

UNIVERSITÄT SIEGEN

EMBEDDED CONTROL LABORATORY

BALL ON INCLINED PLANE

REPORT OF LAB EXERCISE 1

WS 2016/17

GROUP 11

901510 DAVID SCHLOSSER
918781 STEFAN SCHMIDT

Inhaltsverzeichnis

1	Bericht	2
1.1	Einleitung	2
1.2	Durchführung	2
1.3	Besonderheiten	3
1.4	Fazit	3
2	Fragen	3
2.1	Wieso ist die Annäherung für β größer als ± 40 Grad nicht so gut?	3
2.2	$\beta = \pm 300$ Grad	4
2.3	Schwarzer Arm länger oder kürzer	5

1 Bericht

1.1 Einleitung

Ziel der Übung ist es den Winkel α als Funktion, abhängig vom Winkel β zu bestimmen und einen Graphen der Funktion $\alpha = f(\beta)$ darzustellen. Der Graph soll im Bereich $\beta = -300$ Grad bis $\beta = +300$ Grad gezeichnet werden.

Gegeben ist uns eine Versuchsbeschreibung mit detaillierten Grafiken zur Geometrie.

1.2 Durchführung

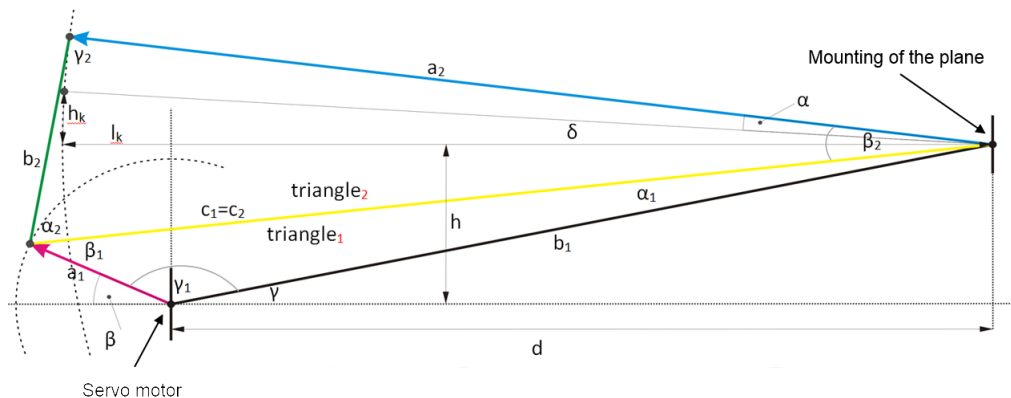


Abbildung 1: Model of inclined plane

Um die gestellte Aufgabe zu schaffen, haben wir mit Hilfe der gegebenen Formeln und Abbildungen zuerst die Funktion aufgestellt und mit dieser ein Scilab-Skript geschrieben, welches den Graphen abbildet.

Zuerst haben wir die Formel $\beta + \gamma_1 + \gamma = \pi$ nach γ_1 umgestellt. Da der Wert für $\gamma = \arctan(\frac{h}{d})$ konstant und β der Winkel des Motorarms ist (β ist zwischen -300 Grad und $+300$ Grad), können wir den Wert für γ_1 und ein bestimmtes β direkt errechnen. Wir erhalten also ein Dreieck, in dem uns die Länge der beiden Katheten (a_1, b_1) und der Wert des eingeschlossenen Winkels (γ_1) bekannt sind.

Nach dem Kosinussatz können wir nun die Hypotenuse berechnen:

$$c_1^2 = a_1^2 + b_1^2 - 2a_1b_1\cos(\gamma_1) \Rightarrow c_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 - 2a_1b_1\cos(\gamma_1)}$$

Nach dem gleichen Prinzip lässt sich nun auch der Winkel β_2 berechnen:

$$b_2^2 = a_2^2 + c_1^2 - 2a_2c_1\cos(\beta_2) \Rightarrow \beta_2 = \arccos\left(\frac{a_2^2 + c_1^2 - b_2^2}{2a_2c_1}\right)$$

Um α zu berechnen benötigen wir den noch fehlenden Winkel α_1 . Dieser wird nach der Formel

$$a_1^2 = c_1^2 + b_1^2 - 2c_1b_1\cos(\alpha_1) \Rightarrow \alpha_1 = \arccos\left(\frac{c_1^2 + b_1^2 - a_1^2}{2c_1b_1}\right)$$

berechnet.

Schlussendlich kann die Formel $\alpha + \delta + \gamma = \alpha_1 + \beta_1$ nach $\alpha = \alpha_1 + \beta_1 - \delta - \gamma$ umgestellt werden und man erhält damit den gesuchten Winkel α in Abhängigkeit von dem Winkel β .

1.3 Besonderheiten

Im Versuch sind vier verschiedene Fälle zu betrachten, da nicht alle gegebenen Funktionen immer zutreffen.

Ist zum Beispiel der Winkel β im Bereich $-\gamma > \beta > -\gamma - \pi$ muss die Formel $\beta + \gamma_1 + \gamma = \pi$ berichtigt werden. In diesem Bereich gilt: $\gamma_1 - \beta - \gamma = \pi$. Außerdem muss die Formel für α_1 angepasst werden: $\alpha_1 = -\arccos\left(\frac{c_1^2 + b_1^2 - a_1^2}{2c_1b_1}\right)$. Überschreitet β die schwarze Linie ($\beta < -\gamma - \pi$), gelten wieder die Ausgangsgleichungen (bis -300 Grad).

Analog müssen auch zwei Fälle in die positive Drehrichtung betrachtet werden. ($-\gamma + \pi > \beta > -\gamma$ und $\beta > -\gamma + \pi$ bis $+300$ Grad)

1.4 Fazit

Da der für uns relevante Bereich für α zwischen -5 Grad und $+5$ Grad liegt, lässt sich die Kuve gut durch eine lineare Funktion mit $\alpha = \frac{a_1}{a_2}\beta$ approximieren. Lineare Funktionen lassen sich leichter implementieren und dadurch vereinfacht sich der Versuch erheblich.

2 Fragen

2.1 Wieso ist die Annäherung für β größer als ± 40 Grad nicht so gut?

Zwischen $\beta = +40$ Grad und $\beta = -40$ Grad gibt es keine starken horizontalen Abweichungen bei der Bewegung des schwarzen Stabs. Die Bewegung ist hauptsächlich vertikal. Diese Bewegung kann linear gut approximiert werden. Nimmt β Werte größer 40 Grad, beziehungsweise kleiner -40 Grad an, wird die horizontale Auslenkung des schwarzen Stabs größer und die Approximation $\alpha = \frac{a_1}{a_2}\beta$ weicht immer stärker von der tatsächlichen Kurve $\alpha = f(\beta)$ ab. Der Graph verdeutlicht dies anschaulich.

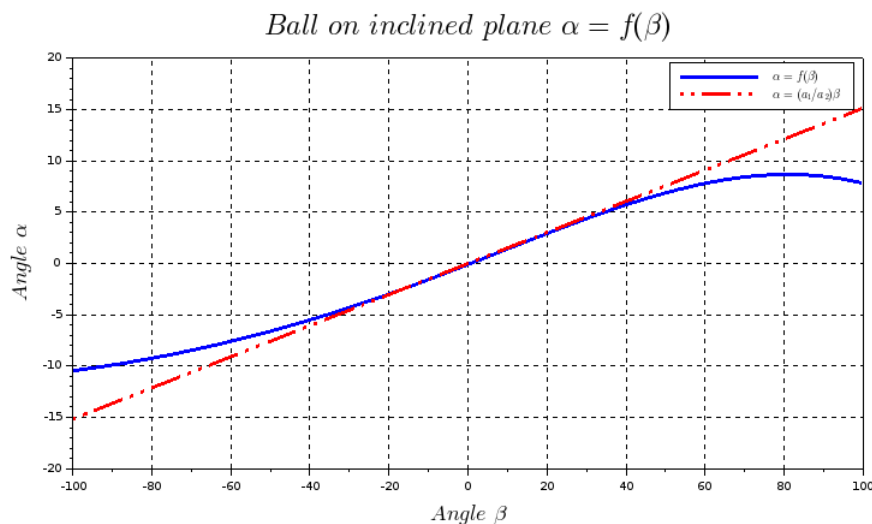
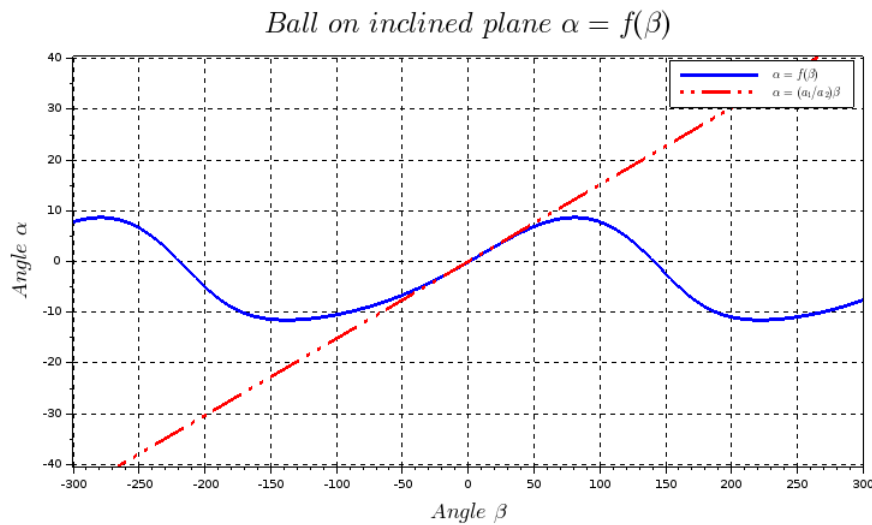


Abbildung 2: β von -100 bis +100 Grad

2.2 $\beta = \pm 300$ Grad

Wenn der Bereich von β auf $\beta = \pm 300$ Grad vergrößert wird, beginnt der Graph sich periodisch zu wiederholen, da der Servomotor den Arm auf einer Kreisbahn bewegt. Es ist also sinnlos Winkel größer als 90 Grad, beziehungsweise kleiner als -90 Grad zu betrachten, da sich die Werte nur wiederholen.


 Abbildung 3: β von -300 bis +300 Grad

2.3 Schwarzer Arm länger oder kürzer

Bei einem längeren Arm und sonst gleichbleibenden Parametern, hätte die Fläche bei $\beta = 0$ Grad ein Gefälle von links nach rechts. Bei einer zu hohen Länge kann es passieren, dass sich die Fläche nur noch in dem Grad des Gefälles von links nach rechts variieren lässt, die Gegenrichtung also nicht mehr erreicht werden kann.

Bei einem kürzeren Arm wäre die Fläche bei $\beta = 0$ Grad auch nicht in der Waage. Es gäbe ein Gefälle von rechts nach links. Würde der Arm eine bestimmte Kürze unterschreiten, kann es passieren, dass keine Drehung des Motors mehr möglich ist, da es hängen bleibt.

Die Länge des Arms sollte so gewählt sein, dass die Fläche bei $\beta = 0$ Grad in der Waage ist. Somit ist gewährleistet, dass alle Positionen angefahren werden können.