



КОНТРОЛЬНАЯ СУММА

Ф.И.О. _____

О себе _____

15 апреля 2017г.

1. В Академгородке $\frac{2}{3}$ всех мужчин женаты и $\frac{3}{5}$ всех женщин замужем. Какова доля семейных жителей в совокупности от общего числа?
2. Игорь переставляет цифры в числе 2017, после чего ставит знак умножения между любыми двумя цифрами и вычисляет значение получившегося выражения. Например: $170 \cdot 2 = 340$. Какое наибольшее число у него может получиться в итоге? Ответ аргументируйте.
3. Пусть дан угол ABC, равный 20° . На его сторонах и на биссектрисе отложили равные по величине отрезки AB, BC и BD. Определите величину угла ADC.
4. Решите следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z + u = 0 \\ y + z + u + v = 2 \\ z + u + v + x = 0 \\ u + v + x + y = 1 \\ v + x + y + z = 7 \end{cases}$$

5. Известно, что два числа x и y удовлетворяют соотношениям $x + y = x * y = 17$. Найти значение выражения:

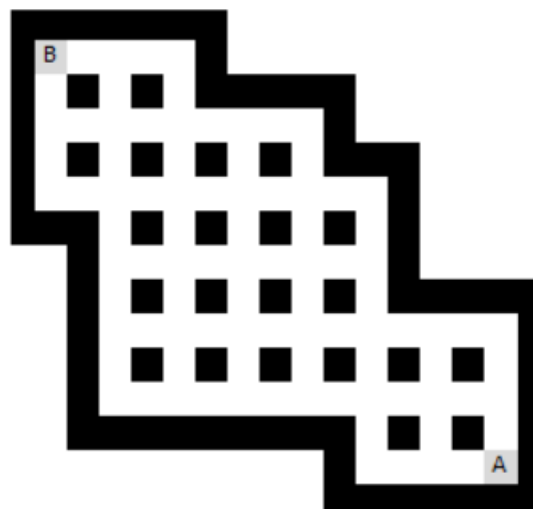
$$(x^2 - 17x) \left(y + \frac{17}{y} \right)$$

6. Вася пишет на доске выражение: $((((0 \dots) \dots) \dots) \dots)$, где количество скобок выбирает по своему желанию. Потом после каждого многоточия он вписывает знак сложения, вычитания, умножения или деления и натуральное число от 1 до 9, причем каждое число – не более одного раза. Затем вычисляет значение получившегося выражения. Приведем пару примеров: $(((0 + 2) * 3) - 1) = 5$; $((((0 + 5) * 9) * 3) + 7) = 142$. Вася хочет написать выражение с результатом 2017. Помогите ему это сделать.
7. Профессор использует для передвижения до университета весьма старомодный велосипед, у которого окружность переднего колеса в два раза больше окружности заднего. При этом известно, что уменьшив длину окружности переднего колеса на 1 метр, а заднего на этот же метр увеличив, получим, что на протяжении 60 метров

переднее колесо сделает на 30 оборотов больше заднего.
Необходимо определить длину окружности каждого колеса.

8. Дан прямоугольник, у которого одна сторона ровно в 5 раз длиннее другой. Продемонстрируйте, каким образом можно разрезать этот прямоугольник на 5 частей, чтобы из них можно было собрать квадрат. Частички допустимо поворачивать и переворачивать, но нельзя загибать, накладывать друг на друга и так далее (то есть площадь квадрата должна остаться такой же, как и у исходного прямоугольника).
9. Третьекурсники купили на празднование медианы 4 арбуза, любые два из которых имеют разный вес. Возможно ли за 4 взвешивания на чашечных весах без каких-либо гирь найти два самых тяжелых арбуза из имеющихся, и если да, то как?

10. Сотрудник НИИ Комбинаторики хочет добраться из одного конца института (А) и другой (В). Укажите, сколько различных маршрутов он может выбрать при условии, что двигаться можно лишь на север и запад, то бишь вверх и влево.



11. Планета Цефей имеет форму шара, и на её орбите расположены 637 астероидов. Будем считать их точечными. Нужно доказать, что на поверхности Цефея всегда можно подобрать точку, глядя из которой наблюдатель не сможет запечатлеть более 317 астероидов. Положим, что расположенный на линии горизонта астероид не виден.
12. Пусть d_n обозначает число в записи единиц суммы $1 + 2 + 3 + \dots + n$ для положительного целого числа n . Т.е. для $n = 9$ имеем $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$, и $d_9 = 5$, а для $n = 17$ сумма равна $1 + 2 + 3 + \dots + 17 = 153$, тогда $d_{17} = 3$. Найдите остаток от деления на 1000 у суммы:

$$\sum_{n=1}^{2017} d_n$$

13. Докажите, что

$$\frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_5 \pi} > 2$$

14. Участники научной конференции сходили на ужин в ресторан Дома ученых. По итогу они должны заплатить в сумме S руб., но k участников оставили деньги в гостинице, и поэтому каждый из остальных внёс ещё T руб. Сколько было участников?