

Лабораторная работа №2
Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы решения СЛАУ. Итерационные методы

1) Требуется решить систему линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня (а), схемой Холецкого (б), методом вращения (в) или методом отражения (г):

$$Ax = b,$$

где

а) $19x_1 - 4x_2 + 6x_3 - x_4 = 100,$ $-4x_1 + 20x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -5,$ $6x_1 - 2x_2 + 25x_3 - 4x_4 = 34,$ $-x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 15x_4 = 69.$	д) $15x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -24,$ $x_1 + 10x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -47,$ $-5x_1 + 2x_2 + 14x_3 - 6x_4 = 28,$ $3x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 16x_4 = -50.$
б) $24x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 = -9,$ $2x_1 + 27x_2 - 6x_3 + 2x_4 = -76,$ $4x_1 - 6x_2 + 22x_3 - 8x_4 = -79,$ $-9x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 23x_4 = -70.$	е) $22x_1 - 3x_2 - 8x_3 + 7x_4 = -24,$ $-3x_1 + 19x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 40,$ $-8x_1 - 6x_2 + 23x_3 - 7x_4 = -84,$ $7x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 18x_4 = -56.$
в) $24x_1 - 7x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 20,$ $-7x_1 + 21x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -16,$ $-4x_1 + 3x_2 + 19x_3 + 7x_4 = 14,$ $4x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 20x_4 = -81.$	ж) $10x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 95,$ $-x_1 + 12x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -41,$ $-2x_1 + 3x_2 + 15x_3 + 8x_4 = 69,$ $5x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 18x_4 = 27.$
г) $12x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -26,$ $-3x_1 + 15x_2 + 5x_3 - 5x_4 = -55,$ $-x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 2x_4 = -58,$ $3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 11x_4 = -24.$	

2) Вычислить невязку $(A\tilde{x} - b)$, где \tilde{x} – полученное решение.

3) Уточнить полученное решение методом простых итераций с параметром (в качестве параметра взять $\tau = \frac{2}{\|A\|_*}$, обосновать выбор параметра)

(а), методом Якоби (б), методом Гаусса-Зейделя (в), методом верхней релаксации (г), методом минимальных невязок (д) или методом сопряженных градиентов (ж), взяв в качестве начального приближения целую часть полученного прямым методом решения \tilde{x} с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

4) Вычислить число обусловленности матрицы системы $M_A = \|A\|_* \cdot \|A^{-1}\|_*$.

Указания и требования. Выбрать прямой метод решения СЛАУ по следующему принципу: все те у кого номер варианта N – число нечетное используют для пункта 1) метод квадратного корня, все остальные (номер варианта число N – число четное) для решения СЛАУ используют схему Холецкого. Итерационный метод выбирается следующим образом: первый вариант выбирает (а), второй вариант выбирает (б), третий вариант,

соответственно, (в), четвертый – (г), пятый – (д), шестой – (ж), седьмой – (а) и т.д. Взять следующий критерий останова итераций – $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_* < \varepsilon$. В качестве векторной нормы $\|\cdot\|_*$ взять следующие наиболее употребительные нормы – $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$. При вычислении параметра в методе простых итераций и числа обусловленности M_A взять в качестве матричной нормы – $\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$ или $\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$, где n – размерность матрицы A . Выдать также на печать матрицы, получаемые при разложении в методе квадратного корня и схемы Холецкого. Оформить отчет.

Литература

1. Демидович Б.П., Марон И.А. *Основы вычислительной математики: Учебное пособие.* – СПб.: Издательство "Лань". 2007.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы.* М.: «Наука». 1989.
3. Лубышев Ф.В. *Итерационные методы решения линейных операторных уравнений в конечномерных пространствах: Учебное пособие. Часть I. Элементы общей теории и алгоритмы.* – Уфа: РИЦ БашГУ. 2009.
4. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. *Вычислительные методы: Учебное пособие.* – СПб.: Издательство "Лань". 2014.