Лабораторная работа 1.4

1. Какое движение называется механическим колебанием?

Механическое колебание – это повторяющееся движение частицы или объекта вокруг равновесного положения. Это движение происходит вокруг определенной точки или оси и может быть характеризовано изменениями величины и направления скорости объекта во времени. Примеры механических колебаний включают колебания маятника, колебания пружинного маятника или колебания молекул в твердых, жидких или газообразных веществах.

Механические колебания играют важную роль в физике и инженерии и могут быть описаны различными математическими моделями, такими как гармонические колебания или амплитудно-фазовые диаграммы.

2. Какие колебания называются гармоническими? Запишите уравнение этих колебаний. Дайте определение кинематическим элементам колебаний. (с. 1)

Гармоническим называют колебание, в процессе которого величины, характеризующие движение (смещение, скорость,скорение и др.), изменяются по закону синуса или косинуса (гармоническому закону). $x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$; $x = x_m \sin(t+\varphi_0)$

Например, в случае механических гармонических колебаний:

В этих формулах ω – частота колебания, x_m – амплитуда колебания, φ_0 и φ_0' – начальные фазы колебания. Приведенные формулы отличаются определением начальной фазы и при $\varphi_0 = \varphi_0' + \pi/2$ полностью совпадают.

Это простейший вид периодических колебаний.

Кинематические элементы колебаний – это параметры, которые описывают движение частицы или объекта в процессе колебаний, не учитывая силы, вызывающие эти колебания. (с. 2)

Эти элементы описывают, как объект движется и меняет свои характеристики во времени в рамках колебаний.
Кинематические элементы колебаний:

Период (T): Время, которое требуется для одного полного цикла колебаний. Это показатель времени, который характеризует частоту колебаний.

Частота (ν): Количество полных циклов колебаний, выполняемых в единицу времени. Обратная величина к периоду.

Амплитуда (A): Максимальное смещение от положения равновесия во время колебаний.
Она описывает максимальное удаление объекта от положения равновесия.
Циклическая частота (ω) – число колебаний за 2π секунд. $\omega = 2\pi\nu$; $\omega = (2\pi)/T$ – связь циклической частоты с частотой колебаний и периодом (с. 3)

3. Изобразите график гармонических колебаний.

Гармонические колебания подчиняются закону:

$f(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi)$ или $f(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$

A – амплитуда, ω – циклическая (круговая) частота;

ϕ – начальная фаза колебаний; обычно $\phi \in [0; 2\pi)$

$T = 2\pi / \omega$ – период гармонических колебаний

Построим график гармонических колебаний.

$y = 2\sin(2x - \pi/3)$

Решение: $y = 2\sin(2(x - \pi/6))$

1) $y = \sin x$ – Исходная функция

2) $y = \sin 2x$ – Сжатие в 2 раза к оси y

3) $y = 2\sin 2x$ – Растяжение в 2 раза от оси x

4) $y = 2\sin 2(x - \pi/6$ – сдвиг вправо на $\pi/6)$

График:

4.Запишите силы, действующие при свободных колебаниях. С учетом этих сил составьте диф-ференциальное уравнение свободных колебаний.

При свободных механических колебаниях, когда объект движется без внешнего воздействия и только за счет сил внутреннего взаимодействия, основной силой, действующей на объект, является сила упругости (F), которая возвращает объект к положению равновесия. Эта сила пропорциональна смещению объекта от положения равновесия и направлена противоположно смещению. Уравнение силы упругости может быть записано в следующем виде:

$$F = -kx$$

где: F – сила упругости,

k – коэффициент жесткости пружины (параметр, характеризующий жесткость системы),

x – смещение относительно положения равновесия (с. 5)

Для описания свободных колебаний, можно использовать второй закон Ньютона, который гласит, что сумма сил, действующих на объект, равна произведению массы объекта на его ускорение $(F = ma)$.

В данном случае, ускорение (a) равно второй производной смещения по времени (d^2x / dt^2).

Подставив силу упругости, получаем дифференциальное уравнение4 свободных колебаний:

$$m \cdot (d^2x/dt^2) = -kx$$

где: m – масса объекта, d^2x/dt^2 – ускорение смещения

Это уравнение описывает свободные колебания системы, такие как маятники или пружинные системы, когда объект колеблется без внешних сил, только под действием силы упругости. Решение этого дифференциального уравнения позволяет определить форму и характер колебаний. (с, 6)

5.Запишите решение дифференциального уравнения гармонических колебаний.

Дифференциальное уравнение гармонических[1] колебаний для объекта с массой m и коэффициентом жесткости пружины k имеет вид: $m\,d^2x/dt^2=-kx$

Для решения этого уравнения, предположим, что решение имеет вид гармонического колебания:

$x(t) = A\cdot\cos(\omega t+\phi)$

где: A – амплитуда колебаний

ω – угловая частота колебаний

φ – начальная фаза колебаний

Для нахождения ω, дифференцируем x(t) по времени дважды $dx/dt = -A\omega\sin(\omega t+\phi)$

$d^2x/dt^2 = A\omega^2\cos(\omega t+\phi)$

Теперь подставим это в исходное дифференциальное уравнение: $m(-A\,\omega\,2\cos(\omega t+\phi)) = -k(A\cdot\cos(\omega t+\phi))$ (с, 7)

Для уравновекшивания коэффициентов, можно разделить обе стороны на $-A\cos(\omega t+\phi)$: $m\omega^2=k$

Теперь мы можем найти угловую частоту ω: $\omega=\sqrt{(k/m)}$

Таким образом, угловая частота гармонических колебаний равна корню из отношения коэффициента жесткости пружины k к массе m системы.

Итак, решение дифференциального уравнения для гармонических колебаний выглядит следующим образом: $x(t)=A\cdot\cos(\sqrt{(k/m)}\cdot t+\phi)$

6. Что называется математическим маятником? Какие колебания он совершает? Изобразите силы, под действием которых колеблется маятник.

Математический маятник – это идеализированная физическая система, представляющая собой массу m, закрепленную на нерастяжимой невесомой нити длиной L, которая крепится к точке подвеса. Маятник служит моделью для изучения основных принципов колебаний. (с, 8)

Математический маятник совершает гармонические колебания, которые характеризуются тем, что его движение происходит вокруг положения равновесия (вертикального направления) и подчиняется закону гармонических колебаний. Гармонические колебания математического маятника имеют фиксированную частоту и период.

Силы, действующие на математический маятник, включают в себя следующие:

Сила тяжести (Fg): Это сила, направленная вниз, которая действует на массу m и стремится опустить маятник вниз. Величина этой силы равна $Fg = mg$, где g – ускорение свободного падения.

Сила натяжения нити (T): Нить удерживает массу маятника и создает направленную внутрь силу натяжения, которая является реакцией на силу тяжести.
Сила натяжения всегда направлена вдоль нити.

Сумма сил в направлении колебаний является воз-
вращающей силой, которая зависит от угла отклонения маятника от вертикального положения. (с, 9)

Эта сила называется силой упругости (F) и является реакцией нити на отклонение маятника от положения равновесия. Сила упругости направлена в направлении вертикальной оси и обратно пропорциональна угловому отклонению маятника от вертикали.

Сила упругости можно выразить как: $F = -mg\sin(\theta)$

где:

m – масса маятника,

g – ускорение свободного падения,

θ – угол отклонения маятника от вертикального поло-
жения

Сила упругости служит возвращающей силой, которая восстанавливает маятник в вертикальное положение, и именно эта сила обеспечивает гармонические колебания математического маятника. (с, 10)