

## Непрерывные случайные величины

### Задачи на разбор

1. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{3}{2} \sin 3x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{3}, \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что  $X$  примет значение, принадлежащее интервалу  $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right)$ .

2. Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{2}(x^3 - 3x^2 + 3x) & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что  $X$  примет значение, принадлежащее промежутку: а)  $(0; 1)$ ; б)  $\left(-1; \frac{1}{2}\right]$ ; в)  $[0; 3]$ .

3. Является ли плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины функция

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x(1 - x) & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

4. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ C \sin 2x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти постоянный параметр  $C$ .

5. Задана плотность распределения вероятностей случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ C(x^2 + 2x) & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: а) постоянный параметр  $C$ ; б) функцию распределения  $F(x)$ , в) математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

6. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{1}{5}(x + 2) & \text{при } -2 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Найти  $\sigma(10 - 2X)$ .

### Задачи для самостоятельного решения

7. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{2} & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что  $X$  примет значение, принадлежащее интервалу  $(1; 2)$ .

**Ответ:**  $\frac{3}{4}$ .

8. Является ли плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины функция

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -\frac{\pi}{2} \text{ или } x > \frac{\pi}{2}, \\ \cos x & \text{при } -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

**Ответ:** нет.

9. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \text{ или } x > 1, \\ C(x^2 + x + 1) & \text{при } 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

Найти постоянный параметр  $C$ .

**Ответ:**  $\frac{6}{11}$ .

10. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^3 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .

**Ответ:**  $M(X) = \frac{3}{4}, D(X) = \frac{3}{80}, \sigma(X) = \frac{\sqrt{15}}{20}$ .

11. Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2 \text{ или } x > 4, \\ \frac{1}{2} & \text{при } 2 < x \leq 4. \end{cases}$$

Найти  $M(7 - 2X)$  и  $D(6X + 5)$ .

**Ответ:**  $M(7 - 2X) = 1, D(6X + 5) = 12$ .