



ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ЗАДАЧИ ПО МЕХАНИКЕ

К.А. Гаврилов

5 августа 2020 г.

Оглавление

Предисловие	2
Условия задач	3
1 Кинематика прямолинейного движения материальной точки	3
2 Движение тела, брошенного под углом к горизонту	8
3 Кинематика вращательного движения материальной точки	12
4 Динамика материальной точки	17
5 Закон сохранения импульса	22
6 Работа. Закон сохранения энергии	26
7 Динамика движения материальной точки по окружности . .	32
8 Основное уравнение вращательного движения	38
9 Законы сохранения момента импульса и энергии	43
10 Вращательное движение твердого тела	49
11 Механические колебания	54
12 Колебания физического маятника	59
Ответы	63
Литература	72

Предисловие

Методическое пособие включает в себя физические задачи, которые предлагаются для решения студентам 1 курса физического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета при изучении курса "Механика". Выбранные задачи базового и повышенного уровня сложности предназначены для решения на практических занятиях, консультациях, а также для самостоятельного решения студентами.

Условия задач

Кинематика прямолинейного движения материальной точки

Задачи для разбора

Задача 1 Координата движущейся по прямой точки меняется по закону: $x = 2 + 10t + 3t^2$ (x измеряется в метрах, t в секундах). Какова ее скорость при $t = 2$ с?

Задача 2 Показать, что средняя скорость за промежуток времени от t_1 до t_2 при равноускоренном движении равна скорости в момент времени $(t_1 + t_2)/2$.

Задача 3 От движущегося поезда отцепляют последний вагон. Поезд продолжает движение с той же скоростью v_0 . Как будут относиться пути, пройденные поездом и вагоном к моменту остановки вагона? Считать, что вагон движется равнозамедленно. Решить задачу аналитически и графически.

Задача 4 Машинист пассажирского поезда, двигавшегося со скоростью $v_1 = 108$ км/ч, заметил на расстоянии $S_0 = 180$ м впереди движущийся в ту же сторону со скоростью $v_2 = 32,4$ км/ч товарный поезд. Машинист сразу включил тормоз, благодаря чему пассажирский поезд начал двигаться с ускорением $a = -1,2$ м/с². Достаточно ли этого ускорения для того, чтобы поезда не столкнулись?

Задача 5 За последнюю секунду свободно падающее тело прошло $3/4$ всего пути. С какой высоты оно упало?

Качественные задачи

Задача 6 Тело движется с отрицательной скоростью и отрицательным ускорением. Разгоняется ли оно при этом или тормозит?

Задача 7 На первом фрагменте рис. 1 изображён график зависимости ускорения материальной точки от времени, на втором рисунке изображена зависимость скорости другого тела от времени, на третьем рисунке — координата от времени. В каких из 12 изображённых точках ускорение обращается ноль? Все графики относятся к разным движущимся телам.

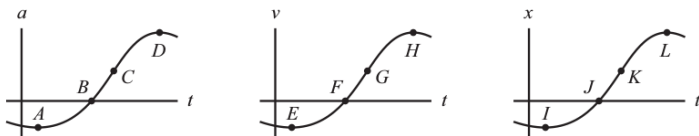


Рис. 1

Задача 8 При скатывании шарика вдоль наклонной плоскости без начальной скорости расстояния пройденные телом за одну, две, три секунды от начала движения относятся как 1:4:9. Почему? Как относятся пути, пройденные шариком, в течение 1-ой секунды, 2-ой секунды, 3-ей секунды?

Задача 9 Как лучше поступить водителю, который подъезжает с максимальной разрешенной скоростью к перекрестку, на котором загорелся желтый сигнал светофора: затормозить или разогнаться, чтобы "проскочить" перекресток?

Задачи базового уровня

Задача 10 Начертить графики зависимости от времени скорости некоторых тел, если графики ускорения a этих тел имеют вид, представленный на рис. 2 (начальная скорость тел во всех случаях равна нулю).

Задача 11 Автомобиль, который двигался со скоростью $v_0 = 8 \text{ м/с}$, начинает торможение с ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. Какое расстояние s проедет автомобиль к тому моменту, когда его скорость уменьшится вдвое?

Задача 12 За время $t = 2 \text{ с}$ прямолинейного движения с постоянным ускорением тело прошло путь $s = 20 \text{ м}$, не меняя направления движения и уменьшив свою скорость в 3 раза. Чему равна начальная скорость тела на этом интервале?

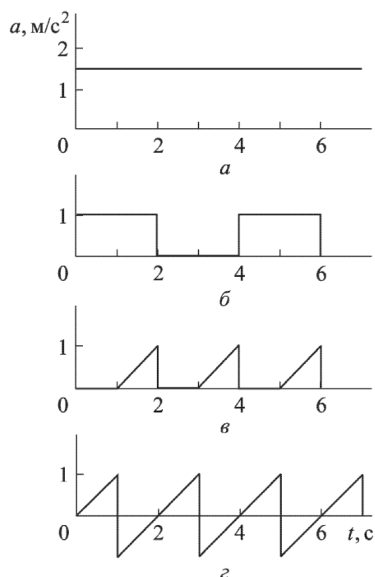


Рис. 2

Задача 13 Автомобиль разгоняется с постоянным ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. Мимо наблюдателя он проезжает со скоростью $v = 20 \text{ м/с}$. На каком расстоянии s от наблюдателя автомобиль находился за $t = 6 \text{ с}$ до этого момента?

Задача 14 Материальная точка, двигаясь равноускоренно по прямой, за время t увеличила скорость в 3 раза, пройдя путь $s = 20 \text{ м}$. Найдите t , если ускорение точки $a = 5 \text{ м/с}^2$.

Задача 15 С вышки одновременно брошены два тела с одинаковой начальной скоростью v_0 : одно вертикально вверх, другое вертикально вниз. Как с течением времени будет меняться расстояние S между этими телами? Сопротивление воздуха движению тел не учитывать.

Задача 16 Начертить графики зависимости от времени пути и ускорения некоторого тела, если скорость этого тела как функция времени представлена графиком на рис. 3.

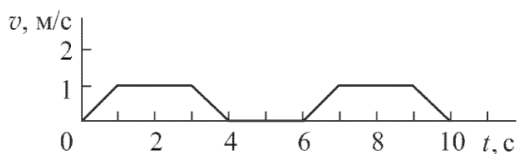


Рис. 3

Задача 17 С каким ускорением движется тело, если за восьмую секунду после начала прямолинейного движения оно прошло путь 30 м.

Задача 18 С высоты H на упругую горизонтальную плиту свободно падает шарик. Построить график изменения координаты, скорость и ускорения шарика в зависимость от времени, считая, что временем соударения и сопротивлением воздуха можно пренебречь. Удар абсолютно упругий.

Задача 19 Трамвай тормозит с постоянным ускорением до полной остановки. Найдите тормозной путь трамвая, если торможение заняло 5 с, а скорость трамвая на середине тормозного пути была 4 м/с.

Задача 20 Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на одной и той же высоте $h = 8,6$ м два раза с интервалом $\Delta t = 3$ с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислить начальную скорость брошенного тела.

Задача 21 С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 5$ м/с. Через $t = 2$ с мячик упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мячика в момент удара о землю.

Задача 22 Два тела начинают одновременно двигаться по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями $v_{01} = 10$ м/с и $v_{02} = 20$ м/с и с постоянными ускорениями $a_1 = 2$ м/с² и $a_2 = 1$ м/с², направленными противоположно соответствующим начальным скоростям. Определите, при каком максимальном начальном расстоянии s между тела ми они встретятся в процессе движения.

Задача 23 Из точки, лежащей на верхнем конце вертикального диаметра некоторой окружности, по желобам, установленным вдоль различных хорд этой окружности, одновременно начинают скользить под действием силы тяжести без трения грузы. Показать, что все грузы достигнут окружности одновременно.

Задачи повышенного уровня

Задача 24 Тело, двигаясь с постоянным ускорением, проходит последовательно два одинаковых отрезка пути S по 10 м каждый. Найти ускорение тела a и скорость v_0 в начале первого отрезка, если первый отрезок пройден телом за время $t_1 = 1.06$ с, а второй за $t_2 = 2.2$ с.

Задача 25 Муравей бежит от муравейника по прямой так, что его скорость обратно пропорциональна расстоянию до центра муравейника. В тот момент, когда муравей находится в точке на расстоянии 1 м от центра муравейника, его скорость равна 2 м/с. За какое время муравей добежит от точки A до точки B , которая находится на расстоянии 2 м от центра муравейника?

Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Задачи для разбора

Задача 26 Из артиллерийского орудия произведен выстрел под углом φ к горизонту. Величина начальной скорости снаряда v_0 . Исследовать аналитически движение снаряда, пренебрегая сопротивлением воздуха полету снаряда и кривизной поверхности Земли. Найденные зависимости изобразить графически. Найти: 1) вертикальную и горизонтальную компоненты вектора скорости \vec{v} и абсолютную величину скорости как функцию времени; 2) время полета снаряда от орудия до падения на землю; 3) зависимость от времени угла α между вектором скорости снаряда и горизонтом; 4) декартовы координаты (ось X — горизонтальное направление, ось Y — вертикальное направление) снаряда как функции времени; 5) уравнение траектории снаряда $y = f(x)$ (построить согласно этому уравнению траекторию полета снаряда); 6) максимальную высоту H_{max} полета снаряда над землей; 7) горизонтальную дальность L_{max} полета снаряда как функцию его начальной скорости и угла возвышения орудия; 8) При каком угле возвышения φ^* дальность будет максимальной при заданной начальной скорости снаряда?

Задача 27 Самолет летит на высоте h горизонтально по прямой со скоростью v . Летчик должен сбросить бомбу в цель, лежащую впереди самолета. Под каким углом α к вертикали он должен видеть цель в момент выпуска бомбы? Каково в этот момент расстояние l от цели до точки, над которой находится самолет? Сопротивление воздуха движению бомбы не учитывать.

Задача 28 Два тела бросили одновременно из одной точки: одно — вертикально вверх, другое — под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Начальная скорость каждого тела $v_0 = 25$ м/с. Найти расстояние между телами через $t = 1,70$ с.

Задача 29 Цель, находящаяся на холме, видна с места расположения орудия под углом α к горизонту. Дистанция (расстояние по горизонтали от орудия до цели) равна L . Стрельба по цели производится при угле возвышения β . Определить начальную скорость v_0 снаряда, попадающего в цель. Сопротивление воздуха не учитывать.

Качественные задачи

Задача 30 Пуля вылетела горизонтально из ружья, одновременно с ней другая пуля начала падать вертикально с той же высоты. Какая пуля первой достигнет земли, если пренебречь сопротивлением воздуха, кривизной поверхности Земли и т.д.).

Задача 31 В каком случае выброшенная из вагона вещь долетит до земли раньше – когда вагон покоится или когда он движется?

Задача 32 Камень брошен под углом к горизонту. Существует ли такое положение в процессе движения, в котором скорость перпендикулярна ускорению камня?

Задача 33 Неопытный охотник бросает камень в обезьяну, сидящую на дереве высотой H на расстоянии L по горизонтали от охотника, при этом направляет вектор начальной скорости v_0 в местоположение обезьяны. В момент броска камня обезьяна отпускает руки и начинает свободно падать с дерева без начальной скорости. При каком условии камень может настичь обезьяну?

Задачи базового уровня

Задача 34 Какой начальной скоростью v_0 должна обладать сигнальная ракета, выпущенная из ракетницы под углом 45° к горизонту, чтобы она вспыхнула в наивысшей точке своей траектории, если время горения запала ракеты 6 с? Сопротивление воздуха движению ракеты не учитывать.

Задача 35 Точка движется согласно уравнениям: $x = 2t + 6$, $y = t^2$. Проходит ли ее траектория через точку $x = 10$, $y = 10$? Найдите величину и направление ускорения точки?

Задача 36 Из трех труб, расположенных на земле, с одинаковой скоростью бьют струи воды: под углом в 60° , 45° и 30° к горизонту. Найти отношение наибольших высот H подъема струй воды, вытекающих из каждой трубы, и отношение дальностей падения L воды на землю. Сопротивление воздуха движению водяных струй не учитывать.

Задача 37 Под каким углом к горизонту надо бросить камень, чтобы дальность его полета была втрое больше максимальной высоты подъема?

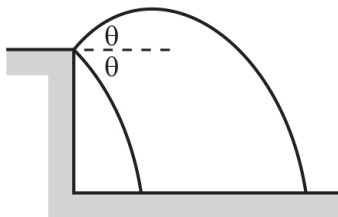


Рис. 4

Задача 38 На какое максимальное расстояние L можно бросить мяч в спортивном зале высотой 8 м, если мяч имеет начальную скорость 20 м/с? Какой угол φ с полом зала должен в этом случае составлять вектор начальной скорости мяча? Считать, что высота начальной точки траектории мяча над полом мала по сравнению с высотой зала. Мяч во время полета не должен ударяться о потолок зала. Сопротивлением воздуха полету мяча пренебречь.

Задача 39 Камень бросили с крутого берега реки вверх под углом 30° к горизонту со скоростью $v_0 = 10$ м/с. С какой скоростью он упал в воду, если время полета $t = 2$ с?

Задача 40 Два шарика брошены с одинаковой скоростью v_0 с крыши под одинаковыми углами θ один выше горизонта, другой ниже (рис. 4). На каком расстоянии друг от друга шарики приземлятся на поверхности земли.

Задачи повышенного уровня

Задача 41 Два шарика бросили одновременно из одной точки в горизонтальном направлении в противоположные стороны со скоростями $v_1 = 3,0$ м/с и $v_2 = 4,0$ м/с. Найти расстояние между шариками в момент, когда их скорости окажутся взаимно перпендикулярными.

Задача 42 Утка летела по горизонтальной прямой с постоянной скоростью u . В нее бросил камень неопытный охотник, причем бросок был сделан без упреждения, т.е. в момент броска скорость камня v была направлена как раз на утку под углом α к горизонту (рис. 5). На какой

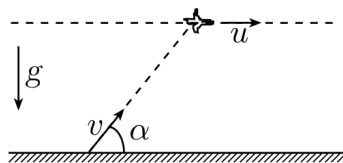


Рис. 5

высоте летела утка, если камень все же попал в нее? С какой стороны камень ударил утку?

Задача 43 Шарик, которому сообщена горизонтальная скорость v , падает на горизонтальную плиту с высоты h . При каждом ударе о плиту вертикальная составляющая скорости уменьшается (отношение вертикальной составляющей скорости после удара к ее значению до удара постоянно и равно α). Определить, на каком расстоянии от места бросания отскоки шарика прекратятся. Считать, что трение отсутствует, так что горизонтальная составляющая скорости шарика v не меняется

Кинематика вращательного движения материальной точки

Задачи для разбора

Задача 44 Луна обращается вокруг Земли с периодом $T = 27,3$ сут относительно звезд. Средний радиус орбиты Луны $R = 3,8 \cdot 10^5$ км. Найти линейную скорость v движения Луны вокруг Земли и ее нормальное ускорение a .

Задача 45 Якорь электромотора, вращавшегося с частотой N оборотов в секунду, двигаясь после выключения тока равнозамедленно, остановился, сделав n оборотов. Найти угловое ускорение якоря после выключения тока.

Задача 46 Автомобиль, движущийся со скоростью 40 км/ч, проходит закругление шоссе с радиусом кривизны 200 м. На повороте шофер тормозит машину, сообщая ей ускорение $0,3 \text{ м/с}^2$. Найти нормальное и полное ускорение автомобиля на повороте. Как направлен вектор полного ускорения \vec{a} по отношению к радиусу кривизны R закругления шоссе?

Задача 47 Материальная точка движется по окружности, ее координаты изменяются по закону $(x, y) = (R \cos \theta, R \sin \theta)$. Вычислите вторые производные этих координат и найдите вектор ускорения для случаев:

- равномерного вращения $\theta = \omega t$;
- произвольного вращения $\theta = \theta(t)$.

Задача 48 Колесо радиуса R равномерно катится без скольжения по горизонтальному пути со скоростью v . Найти координаты x и y произвольной точки A на ободе колеса, выразив их как функции времени t или угла поворота колеса φ , полагая, что при $t = 0$ $\varphi = 0$, $x = 0$, $y = 0$ (рис. 6). По найденным выражениям для x и y построить график траектории точки на ободе колеса.

Качественные задачи

Задача 49 Каковы будут графики зависимости от времени абсолютных величин скорости и ускорения при равномерном движении точки по кругу?

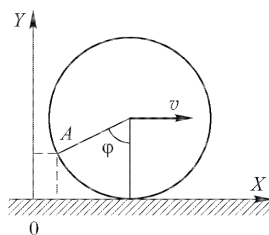


Рис. 6

Задача 50 Точка A движется со скоростью 1 м/с , а точка B – со скоростью 2 м/с , причем скорости этих точек сонаправлены. Может ли расстояние AB оставаться неизменным?

Задача 51 Луна постоянно обращена к Земле одной стороной. Сколько оборотов совершит она вокруг своей оси за время полного оборота вокруг Земли?

Задача 52 Будет ли происходить смена дня и ночи на Земле, если она перестанет вращаться вокруг своей оси?

Задача 53 Во сколько раз угловая скорость часовой стрелки больше угловой скорости суточного вращения Земли?

Задача 54 Ускорения двух материальных точек, движущихся по окружностям одного и того же радиуса, равны по модулю. Однако ускорение первой точки направлено под углом 45° к касательной, а ускорение второй – по радиусу. У какой из этих точек больше скорость?

Задача 55 Почему верхние спицы катящегося колеса велосипеда иногда сливаются в одно целое, в то время как нижние видны раздельно?

Задача 56 Сплошной диск катится без проскальзывания по горизонтальному участку пути с постоянной скоростью. Какие точки диска имеют относительно неподвижного наблюдателя такую же по модулю скорость, что и центр диска?

Задача 57 Точка движется равномерно по плоской траектории, изображенной на рис. 7. В каком месте траектории ускорение точки будет максимальным?

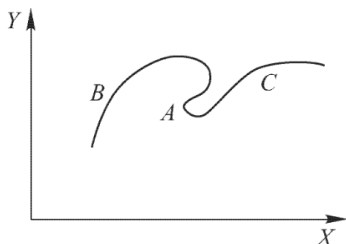


Рис. 7

Задача 58 Математический маятник отклонили на угол $\alpha = 45^\circ$ от положения равновесия и отпустили без начальной скорости. Под каким углом к горизонту направлен вектор ускорения маятника в начальный момент времени?

Задача 59 Какую линию составляют концы векторов скорости материальной точки, равномерно вращающейся по окружности, если все векторы, соответствующие скорости снаряда в каждый момент времени, построить из одной точки. Искомый график называется годографом вектора скорости.

Задача 60 Жесткий стержень скользит в вертикальной плоскости, опираясь своими концами на пол и стену. По какой траектории движется середина стержня?

Задачи базового уровня

Задача 61 Найти среднюю угловую скорость искусственного спутника Земли, если период обращения его по орбите вокруг Земли составляет 105 мин.

Задача 62 Найти линейную скорость Земли, вызванную ее орбитальным движением. Средний радиус земной орбиты равен $R = 1.5 \cdot 10^8$ км.

Задача 63 Автомобиль движется со скоростью 60 км/ч. Сколько оборотов в секунду делают его колеса, если они катятся по шоссе без скольжения, а внешний диаметр покрышек колес равен 60 см.

Задача 64 Разматывая веревку и вращая без скольжения вал ворота, ведро опускается в колодец с ускорением 1 м/с^2 . С каким угловым ускорением вращается вал ворота? Как зависит от времени угол поворота вала? Радиус вала ворота равен 25 см .

Задача 65 Маховик начал вращаться равноускоренно с за промежуток времени $t = 10 \text{ с}$ достиг частоты вращения $n = 300 \text{ об/мин}$. Определите угловое ускорение ε маховика и число оборотов N , которое он сделал за это время.

Задача 66 Тело брошено под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найти тангенциальное и нормальное ускорения в начальный момент движения.

Задача 67 Представление о величине и направлении вектора полного ускорения при ускоренном вращательном движении (например, для точек якоря электромотора при его пуске) можно получить, рассмотрев следующую задачу. Точка движется по окружности радиусом R с постоянным тангенциальным ускорением a_τ , но без начальной скорости. Найти нормальное и полное ускорения точки, выразив их: 1) как функцию от времени t и ускорения a_τ ; 2) как функцию от углового ускорения ε и угла поворота φ радиуса-вектора точки из его начального положения. Найти угол β между направлением вектора полного ускорения точки и ее радиусом-вектором.

Задачи повышенного уровня

Задача 68 Колесо радиуса R катится без скольжения по горизонтальной дороге со скоростью v_0 (рис. 8). Найти горизонтальную компоненту v_x линейной скорости движения произвольной точки на ободе колеса, вертикальную компоненту v_y этой скорости и модуль полной скорости для этой же точки. Найти значение угла α между вектором полной скорости точек на ободе колеса и направлением поступательного движения его оси. Показать, что направление вектора полной скорости произвольной точки A на ободе колеса всегда перпендикулярно к прямой AB и проходит через высшую точку катящегося колеса. Показать, что для точки A : $v = BA\omega$. Построить график распределения скоростей для всех точек на вертикальном диаметре (в данный момент времени) катящегося без скольжения колеса. Выразить все искомые величины через v_0 , R и угол φ , составленный верхним вертикальным радиусом колеса и радиусом, проведенным из центра колеса O в исследуемую точку его обода A .

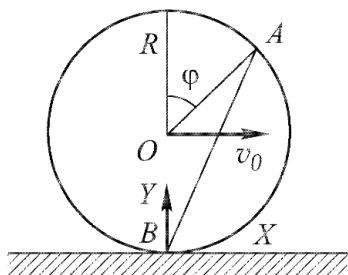


Рис. 8

Задача 69 Автомобиль с колесами радиуса R движется со скоростью v по горизонтальной дороге, причем $v^2 > Rg$, где g – ускорение свободного падения. На какую максимальную высоту H_{\max} может быть заброшена вверх грязь, срывающаяся с колес автомобиля? Указать положение той точки на покрышке колеса, с которой при данной скорости движения автомобиля грязь будет забрасываться выше всего. Сопротивление воздуха движению отброшенной вверх грязи не учитывать.

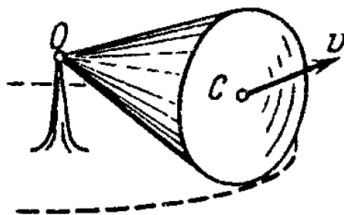


Рис. 9

Задача 70 Круглый конус с углом полураствора $\alpha = 30^\circ$ и радиусом основания $R = 5,0$ см катится равномерно без скольжения по горизонтальной плоскости, как показано на рис. 9. Вершина конуса закреплена шарнирно в точке O , которая находится на одном уровне с точкой C – центром основания конуса. Скорость точки C равна $v = 10,0$ см/с. Найти модули: 1) угловой скорости конуса; 2) углового ускорения конуса.

Динамика материальной точки

Задачи для разбора

Задача 71 В лифте установлены пружинные весы, на которых подвешено тело массы 1 кг . Что будут показывать весы, если лифт: 1) движется вверх с ускорением 5 м/с^2 , направленным вниз; 2) движется вниз с ускорением 5 м/с^2 , направленным вверх?

Задача 72 На гладкой горизонтальной плоскости находится тело массы M (рис. 10). Другое тело массы m подвешено на нити, перекинутой через блок и привязанной к телу массы M . Найти ускорения тел и натяжение нити. Трением тела массы m о плоскость и трением в блоке, а также массами блока и нити пренебречь.

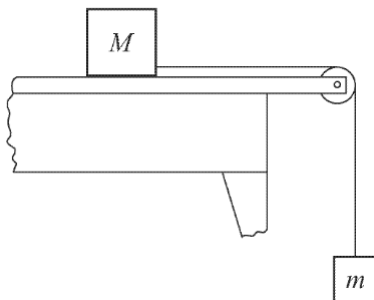


Рис. 10

Задача 73 По наклонной плоскости с углом наклона α скользит тело. Сила трения между телом и плоскостью пропорциональна силе нормального давления тела на плоскость и не зависит от скорости тела. Коэффициент трения между трущимися поверхностями тела и плоскости равен μ . Найти ускорение a , с которым скользит тело.

Задача 74 На верхнем краю идеально гладкой наклонной плоскости укреплен блок, через который перекинута нить (рис. 11а). На одном ее конце привязан груз с массой m_1 , лежащий на наклонной плоскости. На другом конце висит груз с массой m_2 . С каким ускорением a движутся грузы и каково натяжение нити? Наклонная плоскость образует с горизонтом угол α .

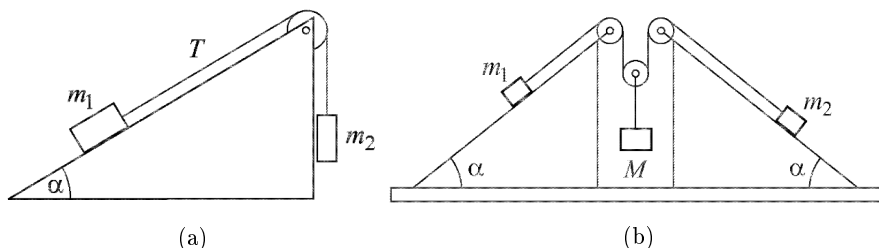


Рис. 11

Задача 75 Определить ускорение массы M в системе, изображенной на рис. 11b. Массой блоков и силами трения можно пренебречь. Клинья считать закрепленными жестко.

Качественные задачи

Задача 76 Надувной матрас заполнен воздухом до давления, превышающего атмосферное. В каком случае давление воздуха в матрасе будет больше: когда человек ляжет на него или когда встанет?

Задача 77 Два человека тянут веревку в разные стороны, при этом каждый прикладывает силу F . Какова сила натяжения веревки?

Задача 78 Два груза равной массы расположены один на другом и помещаются на горизонтальной гладкой поверхности. К нижнему грузу прикладывают горизонтальную силу F и вся система начинает равноускоренно двигаться. Какая сила приводит в движение верхний груз?

Задача 79 В салоне самолета, который разгоняется на взлетно-посадочной полосе, подвешен в равновесии математический маятник. Будет ли нить этого маятника располагаться вертикально?

Задача 80 Когда водитель нажимает на педаль газа, автомобиль массы m начинает разгоняться с ускорением a , причем $F = ma$, где F - некоторая сила. Что за сила действуют на автомобиль при разгоне?

Задача 81 Какие санки скатятся быстрее с горки – с грузом или без груза? Почему?

Задача 82 Предложите экспериментальный способ определения коэффициента трения скольжения карандаша о поверхность стола с помощью только линейки.

Задачи базового уровня

Задача 83 На гладкую горизонтальную плоскость помещены три массы m_1 , m_2 , m_3 связанные нитями между собой и с массой M , привязанной к нити, перекинутой через блок (рис. 12). 1) Найти ускорение a системы; 2) найти натяжение всех нитей. Трением тел о плоскость и трением в блоке, а также массами блока и нити пренебречь.

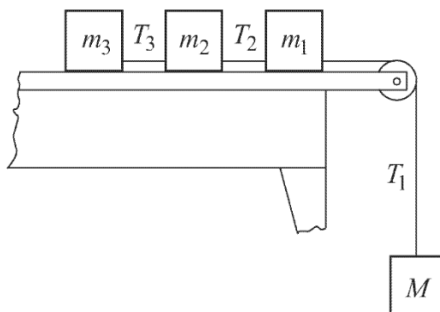


Рис. 12

Задача 84 Два одинаковых тела связаны нитью и лежат на идеально гладком горизонтальном столе, так что нить представляет собой прямую линию. Нить может выдерживать натяжение с силой не более 100 Н. Какую горизонтальную силу F следует приложить к одному из тел, чтобы нить оборвалась?

Задача 85 Два бруска массами m_1 и m_2 расположены один на другом и помещаются на горизонтальной гладкой поверхности. Какую горизонтальную силу F нужно приложить к нижнему грузу массой m_2 , чтобы выдернуть его из-под верхнего? Коэффициент трения между брусками равен μ .

Задача 86 Лошадь равномерно тянет сани. Рассмотреть взаимодействие трех тел: лошади, саней и поверхности земли. Начертить векторы сил,

действующих на каждое из этих тел в отдельности. Найти величину всех сил, если лошадь и сани движутся с ускорением $a = 20 \text{ см/с}^2$. Масса саней с грузом $M = 0,5 \text{ т}$, масса лошади $m = 0,35 \text{ т}$ и коэффициент трения саней о снег $\mu = 0,2$.

Задача 87 Воздушный шар массы M опускается с постоянной скоростью. Какое количество балласта m надо выбросить, чтобы шар начал подниматься с той же скоростью? Подъемную силу шара считать постоянной.

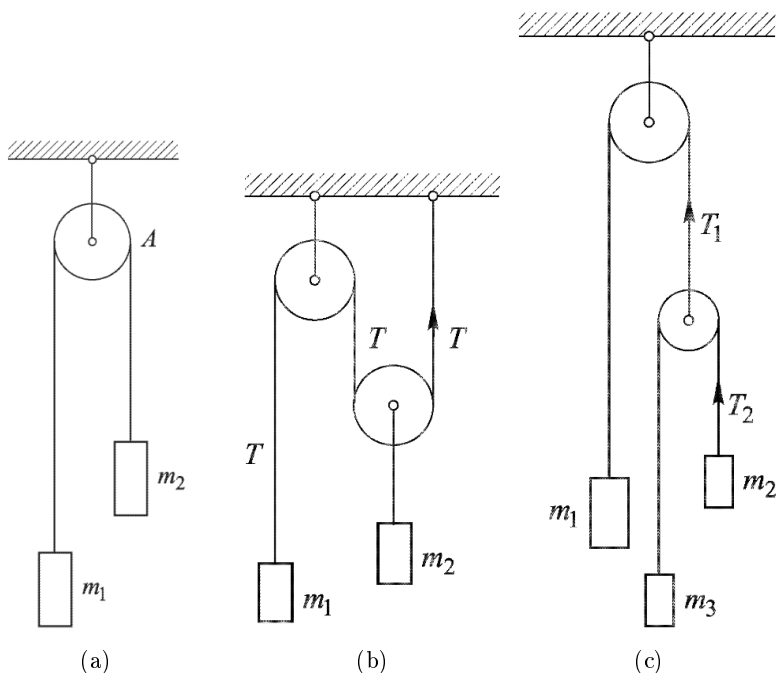


Рис. 13

Задача 88 С вершины наклонной плоскости высотой 5 м и углом наклона к горизонту 45° начинает соскальзывать тело. Определите скорость тела в конце спуска, если коэффициент трения тела о плоскость равен 0,19.

Задача 89 Простейшую машину Атвуда, служащую для проверки законов равноускоренного движения, можно схематически представить так: на нити, перекинутой через блок A , подвешены две неравные массы, m_1 и m_2 (рис. 13а). Найти ускорение масс, натяжение нити T и силу F , действующую на ось блока этой машины. Блок и нить считать невесомыми, трения в оси блока не учитывать.

Задача 90 Найти ускорения a_1 и a_2 масс m_1 и m_2 и натяжение нити в системе, изображенной на рис. 13b. Массой блоков и нитей пренебречь.

Задача 91 К концам троса, перекинутого через блок, привязаны бруски с массами m и $M = 4m$, находящегося на гладкой наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$ (рис. 14). При каком минимальном значении коэффициента трения между брусками они будут покоиться?

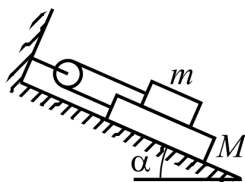


Рис. 14

Задачи повышенного уровня

Задача 92 Найти ускорение массы m_1 и натяжения нитей T_1 и T_2 в системе, изображенной на рис. 13с. Массой блоков и нитей пренебречь, сил трения не учитывать.

Задача 93 Небольшое тело пустили вверх по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 15^\circ$ с горизонтом. Найти коэффициент трения, если время подъема тела оказалось в $k = 2,0$ раза меньше времени спуска.

Задача 94 Как будет изменяться скорость тела массы m , движущегося вертикально вверх с начальной скоростью v_0 , если можно считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости тела $F = -rv$, где r – постоянный коэффициент сопротивления?

Закон сохранения импульса

Задачи для разбора

Задача 95 С какой скоростью v после горизонтального выстрела из винтовки стал двигаться стрелок, стоящий на весьма гладком льду? Масса стрелка с винтовкой и снаряжением составляет 70 кг, а масса пули 10 г и ее начальная скорость 700 м/с.

Задача 96 Определить силу, с которой винтовка действует на плечо стрелка при выстреле, если считать, что со стороны винтовки действует постоянная сила и смещает плечо стрелка на $S = 1,5$ см, а пуля покидает ствол мгновенно. Масса винтовки 5 кг, масса пули 10 г, и скорость ее при вылете равна $v = 500$ м/с.

Задача 97 Три лодки одинаковой массы m идут в кильватер (друг за другом) с одинаковой скоростью v . Из средней лодки одновременно в переднюю и заднюю лодки бросают со скоростью u относительно лодки грузы массы m_1 . Каковы будут скорости лодок после переброски грузов?

Задача 98 В шар массы m_1 , движущийся со скоростью v_1 , ударяется другой шар массы m_2 , догоняющий первый в том же направлении со скоростью v_2 . Считая удар абсолютно неупругим, найти скорости шаров после удара и их кинетическую энергию.

Задача 99 Снаряд разрывается в верхней точке траектории на высоте $h = 19,6$ м на две одинаковые части. Через секунду после взрыва одна часть падает на Землю под тем местом, где произошел взрыв. На каком расстоянии S_2 от места выстрела упадет вторая часть снаряда, если первая упала на расстоянии $S_1 = 1000$ м от места выстрела? Сил сопротивления воздуха при решении задачи не учитывать.

Качественные задачи

Задача 100 Почему стальной шарик хорошо отскакивает от мраморной плиты и хуже от асфальта?

Задача 101 Почему пуля, вылетевшая из ружья, не может открыть дверь, но пробивает в ней отверстие? Почему давлением пальца дверь открыть легко, но проделать отверстие невозможно?

Задача 102 Каким молотком — легким или тяжелым — должен пользоваться скульптор для работы с долотом? Каким молотком лучше забивать гвозди? Когда упругий удар (с отдачей молотка) выгоднее неупругого? Тяжелее или легче свай должен быть копёр для забивания свай?

Задача 103 Представьте, что Вы ловите бейсбольный мяч, а затем некто предлагает Вам поймать мяч для боулинга либо летящий с таким же импульсом, либо летящей с такой же энергией. Что Вы выберете и почему?

Задача 104 Как известно, движение центра масс тела может изменяться только под действием приложенной к телу внешней силы, однако вы можете проехать через комнату на стуле, не касаясь пола ногами. Если ваши судорожные движения на стуле связаны с внутренними силами, то чем же обусловлена внешняя сила?

Задача 105 Как будет двигаться изображенная на рисунке тележка после открывания крана? Трением колес о плоскость пренебречь.

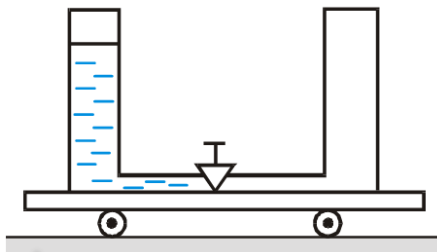


Рис. 15

Задачи базового уровня

Задача 106 С какой скоростью v должен лететь снаряд массы $m = 10$ кг, чтобы при ударе о судно массы $M = 100$ т последнее получило скорость $v_1 = 0,1$ м/с? Удар считать неупругим.

Задача 107 Шарик массой 100 г упал с высоты $2,5$ м на горизонтальную плиту, масса которой много больше массы шарика и отскочил от нее вверх. Считая удар абсолютно упругим, определите импульс, полученный плитой.

Задача 108 Шар массой 10 кг, движущийся со скоростью 4 м/с, сталкивается с шаром массой 4 кг, скорость которого равна 12 м/с. Считая удар прямым, неупругим, найти скорость шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу.

Задача 109 Ледокол, ударяясь о льдину массы m , отбрасывает ее, сообщив ей скорость v [м/с]. Положим, что давление ледокола на льдину нарастает равномерно во времени при сближении ледокола со льдиной и также равномерно убывает, когда они расходятся. Найти при этих условиях максимальную силу давления льдины на борт корабля, если удар продолжался τ [с].

Задача 110 В одном изобретении предлагается на ходу наполнять платформы поезда углем, падающим вертикально на платформу из соответствующим образом устроенного бункера. Какова должна быть приложенная к платформе сила тяги, если на нее погружают 10 т угля за 2 с, и за это время она проходит равномерно 10 м? Трением при движении платформы можно пренебречь.

Задача 111 Две лодки идут навстречу параллельным курсом. Когда лодки находятся друг против друга, с каждой лодки во встречную перебрасывается мешок массой в 50 кг, в результате чего первая лодка останавливается, а вторая идет со скоростью 8,5 м/с в прежнем направлении. Каковы были скорости лодок до обмена мешками, если массы лодок с грузом равны 500 кг и 1 т соответственно?

Задача 112 Лодка массы M с находящимся в ней человеком массы m неподвижно стоит на спокойной воде. Человек начинает идти вдоль по лодке со скоростью \vec{u} и относительно лодки. С какой скоростью \vec{w} будет двигаться человек относительно воды? С какой скоростью \vec{v} будет при этом двигаться лодка относительно воды? Сопротивление воды движению лодки не учитывать.

Задача 113 Пусть человек прошел вдоль по лодке, описанной в предыдущей задаче, его перемещение составило \vec{l} . Каковы будут при этом смещения лодки \vec{S}_1 и человека \vec{S}_2 относительно воды?

Задачи повышенного уровня

Задача 114 В момент, когда скорость падающего тела составила $v_0 = 4,0$ м/с, оно разорвалось на три одинаковых осколка. Два осколка раз-

летелись в горизонтальной плоскости под прямым углом друг к другу со скоростью $v = 5,0$ м/с каждый. Найти скорость третьего осколка сразу после разрыва.

Задача 115 Цепочка массы $m = 1,00$ кг и длины $l = 1,40$ м висит на нити, касаясь поверхности стола своим нижним концом. После пережигания нити цепочка упала на стол. Найти полный импульс, который она передала столу.

Задача 116 С какой силой пожарный должен удерживать пожарный шланг, вода из которого выбрасывается в виде потока мелких капель в количестве $Q = 10$ кг/с и может добивать до высоты $h = 10$ м? Оцените, какая сила будет действовать на стену, если на нее направить струю из этого шланга под углом 45° (оценку провести в двух предельных случаях – для упругого и для неупругого соударения капель со стенкой).

Работа. Закон сохранения энергии

Задачи для разбора

Задача 117 Коэффициент трения между некоторым телом и плоскостью, наклоненной под углом 45° к горизонту, равен 0,2. На какую высоту поднимается это тело, скользя по наклонной плоскости, если ему будет сообщена скорость 10 м/с, направленная вверх вдоль плоскости? Какова будет скорость тела, когда оно вернется в нижнюю исходную точку своего движения?

Задача 118 Из залитого подвала, площадь пола которого равна 50 м^2 , требуется выкачать воду на мостовую. Глубина воды в подвале 1,5 м, а расстояние от уровня воды в подвале до мостовой 5 м. Найти работу, которую необходимо затратить для откачки воды.

Задача 119 Определить среднюю полезную мощность при выстреле из гладкоствольного ружья, если известно, что пуля массы m вылетает из ствола со скоростью v_0 , а длина канала ствола l (давление пороховых газов считать постоянным во все время нахождения снаряда в канале ствола).

Задача 120 На гладком горизонтальном столе лежит шар массы m_1 , соединенный с пружиной жесткости k . Второй конец пружины закреплен (рис. 16). Происходит лобовое упругое соударение этого шара с другим шаром, масса которого m_2 меньше m_1 , а скорость равна v . В какую сторону будет двигаться второй шар после удара? Определить амплитуду колебаний первого шара после соударения.

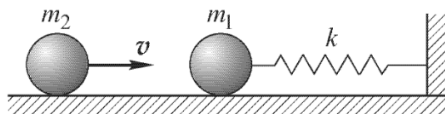


Рис. 16

Задача 121 Баллистический маятник — это маятник, употребляющийся для определения скорости снаряда. Принцип его действия заключается в том, что снаряд, скорость которого следует измерить, ударяется в тело маятника длины l (рис. 17). Если известны условия удара и массы снаряда

t и маятника M , то по углу отклонения маятника α можно вычислить скорость v снаряда до удара. Показать, как это сделать для случая, когда снаряд после удара застревает в маятнике.

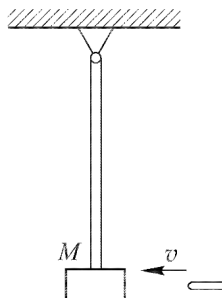


Рис. 17

Качественные задачи

Задача 122 Знак многих физических величин зависит от выбора системы координат, например, проекция ускорение сводного падения может быть положительной, если ось направить вниз, или отрицательной, если ось направить вверх. Может ли механическая работа подобным образом изменять знак в разных системах координат?

Задача 123 Какая из следующих сил ни при каких обстоятельствах не совершает работу:

- гравитационная сила;
- сила трения покоя;
- сила трения скольжения;
- сила натяжения;
- сила реакции опоры.

Задача 124 Эскалатор движется вниз с постоянной скоростью. Вы поднимаетесь по эскалатору с такой же скоростью вверх, таким образом относительно земли остаетесь на месте. Совершаете ли Вы работу при этом?

Задача 125 Веревку, привязанную к телу, тянут с постоянной силой, заставляя тело двигаться с постоянным ускорением. Согласно 3 закону Ньютона, тело действует на веревку с такой же по модулю силой в противоположном направлении. Будет ли суммарная работа этих сил равна нулю? Если да, то за счет какой работы увеличивается кинетическая энергия тела?

Задача 126 За счет изменения какой энергии воздушный шар поднимается вверх?

Задача 127 Тело бросают под углом к горизонту под различными углами с одинаковой начальной скоростью. Начальная кинетическая энергия во всех случаях одинакова, почему же различна высота подъема (максимальная потенциальная энергия)?

Задача 128 Человек прыгает на батуте, при этом с каждым прыжком его максимальная высота подъема (потенциальная энергия) увеличивается. Трение о воздух, наоборот, должно приводить к уменьшению механической энергии системы. За счет чего растет энергия системы?

Задача 129 Изобразите график зависимости потенциальной энергии гравитационного взаимодействия Земли и тела вблизи ее поверхности. Как использовать этот график для объяснения свободного падения тел на Землю?

Задача 130 Может ли действие силы трения привести к увеличению механической энергии системы? Если да, приведите примеры.

Задача 131 Два шарика начали одновременно и с одинаковыми скоростями двигаться из точек A по поверхностям, изображенным на рисунке 18. Одновременно ли они достигнут точек B ? Трением пренебречь.

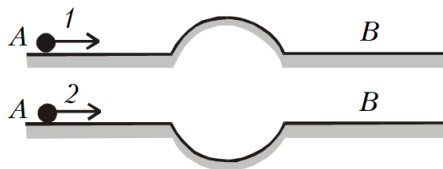


Рис. 18

Задача 132 Тело соскальзывает из точки A в точку B один раз по дуге AMB , другой раз по дуге AKB . Коэффициент трения один и тот же. В каком случае скорость тела в точке B больше?

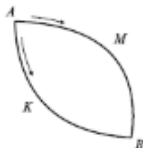


Рис. 19

Задача 133 Камень массы m падает на Землю с высоты h . 1) Запишем закон сохранения энергии в системе отсчета, связанной с центром масс системы камень – Земля. К моменту падения вся потенциальная энергия камня переходит в кинетическую:

$$mgh = \frac{mv^2}{2},$$

где v – скорость камня перед ударом о Землю. 2) В системе отсчета, связанной с лифтом, который движется с постоянной скоростью v вниз, Земля обладает кинетической энергией $\frac{Mv^2}{2}$ (M – масса Земли), а закон сохранения энергии примет вид:

$$\frac{Mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{Mv^2}{2} \implies \frac{mv^2}{2} + mgh = 0.$$

Объясните возникший парадокс: почему закон сохранения энергии не выполняется в движущейся системе отсчета?

Задачи базового уровня

Задача 134 Какую работу надо совершить, чтобы втащить (волоком) тело массы m на горку с длиной основания L и высотой H , если коэффициент трения между телом и поверхностью горки равен μ ? Как изменится ответ, если угол наклона поверхности горки с горизонтом может меняться вдоль горки, но его знак остается постоянным.

Задача 135 Оконная штора массой в 1 кг и длиной 2 м сворачивается на тонкий валик наверху окна. Какая при этом совершается работа? Трением пренебречь.

Задача 136 Какую мощность N затрачивает лошадь на движение саней, если она тянет их в гору равномерно со скоростью v ? Масса саней t и трение между санями и поверхностью горы постоянно, коэффициент трения μ . Угол наклона горы α .

Задача 137 Шайба массы m , скользя по льду, сталкивается с неподвижной шайбой массы $3m$. Считая удар упругим и центральным, определить, на какое расстояние S разлетятся шайбы, если скорость первой шайбы перед ударом была v , а коэффициент трения между шайбами и льдом равен μ .

Задача 138 Математический маятник длиной l находится в положении равновесия. Определите, какую скорость u надо сообщить грузу, чтобы он мог совершить полный оборот, для двух случаев: груз подвешен а) на жестком стержне и б) на нерастяжимой нити.

Задача 139 Определить отношение потенциальных энергий деформации U_1 и U_2 двух пружин с коэффициентами упругости k_1 и k_2 в двух случаях: 1) пружины соединены последовательно и растягиваются грузом (рис. 20а); 2) пружины висят параллельно, причем груз подвешен в такой точке, что обе пружины растягиваются на одну и ту же величину (рис. 20б). Деформацией пружин под действием собственного веса пренебречь.

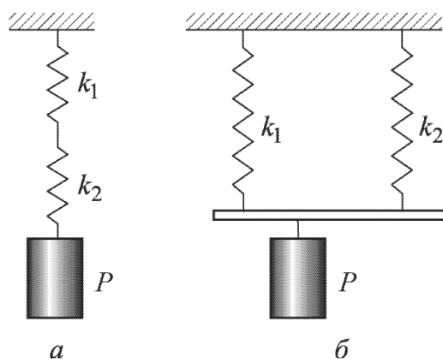


Рис. 20

Задачи повышенного уровня

Задача 140 Система состоит из двух шариков с массами m и M , соединенных между собой невесомой пружиной с коэффициентом жесткости k (рис. 21). Третий шарик с массой m , движущийся вдоль оси пружины со скоростью v , претерпевает упругое столкновение с шариком m , как указано на рис. 21. Считая шарики абсолютно жесткими, найти после столкновения: 1) кинетическую энергию K движения системы как целого; 2) внутреннюю энергию системы E_1 ; 3) амплитуду колебаний одного шарика относительно другого A . До удара система покоилась, а пружина не была деформирована. Какие шарики могут рассматриваться как абсолютно жесткие?

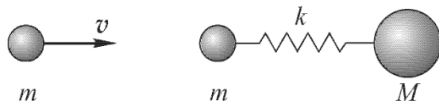


Рис. 21

Задача 141 От поезда, идущего с постоянной скоростью, отрывается последний вагон, который проходит путь l и останавливается. На каком расстоянии от вагона в момент его остановки будет находиться поезд, если тяга паровоза постоянна, а трение каждой части поезда не зависит от скорости и пропорционально ее весу? Масса поезда до момента отрыва вагона M , масса вагона m .

Задача 142 Два маятника в виде шариков разных масс m_1 и m_2 свободно подвешены на нитях разной длины l_1 и l_2 так, что шарики соприкасаются. Первый маятник отводят в плоскости нитей на угол α от первоначального положения и отпускают. Происходит центральный удар шариков. На какие углы α_1 и α_2 относительно отвесной линии отклонятся маятники после удара (углы считать малыми, удар считать упругим)?

Задача 143 Камешек скользит с наивысшей точки купола, имеющей форму полусферы. Какую дугу α опишет камешек, прежде чем оторвется от поверхности купола? Трением пренебречь.

Динамика движения материальной точки по окружности

Задачи для разбора

Задача 144 С какой начальной скоростью v_0 должен вылететь снаряд из орудия в горизонтальном направлении, чтобы двигаться вокруг Земли, не падая на нее? Каким ускорением будет обладать снаряд при этом (Радиус Земли $R = 6,4 \cdot 10^3$ км).

Задача 145 Самолет делает «мертвую петлю» радиуса $R = 100$ м и движется по ней со скоростью $v = 280$ км/ч. С какой силой тело летчика массой в 80 кг будет давить на сиденье самолета в верхней и нижней точках петли?

Задача 146 На внутренней поверхности конической воронки с углом 2α при вершине (рис. 22) на высоте h от вершины находится малое тело. Коэффициент трения между телом и поверхностью воронки равен μ . Найти минимальную угловую скорость вращения конуса вокруг вертикальной оси, при которой тело будет неподвижно в воронке.

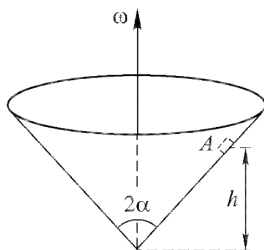


Рис. 22

Задача 147 Велосипедист при повороте по кругу радиуса R наклоняется внутрь закругления так, что угол между плоскостью велосипеда и землей равен α . Найти скорость v велосипедиста.

Задача 148 Металлическое кольцо, подвешенное на нити к оси центробежной машины, как указано на рис. 23, равномерно вращается с угловой скоростью ω . Нить составляет угол α с осью. Найти расстояние от центра кольца до оси вращения.

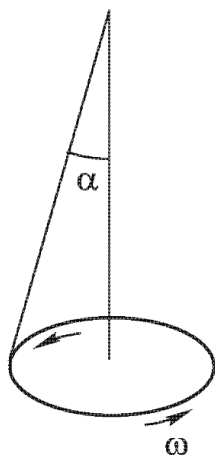


Рис. 23

Качественные задачи

Задача 149 На нити подвешен шарик. Нить приводят в горизонтальное положение и отпускают шарик. В каких точках траектории его ускорение направлено: а) вертикально вверх; б) вертикально вниз?

Задача 150 В кабине лифта на нити, подвешенной к потолку, качается небольшой грузик. Как будет двигаться грузик относительно лифта, если в какой-то момент лифт начнет свободно падать?

Задача 151 На правые или левые рессоры оседает автомобиль при левом повороте?

Задача 152 На круглой горизонтальной платформе находится небольшое тело. Куда направлена сила трения, действующая на это тело при раскручивании платформы вокруг вертикальной оси до его соскальзывания?

Задача 153 Как положить находящийся на столе шарик в банку, не прикасаясь к нему руками и не подкатывая его к краю стола?

Задача 154 На центробежной машине укреплен диск от серены, на него поставлена зажженная свеча и закрыта стеклянной колбой (рис. 24). При вращении диска пламя отклоняется к оси вращения. Почему?



Рис. 24

Задача 155 Шофер, едущий на автомобиле по горизонтальной площади в тумане, внезапно заметил недалеко впереди себя стену, перпендикулярную к направлению движения. Что выгоднее: затормозить или повернуть в сторону, чтобы предотвратить аварию?

Задачи базового уровня

Задача 156 Найти силу F , с которой тележка массы m , движущаяся со скоростью v , давит на мост в одном из следующих случаев: 1) горизонтальный мост; 2) выпуклый мост (рис. 25); 3) вогнутый мост. (Для случаев 2) и 3) силу F определить для наивысшей и наинизшей точек моста).

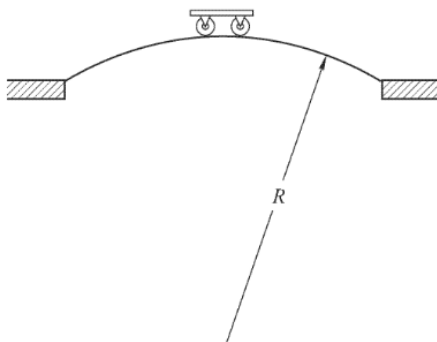


Рис. 25

Задача 157 Тело движется прямолинейно с постоянной скоростью v по горизонтальной поверхности стола, которая имеет закругленный край с постоянным радиусом закругления, равным R (рис. 26). Каково должно быть минимальное значение скорости v_0 , чтобы тело, падая со стола, не касалось закругления?

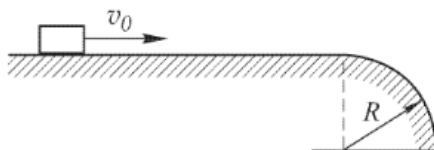


Рис. 26

Задача 158 Каков должен быть минимальный коэффициент трения скольжения μ между шинами автомобиля и асфальтом, чтобы автомобиль мог пройти закругление с радиусом $R = 200$ м при скорости $v = 100$ км/ч?

Задача 159 При выполнении самолетом «мертвой петли», осуществленной впервые русским летчиком П. Н. Нестеровым, сила, действующая на крылья самолета, изменяется по сравнению с их нагрузкой при горизонтальном полете. Пусть самолет Нестерова массой в $3/4$ т делает «мертвую петлю» радиуса $R = 235$ м и движется по ней со скоростью 120 км/ч. Найти максимальное значение нагрузки на крылья самолета. Указать, в каком месте траектории эта нагрузка будет максимальной.

Задача 160 Груз массы M может скользить без трения по стержню a , укрепленному перпендикулярно к оси вращающейся центробежной машины (рис. 27). Ось машины вертикальна, и сквозь нее проходит нить, на которой висит груз массы m ; нить перекинута через блок c и другой ее конец прикреплен к грузу массы M . Найти положение груза массы M на стержне a когда центробежная машина вращается с угловой скоростью ω .

Задачи повышенного уровня

Задача 161 Шарик радиуса R висит на нити длины l и касается вертикального цилиндра радиуса r , установленного на оси центробежной машины (рис. 28). При какой угловой скорости и вращения центробежной машины шарик перестанет давить на стенку цилиндра?

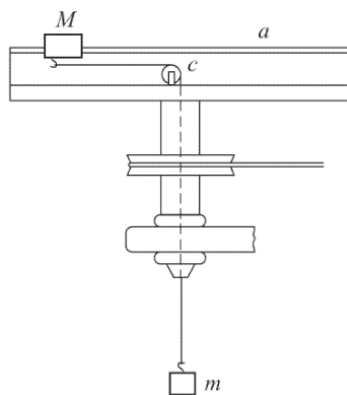


Рис. 27

Задача 162 Тележка массы t скатывается без трения по изогнутым рельсам, имеющим форму, изображенную на рис. 29. 1) С какой минимальной высоты h должна скатиться тележка для того, чтобы она не покинула рельсов по всей их длине? 2) Какие силы действуют на тележку в наивысшей точке петли? 3) Каково будет движение тележки, если она скатывается с высоты, меньшей h ? При решении задачи считать колеса тележки малого размера и малой массы и их вращательного движения не рассматривать.

Задача 163 Шарик массы t подвешен на идеальной пружине жесткости k и начальной длины l над центром платформы центробежной машины (рис. 30). Затем шарик начинает вращаться вместе с машиной с угловой скоростью ω . Какой угол α образует при этом пружина с вертикалью?

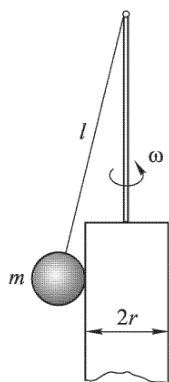


Рис. 28

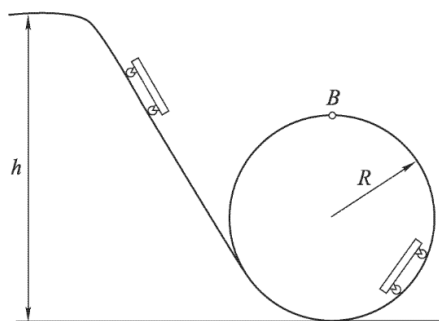


Рис. 29

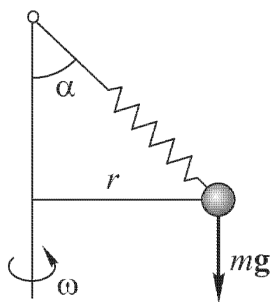


Рис. 30

Основное уравнение вращательного движения

Задачи для разбора

Задача 164 Найти ускорение грузов и натяжение нитей на машине, изображенной на рис. 31а, учитывая момент инерции I вращающегося блока, при условии, что нить не скользит по блоку. Определить усилие в подвеске A , если масса блока равна M .

Задача 165 Однородный цилиндр массы M и радиуса R (рис. 31b) вращается без трения вокруг горизонтальной оси под действием веса груза P , прикрепленного к легкой нити, намотанной на цилиндр. Найти угол φ поворота цилиндра в зависимости от времени, если при $t = 0$ $\varphi = 0$.

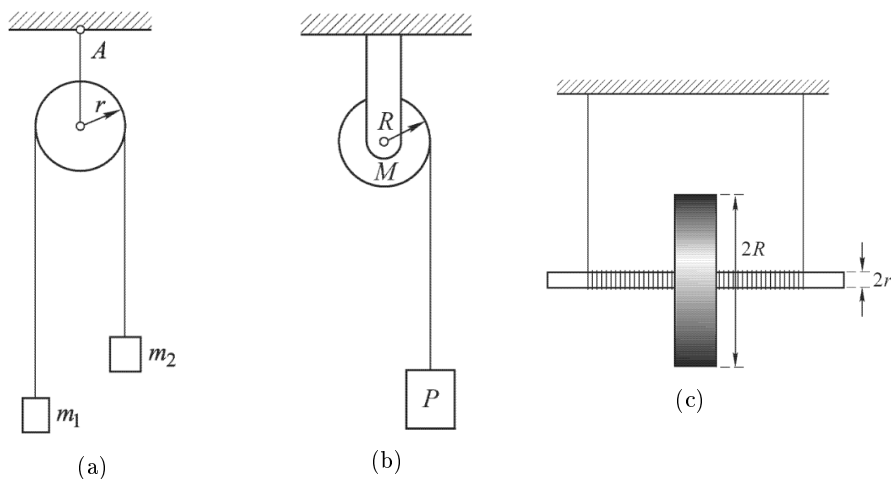


Рис. 31

Задача 166 Схема демонстрационного прибора (диск Максвелла) изображена на рис. 31с. На валик радиусом r наглухо насажен сплошной диск радиуса R и массы M . Валик и диск сделаны из одного материала, причем выступающие из диска части оси имеют массу m . К валику прикреплены нити одинаковой длины, при помощи которых прибор подвешивается

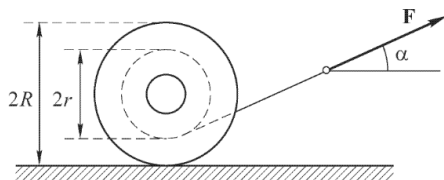


Рис. 32

к штативу. На валик симметрично наматываются нити в один ряд, благодаря чему диск поднимается, а затем предоставляют диску свободно опускаться. Найти ускорение, с которым опускается диск.

Задача 167 По наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, скатывается без скольжения сплошной однородный диск. Найти линейное ускорение a центра диска.

Задача 168 На горизонтальной плоскости лежит катушка ниток. С каким ускорением a будет двигаться ось катушки, если тянуть за нитку с силой F (рис. 32)? Каким образом надо тянуть за нитку, чтобы катушка двигалась в сторону натянутой нитки? Катушка движется по поверхности стола без скольжения. Найти силу трения между катушкой и столом.

Качественные задачи

Задача 169 Предложите экспериментальный способ определения массы бруска при помощи линейки и тела известной массы.

Задача 170 Известно, что диск и цилиндр имеют одинаковые массы и радиусы. Каково соотношение их моментов инерции относительно оси симметрии?

Задача 171 Четыре одинаковых небольших шарика соединили невесомыми стержнями таким образом, что получился квадрат. Во сколько раз момент инерции полученного квадрата относительно одной из сторон больше момента инерции относительно диагонали?

Задача 172 Какая форма и распределение массы должны быть у маятника, чтобы минимизировать массу и максимизировать момент инерции?

Задача 173 Цилиндрическое тело массы m и радиуса R имеет неоднородное распределение массы. Может ли масса быть распределенной таким образом, что момент инерции цилиндра относительно оси симметрии превышает mR^2 ?

Задача 174 Выполняется ли закон сохранения энергии при скатывании цилиндра вдоль наклонной шероховатой плоскости без проскальзывания?

Задачи базового уровня

Задача 175 Определите момент инерции небольшого карандаша длиной 30 см и массой 50 г относительно оси вращения, перпендикулярной карандашу и проходящей через точку, отстоящую от середины карандаша на $1/6$ часть его длины.

Задача 176 Сплошной диск массой 5 кг и радиусом 0,2 м вращается вокруг оси, перпендикулярной к диску и отстоящей от его центра на 10 см. Чему равен момент инерции диска относительно данной оси вращения?

Задача 177 В однородном диске массой $m = 1$ кг и радиусом $r = 30$ см вырезано круглое отверстие диаметром $d = 20$ см, центр которого находится на расстоянии $l = 15$ см от оси диска. Найти момент инерции I полученного тела относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр.

Задача 178 Уравнение вращения шара массой 10 кг и радиусом 20 см вокруг оси, проходящей через его центр имеет вид: $\varphi = 1 + 4t^2 - t^3$. Все величины выражены в СИ. Вычислите вращающий момент, действующий на шар, через 2 с после начала вращения.

Задача 179 На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом $R = 5$ см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 0.4$ кг. Опускаясь равноускорено, груз прошел путь $s = 1.8$ м за время $t = 3$ с. Определить момент инерции I маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.

Задачи повышенного уровня

Задача 180 На ступенчатый цилиндрический блок намотаны в противоположных направлениях две легкие нити, нагруженные массами m_1 и m_2 (рис. 33). Найти угловое ускорение блока и натяжения T_1 и T_2 нитей, учитывая момент инерции I блока.

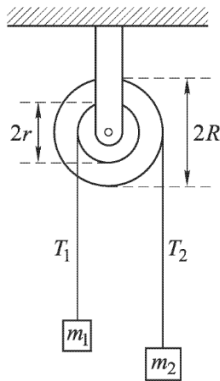


Рис. 33

Задача 181 Модель ворота укреплена на одной чашке весов (рис. 34). На ворот с моментом инерции I намотана нить с грузиком массы m . Весы уравновешены, когда ворот заторможен, и нить не разматывается. На сколько следует изменить вес гирь на другой чашке весов для того, чтобы восстановить равновесие, когда ворот вращается под действием опускающегося вниз грузика?

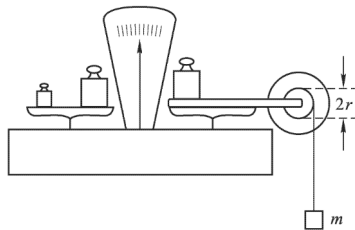


Рис. 34

Задача 182 С каким ускорением a будет опускаться катушка с массой M и моментом инерции I относительно оси симметрии, если она подвешена аналогично диску Максвелла (рис. 35). На катушку намотаны еще две нити, к которым подвешен груз массы m . Определить натяжения нитей.

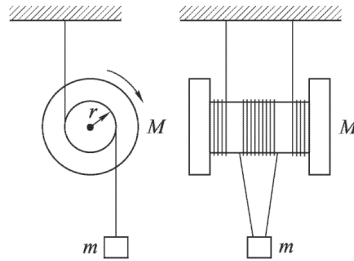


Рис. 35

Задача 183 Найти ускорение a центра однородного шара, скатывающегося без скольжения по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Чему равна сила трения сцепления шара и плоскости?

Задача 184 По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$, скатывается без скольжения сплошной однородный цилиндр, масса которого равна 300 г. Найти величину силы трения цилиндра о плоскость.

Задача 185 Какова должна быть величина коэффициента трения μ , чтобы однородный цилиндр скатывался без скольжения с наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом?

Задача 186 К тележке, стоящей на горизонтальной плоскости, привязана нить, перекинутая через блок, укрепленный у края стола; к концу нити прикреплен груз массы $m_3 = 500$ г. Определить ускорение тележки a , если известно, что масса платформы тележки $m_1 = 1,4$ кг, масса каждого колеса $m_2 = 400$ г и колеса представляют собой сплошные диски. Колеса катятся по поверхности стола без скольжения, а трение качения отсутствует.

Законы сохранения момента импульса и энергии

Задачи для разбора

Задача 187 Однородный тонкий тяжелый стержень длины l висит на горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. Какую начальную угловую скорость и надо сообщить стержню, чтобы он повернулся на 90° ?

Задача 188 На краю свободно вращающегося достаточно большого горизонтального диска, имеющего радиус R и момент инерции I , стоит человек массы m . Диск совершает ν об/мин. Как изменится скорость вращения диска, если человек перейдет от края диска к центру? Как изменится при этом энергия системы? Размeрами человека по сравнению с радиусом диска можно пренебречь.

Задача 189 На покоящемся однородном горизонтальном диске массы M и радиуса R находится человек массы m . Диск может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. В некоторый момент человек начал двигаться. С какой угловой скоростью вращается диск, когда человек идет по окружности радиуса r , концентричной диску, со скоростью v относительно диска?

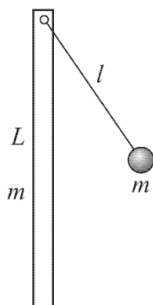


Рис. 36

Задача 190 Тонкий стержень массы m и длины L (рис. 36) подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси.

К той же оси подвешен на нити длины l шарик такой же массы m . Шарик отклоняется на некоторый угол и отпускается. При какой длине нити шарик после удара о стержень остановится? Считать удар абсолютно упругим.

Задача 191 Каким участком сабли следует рубить лозу, чтобы рука не чувствовала удара? Саблю считать однородной пластинкой.

Качественные задачи

Задача 192 Обладает ли количеством движения (импульсом) однородный диск, вращающийся вокруг своей оси? Ось диска неподвижна.

Задача 193 Балерина на льду — вот прекрасный пример, иллюстрирующий закон сохранения момента импульса. Когда балерина прижимает руки к телу, ее вращение ускоряется именно благодаря сохранению момента импульса (внешние моменты сил при этом отсутствуют). Это, конечно, так, но как объяснить такое явление с точки зрения сил, действующих на балерину, — ведь нам гораздо легче оперировать с силами, чем с моментами импульса. Какая же сила ускоряет вращение балерины?

Задачи базового уровня

Задача 194 Тонкий прямой стержень длиной $l = 1$ м прикреплен к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонили на угол $\varphi = 60^\circ$ от положения равновесия и отпустили. Определить линейную скорость v нижнего конца стержня в момент прохождения через положение равновесия.

Задача 195 Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой $m = 0,4$ кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью $v = 20$ см/с. Траектория мяча проходит на расстоянии $r = 0,8$ м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции человека и скамьи равен $6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$?

Задача 196 Кинетическая энергия вращающегося маховика равна 1 кДж . Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав 80 оборотов, остановился. Определите момент силы торможения.

Задача 197 Шарик массой $m = 100$ г, привязанный к концу нити длиной $l_1 = 1$ м, вращается, опираясь на горизонтальную плоскость, с частотой $\nu_1 = 1$ с⁻¹. Нить укорачивается и шарик приближается к оси вращения до расстояния $l_2 = 0.5$ м. С какой частотой ν_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершит внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

Задача 198 Экспериментатор стоит на специальной табуретке и держит в руках вертикальную ось свободно вращающегося колеса, имеющего момент инерции I_1 относительно этой оси AA (рис. 37). Колесо вращается в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω . Табуретка устроена так, что она может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, т. е. представляет собой так называемую скамью Жуковского. Момент инерции табуретки и экспериментатора вокруг вертикальной оси равен I_2 . Ось колеса и ось табуретки лежат на одной прямой. На какую величину ΔE изменится кинетическая энергия всей системы табуретки и колеса, если экспериментатор повернет ось колеса на 180° , на 90° ?

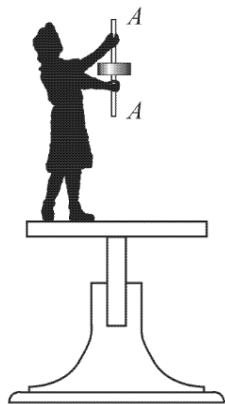


Рис. 37

Задачи повышенного уровня

Задача 199 Вертикально висящая однородная доска длины $L = 1,5$ м и массы $M = 10$ кг может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через ее верхний конец. В нижний конец доски ударяет пуля,

летящая горизонтально с начальной скоростью $v_0 = 600$ м/с. Пуля пробивает доску и летит далее со скоростью v . Определить скорость v , если после выстрела доска стала колебаться с угловой амплитудой $\alpha = 0,1$ рад. Масса пули $m = 10$ г.

Задача 200 Монета массы m и радиуса r , вращаясь в горизонтальной плоскости вокруг своей геометрической оси с угловой скоростью ω вертикально падает на горизонтальный диск и «прилипает» к нему. В результате диск приходит во вращение вокруг своей оси. Возникающий при этом момент сил трения в оси диска постоянен и равен M_0 . Через какое время вращение диска прекратится? Сколько оборотов N сделает диск до полной остановки? Момент инерции диска относительно его геометрической оси I_0 . Расстояние между осями диска и монеты равно d .

Задача 201 На горизонтальный диск, вращающийся вокруг геометрической оси с угловой скоростью ω_1 , падает другой диск, вращающийся вокруг той же оси с угловой скоростью ω_2 . Моменты инерции дисков относительно указанной оси равны соответственно I_1 и I_2 . Оба диска при ударе сцепляются друг с другом (при помощи острых шипов на их поверхностях). На сколько изменится общая кинетическая энергия вращения системы после падения второго диска? Чем объясняется изменение энергии Геометрические оси обоих дисков являются продолжением одна другой.

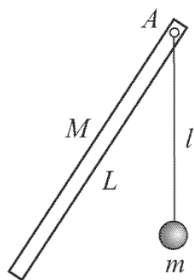


Рис. 38

Задача 202 В общей точке подвеса A (рис. 38) подвешены шарик на нити длины l и однородный стержень длины L , отклоненный в сторону на

некоторый угол. При возвращении стержня в положение равновесия происходит упругий удар. При каком соотношении между массами стержня M и шарика m шарик и точка удара стержня будут двигаться после удара с равными скоростями в противоположных направлениях? При каком соотношении между массами M и m описанный процесс невозможен?

Задача 203 Однородный диск A массы M_1 и радиуса r_1 (рис. 39) раскручен до угловой скорости ω_0 и приведен в контакт с диском B , ось вращения которого перпендикулярна к оси диска A . Масса диска B равна M_2 , а расстояние между точкой соприкосновения и осью диска A равно a . Найти установившиеся угловые скорости дисков ω_1 и ω_2 и потерю энергии в процессе установления. Трением в осях, а также трением качения пренебречь.

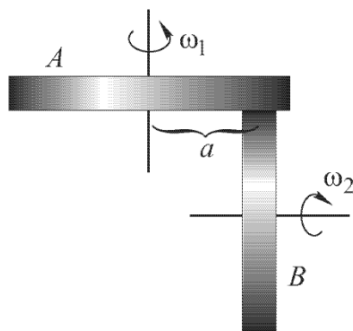


Рис. 39

Задача 204 Математический маятник массы m и стержень массы M (рис. 40) подвешены к одной и той же точке A , вокруг которой они могут свободно колебаться. Длина нити маятника равна длине стержня. Шарик маятника отклоняют в сторону, так что он приподнимается на высоту h относительно своего нижнего положения. Затем шарик отпускают, и он сталкивается неупруго со стержнем. Как будут двигаться шарик и нижний конец стержня после удара и на какие высоты они поднимутся? Как изменится ответ задачи, если первоначально нижний конец стержня был поднят на высоту h ?

Задача 205 Сплошной однородный короткий цилиндр радиуса r , вращающийся вокруг своей геометрической оси с частотой ν об/с, ставят в

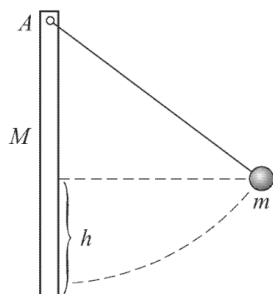


Рис. 40

вертикальном положении на горизонтальную поверхность. Сколько оборотов N сделает цилиндр, прежде чем вращение его полностью прекратится? Коэффициент трения скольжения между основанием цилиндра и поверхностью, на которую он поставлен, не зависит от скорости вращения и равен μ .

Вращательное движение твердого тела

Задачи для разбора

Задача 206 Стержень массы M и длины l , который может свободно вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через один из его концов, под действием силы тяжести переходит из горизонтального положения в вертикальное (рис. 41). Проходя через вертикальное положение, нижний конец стержня упруго ударяет о малое тело массы m , лежащее на гладком горизонтальном столе. Определить скорость тела m после удара.

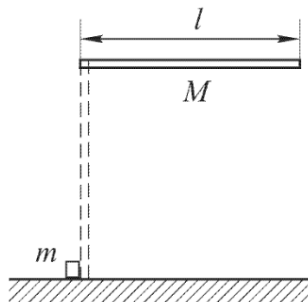


Рис. 41

Задача 207 На двух параллельных горизонтальных брусках лежит сплошной цилиндр радиуса R и массы m , на который намотана веревка. К опущенному вниз концу веревки приложена вертикальная сила F , равная половине веса цилиндра (рис. 42). Найти горизонтальное ускорение цилиндра и минимальное значение коэффициента трения между цилиндром и брусками, при котором будет происходить качение без скольжения. Ось цилиндра перпендикулярна к брускам, центр его масс и сила F лежат в вертикальной плоскости, проходящей посередине между брусками.

Задача 208 Сплошной однородный шар радиуса r , вращающийся вокруг горизонтального диаметра с угловой скоростью ω_0 , ставится на горизонтальную плоскость без сообщения ему поступательного движения. Учитывая трение скольжения, но пренебрегая трением качения, найти

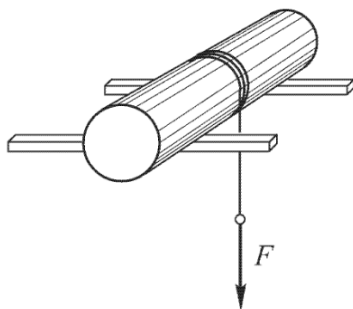


Рис. 42

линейную скорость v центра шара, когда его движение перейдет в чистое качение. Определить потерю кинетической энергии на трение.

Качественные задачи

Задача 209 Может ли одна сила, приложенная к твердому телу, изменить его поступательное движение и вращательное движение?

Задача 210 Когда канатоходец идет по канату, он расставляет руки в стороны для того чтобы сохранять равновесие. Объясните этот механизм с точки зрения основного уравнения вращательного движения твердого тела.

Задачи базового уровня

Задача 211 Вертикальный столб высотой l подпиливается у основания и падает на землю, поворачиваясь вокруг нижнего основания. Определить линейную скорость его верхнего конца в момент удара о землю. Какая точка столба будет в этот момент иметь ту же скорость, какую имело бы тело, падая с той же высоты, как и данная точка?

Задача 212 Гимнаст на перекладине выполняет большой оборот из стойки на руках, т.е. вращается, не сгибаясь, вокруг перекладины под действием собственного веса. Оценить приближенно наибольшую нагрузку F на его руки, пренебрегая трением ладоней о перекладину.

Задача 213 К шкиву креста Обербека (рис. 43) прикреплена нить, к которой подвешен груз массы $M = 1$ кг. Груз опускается с высоты $h = 1$ м до нижнего положения, а затем начинает подниматься вверх. В это время происходит «рывок», т.е. увеличение натяжения нити. Найти натяжение нити T при опускании или поднятии груза, а также оценить приближенно натяжение во время рывка T_1 . Радиус шкива $r = 3$ см. На кресте укреплены четыре груза с массой $m = 250$ г каждый на расстоянии $R = 30$ см от его оси. Моментом инерции самого креста и шкива пренебречь по сравнению с моментом инерции грузов. Растяжение нити во время рывка не учитывать.

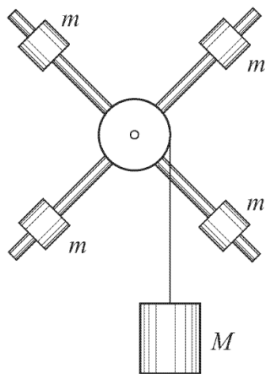


Рис. 43

Задачи повышенного уровня

Задача 214 К концу веревки, намотанной на цилиндр привязан груз массы M . Веревка переброшена через блок, как показано на рис. 44. Определить ускорение груза M . Выяснить условия, при которых качение цилиндра будет происходить со скольжением. Весом веревки и блока, а также силами трения на оси блока можно пренебречь. Считать, что во всех случаях движение цилиндра будет плоскопараллельным.

Задача 215 Два катка, связанные штангой S , скатываются без скольжения с наклонной плоскости, образующей угол в 30° с горизонтом (рис.

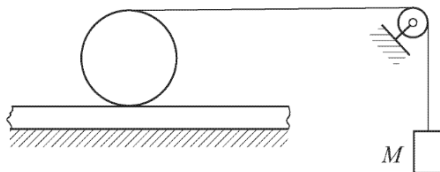


Рис. 44

45). Катки имеют одинаковые массы $m = 5$ кг и одинаковые радиусы $R = 5$ см, момент инерции первого $I_1 = 80$ кгсм², второго $I_2 = 40$ кгсм². Массами рам катков и штанги можно пренебречь. Подсчитать угловое ускорение, с которым катки скатываются без скольжения с наклонной плоскости. Определить силу, передаваемую штангой, если каток с большим моментом инерции движется вперед, и наоборот.

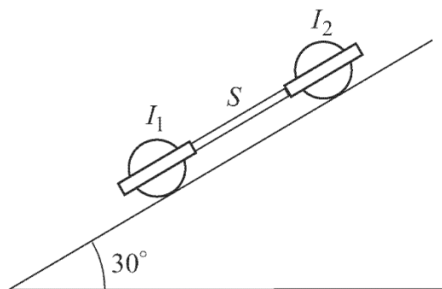


Рис. 45

Задача 216 Сплошной цилиндр, ось которого горизонтальна, движется без вращения по гладкой горизонтальной плоскости в направлении, перпендикулярном к его оси. В некоторый момент цилиндр достигает границы, где поверхность становится шероховатой и возникает постоянная (не зависящая от скорости) сила трения скольжения, а трение качения отсутствует. Каково будет движение цилиндра после перехода границы? Как распределится кинетическая энергия поступательного движения цилиндра?

Задача 217 Шарик радиуса r скатывается без начальной скорости и без скольжения по поверхности сферы из самого верхнего положения A (рис.

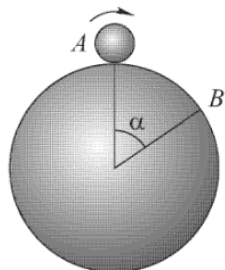


Рис. 46

46). Определить положение точки B , в которой он оторвется от сферы и начнет свободно двигаться под действием силы тяжести.

Механические колебания

Задачи для разбора

Задача 218 Построить графики зависимости от времени смещения, скорости и ускорения при простом гармоническом колебании. Построить графики зависимости скорости и ускорения от смещения. Найти соотношения между амплитудами смещения, скорости и ускорения.

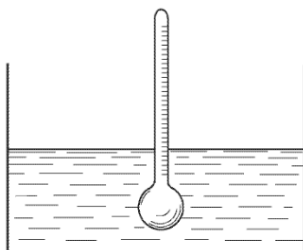


Рис. 47

Задача 219 Ареометр с цилиндрической трубкой диаметра D (рис. 47), плавающий в жидкости плотности ρ , получает небольшой вертикальный толчок. Найти период колебаний T ареометра, если масса его m известна. Движение жидкости и ее сопротивление движению ареометра не учитывать.

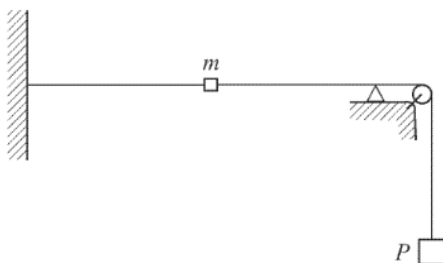


Рис. 48

Задача 220 Найти период свободных малых колебаний грузика массы m , укрепленного на середине тонкой струны длины L (рис. 48). Массой струны можно пренебречь; натяжение струны постоянно и равно P .

Задача 221 Горизонтальная мембрана совершает синусоидальные колебания с круговой частотой ω и A амплитудой. На мембране лежит маленький грузик. При каком условии грузик будет колебаться вместе с мембраной и при каком он начнет подскакивать?

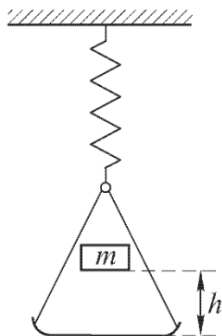


Рис. 49

Задача 222 На чашку весов, подвешенную на пружине, падает с высоты h груз массы m и остается на чашке (рис. 49), не подпрыгивая относительно нее. Чашка начинает колебаться. Коэффициент жесткости пружины k . Определить амплитуду A колебаний (массой чашки и пружины по сравнению с массой груза можно пренебречь).

Качественные задачи

Задача 223 Предложите экспериментальный способ определения площади стола при помощи нитки, грузика и часов без использования линейки.

Задача 224 То, что пассажиры любого транспортного средства в момент торможения наклоняются вперед по инерции, хорошо известно. Если быть внимательным, то можно заметить, что в момент торможения наклон пассажира вперед сменяется наклоном назад. Таких толчков вперед и назад может быть несколько. С чем это связано?

Задача 225 Какая часть периода требуется для того, чтобы тело, совершающее гармонические колебания, из положения равновесия первый раз пришло в крайнее положение?

Задача 226 Используя метод анализа размерностей физических величин определите зависимость частоты колебаний капли ω от ее плотности ρ , радиуса r и коэффициента поверхностного натяжения σ .

Задачи базового уровня

Задача 227 Зависимость координаты колеблющейся точки от времени имеет вид $x = A \sin(\omega t/12)$. Известно, что в момент времени $t = 10$ с смещение равно 6 мм. Определите амплитуду колебаний (в мм).

Задача 228 Пружинный маятник совершает колебания, уравнение которых $x = 4 \cos(\pi t + \pi/3)$ (см). Определите скорость и ускорение маятника через 20 с после начала движения. Масса маятника 200 г.

Задача 229 Математическому маятнику в положении равновесия сообщили некоторую скорость, и за $1/4$ с она уменьшилась в 2 раза. Найдите длину маятника, считая возникшие колебания гармоническими.

Задача 230 Напишите уравнение гармонических колебаний груза массой $m = 100$ г, подвешенного на пружине жесткостью $k = 10$ Н/м, если амплитуда колебаний $A = 30$ мм, а начальная фаза $\varphi_0 = \pi/4$.

Задача 231 Грузик массой $m = 200$ г, прикрепленный к горизонтальной пружине жесткостью $k = 20$ Н/м, покоится на гладкой горизонтальной плоскости. Второй конец пружины закреплен. Грузику толчком сообщили горизонтальную скорость $v_0 = 1.0$ м/с, направленную вдоль оси пружины. Определите закон движения грузика $x(t)$, считая, что направление начальной скорости совпадает с положительным направлением оси OX .

Задача 232 Грузик массой $m = 200$ г подвешен на вертикальной пружине жесткости $k = 20$ Н/м. Его удерживают таким образом, что пружина остается недеформированной. В начальный момент времени груз освобождают, не сообщая ему начальной скорости. Определите закон движения грузика $x(t)$, считая, что ось OX направлена вертикально вниз, а значение координаты $x = 0$ соответствует положению нижнего конца недеформированной пружины.

Задача 233 Гирька массой 0.3 кг, подвешенная на пружине жесткостью 15 Н/м, колеблется так, что ее максимальная скорость равна 2.8 см/с. Найдите амплитуду колебаний. Силами сопротивления пренебречь.

Задача 234 Максимальная скорость математического маятника при малых колебаниях $v_{\max} = 5$ см/с, период колебаний $T = 1$ с. Определите максимальный угол отклонения маятника от вертикали в процессе колебаний.

Задача 235 Шарик массой 50 г, подвешенный на пружине, совершает гармонические колебания с амплитудой 10 см. Чему равна максимальная величина возвращающей силы (в мН), действующей на шарик, если циклическая частота колебаний 4 с^{-1} .

Задача 236 Точка совершает гармонические колебания вдоль прямой линии. При движении между крайними положениями средняя скорость оказалась равной $v = 4$ м/с. Найдите максимальную скорость.

Задача 237 Небольшое тело совершает гармонические колебания. Зная, что его максимальная скорость $v_{\max} = 9.42$ м/с, найдите величину средней скорости тела за время, в течение которого оно перемещается из одного крайнего положения в другое.

Задача 238 На горизонтальной пружине укреплено тело массы $M = 10$ кг, лежащее на абсолютно гладком столе. В это тело попадает и застревает в нем пуля массы $m = 10$ г, летящая со скоростью $v = 500$ м/с, направленной вдоль оси пружины. Амплитуда возникших при этом колебаний $A = 0.1$ м. Определите период возникших колебаний.

Задача 239 На доске лежит груз весом $F = 10$ Н. Доска совершает гармоническое колебание в вертикальном направлении с периодом $T = 1/2$ с и амплитудой $A = 2$ см. Определить величину силы давления F груза на доску. С какой амплитудой A должна колебаться доска, чтобы груз начал отскакивать от доски?

Задача 240 Найти выражения для потенциальной, кинетической и полной энергии материальной точки массы m , совершающей гармоническое колебание по закону $A \cos \omega t$.

Задача 241 Доска совершает гармоническое колебание в горизонтальном направлении с периодом $P = 5$ с. Лежащее на ней тело начинает скользить, когда амплитуда колебания достигает величины $A = 0.6$ м. Каков коэффициент трения покоя k между грузом и доской?

Задачи повышенного уровня

Задача 242 Представьте себе шахту, пронизывающую земной шар по одному из его диаметров. Найти закон движения тела, упавшего в эту шахту, учитывая изменения значения ускорения свободного падения внутри Земли. Трение о стенки шахты и сопротивление воздуха не учитывать.

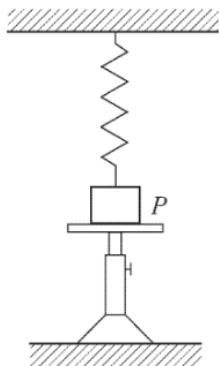


Рис. 50

Задача 243 К пружине, один конец которой закреплен, подвешен груз P массы m , лежащий на подставке так, что пружина не растянута (рис. 50). Без толчка подставка убирается. Найти движение груза и максимальное натяжение пружины. Коэффициент жесткости пружины k .

Колебания физического маятника

Задачи для разбора

Задача 244 В какой точке следует подвесить однородный стержень длины l , чтобы частота его колебаний, как физического маятника, была максимальной? Чему равна эта частота?

Задача 245 На горизонтальной плоскости находится цилиндр с моментом инерции I (относительно продольной геометрической оси), массой m и радиусом r . К оси цилиндра прикреплены две одинаковые горизонтально расположенные спиральные пружины, другие концы которых закреплены в стене (рис. 51, вид сверху). Коэффициент жесткости каждой пружины равен k ; пружины могут работать как на растяжение, так и на сжатие. Найти период малых колебаний цилиндра, которые возникнут, если вывести его из положения равновесия и дать возможность кататься без скольжения по горизонтальной плоскости.

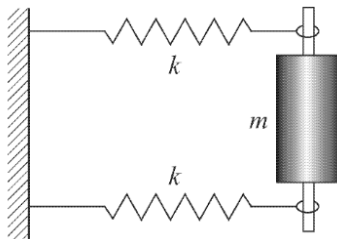


Рис. 51

Задача 246 Найти период малых колебаний физического маятника массы m , к центру масс C которого прикреплена горизонтальная спиральная пружина с коэффициентом жесткости k . Другой конец пружины закреплен в неподвижной стенке (рис. 52). Момент инерции маятника относительно точки подвеса равен I , расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника равно a . В положении равновесия пружина не деформирована.

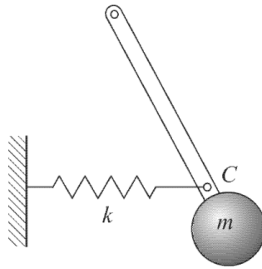


Рис. 52

Задача 247 Колебательная система состоит из однородного стержня длины l и массы m , который может вращаться вокруг горизонтальной оси O , проходящей через его конец и перпендикулярной к продольной оси стержня (рис. 53). Другой конец стержня подвешен на пружине с коэффициентом жесткости k . Расстояние между серединой стержня и осью вращения $CO = a$. Момент инерции стержня относительно оси O равен I . Найти удлинение пружины x_0 (по сравнению с ее длиной в недеформированном состоянии) в положении равновесия, если в этом O положении стержень горизонтален. Определить также период малых колебаний стержня около положения равновесия.

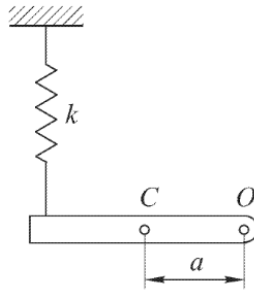


Рис. 53

Качественные задачи

Задача 248 Мальчик качается на качелях сидя. Изменится ли период колебания, если он будет качаться стоя? Если подсядет еще один мальчик.

Задача 249 Лифт вначале движется равноускоренно, затем равномерно и равнозамедленно. Как изменится период колебания математического (нитяного) маятника в лифте?

Задача 250 Почему так ужасно скрипит мел, если мы неправильно держим его, когда пишем на доске? Как влияет при этом положение мела относительно доски и чем определяется частота издаваемого им звука?

Задачи базового уровня

Задача 251 Сплошной однородный диск с радиусом $r = 10$ см колеблется около оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через край диска. Какой длины l должен быть математический маятник, имеющий тот же период колебаний, что и диск?

Задача 252 На горизонтальной пружине укреплено тело массы $M = 10$ кг, лежащее на гладком столе, по которому оно может скользить без трения (рис. 54). В это тело попадает и застревает в нем пуля массы $m = 10$ г, летящая с горизонтальной скоростью $v = 500$ м/с, направленной вдоль оси пружины. Тело вместе с застрявшей в нем пулей отклоняется от положения равновесия и начинает колебаться относительно него с амплитудой $A = 10$ см. Найти период колебаний тела.

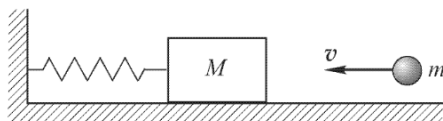


Рис. 54

Задача 253 Маятник метронома представляет собой груз M , качающийся около оси O , с прикрепленной к нему спицей, по которой может перемещаться малый груз m (рис. 55). Как зависит период колебаний маятника от координаты x грузика? Массу t считать точечной. Момент инерции маятника метронома относительно оси O равен I .

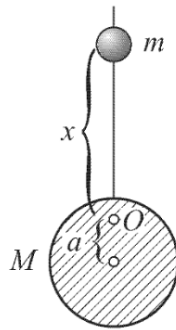


Рис. 55

Задача 254 Шарик массы m подвешен на двух последовательно соединенных пружинках с коэффициентами жесткости k_1 и k_2 . Определить период его вертикальных колебаний.

Задача 255 Два незакрепленных шарика с массами m_1 и m_2 соединены друг с другом спиральной пружинкой с коэффициентом жесткости k . Определить период колебаний шариков относительно центра масс системы, которые возникнут при растяжении пружинки.

Задачи повышенного уровня

Задача 256 Однородная палочка подвешена за оба конца на двух одинаковых нитях длины L . В состоянии равновесия обе нити параллельны. Найти период T малых колебаний, возникающих после некоторого поворота палочки вокруг вертикальной оси, проходящей через середину палочки.

ОТВЕТЫ

1 $v = 22 \text{ м/с.}$

3 2.

4 Нет.

5 20 м.

6 Разгоняется.

7 B, E, H, K

8 1:3:5

11 $s = 12 \text{ м.}$

12 15 м/с.

13 84 м.

14 2 с.

15 $S = 2v_0t.$

17 $4 \text{ м/с}^2.$

19 $S = vt/\sqrt{2} = 14 \text{ м.}$

20 20 м/с.

21 10 м; 15 м/с.

22 $s = 150.$

23 $t = \sqrt{2D/g}.$

$$24 \quad a = \frac{2S(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)} \approx -3 \text{ м/с}^2, \quad v_0 = \frac{S}{t_1} - \frac{at_1}{2} \approx 11,5 \text{ м/с}.$$

$$25 \quad 0,75 \text{ с}.$$

$$26 \quad 1) \quad v_x = v_0 \cos \varphi, \quad v_y = v_0 \sin \varphi - gt, \quad v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2 - 2v_0 g t \sin \varphi}; \quad 2) \quad T = \frac{2v_0 \sin \varphi}{g}; \quad 3) \quad \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi - \frac{gt}{v_0 \cos \varphi}; \quad 4) \quad x = v_0 t \cos \varphi, \quad y = v_0 t \sin \varphi - \frac{gt^2}{2}; \quad 5) \quad y = x \operatorname{tg} \varphi - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \varphi}; \quad 6) \quad H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}; \quad 7) \quad L_{\max} = v_0^2 \sin 2\varphi / g; \quad 8) \quad \varphi^* = 45^\circ.$$

$$27 \quad \operatorname{tg} \alpha = v \sqrt{2/hg}, \quad l = v \sqrt{2h/g}.$$

$$28 \quad l = v_0 t \sqrt{2(1 - \sin \alpha)} = 22 \text{ м}.$$

$$29 \quad v_0 = \sqrt{\frac{lg \cos \alpha}{2 \cos \beta \sin(\beta - \alpha)}}.$$

$$30 \quad \text{Одновременно.}$$

$$31 \quad \text{За одинаковое время.}$$

$$32 \quad \text{Верхняя точка траектории.}$$

$$33 \quad v_0 > \sqrt{\frac{g(H^2 + L^2)}{2H}}.$$

$$34 \quad v_0 = 82 \text{ м/с}.$$

$$35 \quad \text{Нет, } a = 2 \text{ м/с}^2.$$

$$36 \quad H_1 : H_2 : H_3 = 3 : 2 : 1; \quad L_1 : L_2 : L_3 = \sqrt{3} : 2 : \sqrt{3}.$$

$$37 \quad 55,1^\circ.$$

$$38 \quad L \approx 40 \text{ м}, \quad \varphi \approx 38^\circ 40'.$$

$$39 \quad 17 \text{ м/с}.$$

$$40 \quad s = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}.$$

$$41 \quad l = (v_1 + v_2) \sqrt{v_1 v_2} / g = 2,5 \text{ м}.$$

$$42 \quad h = \frac{2u}{g} (v \cos \alpha - u) \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$43 \quad x = v \sqrt{2h/g} (1 + \alpha) / (1 - \alpha).$$

$$44 \quad v = 2\pi R/T = 3,7 \text{ км/ч}; a = 4\pi^2 R/T^2 = 35 \text{ км/ч}^2.$$

$$45 \quad \varepsilon = \pi N^2/n.$$

$$46 \quad a_n = 0.6 \text{ м/с}^2; a = 0.67 \text{ м/с}^2; \text{ угол между векторами } \vec{a} \text{ и } \vec{R} \text{ составляет } 135^\circ.$$

$$48 \quad x = R(\varphi - \sin \varphi) = R(\omega t - \sin \omega t), y = R(1 - \cos \varphi) = R(1 - \cos \omega t),$$

где $\omega = v/R$ – угловая скорость вращения колеса. Траекторией точек, находящихся на ободе движущегося колеса, будет простая циклоида.

$$57 \quad \text{А.}$$

$$58 \quad 90^\circ.$$

$$61 \quad \omega \approx 0.001 \text{ с}^{-1}.$$

$$62 \quad v \approx 30 \text{ км/с}.$$

$$63 \quad \nu \approx 9 \text{ об/с}.$$

$$64 \quad \varepsilon = 4 \text{ рад/с}^2; \varphi = 2t^2 \text{ рад}.$$

$$65 \quad \varepsilon = 3.14 \text{ рад/с}^2, N = 25.$$

$$66 \quad 5 \text{ м/с}^2, 8.7 \text{ м/с}^2.$$

$$67 \quad a_n = \frac{a_\tau^2 t^2}{R} = 2\varepsilon R\varphi; a = \frac{a_\tau}{R} \sqrt{R^2 + a_\tau^2 t^4} = \varepsilon R \sqrt{1 + 4\varphi^2}; \operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{2\varphi}.$$

$$68 \quad v_x = v_0(1 + \cos \varphi) = 2v_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2}; v_y = -v_0 \sin \varphi; v = 2v_0 \cos \frac{\varphi}{2}.$$

$$69 \quad H_{\max} = R + \frac{v^2}{2g} + \frac{gR^2}{2v^2}; \cos \varphi^* = -\frac{Rg}{v^2}.$$

$$70 \quad 1) \omega = \frac{v}{R \cos \alpha} = 0,6 \text{ рад/с}; 2) \varepsilon = (v/R)^2 \operatorname{tg} \alpha = 2,3 \text{ рад/с}^2.$$

$$71 \quad 1) 5 \text{ Н}; 2) 15 \text{ Н}.$$

$$72 \quad a = \frac{mg}{m+M}; T = \frac{mMg}{m+M}.$$

$$73 \quad a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha), \text{ при } \operatorname{tg} \alpha > \mu.$$

$$74 \quad a = \frac{m_1 \sin \alpha - m_2}{m_1 + m_2} g; T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + \sin \alpha) g.$$

$$75 \quad a = \frac{M(m_1+m_2)-4m_1m_2 \sin \alpha}{M(m_1+m_2)+4m_1m_2} g.$$

$$77 \quad F.$$

$$83 \quad a = \frac{Mg}{M+m_1+m_2+m_3}, \quad T_1 = (m_1 + m_2 + m_3)a, \quad T_2 = (m_2 + m_3)a, \quad T_3 = m_3a.$$

$$84 \quad 200 \text{ Н.}$$

$$86 \quad \text{На лошадь со стороны Земли действует сила } F = M(\mu g + a) + ma = 1,17 \text{ кН.}$$

$$87 \quad m = 2(M - P/g).$$

$$88 \quad v = \sqrt{2gh(1 - \mu \cot \alpha)} = 9 \text{ м/с.}$$

$$89 \quad a = (m_1 - m_2)g/(m_1 + m_2), \quad T = 2m_1m_2g/(m_1 + m_2), \quad F = 2T.$$

$$90 \quad a_1 = (2m_1 - m_2)g/(2m_1 + 0,5m_2), \quad a_2 = -a_1/2, \quad T = 3m_1m_2g/(4m_1 + m_2).$$

$$92 \quad a_1 = \frac{m_1(m_2+m_3)-4m_2m_3}{m_1(m_2+m_3)+4m_2m_3} g, \quad T = \frac{8m_1m_2m_3g}{m_1(m_2+m_3)+4m_2m_3}, \quad T_2 = T_1/2.$$

$$93 \quad \mu = \operatorname{tg} \alpha (k^2 - 1)/(k^2 + 1) = 0,16.$$

$$94 \quad v = \frac{mg}{r} \left[\left(\frac{v_0 r}{mg} + 1 \right) e^{-\frac{rt}{m}} - 1 \right].$$

$$95 \quad v = 10 \text{ см/с.}$$

$$96 \quad F = \frac{m^2 v^2}{2SM}$$

$$97 \quad v_1 = \frac{m_1(v+u)+mv}{m+m_1}, \quad v_2 = v, \quad v_3 = \frac{m_1(v-u)+mv}{m+m_1}.$$

$$98 \quad v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad K = \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

$$99 \quad S_2 = 5 \text{ км.}$$

$$106 \quad 1 \text{ км/с.}$$

$$107 \quad 1,4 \text{ кгм/с.}$$

$$108 \quad 1) 6,3 \text{ м/с; } 2) 0,57 \text{ м/с.}$$

$$109 \quad F = 2Mv/\tau.$$

- 110 $F = \Delta mv / \Delta t$.
- 111 9 м/с и 1 м/с.
- 112 $\vec{w} = \frac{M\vec{u}}{M+m}, \vec{v} = -\frac{m\vec{u}}{M+m}$.
- 113 $\vec{S}_1 = -\frac{m\vec{l}}{M+m}, \vec{S}_2 = \frac{M\vec{l}}{M+m}$.
- 114 $u = \sqrt{9v_1^2 + 2v^2} = 14$ м/с.
- 115 $p = (2m/3)\sqrt{2gl} = 3,5$ кг·м/с.
- 116 $F_1 = Q\sqrt{2gh} \approx 140$ Н, $F_2 = \sqrt{2}F_1 \approx 200$ Н, $F_3 = F_1/\sqrt{2} \approx 100$ Н.
- 117 4,25 м; $\approx 8,16$ м/с.
- 118 4,3 МДж.
- 119 $N = \frac{mv_0^3}{4l}$.
- 120 После соударения второй шарик отскочит назад, $A = \frac{2m_2v}{m_1+m_2} \sqrt{\frac{m_1}{k}}$.
- 121 $v = 2\frac{M+m}{m}\sqrt{lg} \sin \frac{\alpha}{2}$.
- 134 $A = mg(H + \mu L)$.
- 135 $A \approx 10$ Дж.
- 136 $N = mgv(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$.
- 137 $S = \frac{v^2}{4\mu g}$.
- 138 $v_1 = 2\sqrt{gl}, v_2 = \sqrt{5gl}$.
- 139 1) $U_1/U_2 = k_2/k_1$; 2) $U_1/U_2 = k_1/k_2$.
- 140 1) $K = \frac{m^2v^2}{2(M+m)}$; 2) $E_1 = \frac{Mmv^2}{2(M+m)}$; 3) $A = v\sqrt{\frac{Mm}{k(M+m)}}$.
- 141 $x = Ml/(M - m)$.
- 142 $\alpha_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\alpha, \alpha_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\alpha\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$.

$$143 \quad \alpha = \arccos(2/3).$$

$$144 \quad v_0 = \sqrt{gR} \approx 8 \text{ км/с}.$$

$$145 \quad F_1 \approx 5,5 \text{ кН}; F_2 \approx 4 \text{ кН}.$$

$$146 \quad \omega^2 = \frac{g(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{h \operatorname{tg} \alpha (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}.$$

$$147 \quad v = \sqrt{Rg \operatorname{ctg} \alpha}.$$

$$148 \quad x = (g/\omega^2) \operatorname{tg} \alpha.$$

$$155 \quad \text{Затормозить.}$$

$$156 \quad 1) F = mg; 2) F = mg - \frac{mv^2}{R}; 3) F = mg + \frac{mv^2}{R}.$$

$$157 \quad v_0 = \sqrt{gR}.$$

$$158 \quad k = v^2/(gR) \approx 0.4.$$

$$159 \quad F = 14 \text{ кН}.$$

$$160 \quad R = mg/(M\omega^2).$$

$$161 \quad \omega^2 = g/\sqrt{(R+l)^2 - (R+r)^2}.$$

$$162 \quad 1) h = 5R/2.$$

$$163 \quad \alpha = 0, \text{ если } \omega^2 < \frac{kg}{ml_0(g/l_0 + k/m)}, \text{ иначе } \cos \alpha = g \frac{k - m\omega^2}{\omega^2 kl_0} \left(\omega < \sqrt{k/m} \right).$$

$$164 \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + I/r^2} g, T_1 = \frac{2m_1 m_2 g + m_1 g I/r^2}{m_1 + m_2 + I/r^2}, T_2 = \frac{2m_1 m_2 g + m_2 g I/r^2}{m_1 + m_2 + I/r^2}.$$

$$165 \quad \varphi = \frac{gt^2}{2R(1 + Mg/2P)}.$$

$$166 \quad a = \frac{2(M+m)r^2}{mr^2 + MR^2 + 2(M+m)r^2} g.$$

$$167 \quad a = 2/3 g \sin \alpha.$$

$$168 \quad a = \frac{F(R \cos \alpha - r)}{I + mR^2}.$$

$$180 \quad \varepsilon = \frac{m_2 R - m_1 r}{m_2 R^2 + m_1 r^2 + I} g, T_1 = m_1(g + r\varepsilon), T_2 = m_2(g - R\varepsilon).$$

$$181 \quad \Delta m = m/(1 + I/mr^2).$$

$$182 \quad a = \frac{M+2m}{4m+M+I/r^2}g, \quad T_1 = (2m + I/r^2)a - mg, \quad T_2 = m(g - 2a).$$

$$183 \quad a = 5/7g \sin \alpha.$$

$$184 \quad F = 1/3mg \sin \alpha.$$

$$185 \quad \mu > 1/3 \operatorname{tg} \alpha.$$

$$186 \quad a = m_3g/(m_1 + 6m_2 + m_3).$$

$$187 \quad \omega = \sqrt{3g/l}.$$

$$188 \quad \text{Скорость вращения возрастет в } (1 + mR^2/I) \text{ раз.}$$

$$189 \quad \omega = mrv/(0,5MR^2 + mr^2).$$

$$190 \quad l = L/\sqrt{3}.$$

191 Лозу следует рубить участком сабли, отстоящим на $2/3$ длины от ручки сабли.

$$195 \quad \omega = mvr/(I + mr^2) = 1 \text{ рад/с.}$$

$$196 \quad M = E/(2\pi N) = 2 \text{ Нм.}$$

$$198 \quad 1) \Delta E = 2I_1^2\omega^2/I_2; \quad 2) \Delta E = I_1^2\omega^2/2I_2.$$

$$199 \quad v = v_0 - M/m\sqrt{2gL/3} \sin \alpha/2 = 444 \text{ м/с.}$$

$$200 \quad t = m\omega r^2/2M_0, \quad N = M_0t^2/2I, \quad I = I_0 + m(d^2 + r^2/2).$$

$$201 \quad \Delta E = I_1I_2(\omega_1 - \omega_2)^2/2(I_1 + I_2).$$

$$202 \quad ML^2 = ml^2, \text{ при } M \leq m.$$

$$203 \quad \omega_1 = \frac{M_1r_1^2\omega_0}{M_1r_1^2+M_2a^2}, \quad \omega_2 = \frac{M_1r_1^2a\omega_0}{(M_1r_1^2+M_2a^2)r_2}, \quad \Delta E = \frac{M_1M_2r_1^2a^2\omega_0^2}{4(M_1r_1^2+M_2a^2)}.$$

204 После удара шарик и стержень будут подниматься как единое тело на высоту $h = \frac{6m^2}{(M+2m)(M+3m)}H$.

$$205 \quad N = 2\pi rn^2/(4\mu g).$$

206 $v = 2M\sqrt{3gl}/(M + 3m).$

207 $a = g/3$, при $\mu \leq 2/9$.

208 $v = 2/7r\omega_0$, $\Delta E = 1/7mr^2\omega_0^2$.

211 $v = \sqrt{3gl}$, $x = 2/3l$.

212 Если при оценке человека моделировать однородным стержнем, получим $F = 4mg$.

213 $T = Mg/(1 + Mr^2/(4mR^2))$, $T_1 = Mg + MhrT/(\pi mR^2)$.

214 $a = g/(1 + 3m/8M)$, при отсутствии скольжения $\mu/leq(8 + 3m/M)^{-1}$;
 $a = g(1 - \mu m/3M)/(1 + m/3M)$, при скольжении $\mu < (8 + 3m/M)^{-1}$.

215 $\varepsilon = \frac{2Rg \sin \alpha}{(I_1 + I_2)/m + 2R^2} \approx 66 \text{ с}^{-2}$.

216 Движение после перехода границы будет сначала равнозамедленное, а затем с постоянной скоростью; $1/3$ энергии превратится в тепло, $2/9$ — во вращательную энергию и $4/9$ останется в виде энергии поступательного движения.

217 $\cos \alpha = 10/17$.

218 $v_m = \omega A$, $a_m = \omega^2 A$.

219 $T = 4\sqrt{\pi m/g\rho D^2}$.

220 $T = \pi\sqrt{mL/P}$.

221 При $\omega^2 A > g$ грузик будет подскакивать.

222 $A = \frac{mg}{k} \sqrt{1 + \frac{2hk}{mg}}$.

239 $A \approx 6,2 \text{ см}$.

240 $E_1 = mA^2\omega^2(1 - \cos 2\omega t)/4$, $E_2 = mA^2\omega^2(1 + \cos 2\omega t)/4$, $E = mA^2\omega^2/2$.

241 $\mu = 4\pi^2 A/(gT^2) = 0, 1$.

242 Гармоническое колебание с периодом $T = 2\pi\sqrt{R_0/g_0}$, где R_0 — радиус земного шара, g_0 — ускорение свободного падения на поверхности Земли.

$$243 \quad x = mg/k(1 - \cos \sqrt{g/mt}).$$

$$244 \quad x = l/(2\sqrt{3}), \omega^2 = g\sqrt{3}/l.$$

$$245 \quad T = \pi\sqrt{3m/k}.$$

$$246 \quad T = 2\pi\sqrt{I/(mga + ka^2)}.$$

$$247 \quad x_0 = mga/kl, T = 2\pi\sqrt{I/kl^2}.$$

$$251 \quad l = 15 \text{ cm}.$$

$$252 \quad T = 2\pi(M + m)/mv = 1,26 \text{ c}.$$

$$253 \quad T = 2\pi\sqrt{(I + mx^2)/(Ma - mx)}.$$

$$254 \quad T = 2\pi\sqrt{m(1/k_1 + 1/k_2)}.$$

$$255 \quad T = 2\pi\sqrt{m_1m_2/(m_1 + m_2)k}.$$

$$256 \quad T = 2\pi\sqrt{L/3g}.$$

Литература

1. Сборник задач по общему курсу физики. В 5 кн. Кн. I. Механика / С.П. Стрелков, Д.В. Сивухин, В.А. Угаров, И.А. Яковлев; Под ред. И.А. Яковлева. — Москва: ФИЗМАТЛИТ; ЛАНЬ, 2006. — 240 с.
2. Иродов, И.Е. Задачи по общей физике: учебное пособие/ И.Е. Иродов. — Москва: Бином. Лаборатория Знаний, 2010. — 431 с.
3. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: учебное пособие для студентов вузов. 5-е издание, переработанное и дополненное. Москва: Высшая школа, 1988. - 527 с.