

## Геометрическая вероятность

### Задачи на разбор

1. Расстояние от пункта  $A$  до пункта  $B$  автобус проходит за 2 минуты, а пешеход – за 15 минут. Интервал движения автобусов 25 минут. Вы подходите в случайный момент времени к пункту  $A$  и отправляетесь в  $B$  пешком. Найдите вероятность того, что в пути вас догонит очередной автобус.

Ответ: 0,52.

2. На плоскости нарисованы две концентрические окружности, радиусы которых 3 и 5 см. Найдите вероятность того, что точка, брошенная наудачу в больший круг, попадет в кольцо, образованное этими окружностями.

Ответ: 0,64.

3. В квадрат с вершинами в точках  $(0; 0)$ ,  $(0; 1)$ ,  $(1; 1)$ ,  $(1; 0)$  наудачу брошена точка  $(x; y)$ . Найдите вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству  $y < 2x$ .

Ответ: 0,75.

4. Найдите вероятность того, что сумма двух наудачу взятых чисел из отрезка  $[-1; 1]$  больше нуля, а их произведение отрицательно.

Ответ: 0,25.

5. Стержень длины  $a$  случайным образом разломан на 3 части. Найдите вероятность того, что длина каждой его части окажется больше  $\frac{a}{4}$ .

Ответ:  $\frac{1}{16}$ .

6. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата  $a$  наудачу бросают монету радиуса  $r$  ( $r < \frac{a}{2}$ ). Найдите вероятности следующих событий: 1) монета попадет целиком внутрь одного квадрата; 2) монета пересечет не более одной стороны квадрата.

Ответ: 1)  $\left(1 - 2\frac{r}{a}\right)^2$ ; 2)  $1 - \left(2\frac{r}{a}\right)^2$ .

7. Из отрезка  $[0; 2]$  наудачу выбраны два числа  $x$  и  $y$ . Найти вероятность того, что эти числа удовлетворяют неравенствам  $x^2 \leq 4y \leq 4x$ .

Ответ:  $\frac{1}{3}$ .

### Задачи на самостоятельного решения

8. В квадрат со стороной 1 наудачу брошена точка  $A$ . Найдите вероятности следующих событий: 1) расстояние от точки  $A$  до фиксированной стороны квадрата не превосходит  $x$ ; 2) расстояние от точки  $A$  до ближайшей стороны квадрата не превосходит  $x$ .

Ответ: 1)  $\min(x, 1), x \geq 0$ ; 2)  $\begin{cases} 4x(1-x), & 0 \leq x \leq 0,5 \\ 1, & x > 0,5 \end{cases}$ .

9. В интервале времени  $[0; T]$  в случайный момент времени  $u$  появляется сигнал длительности  $\Delta$ . Приемник включается в случайный момент времени  $v \in [0; T]$  на время  $t$ . Найдите вероятности обнаружения сигнала приемником.

Ответ:  $1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta}{T}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$ .

10. (задача Бюффона). Плоскость разграфлена параллельными прямыми, расстояние между которыми равно  $2a$ . На эту плоскость наудачу брошена игла длиной  $2l$  ( $l < a$ ). Найдите вероятность того, что игла пересечет какую-нибудь прямую.

Ответ:  $\frac{2l}{\pi a}$ .