

# Применение автоматического дифференцирования при параметрической идентификации стохастических непрерывно-дискретных моделей

Горбунов Константин, магистрант, гр. ПММ-61  
e-mail: gorbunov.2011@stud.nstu.ru

Руководитель: Черникова Оксана Сергеевна, доцент кафедры ТПИ

Новосибирский государственный технический университет (НГТУ)  
Факультет прикладной математики и информатики (ФПМИ)  
Кафедра теоретической и прикладной информатики (ТПИ)

XI Всероссийская научная конференция молодых ученых  
«Наука. Технологии. Инновации»  
4 декабря – 8 декабря 2017 года

## 1 Введение

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД
  - Описание, определение

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД
  - Описание, определение
  - Иллюстрация

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД
  - Описание, определение
  - Иллюстрация
  - Доступные программные инструменты



# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД
  - Описание, определение
  - Иллюстрация
  - Доступные программные инструменты
- 3 Постановка задачи

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД
  - Описание, определение
  - Иллюстрация
  - Доступные программные инструменты
- 3 Постановка задачи
  - Описание модельной структуры

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД
  - Описание, определение
  - Иллюстрация
  - Доступные программные инструменты
- 3 Постановка задачи
  - Описание модельной структуры
  - Критерий идентификации

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД
  - Описание, определение
  - Иллюстрация
  - Доступные программные инструменты
- 3 Постановка задачи
  - Описание модельной структуры
  - Критерий идентификации
- 4 Результаты исследований

# Содержание

- 1 Введение
  - Об идентификации
- 2 Автоматическое дифференцирование (АД)
  - Предпосылки создания и применения метода АД
  - Описание, определение
  - Иллюстрация
  - Доступные программные инструменты
- 3 Постановка задачи
  - Описание модельной структуры
  - Критерий идентификации
- 4 Результаты исследований
- 5 Дальнейшие планы исследований

# Введение

## Об идентификации

Сферы:

# Введение

## Об идентификации

Сферы:

- наука, техника

# Введение

## Об идентификации

Сферы:

- наука, техника
- экономика, финансы



# Введение

## Об идентификации

Сферы:

- наука, техника
- экономика, финансы

Смежные задачи:

# Введение

## Об идентификации

### Сферы:

- наука, техника
- экономика, финансы

### Смежные задачи:

- планирование идентификационного эксперимента

# Введение

## Об идентификации

### Сферы:

- наука, техника
- экономика, финансы

### Смежные задачи:

- планирование идентификационного эксперимента
- оценивание состояния (фильтрация)

# Введение

## Об идентификации

### Сферы:

- наука, техника
- экономика, финансы

### Смежные задачи:

- планирование идентификационного эксперимента
- оценивание состояния (фильтрация)
- прогнозирование

# Введение

## Об идентификации

### Сферы:

- наука, техника
- экономика, финансы

### Смежные задачи:

- планирование идентификационного эксперимента
- оценивание состояния (фильтрация)
- прогнозирование
- управление

# Введение

## Об идентификации

### Сферы:

- наука, техника
- экономика, финансы

### Смежные задачи:

- планирование идентификационного эксперимента
- оценивание состояния (фильтрация)
- прогнозирование
- управление

Предполагается считать тему работы актуальной.

# Введение

## Об идентификации

### Идентификация

### Идентификация

- в широком смысле:



### Идентификация

- в широком смысле:  
Структура модели неизвестна.

### Идентификация

- в широком смысле:  
Структура модели неизвестна.
- в узком смысле:

### Идентификация

- в широком смысле:  
Структура модели неизвестна.
- в узком смысле:  
Структура модели известна с точностью до некоторых неизвестных параметров.

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

1. выбор структуры модели

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

- 1 выбор структуры модели
- 2 оценивание параметров

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

- ① выбор структуры модели
- ② оценивание параметров
  - выбор критерия идентификации (ММП, МНК или др.)



# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

- ❶ выбор структуры модели
- ❷ оценивание параметров
  - выбор критерия идентификации (ММП, МНК или др.)
  - выбор алгоритма оценивания отклика (и состояния)

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

- ① выбор структуры модели
- ② оценивание параметров
  - выбор критерия идентификации (ММП, МНК или др.)
  - выбор алгоритма оценивания отклика (и состояния)  
(фильтр Калмана или его модификация)

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

- ❶ выбор структуры модели
- ❷ оценивание параметров
  - выбор критерия идентификации (ММП, МНК или др.)
  - выбор алгоритма оценивания отклика (и состояния)  
(фильтр Калмана или его модификация)
  - программирование вычисления критерия

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

- ① выбор структуры модели
- ② оценивание параметров
  - выбор критерия идентификации (ММП, МНК или др.)
  - выбор алгоритма оценивания отклика (и состояния) (фильтр Калмана или его модификация)
  - программирование вычисления критерия
  - программирование вычисления градиента критерия

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим задачу идентификации в широком смысле.

Алгоритм идентификации:

- ① выбор структуры модели
- ② оценивание параметров
  - выбор критерия идентификации (ММП, МНК или др.)
  - выбор алгоритма оценивания отклика (и состояния) (фильтр Калмана или его модификация)
  - программирование вычисления критерия
  - программирование вычисления градиента критерия
- ③ проверка модели на адекватность: если адекватна, закончим процесс, иначе вернуться к выбору структуры модели

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим этап программирования вычисления градиента критерия.

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим этап программирования вычисления градиента критерия.

- 1 вывод аналитического выражения градиента критерия

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим этап программирования вычисления градиента критерия.

- 1 вывод аналитического выражения градиента критерия (либо применить конечно-разностный численный метод и закончить процесс)



# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Рассмотрим этап программирования вычисления градиента критерия.

- 1 вывод аналитического выражения градиента критерия (либо применить конечно-разностный численный метод и закончить процесс)
- 2 (непосредственно) программирование вычислений

# Автоматическое дифференцирование (АД)

Предпосылки создания и применения метода АД

Варианты:

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Варианты:

- каждый раз выводить аналитически новый градиент,

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Варианты:

- каждый раз выводить аналитически новый градиент, переписывать процедуру вычисления градиента критерия

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Варианты:

- каждый раз выводить аналитически новый градиент, переписывать процедуру вычисления градиента критерия
- хранить процедуры вычисления градиентов «на все случаи жизни»

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Варианты:

- каждый раз выводить аналитически новый градиент, переписывать процедуру вычисления градиента критерия
- хранить процедуры вычисления градиентов «на все случаи жизни»

DRY — Don't Repeat Yourself.

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД

Варианты:

- каждый раз выводить аналитически новый градиент, переписывать процедуру вычисления градиента критерия
- хранить процедуры вычисления градиентов «на все случаи жизни»

DRY — Don't Repeat Yourself.

Альтернатива: автоматическое дифференцирование

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД



Justin Domke  
Assistant Professor  
College of Computing and Information Sciences  
University of Massachusetts, Amherst



# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД



Justin Domke  
Assistant Professor  
College of Computing and Information Sciences  
University of Massachusetts, Amherst

В 2009 году написал в своём блоге статью с названием

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Предпосылки создания и применения метода АД



Justin Domke  
Assistant Professor  
College of Computing and Information Sciences  
University of Massachusetts, Amherst

В 2009 году написал в своём блоге статью с названием «Automatic Differentiation: The most criminally underused tool in the potential machine learning toolbox?» — «Автоматическое дифференцирование: наиболее пренебрегаемый инструмент в потенциальном арсенале исследователя . . . ».

# Автоматическое дифференцирование (АД)

Описание, определение

Автоматическое дифференцирование

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Описание, определение

### Автоматическое дифференцирование

- основано на представлении функции как суперпозиции элементарных функций и арифметических операций, каждая из которых дифференцируема и производная известна

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Описание, определение

### Автоматическое дифференцирование

- основано на представлении функции как суперпозиции элементарных функций и арифметических операций, каждая из которых дифференцируема и производная известна
- основано на правиле дифференцирования сложной функции («правило цепи» — «chain-rule»)

# Автоматическое дифференцирование (АД)

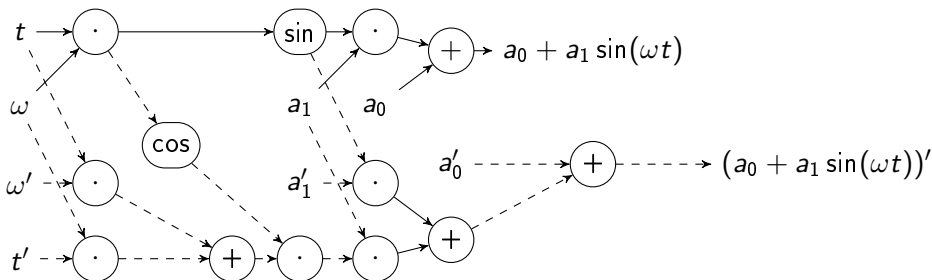
## Описание, определение

### Автоматическое дифференцирование

- основано на представлении функции как суперпозиции элементарных функций и арифметических операций, каждая из которых дифференцируема и производная известна
- основано на правиле дифференцирования сложной функции («правило цепи» — «chain-rule»)
- особенно актуально для обучения нейронных сетей (особенно глубоких, с десятками-сотнями тысяч, миллионами параметров)

# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Иллюстрация



# Автоматическое дифференцирование (АД)

## Доступные программные инструменты

- Python: autograd

```
import autograd.numpy as np
from autograd import grad
```

```
def f(x):
    # your numpy function
    pass
```

```
grad_f = grad(f)
# call grad_f()
```

- Python: TensorFlow



# Постановка задачи

## Описание модельной структуры

Рассмотрим модель стохастической динамической линейной непрерывно-дискретной системы в пространстве состояний в общем виде:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\vec{x}(t) = F\vec{x}(t) + C\vec{u}(t) + G\vec{w}(t), & t \in [t_0, T] \\ \vec{y}(t_k) = H\vec{x}(t_k) + \vec{v}(t_k), & k = 1, \dots, N \end{cases} \quad (1)$$

# Постановка задачи

## Критерий идентификации

Критерий идентификации — критерий максимального правдоподобия.

$$\chi(\theta) = -\ln L(Y_1^N; \theta) = \frac{Nm}{2} \ln 2\pi +$$
$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left[ \varepsilon^T(t_k, \theta) B^{-1}(t_k, \theta) \varepsilon(t_k, \theta) + \ln \det B(t_k, \theta) \right]. \quad (2)$$

Для различных случаев вхождения параметров в компоненты модели в результате проведения процедуры идентификации с использованием АД были получены оценки параметров по точности сопоставимые с результатами, полученными с использованием аналитического выражения градиента критерия.

## Дальнейшие планы исследований

Применить АД к модели, уравнение эволюции которой задано неявно, то есть и имеет вид:

$$f(\dot{x}, x, w, u, t, \theta) = 0,$$

откуда невозможно явно выразить  $\dot{x}$ .

Спасибо за внимание.

# Применение автоматического дифференцирования при параметрической идентификации стохастических непрерывно-дискретных моделей

Горбунов Константин, магистрант, гр. ПММ-61  
e-mail: gorbunov.2011@stud.nstu.ru

Руководитель: Черникова Оксана Сергеевна, доцент кафедры ТПИ

Новосибирский государственный технический университет (НГТУ)  
Факультет прикладной математики и информатики (ФПМИ)  
Кафедра теоретической и прикладной информатики (ТПИ)

XI Всероссийская научная конференция молодых ученых  
«Наука. Технологии. Инновации»  
4 декабря – 8 декабря 2017 года