

## 5. Формализация и алгоритмизация процессов и систем

---

Методика разработки и машинной реализации моделей систем





Сущность машинного моделирования системы – в проведении на вычислительной машине эксперимента с моделью.

*Модель* – некоторый программный комплекс, описывающий формально и/или алгоритмически поведение элементов системы в процессе ее функционирования (т. е. в их взаимодействии друг с другом и внешней средой).



## Моделирование систем с помощью ЭВМ:

- ❑ для исследования системы с целью определения чувствительности характеристик к изменениям структуры, алгоритмов и параметров объекта моделирования и внешней среды;
- ❑ на этапе проектирования системы – для анализа и синтеза различных вариантов системы и выбора варианта, удовлетворяющего заданному критерию оценки эффективности системы при принятых ограничениях;
- ❑ после завершения проектирования и внедрения системы – для получения информации, дополняющей результаты натурных испытаний (эксплуатации) реальной системы, и для получения прогнозов эволюции (развития) системы во времени.



## Требования пользователя к модели

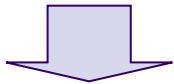
1. *Полнота* модели должна предоставлять возможность получения необходимого набора оценок характеристик системы с требуемой точностью и достоверностью.
2. *Гибкость* модели должна давать возможность воспроизведения различных ситуаций при варьировании структуры, алгоритмов и параметров системы.
3. *Длительность разработки и реализации* модели большой системы должна быть по возможности минимальной.



4. Структура модели должна быть *блочной*, т. е. допускать возможность замены, добавления и исключения некоторых частей без переделки всей модели.
5. Информационное обеспечение должно предоставлять возможность эффективной работы модели с базой данных систем определенного класса.
6. Программные и технические средства должны обеспечивать эффективную (по быстродействию и памяти) машинную реализацию модели и удобный интерфейс пользователя.
7. Должно быть реализовано проведение целенаправленных (планируемых) машинных экспериментов с моделью системы с использованием аналитико-имитационного подхода.



При получении новой информации об объекте его модель пересматривается и уточняется с учетом новой информации



процесс моделирования, включая разработку и машинную реализацию модели, является итерационным.

Продолжается, пока не будет получена модель, которую можно считать адекватной в рамках решения поставленной задачи.



## Этапы моделирования систем

Основные этапы.

1. Построение концептуальной модели системы и ее формализация.
2. Алгоритмизация модели системы и ее машинная реализация.
3. Получение и интерпретация результатов моделирования системы.



# 1. Построение концептуальной модели системы и ее формализация

Основное назначение этапа –  
переход от содержательного описания объекта к его  
математической модели (процесс формализации).

Наиболее ответственные и наименее  
формализованные моменты:

- проведение границы между системой и внешней средой;
- упрощение описания системы;
- построение концептуальной, а затем формальной модели системы.





## *Построение модели функционирования системы по блочному принципу.*

Могут быть выделены три автономные группы блоков такой модели:

- блоки первой группы – имитация воздействий внешней среды на систему;
- блоки второй группы – собственно модель процесса функционирования исследуемой системы;
- блоки третьей группы – вспомогательные: служат для машинной реализации блоков двух первых групп, а также для фиксации и обработки результатов моделирования.



## ***Построение математических моделей процессов.***

Пусть рассматривается процесс функционирования некоторой системы, которую можно разбить на ***m*** подсистем

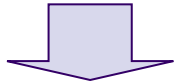
- с характеристиками  $\mathbf{y}_1(t), \mathbf{y}_2(t), \dots \mathbf{y}_{n_Y}(t)$ ,
- с параметрами  $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots \mathbf{h}_{n_H}$ ,
- при наличии входных воздействий  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots \mathbf{x}_{n_X}$  и воздействий внешней среды  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots \mathbf{v}_{n_V}$ .



Если функции  $f_1, f_2, \dots, f_m$  известны, то эти соотношения – идеальная математическая модель процесса функционирования системы.

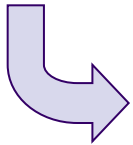


На практике получение модели достаточно простого вида для больших систем чаще всего невозможно



процесс функционирования системы разбивают на ряд элементарных подпроцессов.

Разбиение – так, чтобы построение моделей подпроцессов не вызывало трудностей при формализации



обычно состоит в подборе типовых математических схем.



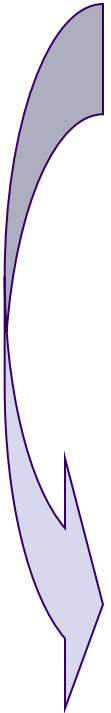
## *Основные подэтапы первого этапа.*

### *1.1 Постановка задачи машинного моделирования системы.*

- Признание существования задачи и необходимости машинного моделирования;
- выбор методики решения задачи с учетом имеющихся ресурсов;
- определение масштаба задачи и возможности разбиения ее на подзадачи.

Вопрос о приоритетности решения различных подзадач, оценка эффективности возможных математических методов и программно-технических средств решения.

Формулировка задачи исследования.





## 1.2 *Анализ задачи моделирования системы.*

- ❑ Выбор критериев оценки эффективности функционирования системы;
- ❑ определение эндогенных и экзогенных переменных модели;
- ❑ выбор возможных методов идентификации;
- ❑ выполнение предварительного анализа содержания второго этапа (алгоритмизации модели системы и ее машинной реализации);
- ❑ выполнение предварительного анализа содержания третьего этапа (получения и интерпретации результатов моделирования системы).



### *1.3 Определение требований к исходной информации об объекте моделирования и организация ее сбора.*

- ❑ Выбор необходимой информации о системе и внешней среде;
- ❑ подготовка априорных данных;
- ❑ анализ имеющихся экспериментальных данных;
- ❑ выбор методов и средств предварительной обработки информации о системе.

**От качества исходной информации об объекте существенно зависит достоверность результатов моделирования.**



## 1.4 *Выдвижение гипотез и принятие предположений.*

*Гипотезы* при построении модели системы

- для заполнения «пробелов» в понимании задачи исследователем;
- относительно возможных результатов моделирования.

**Справедливость проверяется  
при проведении машинного  
эксперимента**

*Предположения* (некоторые данные неизвестны или их нельзя получить)

дают возможность провести упрощения модели.





Учитываются факторы:

- объем имеющейся информации для решения задач;
- подзадачи, для которых информация недостаточна;
- ограничения на ресурсы времени для решения задачи;
- ожидаемые результаты моделирования.



## 1.5 *Определение параметров и переменных модели.*

Цель – подготовка к построению математической модели системы.

Описание каждого параметра и переменной в форме:

- определение и краткая характеристика;
- обозначение и единица измерения;
- диапазон изменения;
- место применения в модели.



## 1.6 *Установление основного содержания модели.*

Определяется основное содержание модели и выбирается метод построения модели системы (на основе принятых гипотез и предположений).

При этом учитывается:

- формулировка задачи моделирования системы;
- структура системы и алгоритмы ее поведения, воздействия внешней среды;
- возможные методы и средства решения задачи моделирования.



## 1.7 Обоснование критериев оценки эффективности системы.

В математической постановке:

получение соотношения для оценки эффективности как функции параметров и переменных системы.

Эта функция – *поверхность отклика* в исследуемой области изменения параметров и переменных. Позволяет определить реакцию системы.



## 1.8 *Определение процедур аппроксимации.*

Аппроксимация реальных процессов, протекающих в системе, – три вида процедур:

- *детерминированная*  
результаты моделирования однозначно определяются по данной совокупности входных воздействий, параметров и переменных системы, случайные элементы отсутствуют;
- *вероятностная*  
случайные элементы, включая воздействия внешней среды, влияют на характеристики процесса функционирования системы; требуется получить законы распределения выходных переменных;



- *определения средних значений*  
при наличии случайных элементов интерес  
представляют средние значения выходных  
переменных.



## 1.9 *Описание концептуальной модели системы.*

- ❑ Описание концептуальной модели в абстрактных терминах и понятиях;
- ❑ описание модели с использованием типовых математических схем;
- ❑ окончательное принятие гипотез и предположений;
- ❑ обоснование выбора процедуры аппроксимации реальных процессов при построении модели.



## 1.10 Проверка достоверности концептуальной модели.

Проверка достоверности концептуальной модели должна включать:

- проверку замысла модели;
- оценку достоверности исходной информации;
- рассмотрение постановки задачи моделирования;
- анализ принятых аппроксимаций;
- исследование гипотез и предположений.





## 1.11 *Составление технической документации по первому этапу.*

Технический отчет по этапу включает:

- подробную постановку задачи моделирования системы;
- анализ задачи моделирования;
- критерии оценки эффективности системы;
- параметры и переменные модели;
- гипотезы и предположения, принятые при построении модели;
- описание модели в абстрактных терминах и понятиях;
- описание ожидаемых результатов моделирования системы.



Документация – средство обеспечения взаимодействия коллективов специалистов разных профилей (от постановщиков задач до программистов).



## **2. Алгоритмизация модели системы и ее машинная реализация**

Назначение этапа –

переход от математической модели,  
сформированной на первом этапе, к конкретной  
машинной модели процесса функционирования  
системы.



## *Принципы построения моделирующих алгоритмов.*

Процесс функционирования системы –  
последовательная смена ее состояний

$$\vec{z} = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t))$$

в ***k***-мерном фазовом пространстве.

Задача моделирования – построение функций  $\mathbf{z}_1(\mathbf{t}), \mathbf{z}_2(\mathbf{t}), \dots, \mathbf{z}_k(\mathbf{t})$ , на основе которых можно определить интересующие характеристики процесса функционирования системы.



## 1) Принцип $\Delta t$ .

- Детерминированная система  
(случайные факторы отсутствуют).

Соотношения математической модели преобразуются к виду, для которого удобно вычислять

$$\mathbf{z}_1(\tau + \Delta t), \mathbf{z}_2(\tau + \Delta t), \dots, \mathbf{z}_k(\tau + \Delta t)$$

по значениям  $\mathbf{z}_i(\tau)$  для  $\tau \leq T$ .

Организуется счетчик системного времени  $t$  (часы).

В начальный момент

$$t = t_0, \quad \mathbf{z}_i(t_0) = \mathbf{z}_i^0, \quad i = 1, 2, \dots, k.$$



Далее прибавляется интервал времени  $\Delta t$ ,  
«часы показывают»  $t_1 = t_0 + \Delta t$ .

В соответствии с соотношениями математической  
модели определяются  $\mathbf{z}_i(t_0 + \Delta t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Далее  $t_2 = t_1 + \Delta t$  и т. д.

Если шаг  $\Delta t$  достаточно мал, то можно получить  
приближенные значения  $\mathbf{z}_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .



- Стохастическая система.

Соотношения математической модели определяют лишь распределение вероятностей величин  $\mathbf{z}_i(\tau + \Delta t)$  в момент времени  $\tau + \Delta t$ .

Начальные условия  $\mathbf{z}_i^0$  также могут быть случайными, задаваемыми некоторым распределением вероятностей.



Структура моделирующего алгоритма в основном та же.

Отличие:

вместо состояния  $\mathbf{z}(\tau + \Delta t)$  теперь нужно вычислять распределение вероятностей для возможных состояний.





Пусть  $t = t_0$ .

В соответствии с заданным распределением вероятностей выбирается по жребию одно из возможных начальных состояний  $\mathbf{z}^0$ .

Пусть «часы показывают»  $t_1 = t_0 + \Delta t$ .

Вычисляется условное распределение вероятностей состояний для  $t_0 + \Delta t$  при условии  $\mathbf{z}^0$ .

Состояние  $\mathbf{z}(t_0 + \Delta t)$  определяется по жребию.

И т. д.



Итог:

одна из возможных реализаций случайного  
многомерного процесса  $\vec{z}(t)$  на заданном интервале  
времени  $(t_0, T)$ .



## Принцип $\Delta t$ :

- наиболее универсальный, охватывает широкий класс реальных сложных систем и их дискретных и непрерывных элементов;
- неэкономичный с точки зрения расхода машинного времени.



## 2) *Принцип особых состояний.*

При рассмотрении некоторых сложных систем – неравноправность состояний системы в заданном интервале времени.

Два типа состояний:

- *обычные (неособые)* состояния, в которых система находится почти все время;
- *особые* состояния, характерные для системы в изолированные моменты времени (поступления в систему входных сигналов, выхода одной из координат  $\mathbf{z}_i(\mathbf{t})$  на границу области существования и т. д.).



Для особых состояний характерно:

- координаты  $\mathbf{z}_i(t)$  в эти моменты времени изменяются, как правило, скачком;
- между особыми состояниями – изменение координат непрерывно.

Пример: СМО как агрегат (рассмотрен выше).

В таких системах обычно

- свойства оцениваются по информации об особых состояниях;
- неособые состояния интереса для исследователя не представляют.



Для таких систем построение моделирующего алгоритма по «*принципу  $\Delta t$* » неэффективно:

- при малых  $\Delta t$  – большие затраты машинного времени на бесполезное определение большого числа неособых состояний;
- при больших  $\Delta t$  – опасность пропуска некоторых особых состояний.



*Принцип «особых состояний»* отличается от «принципа  $\Delta t$ » тем, что включает в себя процедуру определения момента наступления следующего особого состояния по известным характеристикам данного или предыдущих состояний.



### ***3) Принцип последовательной проводки заявок.***

При моделировании процессов обработки заявок в СМО:

- последовательное воспроизведение истории отдельных заявок в порядке их поступления в систему;
- обращение к сведениям о других заявках — только в случае, когда это необходимо для решения вопроса о порядке обслуживания данной заявки.





Такие алгоритмы:

- весьма экономны,
- не требуют специальных мер для учета особых состояний;

но:

имеют довольно сложную логическую структуру.



На практике:

не всегда строго выдерживается один из принципов построения моделирующих алгоритмов.

В основе многих языков моделирования – «принцип последовательной проводки» в сочетании с «принципом  $\Delta t$ ».



## ***Формы представления моделирующих алгоритмов.***

Удобная форма представления логической структуры моделей процессов функционирования систем и машинных программ – *схема*.



- *Обобщенная* (укрупненная) схема моделирующего алгоритма задает общий порядок действий при моделировании системы без каких-либо уточняющих деталей.

Показывает, что нужно выполнить на очередном шаге моделирования (например, обратиться к датчику случайных чисел).

- *Детальная* схема моделирующего алгоритма содержит уточнения, отсутствующие в обобщенной схеме.

Показывает не только, **что** следует выполнить на очередном шаге моделирования, но и **как** это выполнить.



- *Логическая* схема моделирующего алгоритма представляет собой логическую структуру модели процесса функционирования системы.

Показывает упорядоченную во времени последовательность логических операций, связанных с решением задачи моделирования.

- *Схема программы* отображает порядок программной реализации моделирующего алгоритма с использованием конкретного математического обеспечения.

Представляет собой интерпретацию логической схемы моделирующего алгоритма разработчиком программы на базе конкретного алгоритмического языка.



Логическая схема алгоритма и схема программы могут быть выполнены как в укрупненной, так и в детальной форме.

Для начертания этих схем используется набор символов, определяемый ГОСТ 19.701 – 90 (ИСО 5807 – 85) «Единая система программной документации. Схемы алгоритмов, программ, данных и систем. Условные обозначения и правила выполнения».



## *Основные подэтапы второго этапа.*

### *2.1 Построение логической схемы модели.*

Рекомендуется строить модель по блочному принципу (обеспечивает необходимую гибкость в процессе ее эксплуатации).

В результате модель функционально подразделяется на подмодели.

### *2.2 Получение математических соотношений.*

Получение, если это возможно, математических соотношений в виде явных функций (построение аналитической модели).

В общем случае модель системы может иметь комбинированный характер (аналитико-имитационный).



## 2.3 Проверка достоверности модели системы.

Получение ответа на вопрос:

насколько логическая схема модели и используемые математические соотношения отражают замысел модели, сформированный на первом этапе.

Проверяются:

- ❑ возможность решения поставленной задачи;
- ❑ точность отражения замысла в логической схеме;
- ❑ полнота логической схемы модели;
- ❑ правильность используемых математических соотношений.





## 2.4 *Выбор инструментальных средств для моделирования.*

Решение вопроса: какую вычислительную машину (ЭВМ, АВМ, ГВК) и какое ПО целесообразно использовать для реализации модели системы.

Сводится к обеспечению требований:

- наличие необходимых программных и технических средств;
- доступность выбранной ВМ для разработчика модели;
- обеспечение всех этапов реализации модели;
- возможность своевременного получения результатов.



## 2.5 Составление плана выполнения работ по программированию.

При использовании универсальной ЭВМ план должен включать:

- выбор языка (системы) программирования модели;
- указание типа ЭВМ и необходимых для моделирования устройств;
- оценку примерного объема необходимой оперативной и внешней памяти;
- ориентировочные затраты машинного времени на моделирование;
- предполагаемые затраты времени на программирование и отладку программы на ЭВМ.



## *2.6 Спецификация и построение схемы программы.*

*Спецификация программы* –  
формализованное представление требований,  
предъявляемых к программе, которые должны быть  
удовлетворены при ее разработке, а также описание  
задачи, условия и эффекта действия без указания  
способа его достижения.



Логическая схема модели ➡ схема программы;  
должна отражать:

- разбиение модели на блоки, подблоки и т. д.;
- особенности программирования модели;
- проведение необходимых изменений;
- возможности тестирования программы;
- оценку затрат машинного времени;
- форму представления входных и выходных данных.



## *2.7 Верификация и проверка достоверности схемы программы.*

*Верификация программы* – доказательство того, что поведение программы соответствует спецификации на программу.

Проверка соответствия каждой операции, представленной в схеме программы, аналогичной ей операции в логической схеме модели.

## *2.8 Проведение программирования модели.*



## 2.9 Проверка достоверности программы.

Проведение:

- ❑ обратного перевода программы в исходную схему;
- ❑ проверки отдельных частей программы при решении различных тестовых задач;
- ❑ проверки программы в целом на контрольном примере моделирования варианта системы.

Кроме того:

- проверка оценок затрат машинного времени на моделирование;
- получение достаточно простой аналитической аппроксимации зависимости затрат машинного времени от количества реализаций.



## 2.10 *Составление технической документации по второму этапу.*

Содержит:

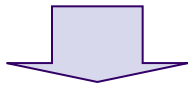
- логическую схему модели и ее описание;
- адекватную схему программы и принятые обозначения;
- полный текст программы;
- перечень входных и выходных величин с пояснениями;
- инструкцию по работе с программой;
- оценку затрат машинного времени на моделирование с указанием требуемых ресурсов ЭВМ.



### 3. Получение и интерпретация результатов моделирования системы

На этом этапе ЭВМ используется для проведения рабочих расчетов по составленной и отлаженной программе.

Результаты расчетов



выводы о характеристиках процесса функционирования моделируемой системы.



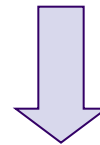


## *Особенности получения результатов моделирования.*

Реализация  
моделирующих  
алгоритмов на VM



информация о  
состояниях  
исследуемой системы



определение  
приближенных  
значений (оценок)  
искомых величин.



Если при моделировании системы учитываются случайные факторы, то среди результатов моделирования – случайные величины.

В этом случае оценки – вероятностные характеристики СВ, полученные по результатам многократного моделирования (средние значения, дисперсии и др.).



## Пример.

1. Искомая величина – вероятность некоторого события (сбоя процесса в течение заданного интервала времени, вероятность получения доброкачественного изделия за цикл его обработки и т. д.).

Оценка искомой вероятности – относительная частота наступления этого события при некотором количестве испытаний:

$$p^*(A) = \frac{m}{N}$$

Оценка вероятности  $p(A)$  события  $A$

Число случаев наступления события  $A$

Количество воспроизведенных реализаций процесса



2. Оценка закона распределения СВ:  
область возможных значений разбивается  
на  $n$  интервалов;  
оценка вероятности попадания СВ в интервал с  
номером  $k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  находится как

$$p_k^*(A) = \frac{m_k}{N}$$

Количество попаданий  
СВ в интервал с  
номером  $k$



*Критерий оценки* – любой количественный показатель, по которому можно судить о результатах моделирования системы.

Критериями оценки могут быть показатели,

- получаемые на основе процессов, протекающих в реальной системе,
- получаемые на основе специально сформированных функций этих процессов.

В общем случае критерий оценки – векторная случайная функция

$$\vec{q}(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)), \quad t \in [0, T].$$

Промежуток времени, на котором рассматривается функционирование системы



Процесс функционирования системы на интервале  $[0, T]$  моделируется  $N$ -кратно с получением независимых реализаций  $\vec{q}^{(i)}(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , вектора  $\vec{q}(t)$ .

Работа модели на интервале  $[0, T]$  называется *прогоном модели*.

Обработка результатов моделирования сводится к оценке распределения вектора  $\vec{q}(t)$  по независимым реализациям  $\vec{q}^{(i)}(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .



## ***Основные подэтапы третьего этапа.***

### ***3.1 Планирование машинного эксперимента с моделью системы.***

Перед выполнением рабочих расчетов на ЭВМ – план проведения эксперимента с указанием комбинаций переменных и параметров, для которых должно проводиться моделирование.

Цель планирования – получение в итоге максимального объема информации об объекте моделирования при минимальных затратах машинных ресурсов.



## Планирование машинного эксперимента:

### ❑ *Стратегическое.*

Задача построения оптимального плана эксперимента для достижения цели моделирования (оптимизация структуры, алгоритмов и параметров исследуемой системы и т. п.).

### ❑ *Тактическое.*

Частные цели оптимальной реализации конкретного эксперимента из множества заданных при стратегическом планировании (например, решение задачи выбора оптимальных правил остановки при статистическом моделировании).





### 3.2 *Определение требований к вычислительным средствам.*

- Составление графика работы на одной или нескольких ЭВМ;
- указание внешних устройств ЭВМ, которые потребуются при моделировании.

Оценка возможности использования конкретной модели ЭВМ или локальной вычислительной сети.



### 3.3 *Проведение рабочих расчетов.*

Включает в себя:

- подготовку наборов исходных данных для ввода в ЭВМ;
- проверку данных, подготовленных для ввода;
- проведение расчетов на ЭВМ;
- получение выходных данных (результатов моделирования).

Два этапа:

- ❑ контрольные расчеты – для проверки машинной модели и определения чувствительности результатов к изменению исходных данных;
- ❑ рабочие расчеты.



### *3.4 Анализ результатов моделирования системы.*

Вывод только результатов, необходимых для дальнейшего анализа.

Наиболее полное использование возможностей ЭВМ с точки зрения обработки результатов моделирования и представления этих результатов в наглядном виде.

### *3.5 Представление результатов моделирования.*

- Таблицы,
- графики,
- диаграммы,
- схемы и т. п.



### *3.6 Интерпретация результатов моделирования.*

Основное содержание подэтапа –  
переход от информации, полученной в результате  
машинного эксперимента с моделью, к информации  
применительно к объекту моделирования.



### 3.7 *Подведение итогов моделирования и выдача рекомендаций.*

- Отметить главные особенности полученных результатов (в соответствии с планом эксперимента),
- провести проверку гипотез и предположений,
- сделать выводы на основании этих результатов.

Рекомендации по практическому использованию результатов моделирования (например на этапе проектирования системы).



### 3.8 *Составление технической документации по третьему этапу.*

- ❑ План проведения машинного эксперимента;
- ❑ наборы исходных данных для моделирования;
- ❑ результаты моделирования системы;
- ❑ анализ и оценка результатов моделирования;
- ❑ выводы по полученным результатам моделирования;
- ❑ указание путей дальнейшего совершенствования машинной модели и возможных областей ее приложения.



Полный комплект документации по моделированию конкретной системы на ЭВМ должен содержать техническую документацию по каждому из трех рассмотренных этапов.