**ПРИМЕНЕНИЕ АВТОМАТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ НЕПРЕРЫВНО-ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ**

**К.К. Горбунов**

**к.т.н., доцент О.С. ЧЕРНИКОВА**

**Новосибирский государственный технический университет,**

**г. Новосибирск,** gorbunov.2011@stud.nstu.ru

Проведен сравнительный анализ методов вычисления градиентов целевых функций при численном решении задач нелинейного математического программирования и обзор существующих программных средств, реализующих автоматическое дифференцирование. Реализована программная процедура вычисления критерия максимального правдоподобия и его градиента методом автоматического дифференцирования для модели линейной непрерывно-дискретной стохастической системы, проведена процедура оценивания параметров.

The paper provides a survey, including bibliography survey, starting from the origins and basics of automatic differentiation, continuing by a comparative analysis of overall differentiation methods applicable to nonlinear mathematical programming problems solving and finishing by an overview of existing software tools, frameworks implementing automatic differentiation. A software procedure computing the likelihood and its’ gradient using automatic differentiation for linear continuous-time dynamic stochastic model was implemented as well as parameter estimation based on the computed gradient.

Вычисление производных является неотъемлемой частью численного решения оптимизационных задач градиентными методами. К задачам оптимизации сводятся многие практические задачи математического моделирования, обработки и анализа данных, задачи математической физики [1]. *Объектами* текущих исследований являются методы и алгоритмы вычисления производных.

Наиболее распространенными методами вычисления градиентов являются:

1. Аналитические методы, использующие вычисления на основе полученных аналитических выражений для градиента оптимизируемой функции.
2. Численные методы приближенного вычисления, основанные на различных аппроксимациях (методы конечных разностей и т.п.).
3. Методы символьного дифференцирования, представленные в специализированных системах компьютерной алгебры (напр., Maple, Mathematica и др.), оперирующими аналитическими выражениями.
4. Метод автоматического дифференцирования (АД) (также в некоторых источниках [1] называемый алгоритмическим дифференцированием), о котором далее подробнее пойдет речь.

Аналитические методы являются точными и “прямолинейными” (простыми в методологическом смысле), но при решении некоторых задач аналитические выводы могут быть крайне сложны и трудоемки, если вообще применимы, например, при отсутствии аналитического выражения целевой функции как такового.

Численные методы приближенных вычислений просты в использовании, но зачастую приводят к ошибкам вычислений, отчасти связанных с некорректным выбором шага или порядка аппроксимации.

Методы символьного дифференцирования оперируют аналитическими выражениями и неприменимы в тех случаях, когда выражение неизвестно, или когда в алгоритме вычисления присутствуют условные операторы (ветвления) и циклы, то есть так же как и аналитические методы, неприменимы, когда функция задана в виде вычислительной компьютерной программы ЭВМ.

Метод автоматического дифференцирования, основанный на представлении целевой функции в виде суперпозиции элементарных функций и арифметических операций, на правиле дифференцирования сложной функции (цепное правило), позволяет не только точно вычислять градиент оптимизируемой функции, но и быть применимым в том числе к функциям, не имеющим строгого математического описания.

Первые публикации, описывающие данный метод датированы концом 80х – начала 90х годов прошлого века в отечественных литературных источниках [], [], [], [], и \_\_\_\_\_\_\_\_ в зарубежных источниках [][][]. Несмотря на то, что методу уже почти 30 лет, до настоящего времени он используется недостаточно широко, и даже когда появилось большое количество свободно распространяемых программных средств [], [], [] его реализующих, остается недостаточно востребованным среди специалистов.

В настоящей работе метод АД удалось привлечь при вычислении критерия идентификации моделей стохастических линейных непрерывно-дискретных систем вида:

Следует отметить, что, по мнению автора, именно последнее развитие технологий программирования и увеличение вычислительных мощностей ЭВМ позволило реализовать и использовать данный метод.

В настоящей работе метод АД удалось привлечь

Первые три группы методов имеют множество существенных *проблем*, которые кратко описаны ниже. Автор также видит *проблему* в том, автоматическое дифференцирование не является широко известным методом, либо этот метод путают с другими методами. Этому, к сожалению, способствует само название метода, ведь так можно назвать любой метод, который не подразумевает явного “ручного” программирования вычислений производной, например, будь то использование библиотеки программных процедур численного дифференцирования, либо использование программного модуля, написанного кем-либо ранее, и реализующего аналитическое выражение для конкретной задачи. Существуют и другие возможные причины невостребованности и малой известности АД [1].

Следует отметить, что автоматическое дифференцирование также называют алгоритмическим дифференцированием [], так его можно называть во избежание неоднозначностей.

Следует отметить, что в некоторых системах автоматическое дифференцирование называют символьным. Между ними, действительно, тонкая грань различий. К ним относится невозможность применения символьного метода к функции, в алгоритме вычисления которой есть условные операторы ветвления и/или циклы. Оно оперирует математическими алгебраическими аналитическими выражениями.

Программные методы автоматического дифференцирования лишены описанных выше недостатков других методов. Эти методы позволяют вычислять производную точно, они применимы к любым функциям, заданных в виде ЭВМ программ или аналитическими выражениями. Единственный возможный недостаток, который автор видит, это добавление дополнительных программных зависимостей в результирующую программную систему, и/или, в редких случаях, необходимость соответствующим образом (более или менее существенно) модифицировать имеющиеся программы.

Автоматическое дифференцирование основано на правилах дифференцирования, на правиле дифференцирования сложной функции (цепное правило) и на том факте, что каждая целевая функция, какой бы сложной она не была [], может быть представлена в виде суперпозиции элементарных функций и арифметических операций, для каждой из которых известна производная. АД оперирует над ЭВМ программами, а не их исходными данными и соответствующими результатами их выполнения. Таким образом, метод автоматического дифференцирования является точным методом и, к тому же, в некоторых случаях, даже более быстрым, чем другие [1].

В работе необходимо сформулировать проблемы, отрази

ть объект

исследования, достигнутый уровень процесса исследов

ания, новизну

результатов, область их применения.

Литература:

1. Automatic Differentiation in Machine Learning: a Survey

2.

3.

4.

5.