ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #3

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Διαμαντής Κων/νος

Α.Ε.Μ. : 8981

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2019

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης:

$f_0 = 2.4$ kHz, $f_1 = 1.75$ kHz, $f_2 = 3.2914$ kHz, $f_3 = 2.0751$ kHz, $f_4 = 2.7758$ kHz

και $\alpha_{min} = 32.4444$ dB, $\alpha_{max} = 0.5556$ dB

Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Αρχικά θα υπολογιστούν οι προδιαγραφές του πρότυπου χαμηλοπερατού φίλτρου. Οι συχνότητες μετατρέπονται στις αντίστοιχες κυκλικές:

$$\omega_0 = \ 15080\, rad/sec \quad \omega_1 = 10996\, rad/sec, \qquad \omega_2 = \ 20681\, rad/sec$$

$$\omega_3 = \ 13038\, rad/\sec \quad \omega_4 = 17441\, rad/sec$$

Για επαλήθευση ισχύει $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 * \omega_2} = \sqrt{\omega_3 * \omega_4}$

Είναι:

$$\Omega_p = 1, \qquad \Omega_s = \Omega(\omega_3) = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 2.2, \quad bw = \ \omega_2 - \omega_1 = 9685.1\, rad/sec$$

Από την παρακάτω εξίσωση έχουμε την τάξη του φίλτρου:

$$n = \frac{\cosh^{-1}[(10^{\frac{\alpha_{min}}{10}} - 1)/(10^{\frac{\alpha_{max}}{10}} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = \ 3.8052$$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος, πρέπει να στρογγυλοποιηθεί στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο. Δηλαδή , **n = 4** .

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι συντελεστές ε, α και η συχνότητα ημίσειας ισχύος από τους παρακάτω τύπους:

$$\varepsilon = \left(10^{\frac{\alpha_{min}}{10}} - 1\right)^{-1/2} = 0.0239$$

$$a = \frac{1}{n}\sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 1.1071$$

Οι γωνίες Butterwoth ενός φίλτρου $4^{ης}$ τάξης είναι $\psi_\kappa = \pm 22.5°, \pm 67.5°$.

Συνεπώς οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από τον τύπο:

$$\boldsymbol{p_k = -\sinh(a) * \cos(\psi_k) \pm \cosh(a) * \sin(\psi_k)}$$

$$p_{1,2} = -1.2449 \pm j0.6421$$

$$p_{3,4} = -0.5157 \pm j1.5503$$

Επίσης ισχύει:

$$\Omega_{0\kappa} = \sqrt{Re(p_k)^2 + Im(p_k)^2} \quad \kappa\alpha\iota \quad Q_\kappa = \frac{\Omega_{0\kappa}}{-2Re(p_k)}$$

ψκ	**Q**	**pκ**	***Ω0κ***
$\pm 22.5°$	0.5626	$-0.4138 \pm j0.4193$	1.4008
$\pm 67.5°$	1.5842	$-0.1714 \pm j1.0123$	1.6338

Οι πόλοι της απόκρισης ICH προκύπτουν δια αντιστροφής των πόλων της απόκρισης CH:

$$\widetilde{\Omega_1} = \frac{1}{\Omega_{01,2}} = 0.7139 \quad \kappa\alpha\iota \quad \widetilde{\Omega_2} = \frac{1}{\Omega_{03,4}} = 0.6121$$

Κλιμακοποιούμε την συχνότητα, πολλαπλασιάζοντας με Ω_S έτσι ώστε να μεταφερθούμε στο πεδίο συχνοτήτων της απόκρισης CH:

$$\widetilde{\Omega_1}' = \widetilde{\Omega_1} * \Omega_s = 1.5706 \quad \kappa\alpha\iota \quad \widetilde{\Omega_2}' = \widetilde{\Omega_2} * \Omega_s = 1.3466$$

Τα μηδενικά της απόκρισης ICH προκύπτουν από την εξίσωση:

$$\Omega_\kappa = sec\left(\frac{\kappa\pi}{8}\right), \qquad \kappa = 1,3$$

Συνεπώς $\Omega_{z1} = 1.0824$ και $\Omega_{z1} = 2.6131$

Κλιμακοποιούμε τα μηδενικά, πολλαπλασιάζοντας με Ω_S:

$$\widetilde{\Omega_{z1}} = \Omega_{z1} * \Omega_s = 5.2388, \quad \widetilde{\Omega_{z2}} = \Omega_{z2} * \Omega_s = 12.6475$$

Αντιστρέφουμε τους πόλους της ICH:

$$\hat{\Sigma}_1 = \frac{1}{\widetilde{\Omega_1}'} = 0.6367, \qquad Q_{12} = 0.5626$$

$$\hat{\Omega}_1 = \frac{1}{\widetilde{\Omega_2}'} = 0.7426, \qquad Q_{34} = 1.5842$$

Αντιστρέφουμε τα μηδενικά της ICH:

$$\hat{\Omega}_{z1} = \frac{1}{\widetilde{\Omega_{z1}}} = 0.1909$$

$$\hat{\Omega}_{z2} = \frac{1}{\widetilde{\Omega_{z2}}} = 0.0791$$

Οι θέσεις των πόλων προκύπτουν από τους τύπους:

$$\Sigma_\kappa = -\frac{\widetilde{\Omega_\kappa}}{2Q_\kappa} \qquad \text{και} \qquad \Omega_\kappa = \sqrt{\widetilde{\Omega_{0\kappa}}^2 - \Sigma_\kappa^2}$$

Και υπολογίζονται ως εξής:

$$\Sigma_{1,2} = -\frac{\widetilde{\Omega_1}}{2Q_{1,2}} = -0.5659 \qquad \text{και} \qquad \Omega_{1,2} = \sqrt{\widetilde{\Omega_1}^2 - \Sigma_{1,2}^2} = 0.2919$$

$$\Sigma_{3,4} = -\frac{\widetilde{\Omega_2}}{2Q_{3,4}} = -0.2344 \qquad \text{και} \qquad \Omega_{3,4} = \sqrt{\widetilde{\Omega_2}^2 - \Sigma_{3,4}^2} = 0.7047$$

Μετασχηματισμός πόλων και μηδενικών

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον ζωνοδιαβατό μετασχηματισμό στους παραπάνω πόλους και στα μηδενικά. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Geffe για να μετασχηματίσουμε πόλους και μηδενικά. Αρχικά υπολογίζουμε τον συντελεστή ποιότητας $q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 1.5570$.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου: $p_{1,2} = -0.5659 \pm j0.2919$

$C = 0.4054,\ D = 0.7269,\ E = 4.1672$

$G = 3.9054,\ Q = 2.7640,\ K = 1.0045,\ W = 1.0998$

$\omega_{01} = 13711\ rad/\sec \quad και \quad \omega_{02} = 16585\ rad/sec$

Από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι οι πόλοι $P_{1,2}$= -$\Sigma_{1,2} \pm j\ \Omega_{1,2}$ της συνάρτησης
μεταφοράς, μετασχηματίζονται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων ω_{01}, ω_{02} καθώς και δύο μηδενικά
στο s=0.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου: $\boldsymbol{p_{3,4} = -0.2344 \pm j0.7047}$

$C = 0.5515,\ D = 0.3011,\ E = 4.2275$

$G = 4.1844,\ Q = 6.8116,\ K = 1.0254,\ W = 1.2523$

$\omega_{03} = 12041\ rad/\sec \quad και \quad \omega_{04} = 18855\ rad/sec$

Από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι οι πόλοι $P_{3,4}$= -$\Sigma_{3,4} \pm j\ \Omega_{3,4}$ της συνάρτησης

μεταφοράς, μετασχηματίζονται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων ω_{03}, ω_{04} καθώς και δύο μηδενικά
στο s=0.

Μετασχηματισμός φανταστικού μηδενικού: $\hat{\Omega}_{z1} = 0.0791$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο ζωνοδιαβατού μετασχηματισμού των μηδενικών και έχουμε:
$K = 2.0150, \quad x = 1.1303$
$\omega_{z1} = 16032\ rad/\sec \quad \kappa\alpha\iota \quad \omega_{z2} = 14184\ rad/sec$

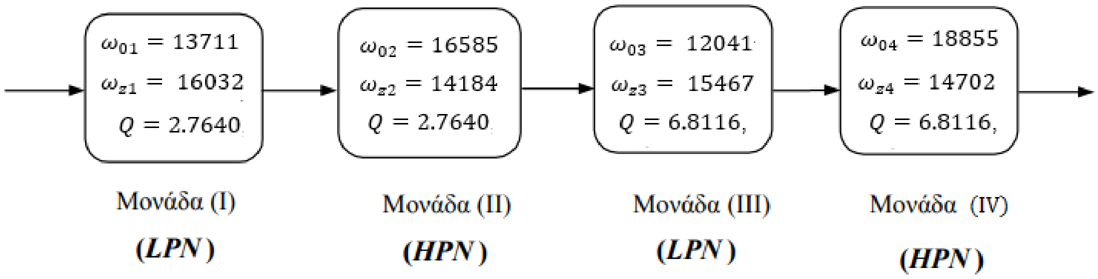
Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι η δημιουργία δυο ζευγών φανταστικών μηδενικών και δύο πόλων στο μηδέν.

Μετασχηματισμός φανταστικού μηδενικού: $\hat{\Omega}_{z1} = 0.1909$

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο ζωνοδιαβατού μετασχηματισμού των μηδενικών και έχουμε:
$K = 2.0026, \quad x = 1.0521$
$\omega_{z3} = 15467\ rad/\sec \quad \kappa\alpha\iota \quad \omega_{z4} = 14702\ rad/sec$

Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι η δημιουργία δυο ζευγών φανταστικών μηδενικών και δύο πόλων στο μηδέν.

Ομαδοποιούμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοφρακτικής απόκρισης. Προκύπτει λοιπόν πως η συνάρτηση μεταφοράς αποτελείται από 4 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

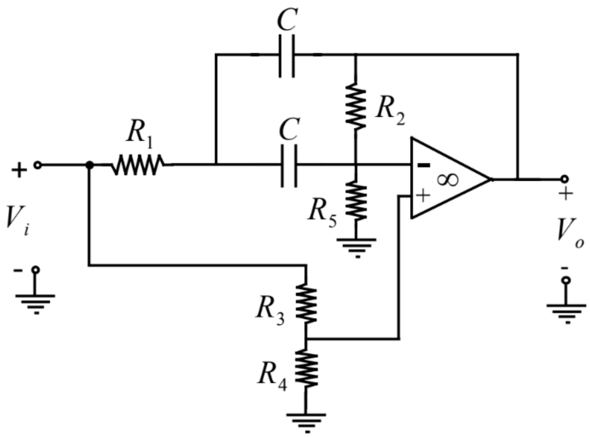
Για την υλοποίηση των μονάδων (I), (II), (III), (IV) χρησιμοποιείται το ζωνοφρακτικό φίλτρο Notch.

Αφού:

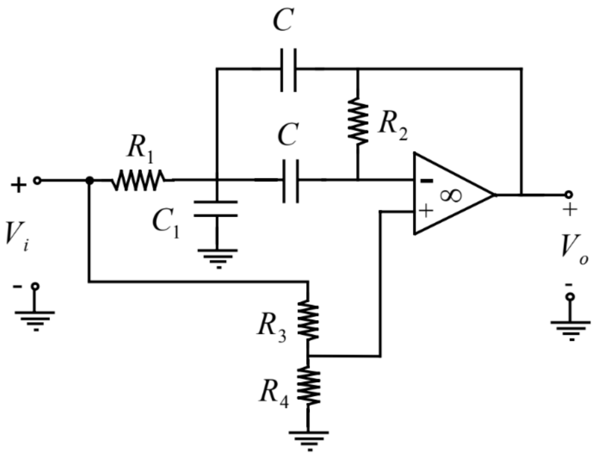
$$\omega l1 = \omega z1/\omega o1 > 1$$
$$\omega l2 = \omega z2/\omega o2 < 1$$
$$\omega l3 = \omega z3/\omega o3 > 1$$
$$\omega l4 = \omega z4/\omega o4 < 1$$

Η μονάδα I αντιστοιχεί σε ένα φίλτρο LPN, η μονάδα II αντιστοιχεί σε ένα φίλτρο HPN, η μονάδα III αντιστοιχεί σε ένα φίλτρο LPN και η μονάδα IV σε φίλτρο HPN.

Τα σχήματα 7.23 και 7.21 που χρησιμοποιούμε για την υλοποίηση των φίλτρων ζωνοφρακτικών κυκλωμάτων Notch LPN, HPN αντίστοιχα φαίνονται παρακάτω.



Σχήμα 1 – LPN



Σχήμα 2 - HPN

Στο φίλτρο Inverse Chebyshev, κάθε πόλος έχει το δικό του μέτρο και επομένως η κλιμακοποίηση γίνεται για κάθε μονάδα ξεχωριστά. Θα θεωρήσουμε προσωρινά ω_0 = 1 rad/sec ώστε να υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση με βάση την συχνότητα.

<u>ΜΟΝΑΔΑ (I)</u>

Η μονάδα αυτή υλοποιείται με το φίλτρο LPN, καθώς $\omega_{01} < \omega_{z1}$.

Προσωρινά θεωρούμε: $\omega_0 = 1$ άρα $\omega_z = 1.1693 > 1$, $Q = 2.7640$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία:

$$R_{11\_old} = R_{14\_old} = 1$$

$$R_{12\_old} = 4 * Q_1^2 = 30.5581\ \Omega$$

$$R_{13\_old} = \frac{\omega_z^2}{2Q_1^2} = 0.1036\ \Omega$$

$$R_{15\_old} = \frac{4Q_1^2}{\omega_z^2 - 1} = 52.4286\ \Omega$$

$$k_{11} = \frac{1}{R_{13\_old} + 1} = 0.9061$$

$$C_{11_{old}} = \frac{1}{2Q} = \ 0.1809\ F$$

Και το κέρδος είναι: $H1 = \ k_{11}\omega_z^2 = \ 1.4343$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Επειδή $\omega_{01} = 13711\ \ rad/sec$ έχουμε $k_f = 13711.$ Επίσης θέλουμε στο κύκλωμα να έχουμε πυκνωτή C = 0.1μF. Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{new} = \frac{C_{old}}{k_{m1}k_{f1}} \Leftrightarrow k_{m1} = \frac{C_{old}}{k_{f1}C_{new}} = \frac{0.1809}{13711 * 0.1 * 10^{-6}} = 131.9393$$

Συνεπώς τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας θα είναι:

$$R_{11\_new} = R_{14\_new} = 131.9393\ \Omega$$

$$R_{12\_new} = 4.0318\ k\Omega$$

$$R_{13\_new} = 13.6684\ \Omega$$

$$R_{15\_new} = 6.9174\ k\Omega$$

$$C_{11_{new}} = C_{12_{new}} = 0.1\ \mu F$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (II)</u>

Η μονάδα αυτή υλοποιείται με το φίλτρο HPN, καθώς $\omega_{02} > \omega_{z2}$.

Προσωρινά θεωρούμε: $\omega_0 = 1$ άρα $\omega_z = 0.7948 < 1, \quad Q = 2.7640$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία:

$$k_{21} = \frac{1}{\omega_z^2} - 1 = 0.5829$$

$$k_{22} = \frac{\left(2+k_{21}\right)^2 Q_2^2}{(2+k_{21})Q_2^2+1} = 0.9518$$

$$k_{23} = \frac{k_{22}}{\omega_z^2} = 1.5065$$

$$R_{21\_old} = R_{23\_old} = 1\,\Omega$$

$$R_{22\_old} = \left(2+k_{21}\right)^2 Q_2^2 = 50.9642\,\Omega$$

$$R_{24\_old} = (2+k_{21})Q_2^2 = 19.7318\,\Omega$$

$$C_{22_{old}} = \frac{1}{(2+k_{21})Q} = \ 0.1401\,F$$

$$C_{22_{old}} = C_{23_{old}}$$

$$C_{21_{old}} = k_{21}C_{22_{old}} = 0.0816\,F$$

Και το κέρδος είναι: $H1 = \ k_{23}\omega_z^2 = \ 0.9518$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_{02} = 16585\ rad/sec$ έχουμε $k_f = 16585$ Επίσης θέλουμε στο κύκλωμα να έχουμε πυκνωτή C = 0.1μF. Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{new} = \frac{C_{old}}{k_{m2}k_{f2}} \Leftrightarrow k_{m2} = \frac{C_{22old}}{k_{f2}C_{new}} = \frac{0.1809}{16585 * 0.1 * 10^{-6}} = 84.4594$$

Συνεπώς τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας θα είναι:

$$R_{21\_new} = R_{23\_new} = 84.4594\,\Omega$$

$$R_{22\_new} = \left(2+k_{21}\right)^2 Q_2^2 = \ 4.3044\,k\Omega$$

$$R_{24\_new} = (2+k_{21})Q_2^2 = 1.6665\,k\Omega$$

$$C_{22_{new}} = \frac{1}{(2+k_{21})Q} = \ 0.1\,\mu F$$

$$C_{22_{new}} = C_{23_{new}}$$

$$C_{21_{new}} = k_{21}C_{22_{new}} = 58.285\,nF$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται με το φίλτρο LPN, καθώς $\omega_{03} < \omega_{z3}$.

Προσωρινά θεωρούμε: $\omega_0 = 1$ άρα $\omega_z = 1.3242 > 1,\quad Q = 6.8116$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία:

$$R_{31\_old} = R_{34\_old} = 1$$

$$R_{32\_old} = 4 * Q_3^2 = 185.5898\ \Omega$$

$$R_{33\_old} = \frac{\omega_z^2}{2Q_3^2} = 0.0189\ \Omega$$

$$R_{35\_old} = \frac{4Q_3^2}{\omega_z^2 - 1} = 246.2747\Omega$$

$$k_{31} = \frac{1}{R_{33\_old} + 1} = 0.9815$$

$$C_{31_{old}} = \frac{1}{2Q} = \ 0.0734\ F$$

Και το κέρδος είναι: $H3 = \ k_{31}\omega_z^2 = \ 1.7211$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Επειδή $\omega_{03} = 12041\ \ rad/sec$ έχουμε $k_f = 12041.$ Επίσης θέλουμε στο κύκλωμα να έχουμε πυκνωτή C = 0.1μF. Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{new} = \frac{C_{old}}{k_{m3}k_{f3}} \Leftrightarrow \ k_{m3} = \frac{C_{old}}{k_{f3}C_{new}} = \ \frac{0.0734}{12041 * 0.1 * 10^{-6}} = 60.9605$$

Συνεπώς τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας θα είναι:

$$R_{31\_new} = R_{34\_new} = 60.9605\ \Omega$$

$$R_{32\_new} = 11.314\ k\Omega$$

$$R_{33\_new} = 1.1520\ \Omega$$

$$R_{35\_new} = 15.013\ k\Omega$$

$$C_{31_{new}} = C_{32_{new}} = 0.1\ \mu F$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (IV)</u>

Η μονάδα αυτή υλοποιείται με το φίλτρο HPN, καθώς $\omega_{04} > \omega_{z4}$.

Προσωρινά θεωρούμε: $\omega_0 = 1$ άρα $\omega_z = 0.7552\ 1,\quad Q = 6.8116$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία:

$$k_{41} = \frac{1}{\omega_z^2} - 1 = 0.7536$$

$$k_{42} = \frac{\left(2 + k_{21}\right)^2 Q_2^2}{(2 + k_{21})Q_2^2 + 1}\ 0.9922$$

$$k_{43} = \frac{k_{22}}{\omega_z^2} = 1.7400$$

$$R_{41\_old} = R_{43\_old} = 1\ \Omega$$

$$R_{42\_old} = \left(2 + k_{41}\right)^2 Q_4^2 = 351.7971\Omega$$

$$R_{44\_old} = (2 + k_{41})Q_2^2 = 127.7595\ \Omega$$

$$C_{42_{old}} = \frac{1}{(2+k_{41})Q} = \ 0.0533\ F$$

$$C_{42_{old}} = C_{43_{old}}$$

$$C_{41_{old}} = k_{41}C_{42_{old}} = 0.0402\ F$$

Και το κέρδος είναι: $H4 = \ k_{43}\omega_z^2 = \ 0.9922$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Επειδή $\omega_{04} = 18855\ rad/sec$ έχουμε $k_f = 18855$ Επίσης θέλουμε στο κύκλωμα να έχουμε πυκνωτή C = 0.1μF. Άρα ο συντελεστής κλιμακοποίησης του πλάτους προκύπτει από την εξίσωση:

$$C_{new} = \frac{C_{old}}{k_{m2}k_{f2}} \Leftrightarrow k_{m4} = \frac{C_{42old}}{k_{f4}C_{new}} = \frac{0.0533}{18855\ * 0.1 * 10^{-6}} = 28.2323$$

Συνεπώς τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας θα είναι:

$$R_{41\_new} = R_{43\_new} = 28.2323\ \Omega$$

$$R_{42\_new} = \left(2 + k_{41}\right)^2 Q_4^2 = \ 9.9320\ k\Omega$$

$$R_{44\_new} = (2 + k_{41})Q_4^2 = 3.6069\ k\Omega$$

$$C_{42_{new}} = \frac{1}{(2+k_{41})Q} = \ 0.1\ \mu F$$

$$C_{42_{new}} = C_{43_{new}}$$

$$C_{41_{new}} = k_{41}C_{42_{new}} = 75.359\ nF$$

Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι 10 dB. Το συνολικό κέρδος του φίλτρου είναι

$$K = H_1 H_2 H_3 H_4 = 2.3312$$

Για να φτάσουμε τα 10 dB θα πρέπει:

$$20\log aK = 10 \Leftrightarrow aK = 10^{0.5} \Leftrightarrow a = 1.3565$$

Αφού $\alpha > 1$, η είσοδος θα πρέπει να υφίσταται ενίσχυση.

Εφ' όσον το α >1 , δηλαδή η είσοδος θα πρέπει να ενισχυθεί. Γι' αυτό χρησιμοποιώ ένα κύκλωμα μη αναστρέφουσας συνδεσμολογίας:

$$a = \frac{\mathrm{Ra+R}b}{Rb} \Rightarrow$$

Για $R_a = 100\ \Omega$ τότε $R_b = 35.6529\ \Omega$

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα, όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = H_1 \frac{s^2 + \omega_{z1}^2}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q1} s + \omega_{01}^2} = \frac{1.434s^2 + 4.268 * 10^8}{s^2 + 4961s + 1.88 * 10^8}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_2(s) = H_2 \frac{s^2 + \omega_{z2}^2}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q1} s + \omega_{02}^2} = \frac{0.9518s^2 + 1.654 * 10^8}{s^2 + 6000s + 2.751 * 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_3(s) = H_3 \frac{s^2 + \omega_{z3}^2}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q3} s + \omega_{03}^2} = \frac{1.721s^2 + 4.376 * 10^8}{s^2 + 1768s + 1.45 * 10^8}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_4(s) = H_4 \frac{s^2 + \omega_{z4}^2}{s^2 + \frac{\omega_{04}}{Q4} s + \omega_{04}^2} = \frac{0.9922s^2 + 2.018 * 10^8}{s^2 + 2772s + 3.566 * 10^8}$$

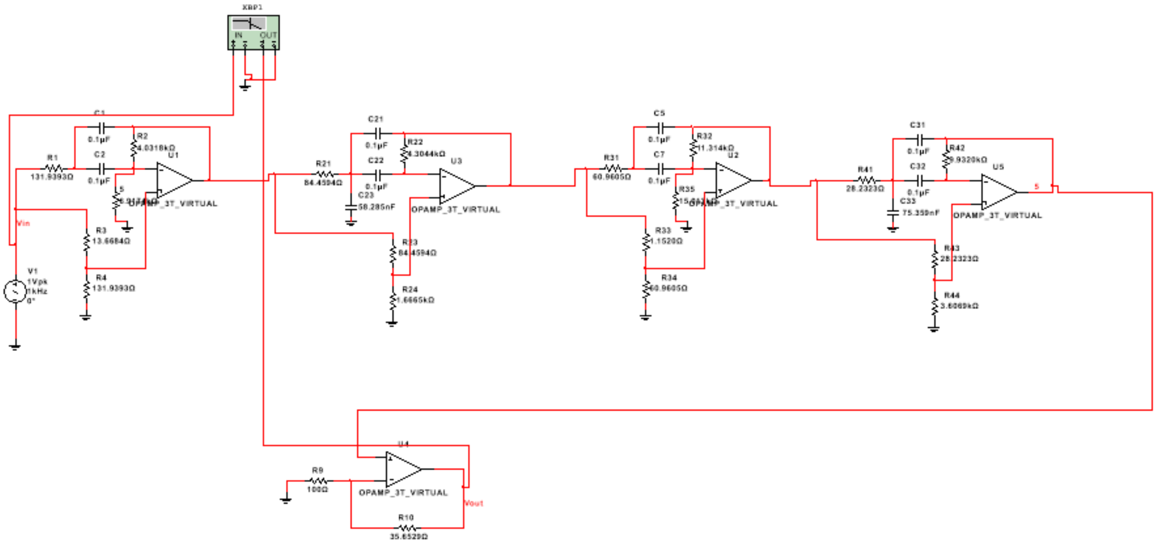
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου:

$$T_{BE}(s) = a * T_1 * T_2 * T_3 * T_4$$

$$T_{BE}(s) =$$

$$= \frac{4.29s^8 + 3.985*10^9 s^6 + 1.369*10^{18} s^4 + 2.061*10^{26} s^2 + 1.147*10^{34}}{s^8 + 1.55*10^4 s^7 + 1.04*10^9 s^6 + 1.13*10^{13} s^5 + 3.75*10^{17} s^4 + 2.57*10^{22} s^3 + 5.42*10^{25} s^2 + 1.82*10^{29} s + 2.674*10^{33}}$$

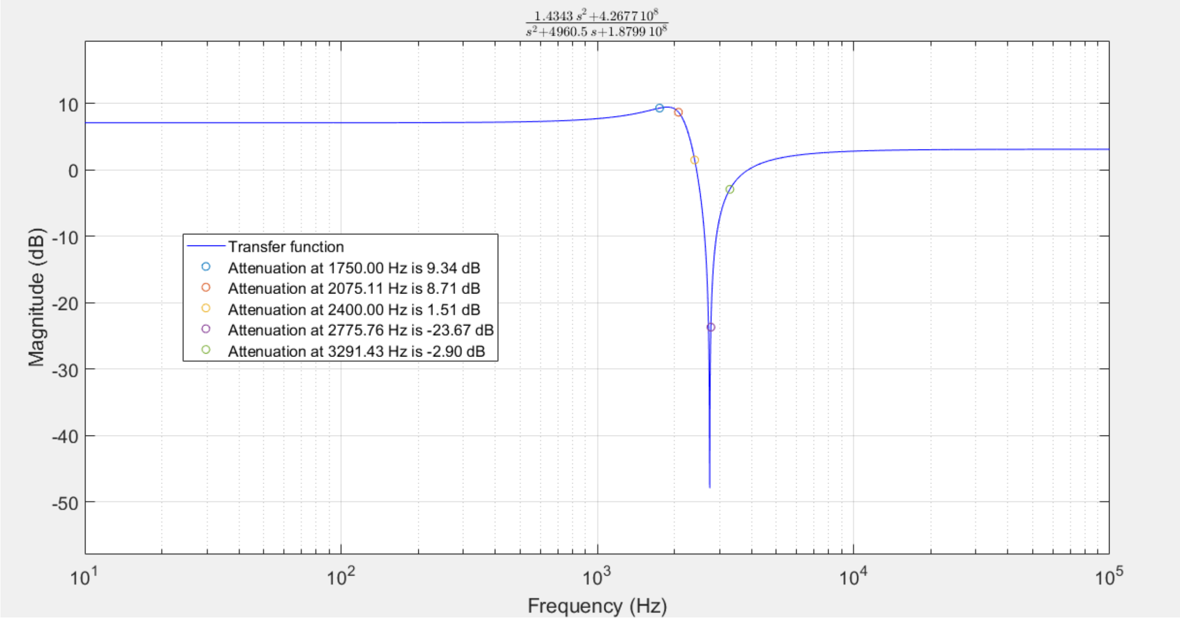
Στην συνέχεια φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοφρακτικό φίλτρο Inverse Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



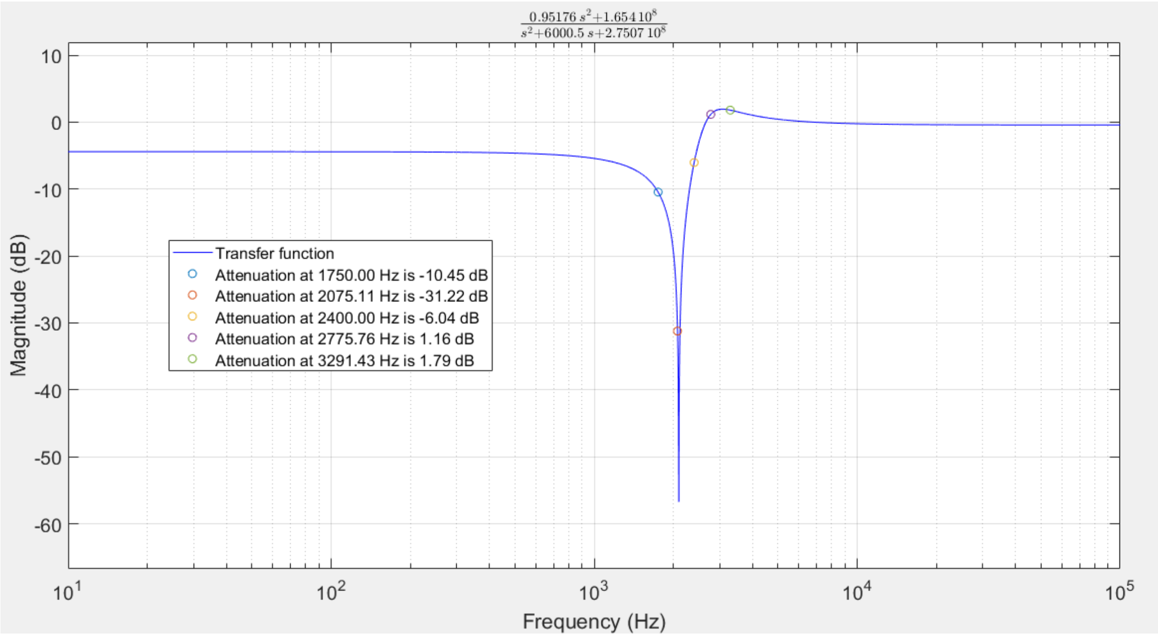
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τεσσάρων μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη, την τρίτη και την τέταρτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

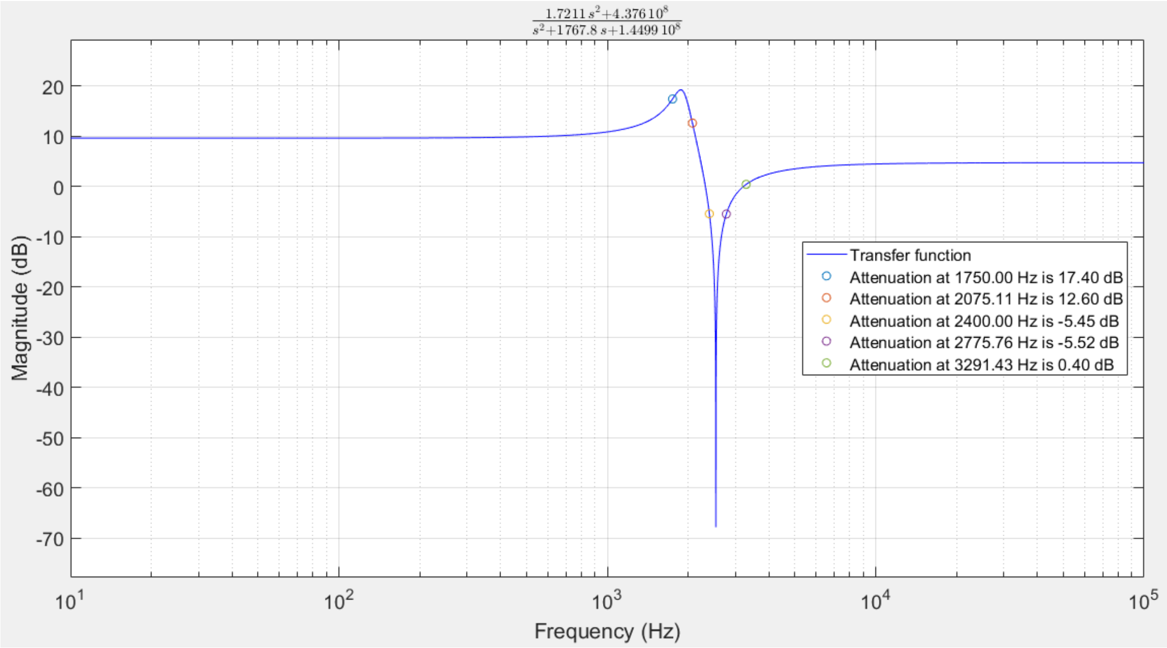
1η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο Notch LPN



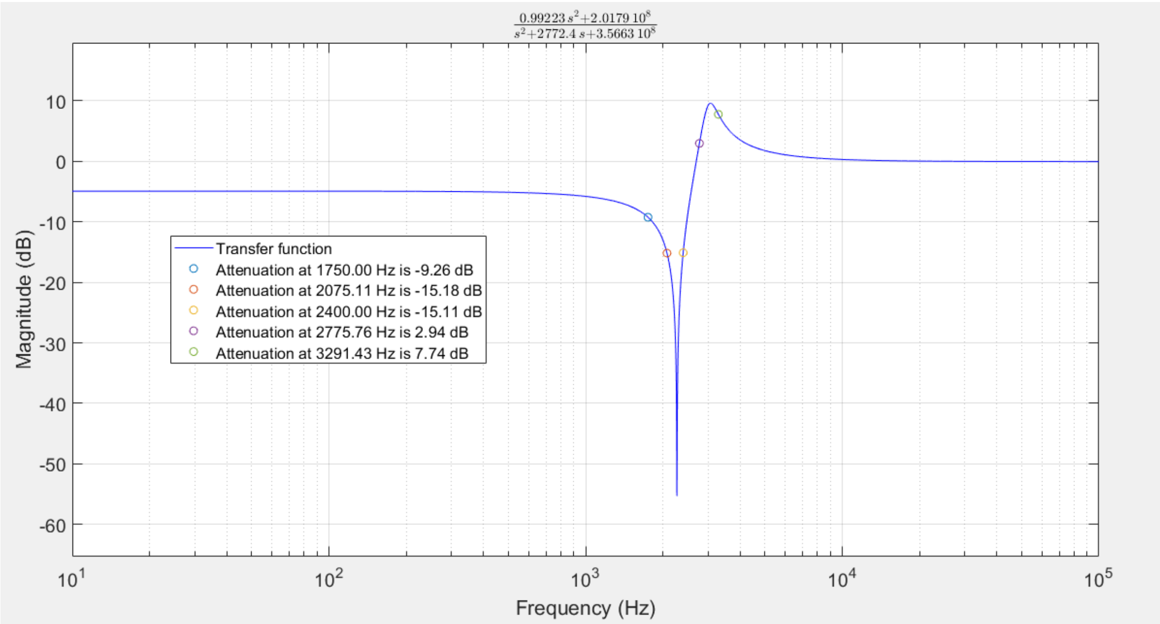
2η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο Notch HPN



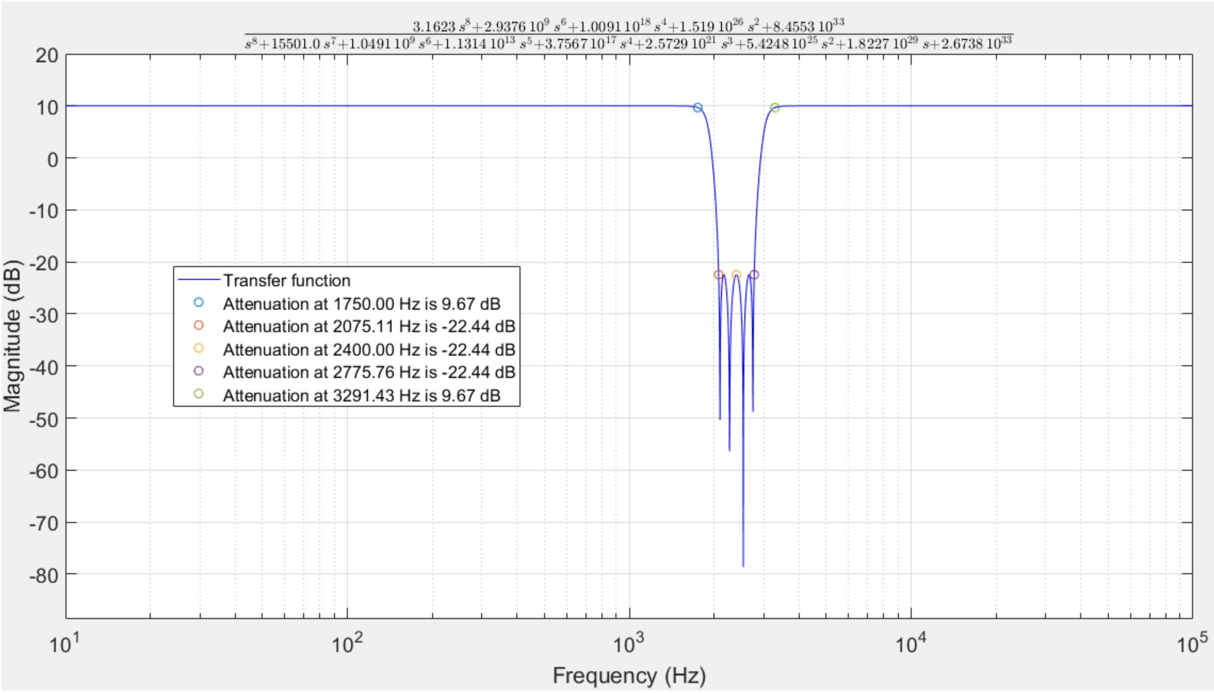
3η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο Notch LPN



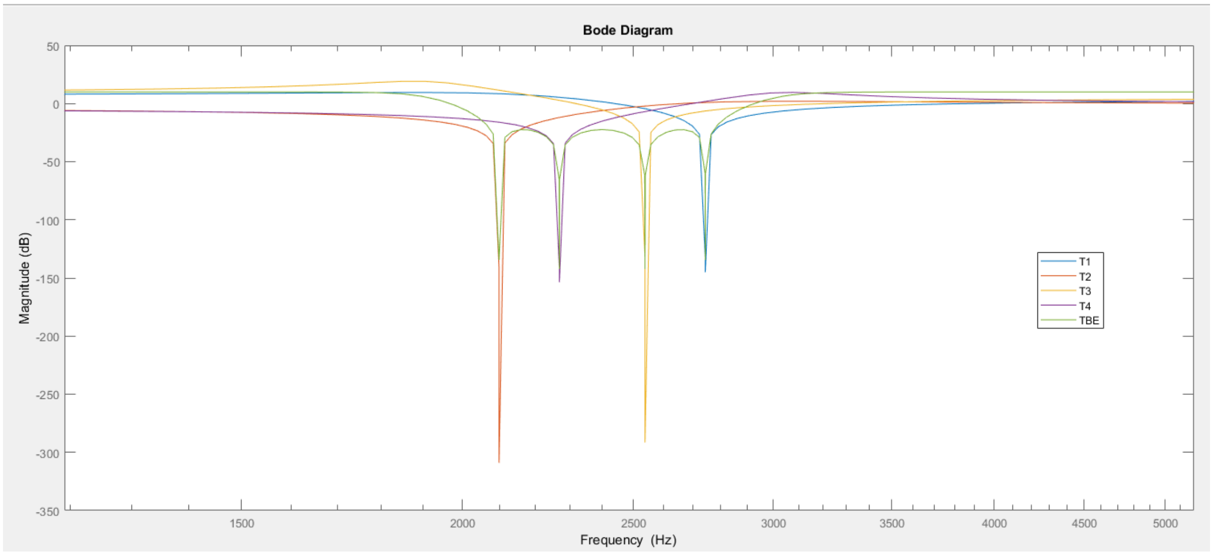
4η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο Notch HPN



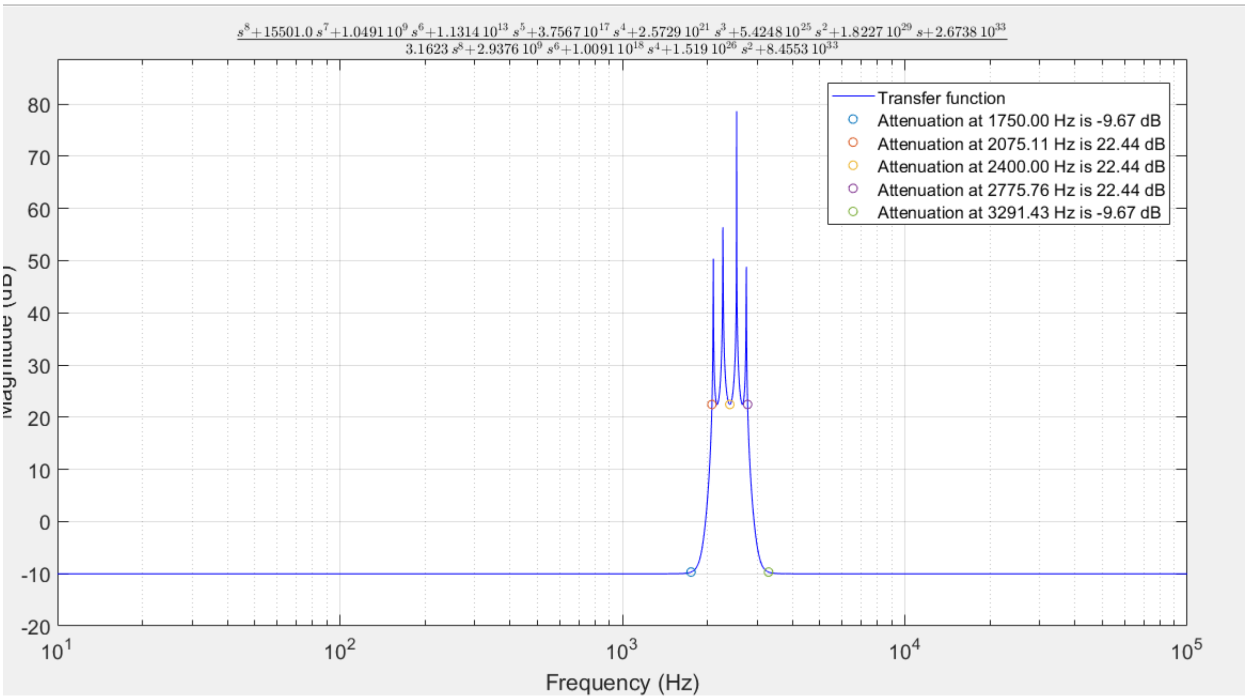
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode, χρησιμοποιώντας την εντολή ltiview. Έχουμε κάνει zoom στην ενδιαφέρουσα περιοχή συχνοτήτων έτσι ώστε να φαίνονται ευδιάκριτα οι αποκρίσεις. Επίσης επιλέγουμε Hz στον οριζόντιο άξονα και dB στον κατακόρυφο. Όπως βλέπουμε και στο πινακάκι, με μπλε χρώμα είναι η συνάρτηση μεταφοράς της πρώτης μονάδας, με κόκκινο χρώμα η συνάρτηση μεταφοράς της δεύτερης μονάδας, με κίτρινο χρώμα η συνάρτηση μεταφοράς της τρίτης μονάδας. με μωβ χρώμα χρώμα η συνάρτηση μεταφοράς της τέταρτης μονάδας και τέλος με πράσινο του συνάρτηση μεταφοράς τελικού κυκλώματος.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



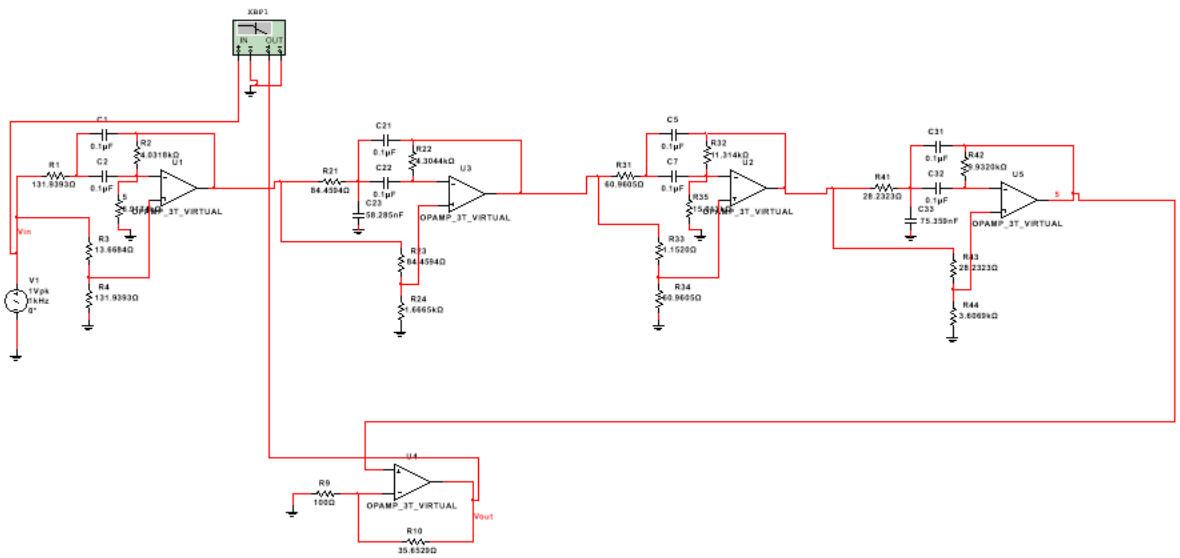
Στις συχνότητες των 1.75 kHZ και 3.2914 kHZ θέλουμε να έχουμε απόσβεση όχι μεγαλύτερη από a_{max}= 0.5556 dB. Για τις δυο αυτές συχνότητες έχουμε από το διάγραμμα απόσβεση 10-9.67=0.33 dB, οπότε η προδιαγραφή αυτή υπερκαλύπτεται, καθώς και οι δυο τιμές είναι μικρότερες από το amax. Για τις συχνότητες 2.0751 kHz και 2.7767 kHZ υπάρχει η απαίτηση για απόσβεση τουλάχιστον a_{min}= 32.4444 dB. Και η απαίτηση αυτή καλύπτεται καθώς και για τις δύο συχνότητες έχουμε απόσβεση όση και το a_{min}, δηλαδή 10+22.44=32.44dB. Άρα τηρούμαι και αυτή την προδιαγραφή. Επομένως, μπορούμε να προχωρήσουμε στην υλοποίηση του φίλτρου.

Τέλος παρατηρούμε ότι το φίλτρο μας έχει κέρδος 10 dB στις χαμηλές, όπως ακριβώς έχει ζητηθεί.

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

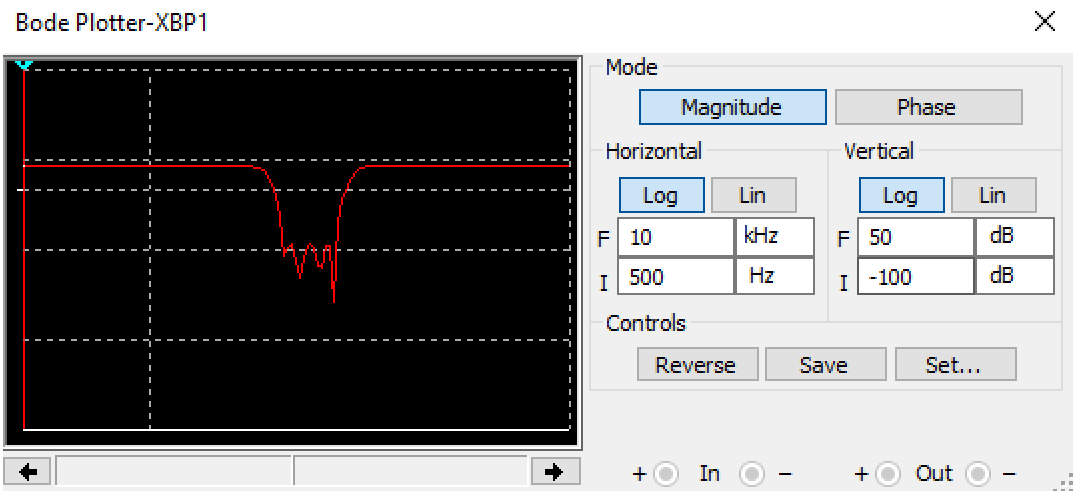
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα, όπως αναφέραμε και παραπάνω, συνδέοντας Bode Plotter.

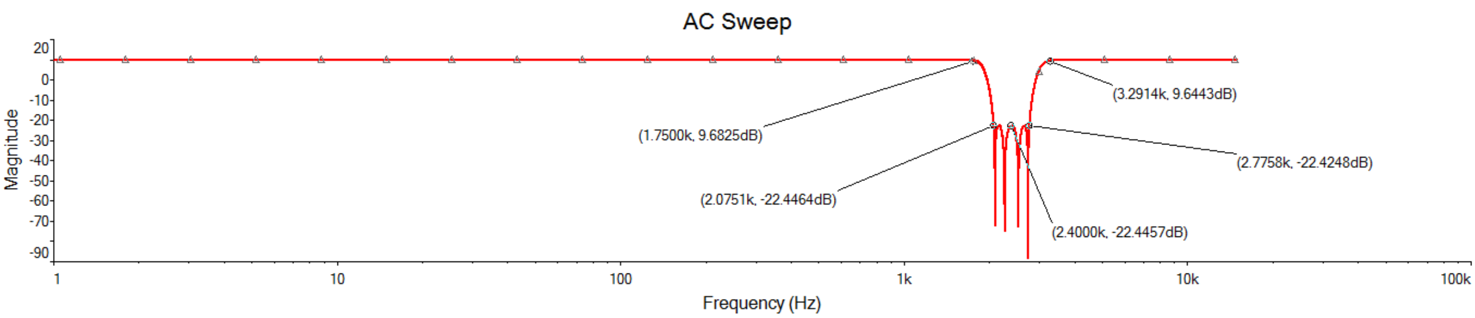


Απόκριση συχνότητας

Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω:



Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν διαπιστώνουμε ότι το φίλτρο συμφωνεί απόλυτα με την θεωρητική ανάλυση του Matlab και πως οι προδιαγραφές για το κύκλωμα καλύπτονται. Επιβεβαιώνουμε από τα tabs τις προδιαγραφές που αναφέραμε και προηγουμένως.

Απόκριση σε περιοδική κυματομορφή

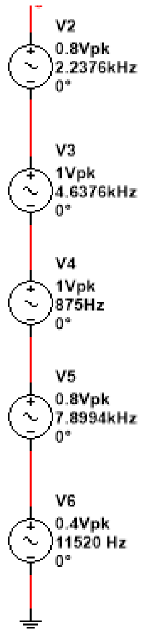
Δίνεται ως είσοδος ένα άθροισμα συνημιτόνων:

$$f(t) = 0.8\cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_3}{2}\right)t\right) + \cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_3}{2}\right)t\right) + \cos(0.5\omega_3 t) + 0.8\cos(2.4\omega_4 t) + 0.6\cos(3\omega_4 t)$$

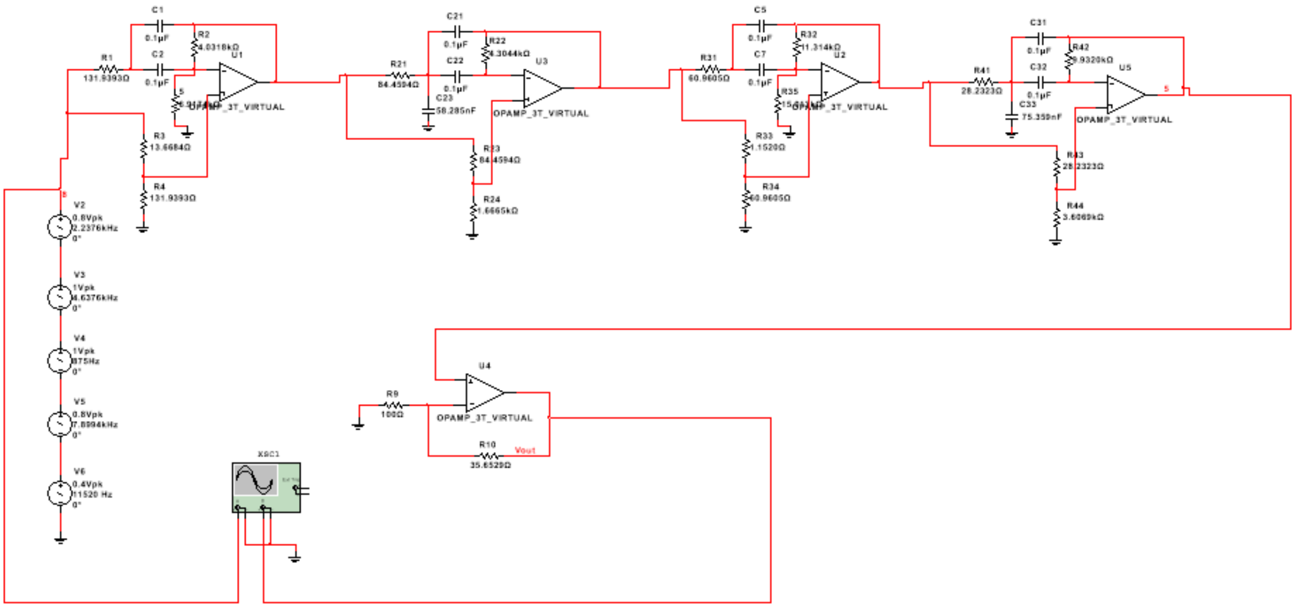
Οι συχνότητες που θα παρουσιάσει το σήμα αυτό θα είναι:

$f_a = 2.2376\ kHz, f_b = 4.6376\ kHz, f_c = 875\ Hz, f_d = 7.899\ kHz, f_e = 11520\ Hz$

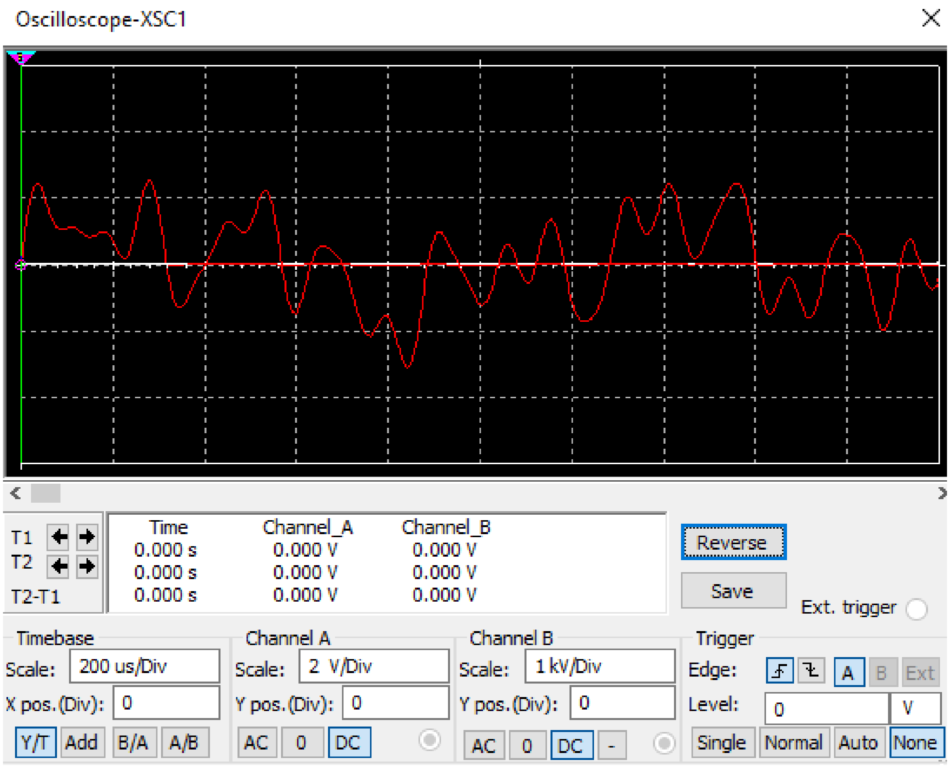
Για τη δημιουργία του σήματος αυτού χρησιμοποιούνται 5 πηγές AC Voltage σε σειρά, η κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια συχνότητα και στη συνέχεια συνδέθηκαν στην είσοδο του κυκλώματος.



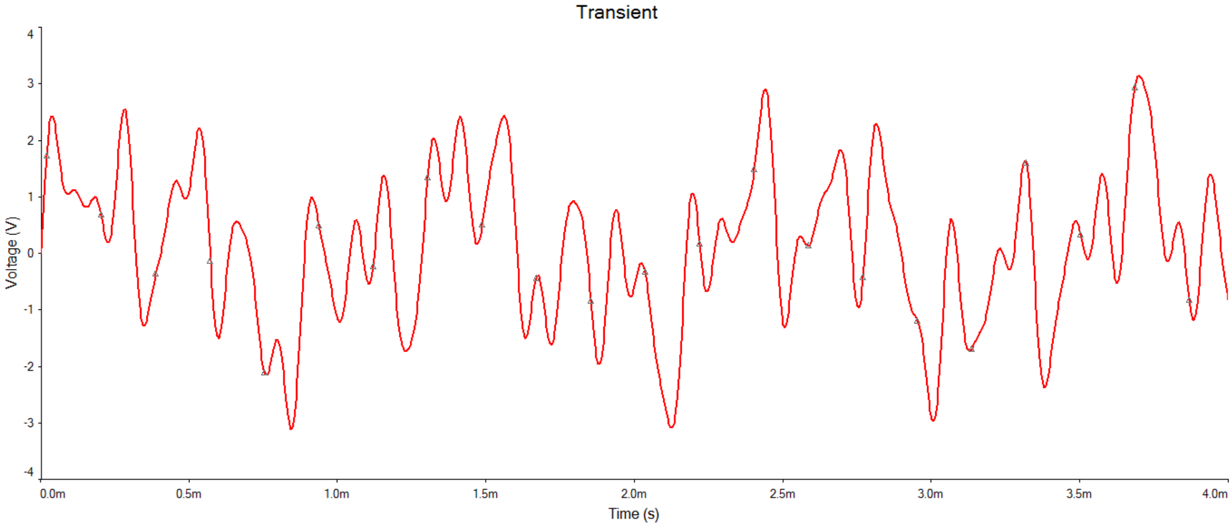
Παράλληλα χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Η σύνδεση στο κύκλωμα γίνεται όπως ακολουθεί παρακάτω:



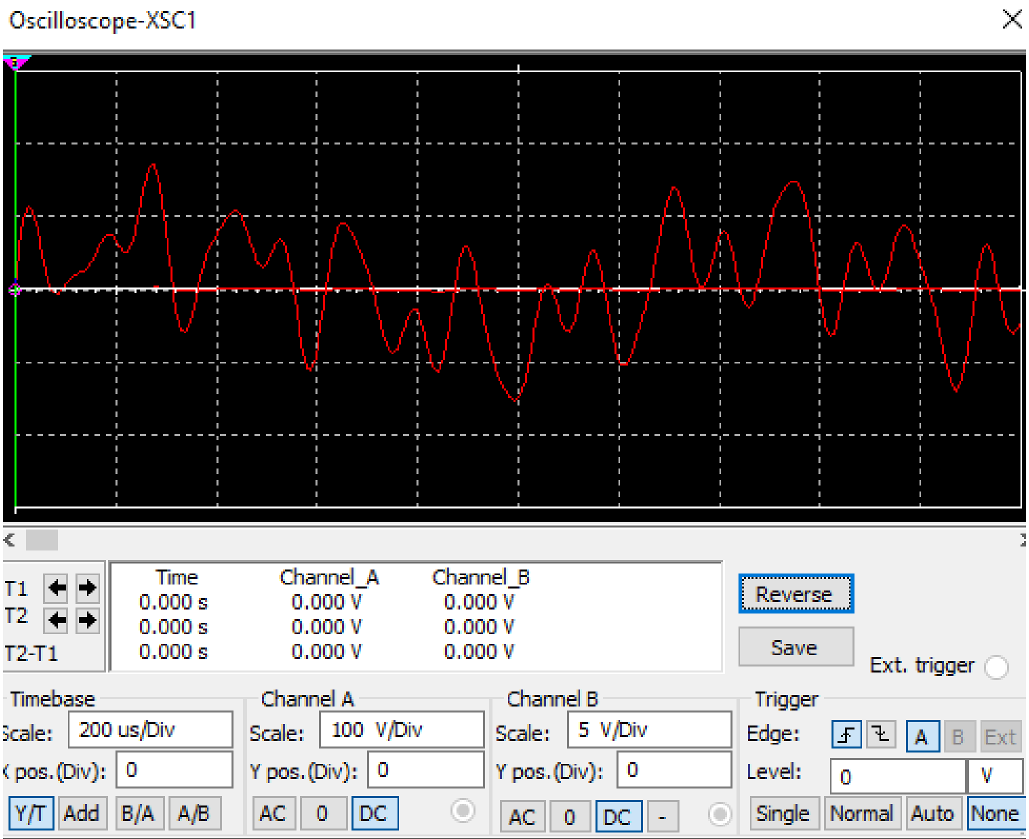
Σήμα Εισόδου-Oscilloscope:



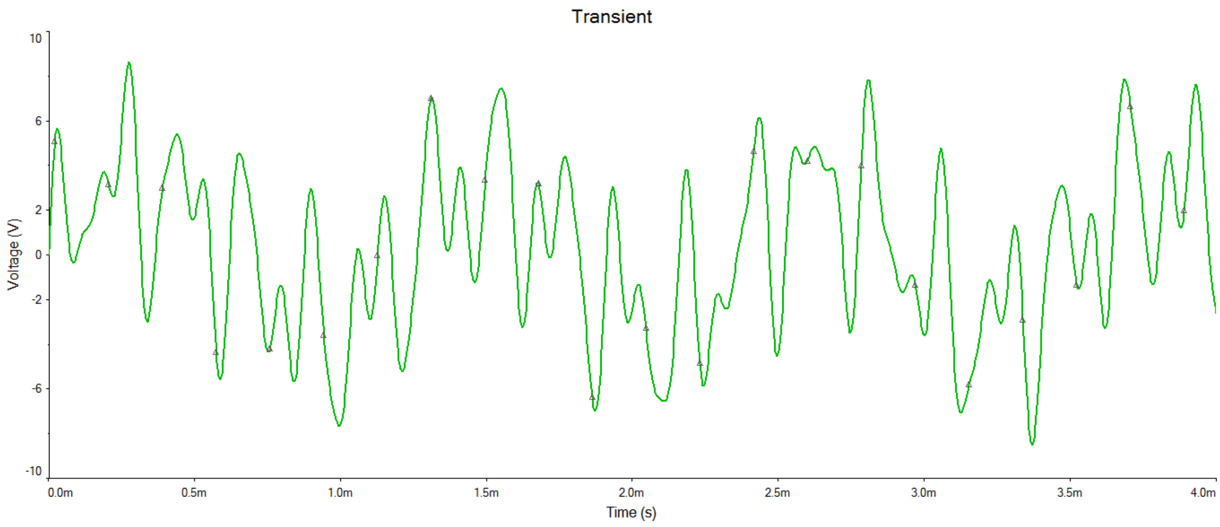
Σήμα Εισόδου-Transient Analysis:



Σήμα Εξόδου-Oscilloscope:

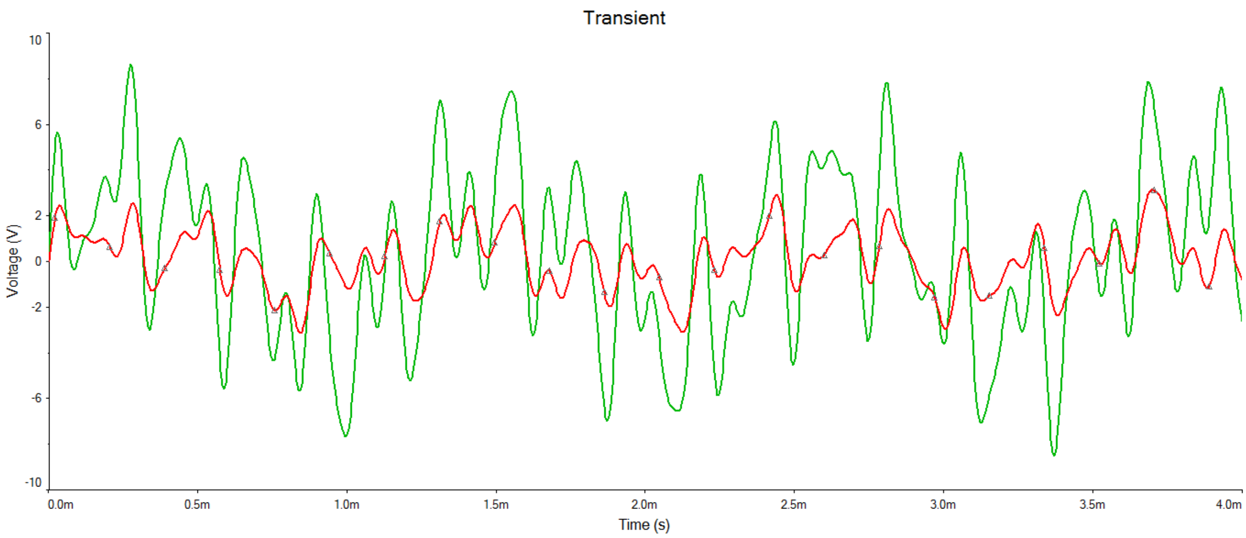


Σήμα Εξόδου-Transient Analysis:

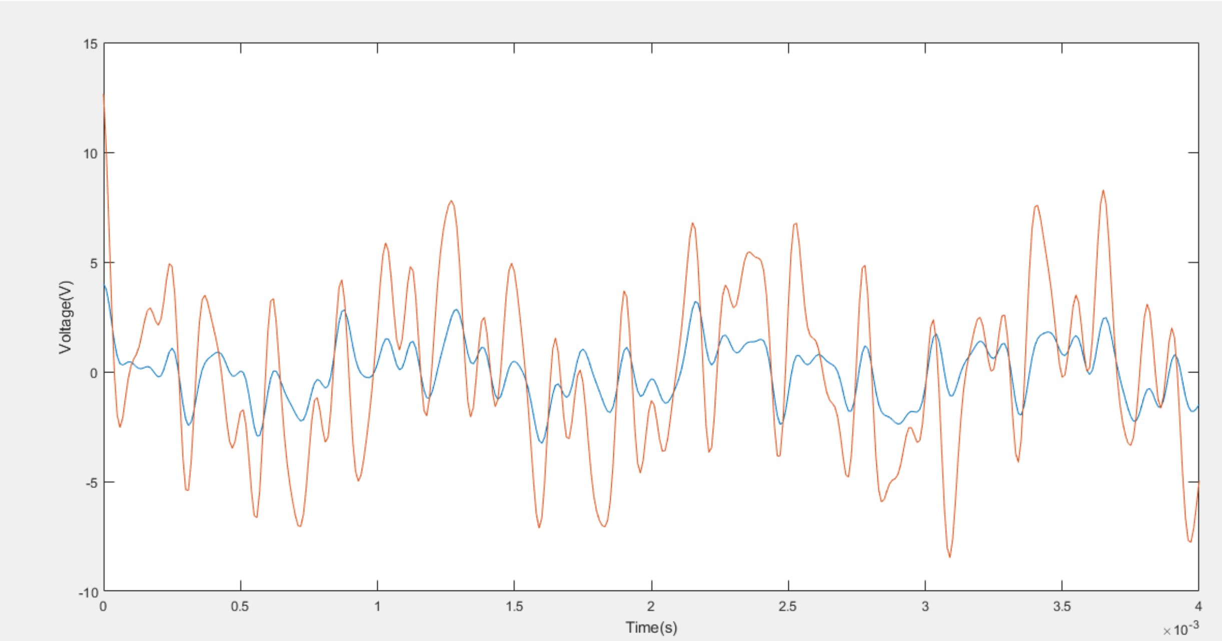


Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου που προκύπτουν, ενώ σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Παρακάτω φαίνεται το Transient Analysis με τα δυο σήματα μαζί. Με πράσινο απεικονίζεται η έξοδος και με κόκκινο η είσοδος.



Αφού δημιουργήσουμε το σήμα μας και στο Matlab και χρησιμοποιώντας την εντολή lsim πλοτάρουμε το σήμα της εισόδου και εξόδου σε κοινό figure και ταυτίζουμε τα αποτελέσματα με αυτά του παλμογράφου από το Multisim.



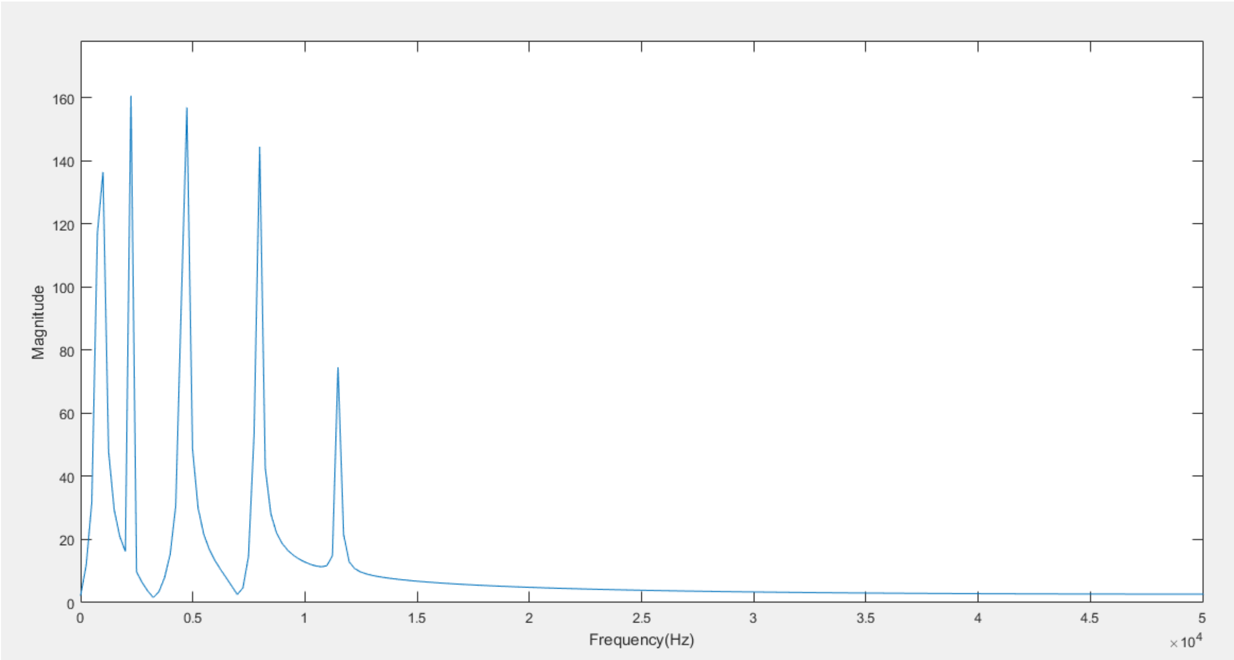
Έχουμε τα ίδια αποτελέσματα όπως και πριν. Εδώ το σήμα εισόδου είναι χρωματισμένο με μπλε χρώμα. Από το διάγραμμα αυτό φαίνεται καταρχήν ότι ικανοποιείται η προδιαγραφή για κέρδος 10dB καθώς το σήμα στην έξοδο έχει μεγαλύτερο πλάτος. Επίσης είναι ευδιάκριτη η απαλοιφή κάποιοων συχνοτήτων εισόδου και ο ζωνοφρακτικός χαρακτήρας του φίλτρου. Το συμπέρασμα αυτό φαίνεται πιο καθαρά στην ανάλυση Fourier που ακολουθεί.

Ανάλυση Fourier

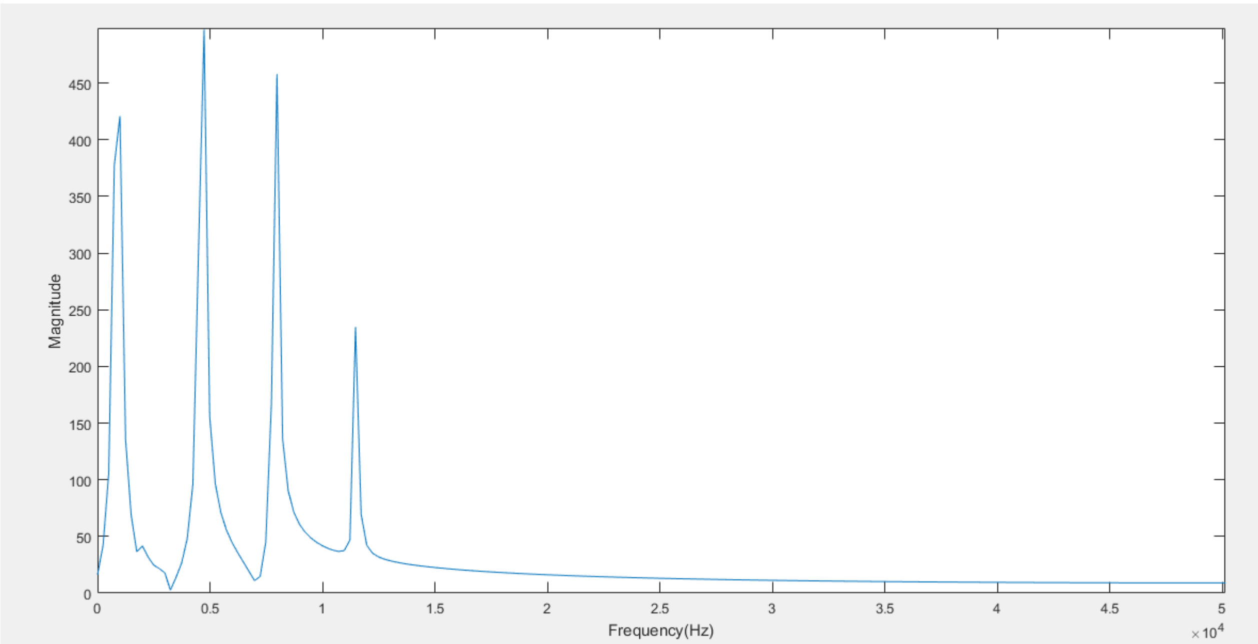
Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

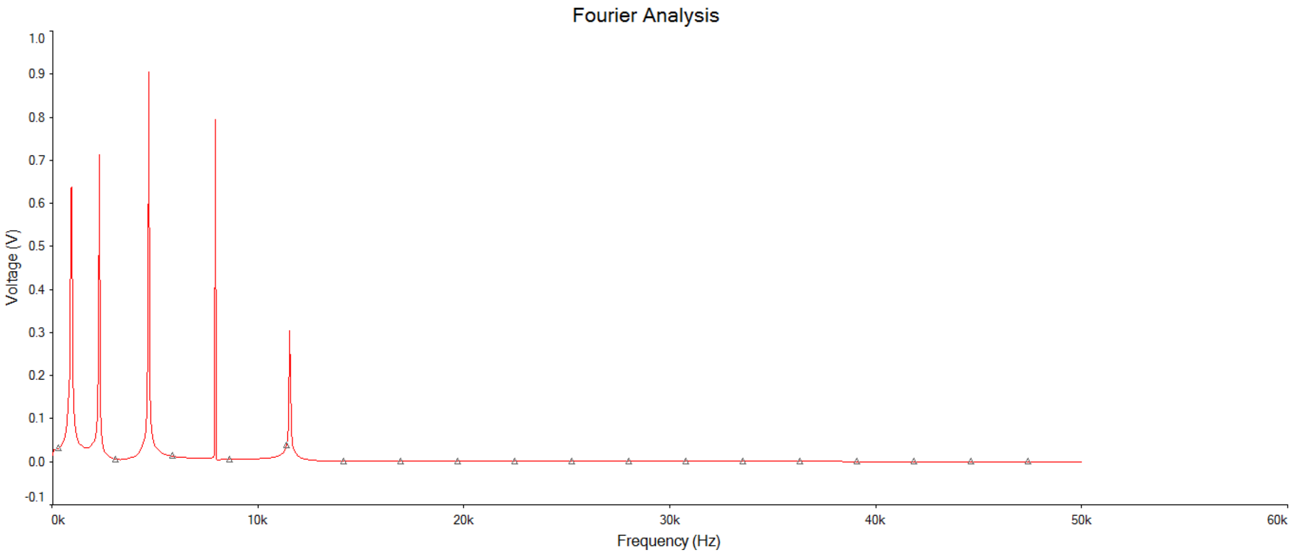
Φάσμα Σήματος Εισόδου Matlab:



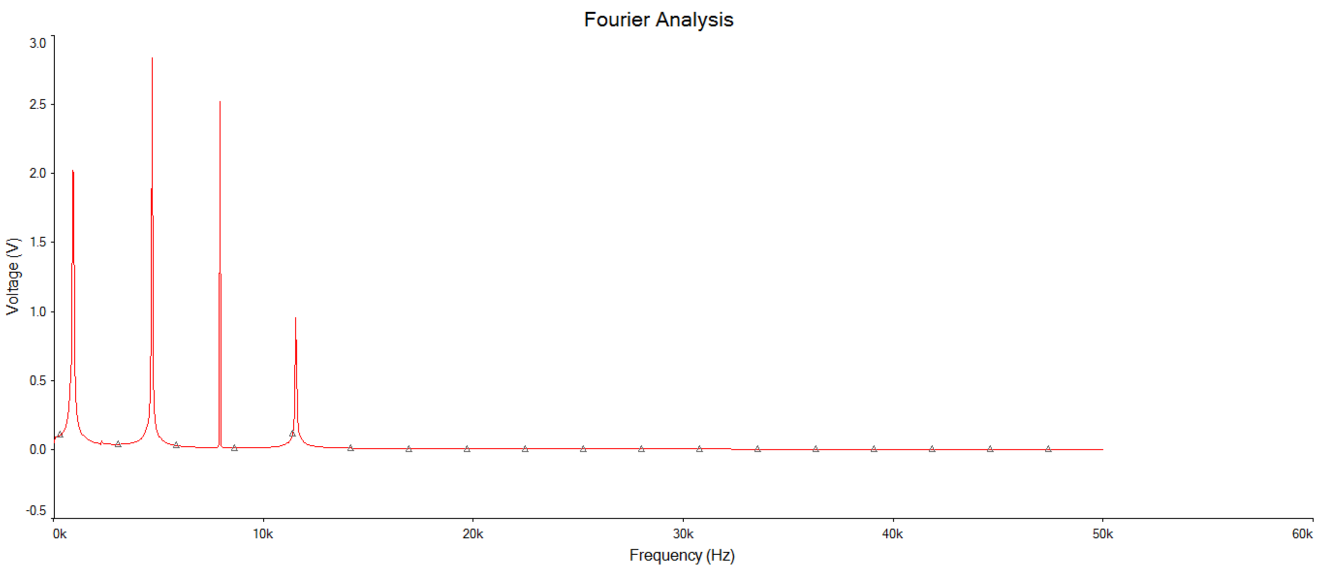
Φάσμα Σήματος Εξόδου Matlab:



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Αρχικά παρατηρούμε πως τα φάσματα μεταξύ Multisim και Matlab τόσο στην είσοδο όσο και στην έξοδο ταυτίζονται. Στην είσοδο του φίλτρου υπάρχουν πέντε ώσεις ενώ στην έξοδο μια από αυτές, δηλαδή η f_α = 2.2376 kHz (που πράγματι είναι η μόνη συχνότητα ανάμεσα στις f_3=2.0751 kHz και f_4=2775.76 kHz) εξαλείφεται, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο. Παράλληλα παρατηρείται και η ορθότητα της ρύθμισης κέρδους. Το πλάτος των ώσεων στην έξοδο είναι μεγαλύτερο (κατά περίπου 3 φορές) των ώσεων στην είσοδο, αφού έχουμε κέρδος 10dB. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ό,τι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς ικανοποιούνται όλες οι προδιαγραφές της εκφώνησης.