Universität Siegen

Embedded Control Laboratory

Ball on inclined plane

Report of lab excercise 1

WS 2016/17

Group 11

901510 David Schlosser
918781 Stefan Schmidt

Inhaltsverzeichnis

1 Bericht

1.1 Einleitung

Ziel der Übung ist es den Winkel α als Funktion, abhängig vom Winkel β zu bestimmen und einen Graphen der Funktion $\alpha = f(\beta)$ darzustellen. Der Graph soll im Bereich $\beta = -300$ Grad bis $\beta = +300$ Grad gezeichnet werden.
Gegeben ist uns eine Versuchsbeschreibung mit detaillierten Grafiken zur Geometrie.

1.2 Durchführung

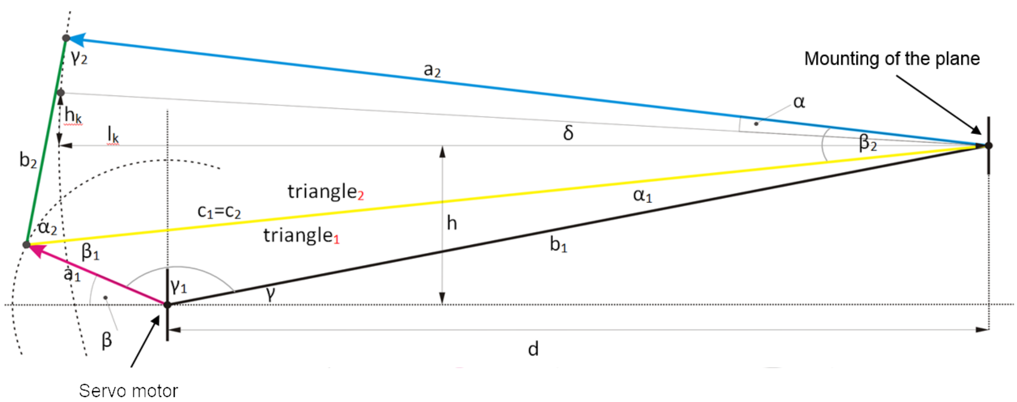

Abbildung 1: Model of inclined plane

Um die gestellt Aufgabe zu schaffen, haben wir mit Hilfe der gegebenen Formeln und Abbildungen zuerst die Funktion aufgestellt und mit dieser ein Scilab-Skript geschrieben, welches den Graphen abbildet.
Zuerst haben wir die Formel $\beta + \gamma_1 + \gamma = \pi$ nach γ_1 umgestellt. Da der Wert für $\gamma = arctan(\frac{h}{d})$ konstant und β der Winkel des Motorarms ist (β ist zwischen -300 Grad und $+300$ Grad), können wir den Wert für γ_1 und ein bestimmtes β direkt errechnen. Wir erhalten also ein Dreieck, in dem uns die Länge der beiden Katheten (a_1, b_1) und der Wert des eingeschlossenen Winkels (γ_1) bekannt sind.
Nach dem Kosinussatz können wir nun die Hypotenuse berechnen:

${c_1}^2 = {a_1}^2 + {b_1}^2 - 2a_1b_1cos(\gamma_1) \Rightarrow c_1 = \sqrt{{a_1}^2 + {b_1}^2 - 2a_1b_1cos(\gamma_1)}$
Nach dem gleichen Prinzip lässt sich nun auch der Winkel β_2 berechnen:
${b_2}^2 = {a_2}^2 + {c_1}^2 - 2a_2c_1cos(\beta_2) \Rightarrow \beta_2 = arccos(\frac{{a_2}^2+{c_1}^2-{b_2}^2}{2a_2c_1})$
Um α zu berechnen benötigen wir den noch fehlenden Winkel α_1. Dieser wird nach der Formel
${a_1}^2 = {c_1}^2 + {b_1}^2 - 2c_1b_1cos(\alpha_1) \Rightarrow \alpha_1 = arccos(\frac{{c_1}^2+{b_1}^2-{a_1}^2}{2c_1b_1})$
berechnet.
Schlussendlich kann die Formel $\alpha + \delta + \gamma = \alpha_1 + \beta_1$ nach $\alpha = \alpha_1 + \beta_1 - \delta - \gamma$ umgestellt werden und man erhält damit den gesuchten Winkel α in Abhängigkeit von dem Winkel β.

1.3 Besonderheiten

Im Versuch sind vier verschiedene Fälle zu betrachten, da nicht alle gegeben Formeln immer zutreffen.
Ist zum Beispiel der Winkel β im Bereich $-\gamma > \beta > -\gamma - \pi$ muss die Formel $\beta + \gamma_1 + \gamma = \pi$ berichtigt werden. In diesem Bereich gilt: $\gamma_1 - \beta - \gamma = \pi$. Außerdem muss die Formel für α_1 angepasst werden: $\alpha_1 = -arccos(\frac{{c_1}^2+{b_1}^2-{a_1}^2}{2c_1b_1})$
Überschreitet β die schwarze Linie b_1 ($\beta < -\gamma - \pi$), gelten wieder die Ausgangsgleichungen (bis -300 Grad).
Analog müssen auch zwei Fälle in die positive Drehrichtung betrachtet werden ($-\gamma + \pi > \beta > -\gamma$ und $\beta > -\gamma + \pi$ bis $+300$ Grad).

1.4 Fazit

Da der für uns relevante Bereich für α zwischen -5 Grad und $+5$ Grad liegt, lässt sich die Kuve gut durch eine lineare Funktion mit $\alpha = \frac{a_1}{a_2}\beta$ approximieren. Lineare Funktionen lassen sich leichter implementieren und dadurch vereinfacht sich der Versuch erheblich.

2 Fragen

2.1 Erste Frage

Wieso ist die Annäherung für $\beta > 40$ Grad bzw. $\beta < -40$ Grad nicht mehr so gut?

Zwischen $\beta = +40$ Grad und $\beta = -40$ Grad gibt es keine starken horizontalen Abweichungen bei der Bewegung des schwarzen Stabs. Die Bewegung ist hauptsächlich vertikal und kann daher linear gut approximiert werden. Nimmt β Werte größer 40 Grad, bzw. kleiner -40 Grad an, wird die horizontale Auslenkung des schwarzen Stabs größer und die Approximation $\alpha = \frac{a_1}{a_2}\beta$ weicht immer stärker von der tatsächlichen Kurve $\alpha = f(\beta)$ ab. Der Graph verdeutlicht dies anschaulich.

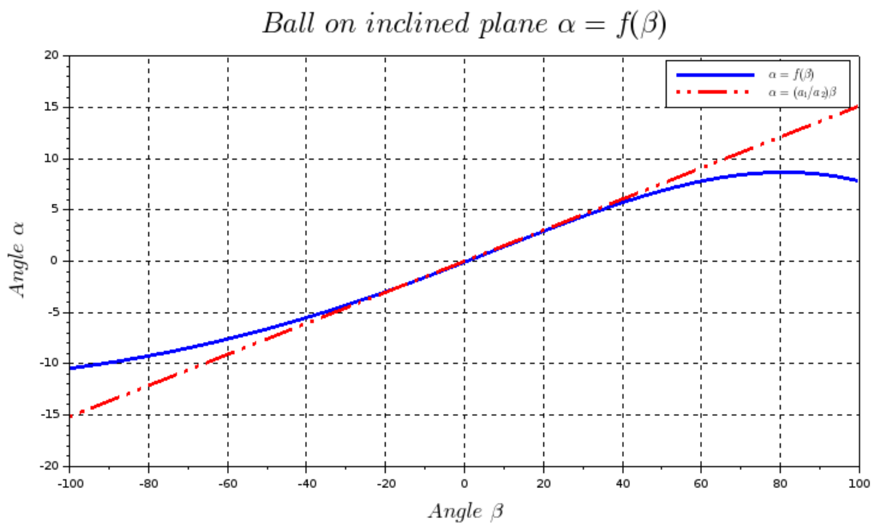

Abbildung 2: β von -100 Grad bis +100 Grad

2.2 Zweite Frage

Ausdehnung des Bereichs von β auf $\beta \in \pm 300$ Grad

Wenn der Bereich von β auf $\beta \in \pm 300$ Grad vergrößert wird, beginnt der Graph periodisch zu schwingen. Da der Servomotor den Arm auf einer Kreisbahn bewegt wiederholen sich die Werte von α. Diese befinden sich im Bereich zwischen $-15 < \alpha < 10$ Grad.

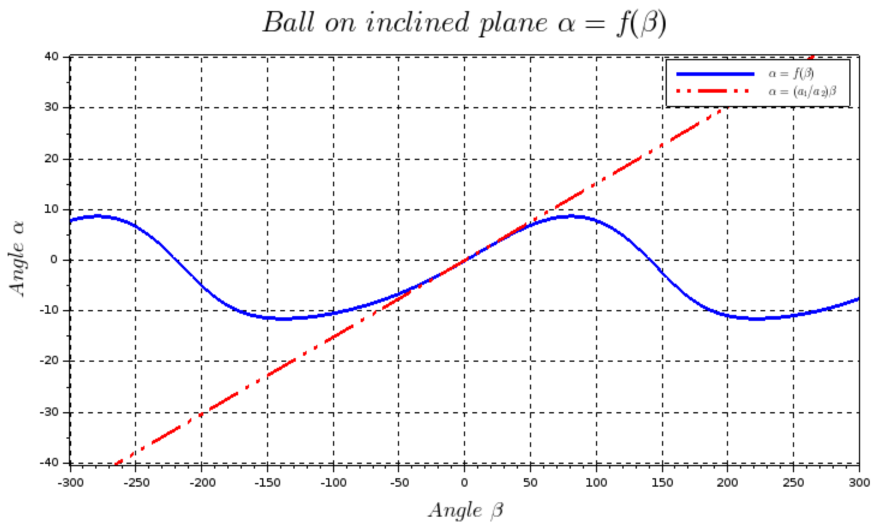

Abbildung 3: β von -300 Grad bis +300 Grad

2.3 Dritte Frage

Was geschieht, wenn man den schwarzen Arm verlängern oder verkürzen würde?

Bei einem längeren Arm und sonst gleichbleibenden Parametern, hätte die Fläche bei $\beta = 0$ Grad ein Gefälle von links nach rechts. Dies könnte mit einem Offset am Motor ausgeglichen werden. Bei einer zu hohen Länge kann es passieren, dass sich die Fläche nur noch in dem Grad des Gefälles von links nach rechts variieren lässt, die Gegenrichtung also nicht mehr erreicht werden kann.

Bei einem kürzeren Arm wäre die Fläche bei $\beta = 0$ Grad auch nicht in der Waage. Es gäbe ein Gefälle von rechts nach links, dass auch wieder durch ein Offset am Motor ausgeglichen werden könnte. Würde der Arm eine bestimmte Kürze unterschreiten, kann es passieren, dass keine Drehung des Motors mehr möglich ist, da er hängen bleibt.

Die Länge des Arms sollte so gewählt sein, dass die Fläche bei $\beta = 0$ Grad in der Waage ist.