

Untitled

Bill Chung

2022-10-11

4.2 hat map

$$\vec{b} \notin C(\mathbb{A})$$

$$\mathbb{A}\vec{x} = \vec{b}$$

$$\mathbb{B}\vec{x}_B + \mathbb{D}\vec{x}_D = \vec{b}$$

$$\mathbb{B}\vec{x}_B + \mathbb{D}\vec{0} = \vec{b}$$

$$\mathbb{B}^T\mathbb{B}\vec{x}_B = \mathbb{B}^T\vec{b}$$

$$\vec{x}_B = (\mathbb{B}^T\mathbb{B})^{-1}\mathbb{B}^T\vec{b}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{x}_B \\ \vec{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{A}\vec{x} = \hat{\vec{b}}$$

4.3

$$\mathbb{A}\vec{x} = \vec{b}$$

$$\mathbb{B}\vec{x}_B + \mathbb{D}\vec{x}_D = \vec{b}$$

$$\mathbb{B}\vec{x}_B + \mathbb{D}\vec{0} = \vec{b}$$

$$\mathbb{B}^T\mathbb{B}\vec{x}_B = \mathbb{B}^T\vec{b}$$

$$\vec{x}_B = (\mathbb{B}^T\mathbb{B})^{-1}\mathbb{B}^T\vec{b}$$

$$\vec{x}_0 = \begin{bmatrix} \vec{x}_B \\ \vec{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{A}\vec{x}_0 = \vec{b}$$

$$\mathbb{A}\vec{x}_N = \vec{0}$$

$$\mathbb{B}\vec{x}_B + \mathbb{D}\vec{x}_D = \vec{0}$$

$$\mathbb{B}\vec{x}_B = -\mathbb{D}\vec{x}_D$$

$$\mathbb{B}^T\mathbb{B}\vec{x}_B = -\mathbb{B}^T\mathbb{D}\vec{x}_D$$

$$\mathbb{G}_B\vec{x}_B = -\mathbb{B}^T\mathbb{D}\vec{x}_D$$

$$\vec{x}_B = -(\mathbb{G}_B)^{-1}\mathbb{B}^T\mathbb{D}\vec{x}_D$$

$$\vec{x}_N = \begin{bmatrix} \vec{x}_B \\ \vec{x}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\mathbb{G}_B)^{-1} \mathbb{B}^T \mathbb{D} \vec{x}_D \\ \vec{x}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\mathbb{G}_B)^{-1} \mathbb{B}^T \mathbb{D} \\ \mathbb{I} \end{bmatrix} \cdot \vec{x}_D = N(\mathbb{A}) \cdot \vec{x}_D$$

$$\vec{x} = N(\mathbb{A}) \vec{x}_D + \vec{x}_0$$

$$\mathbb{A} \vec{x} = \mathbb{A} [N(\mathbb{A}) \vec{x}_D + \vec{x}_0] = \vec{b}$$