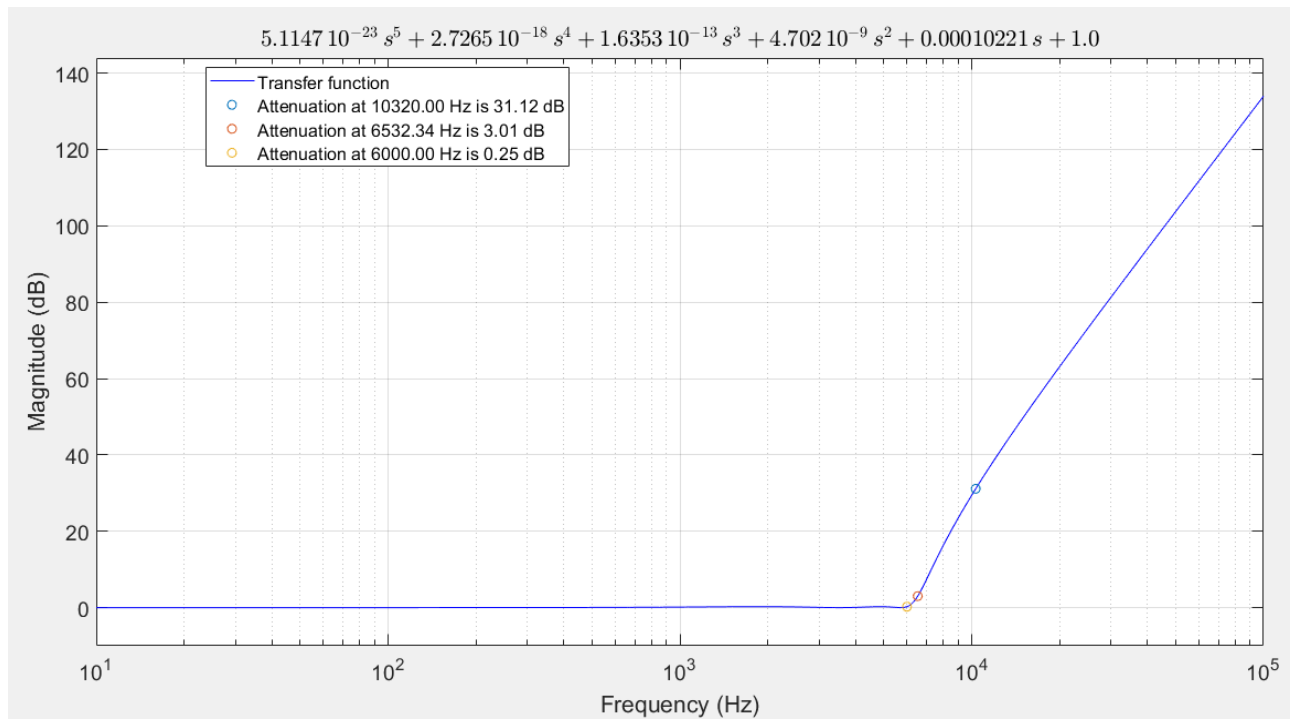
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode, χρησιμοποιώντας την εντολή Itiview. Έχουμε κάνει zoom στην ενδιαφέρουσα περιοχή συχνοτήτων έτσι ώστε να φαίνονται ευδιάκριτα οι αποκρίσεις. Επίσης επιλέγουμε Hz στον οριζόντιο άξονα και dB στον κατακόρυφο. Όπως βλέπουμε και στο πινακάκι, με μπλε χρώμα είναι η συνάρτηση μεταφοράς της πρώτης μονάδας, με κόκκινο χρώμα η συνάρτηση μεταφοράς της δεύτερης μονάδας, με κίτρινο χρώμα η συνάρτηση μεταφοράς της τρίτης μονάδας και τέλος με μωβ χρώμα χρώμα η συνάρτηση μεταφοράς του τελικού κυκλώματος.

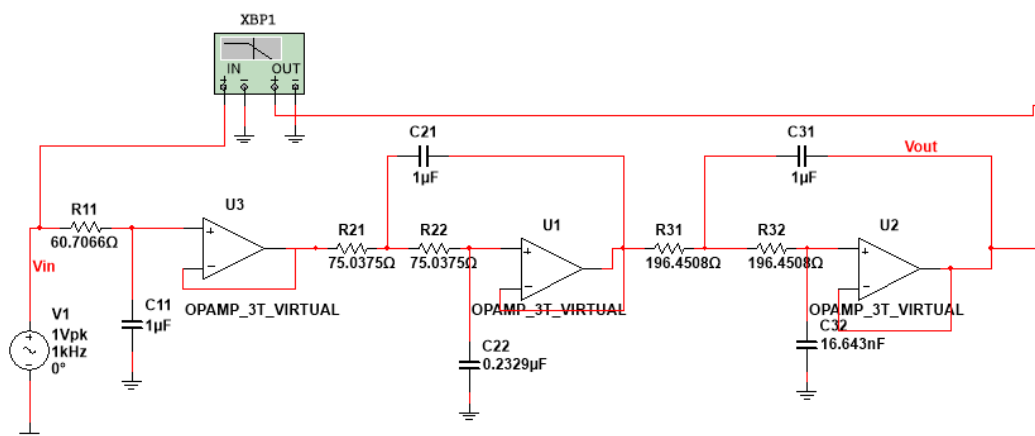


Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



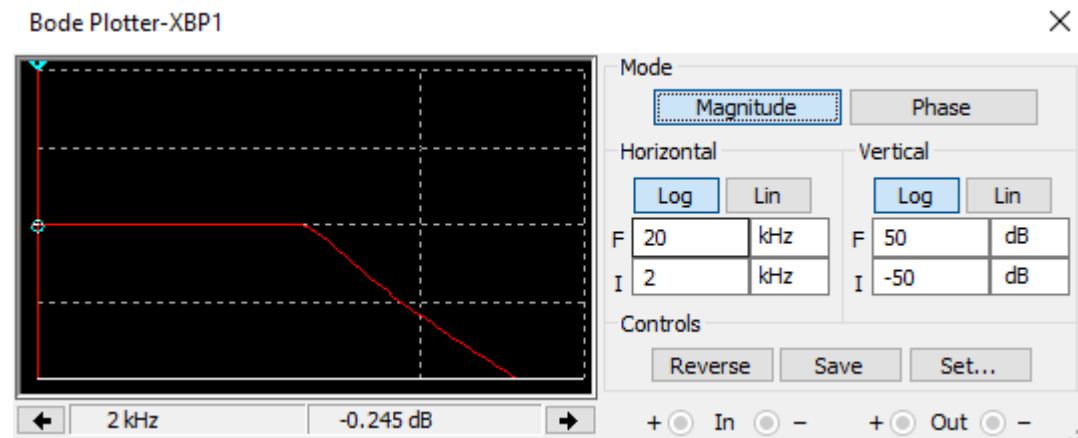
## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα, όπως αναφέραμε και παραπάνω, αυτή τη φορά συνδέοντας Bode Plotter.

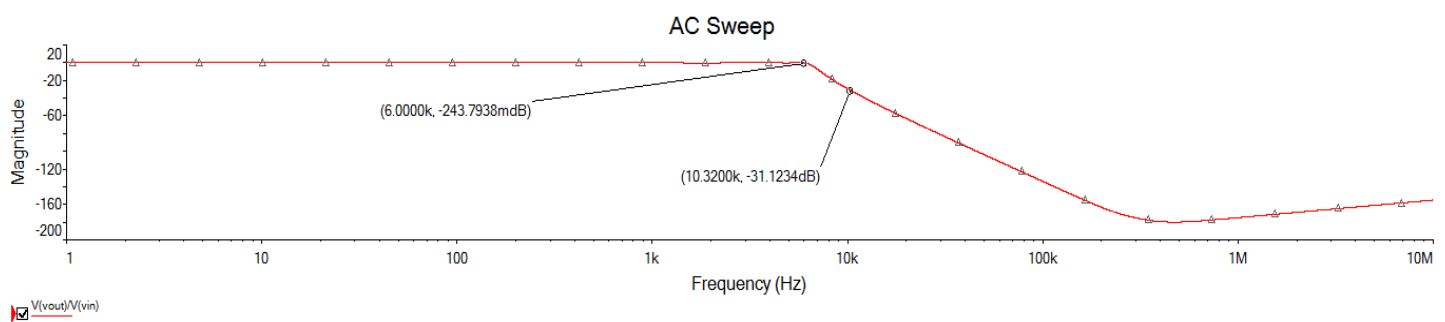


## Απόκριση συχνότητας

Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω:



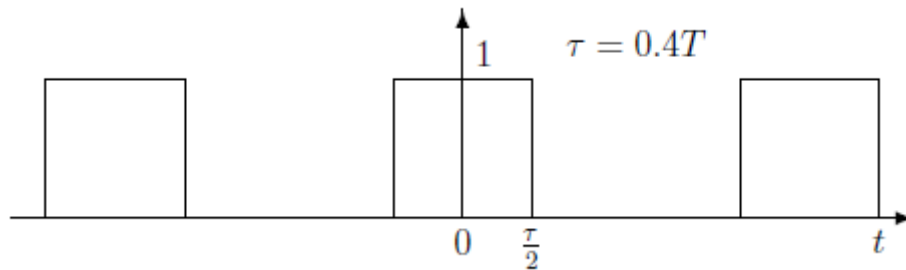
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



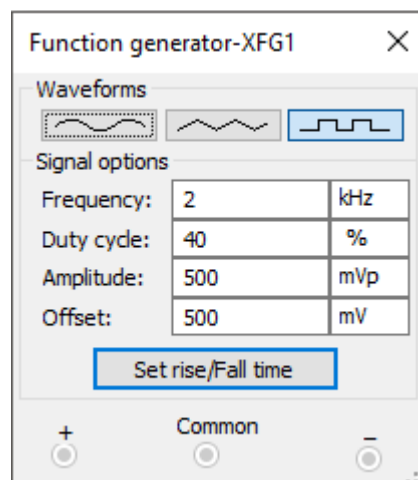
Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο συμφωνεί απόλυτα με την θεωρητική ανάλυση του Matlab και πως οι προδιαγραφές για το κύκλωμα καλύπτονται. Επιβεβαιώνουμε από τα tabs τις προδιαγραφές που αναφέραμε και προηγουμένως.

Απόκριση σε περιοδική κυματομορφή

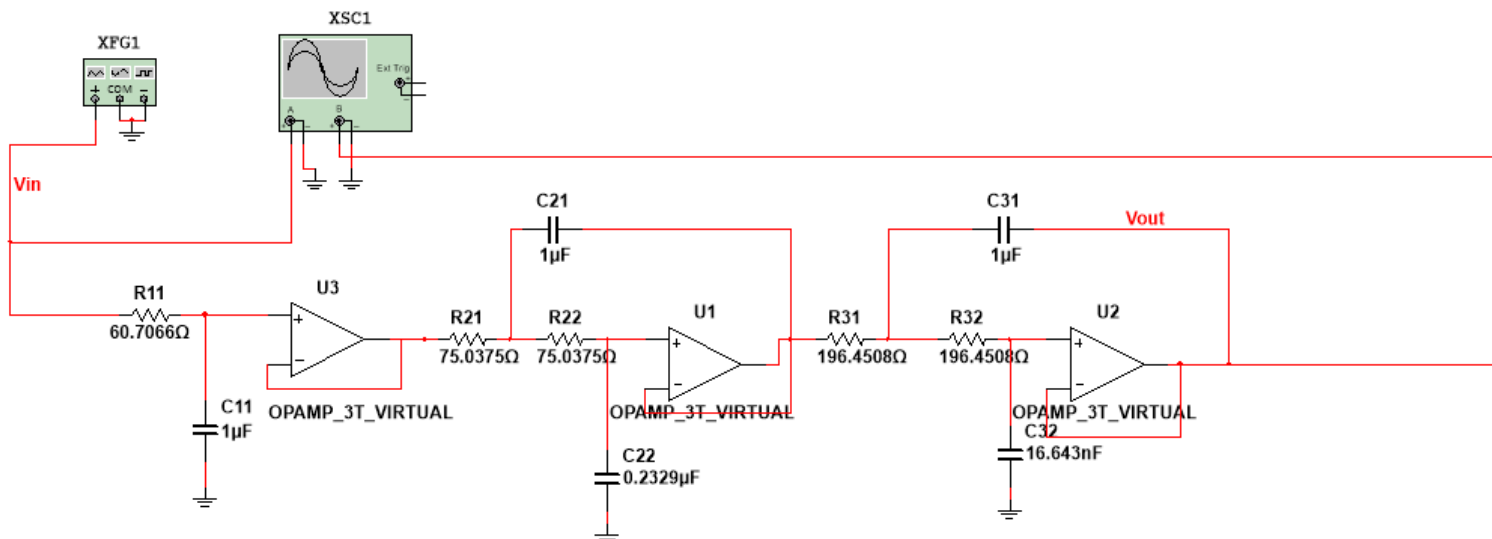
Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα τον παρακάτω τετραγωνικό παλμό με συχνότητα 2kHz ως είσοδο:



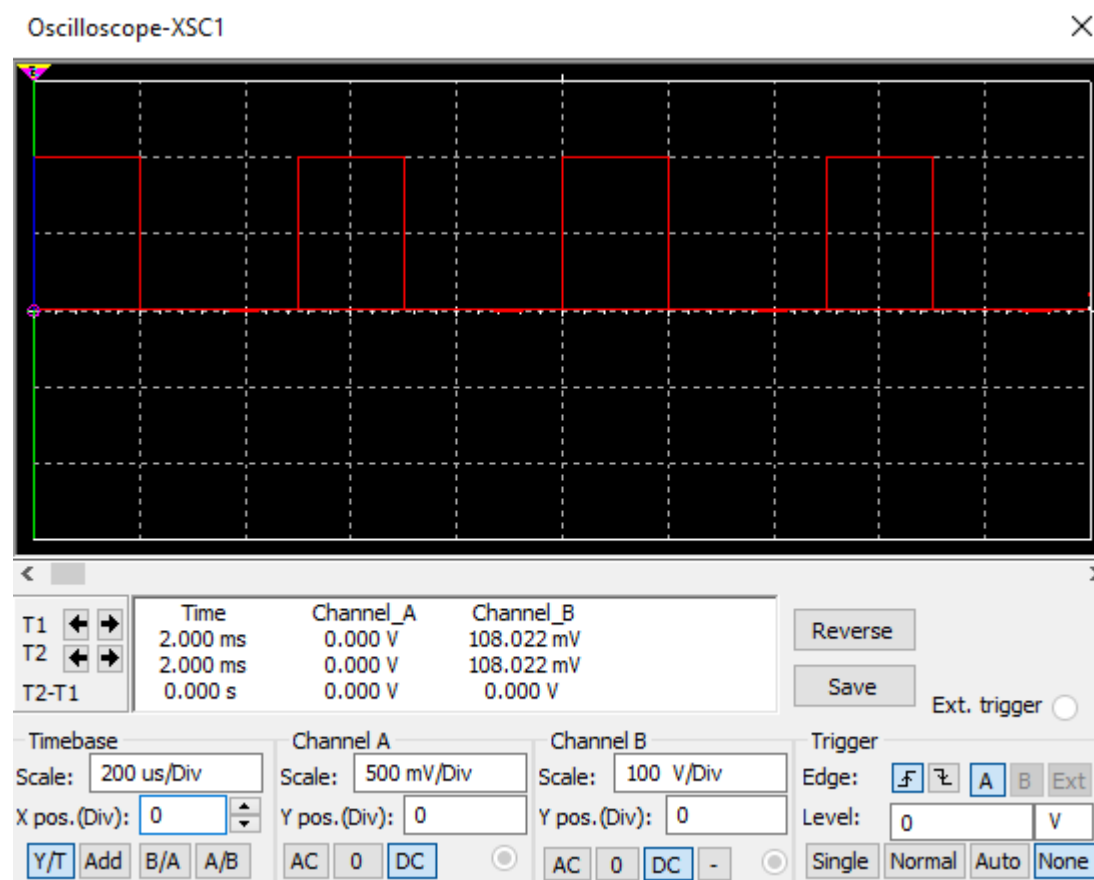
Για τη δημιουργία του τετραγωνικού περιοδικού σήματος, χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο Function Generator και θεμελιώδη συχνότητα 2kHz, 0.5Vp-p και επιλέγοντας offset 500mV. Βλέπουμε τις αντίστοιχες επιλογές και στην εικόνα.



Παράλληλα χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Η σύνδεση στο κύκλωμα γίνεται όπως ακολουθεί παρακάτω:

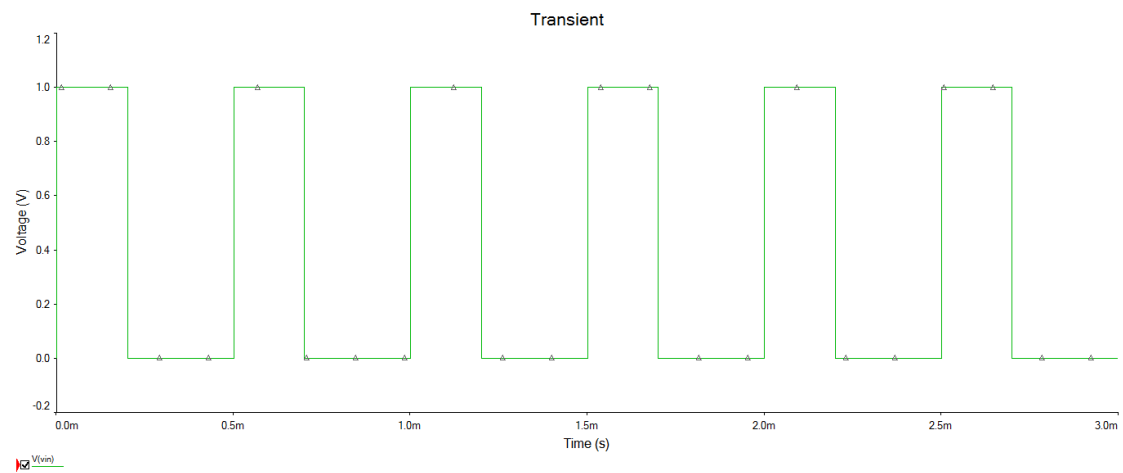


Σήμα Εισόδου-Oscilloscope:

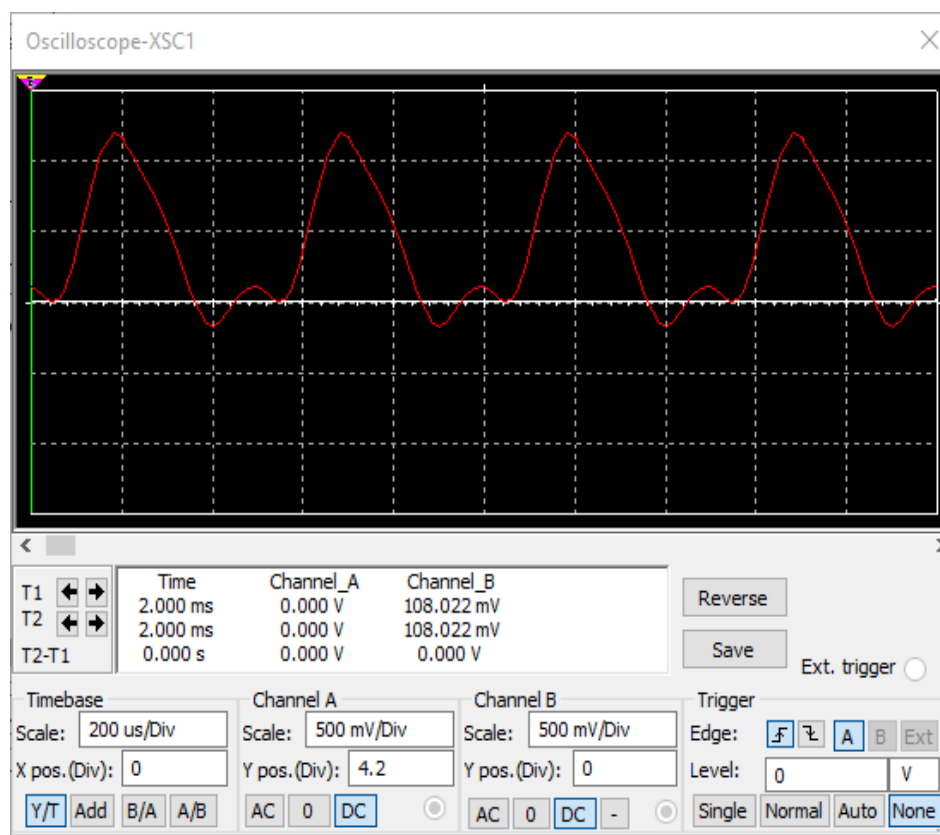




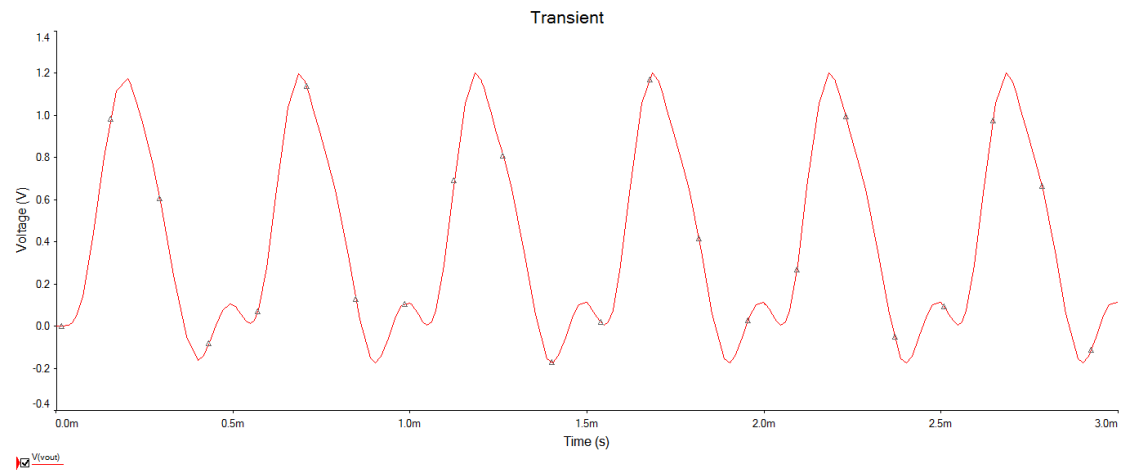
### Σήμα Εισόδου-Transient Analysis:



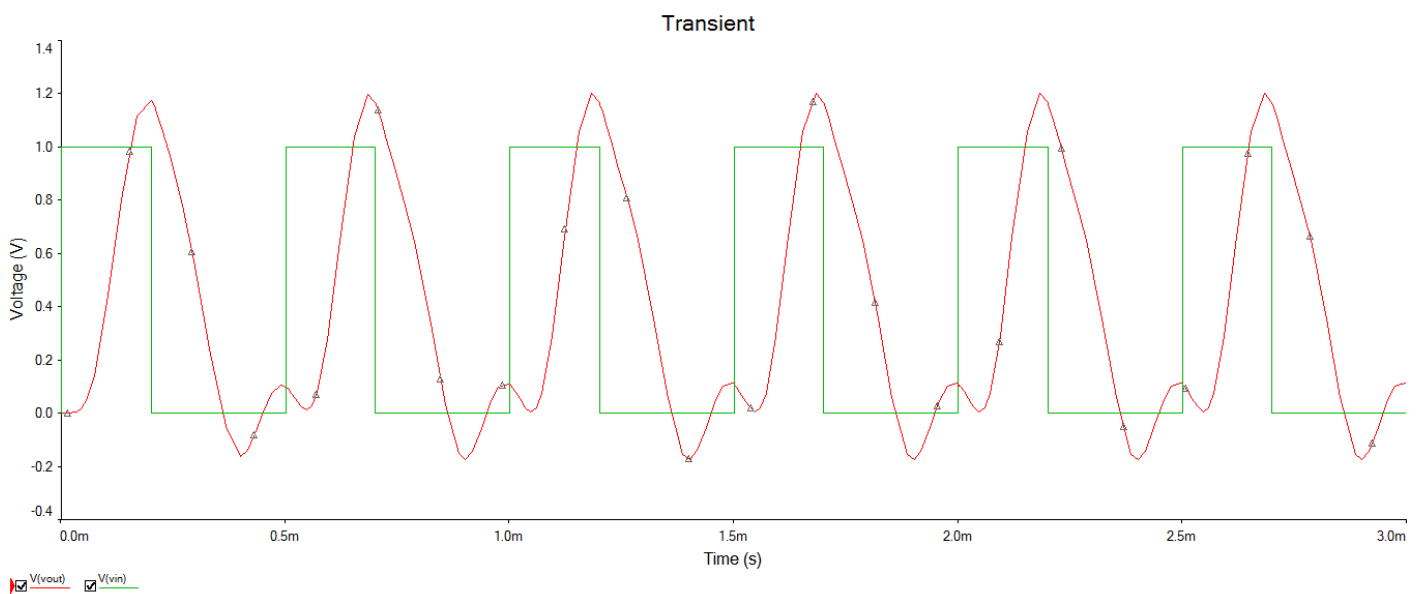
### Σήμα Εξόδου-Oscilloscope:



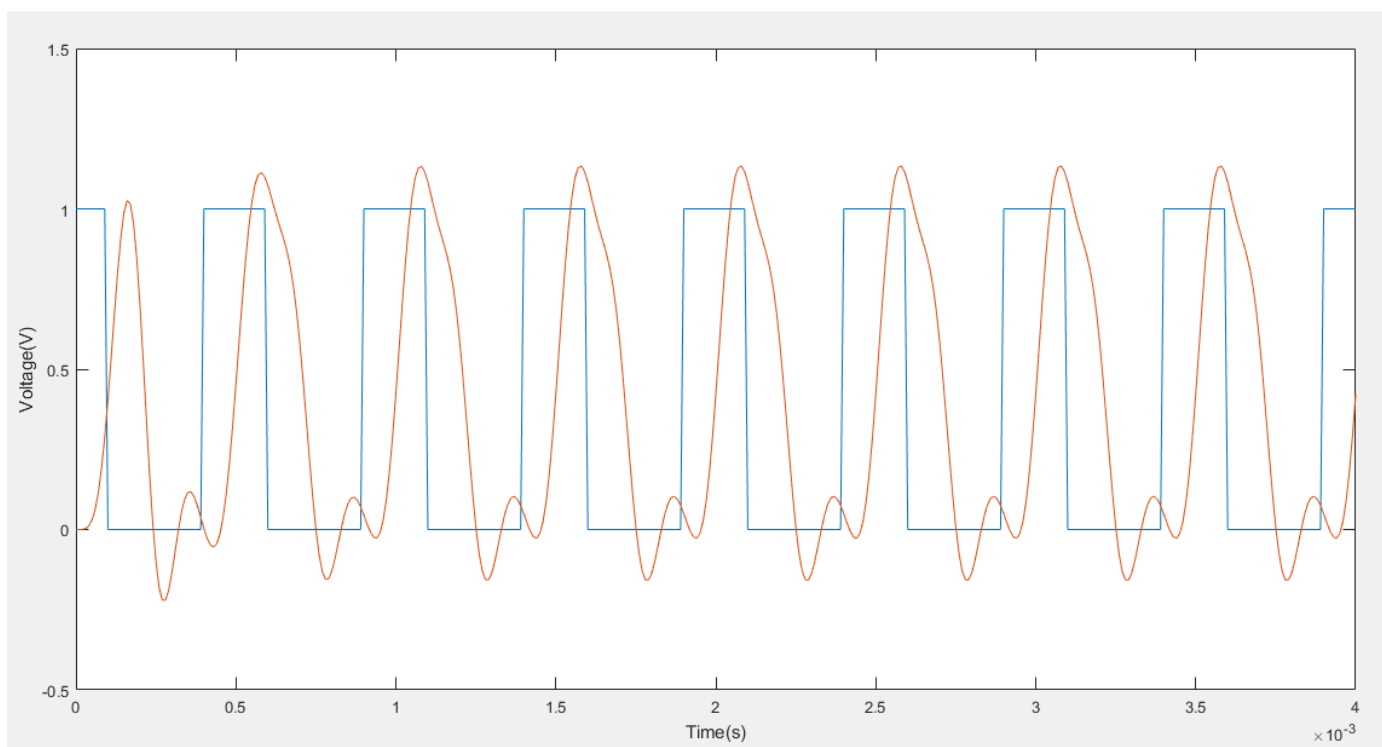
### Σήμα Εξόδου-Transient Analysis:



Παρακάτω φαίνεται το Transient Analysis με τα δυο σήματα μαζί. Με πράσινο απεικονίζεται η είσοδος και με κόκκινο η έξοδος.



Αφού δημιουργήσουμε τον παλμό μας και στο Matlab και χρησιμοποιώντας την εντολή `lsim` πλοτάρουμε το σήμα της εισόδου και εξόδου σε κοινό figure και ταυτίζουμε τα αποτελέσματα με αυτά του παλμογράφου από το Multisim.

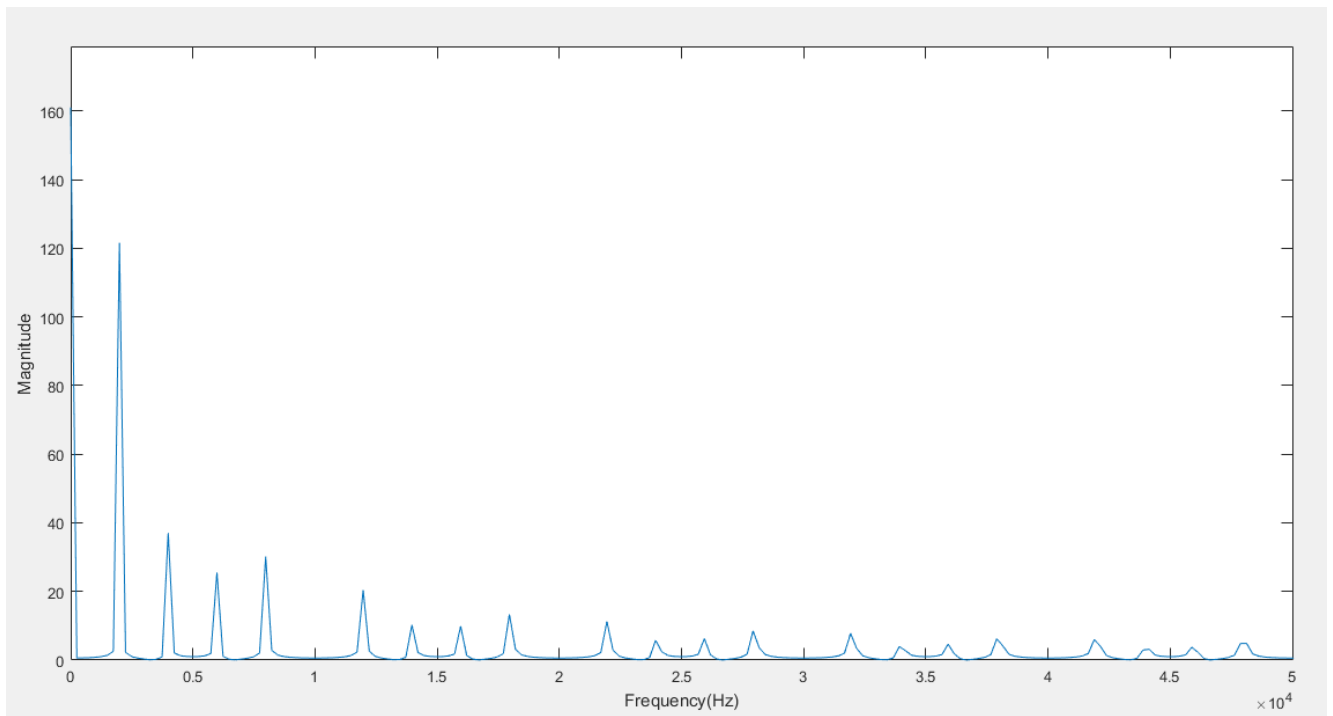


### Ανάλυση Fourier

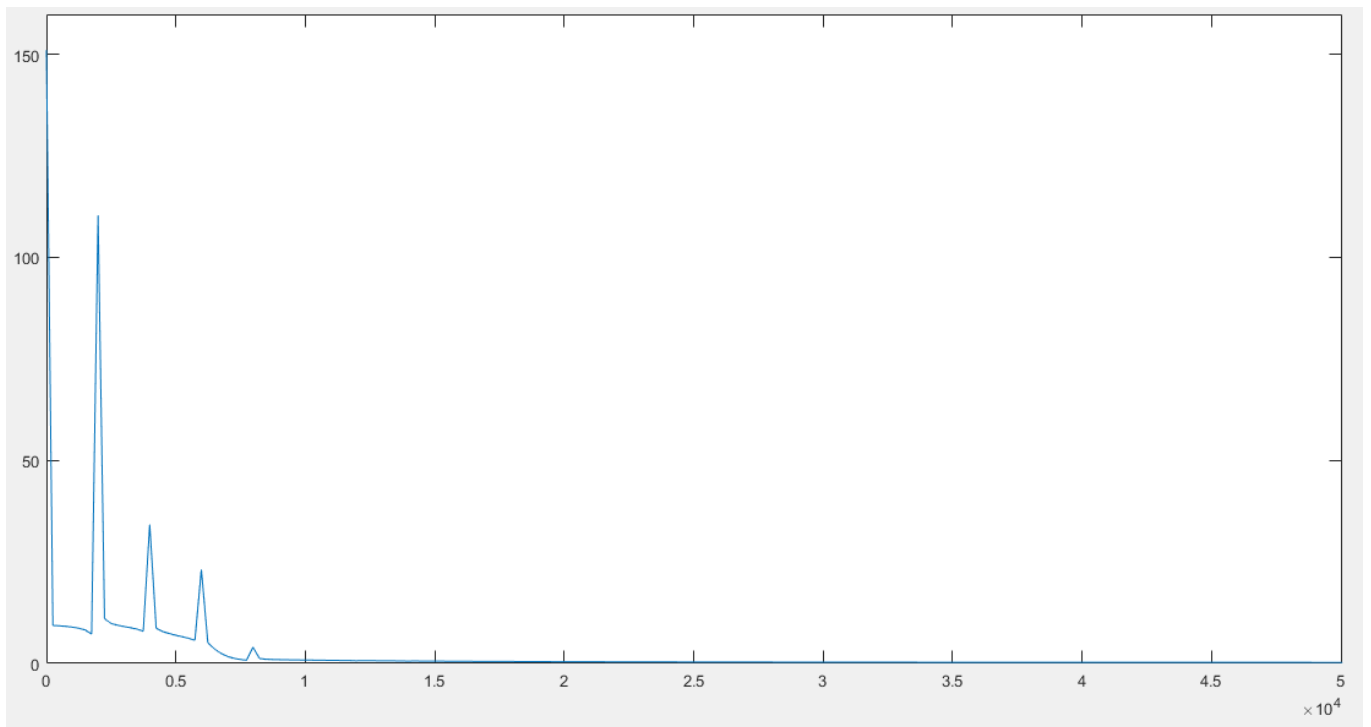
Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

### Φάσμα Σήματος Εισόδου Matlab:

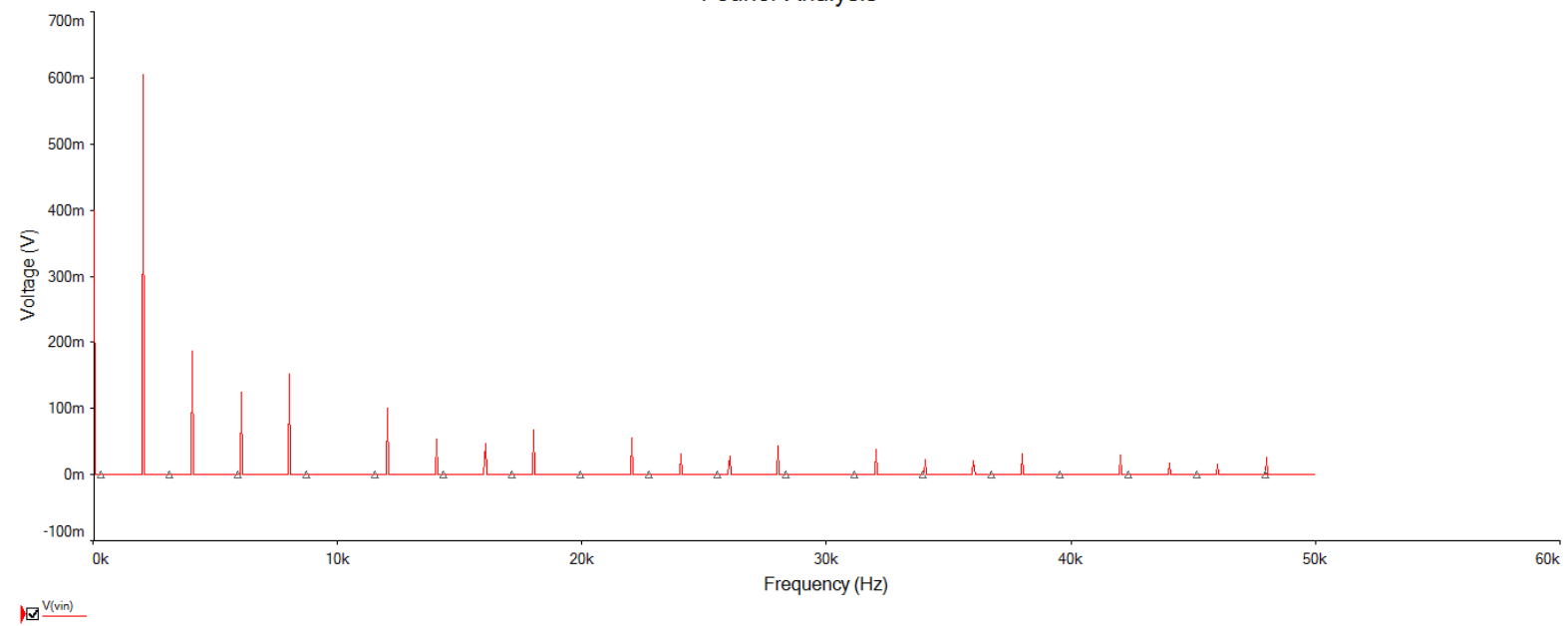


### Φάσμα Σήματος Εξόδου Matlab:



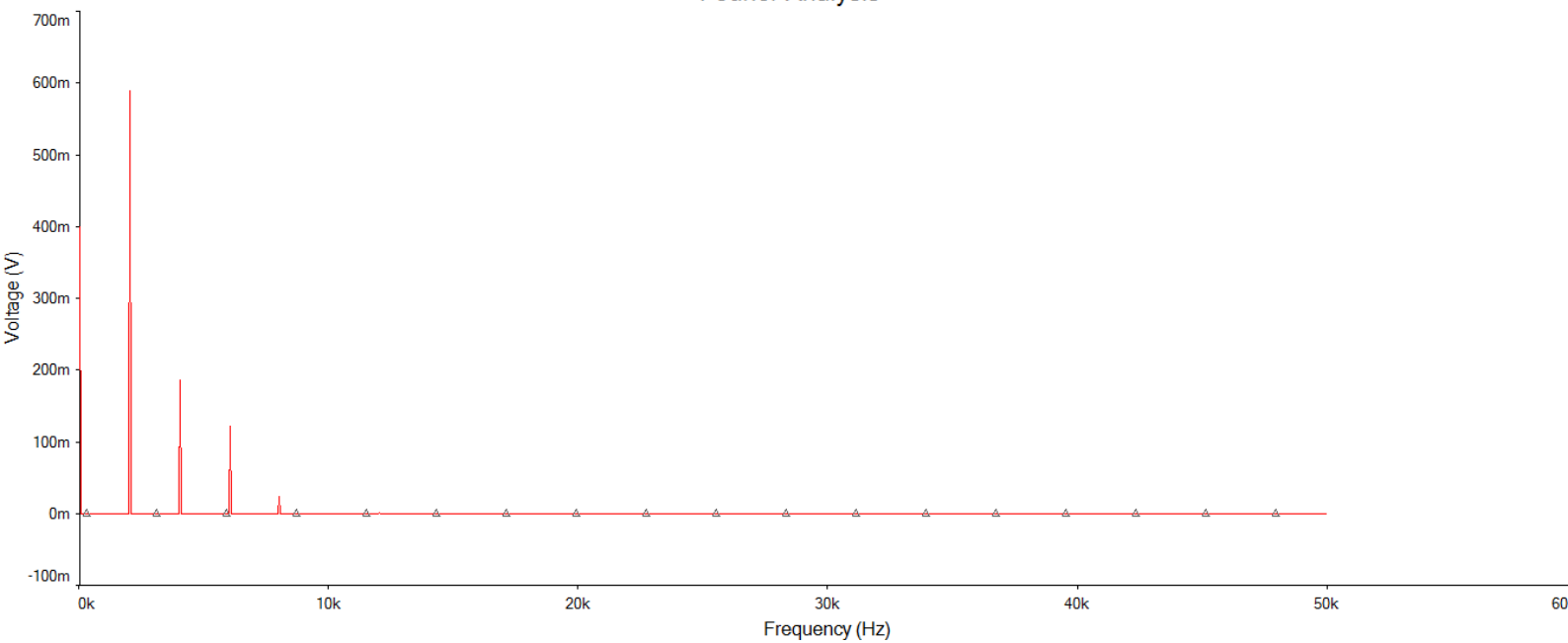
### Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:

Fourier Analysis



### Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:

Fourier Analysis



Αρχικά παρατηρούμε πως τα φάσματα μεταξύ Multisim και Matlab τόσο στην είσοδο όσο και στην έξοδο ταυτίζονται. Επιπλέον διαπιστώνουμε πως οι υψηλές συχνότητες πάνω από  $f_s$ , πάνω δηλαδή από 10.32 kHz «κόβονται» στο φάσμα της εξόδου, και επομένως οι συχνότητες αυτές που κατασκευάζουν τον τετραγωνικό μας παλμό στην είσοδο έχουν μηδενικό πλάτος στο φάσμα της εξόδου, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα χαμηλοπερατό φίλτρο.

Παράλληλα παρατηρείται και η ορθότητα της ρύθμισης κέρδους. Το πλάτος των ώσεων στην έξοδο για τις χαμηλές συχνότητες είναι περίπου ίδιο σε σχέση με την είσοδο. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς ικανοποιούνται όλες οι προδιαγραφές της εκφώνησης.