

Лабораторная работа №18

Предельные теоремы теории вероятностей

Задание 1. Центральная предельная теорема

Проверьте работу центральной предельной теоремы. Для этого на Python (в одном файле):

- 1) Выберите распределение и его параметры. Сгенерируйте выборку из 1000 значений случайной величины с этим распределением. Постройте гистограмму распределения значений выборки и график плотности распределения вашей случайной величины на одной координатной плоскости.

Для построения гистограммы используйте метод `hist` из библиотеки `matplotlib.pyplot`

```
hist(x, bins= n, range=(a,b), density=True, label='строка')
```

где

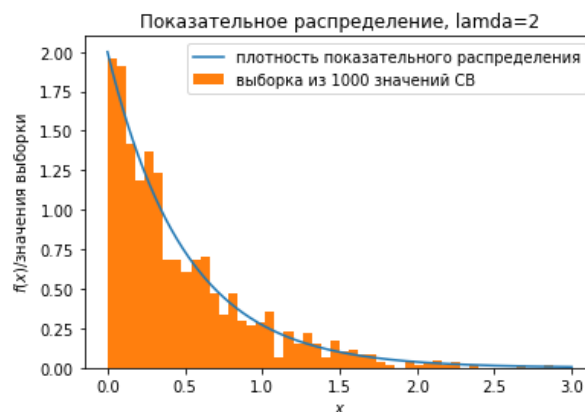
`x` – массив значений случайной величины,

`bins` – количество столбов гистограммы,

`a` и `b` – границы диапазона построения гистограммы,

`строка` – текст для легенды.

Примерный результат первого шага



- 2) Для четырех и более значениях n (например, 5, 10, 50, 100 – подберите значения так, чтобы иллюстрация работы ЦПТ была как можно более наглядной) сгенерируйте массивы из 1000 значений случайной величины

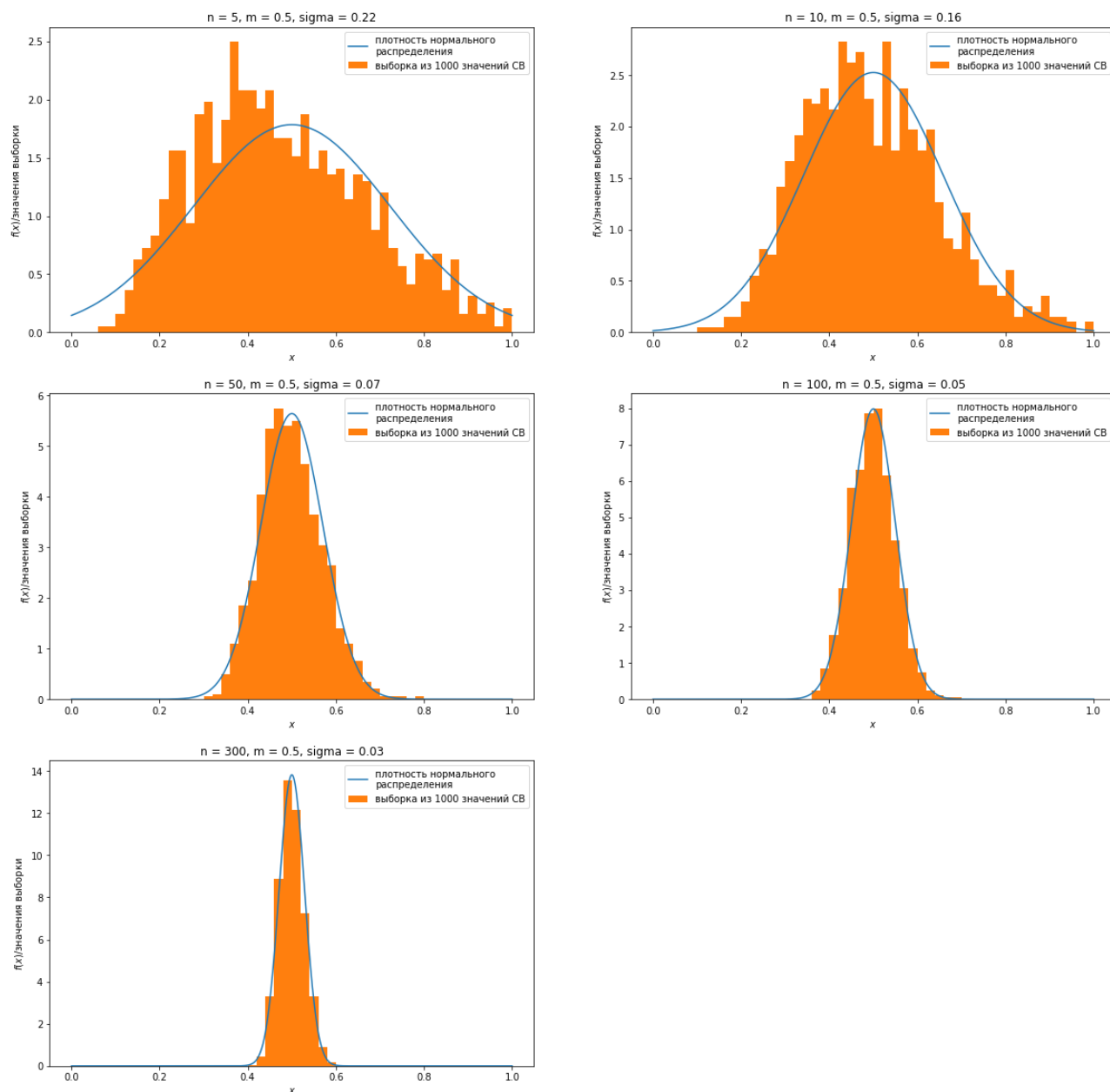
$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$$

где X_k – случайные величины с вашим распределением.

- 3) Используя информацию о математическом ожидании и дисперсии вашего распределения (она есть в лекции или её можно без труда найти в Википедии), для каждого значения n рассчитайте значения параметров нормальных распределений, которыми, согласно центральной предельной теореме, приближается распределение случайной величины \bar{X} .

4) Для каждого значения n постройте гистограмму распределения значений \bar{X} и функции плотности нормального распределения с соответствующими параметрами.

Примерный результат четвертого шага



5) Основываясь на полученных результатах, сделайте вывод:

а) Сработала ли центральная предельная теорема в вашем случае?

б) Как влияет значение n на точность приближения распределения \bar{X} и нормального распределения?

(вывод записать в тетради).

Задание 2. Неравенство Чебышева и закон больших чисел

1. Вероятность наступления события A в каждом из 1000 независимых испытаний равна 0,8. Найдите вероятность того, что число наступлений события A в этих 1000 испытаний отклонится от своего математического ожидания по абсолютной величине не менее чем на 50.
2. Вероятность сбоя при передаче сообщения по каналу связи равна 0,4. Оцените вероятность того, что при передаче 600 сообщений верно были переданы от 340 до 380 сообщений. Оценку произведите, используя: а) неравенство Чебышева; б) интегральную теорему Лапласа.