

# ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

## Численные методы. Практикум (1 семестр)

**Постановка задачи.** Пусть дано следующее уравнение второго рода с переменными коэффициентами:

$$Lu \equiv -\frac{d}{dx}\left(k(x)\frac{du}{dx}\right) + q(x)u = f(x), x \in (a, b) \quad (1)$$

здесь  $k(x)$ ,  $q(x)$  и  $f(x)$  – заданные функций, причем  $k(x) \geq k_0 > 0$ ,  $k(x) \in C^1[a, b]$ ,  $q(x) \geq 0$  и  $q(x)$  и  $f(x)$  принадлежат классу  $C[a, b]$ .

**Задание 1.** Требуется найти численное решение уравнения (1) с граничными условиями

$$u(a) = \mu_1, \quad u(b) = \mu_2 \quad (2)$$

- Построить разностную аппроксимацию задачи (1), (2) второго порядка.
- Подобрать модельный пример с заранее известным решением.
- Определить входные данные.
- Найти решение полученной разностной схемы методом прогонки. Метод выбирать по следующему правилу:

Метод левой прогонки берут те, у кого № в списке группы  $\text{mod } 3 = 1$

Метод встречной прогонки берут те, у кого в списке группы  $\text{mod } 3 = 2$

Метод правой прогонки берут те, у кого в списке группы  $\text{mod } 3 = 0$

**Задание 2.** Требуется найти численное решение уравнения (1) с граничными условиями

$$-k(a)u(a) + \beta_1 u(a) = \mu_1, \quad u(b) = \mu_2 \quad (3)$$

или

$$u(b) = \mu_1, \quad k(b)u(b) + \beta_2 u(b) = \mu_2 \quad (4)$$

- Построить разностную аппроксимацию задачи (1) с граничными условиями (3) или (4) второго порядка. Исходные данные (здесь и в последующих заданиях) взять из первого задания.  
Вариант (3) или (4) выбирать по следующему правилу:  
Чётный вариант берет (4)  
Нечётный вариант берет (3)
- Определить входные данные.
- Найти решение полученной разностной схемы методом прогонки (какая была в первом задании).

**Задание 3.** Требуется найти численное решение для задачи (1), (2) методом Ритца.

- Систему  $\{\varphi_k\}$  выбрать следующим образом:

$$\phi_0 = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1) \sin \frac{\pi(x-a)}{2(b-a)}$$

$$\phi_k = \sin \left( k\pi \frac{x-a}{b-a} \right), k = \overline{1, n}$$

или

$$\phi_k = \cos \left( k\pi \frac{x-a}{x-b} \right), k = \overline{1, n}$$

- Систему по синусам берет нечетный вариант, по косинусам – четный
- Отрезок  $[a, b]$  разбить на 10 частей и выдать решение  $u(x)$  в полученных точках.
- Возникающие задачу численного решения СЛАУ решать любым методом.
- Задачу численного интегрирования решать с автоматическим выбором шага интегрирования, с заданной точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$  (численный метод по своему усмотрению).
- Число  $n = 5$ .
- Посчитать число обусловленности (любым способом).

**Задание 4.** Требуется найти численное решение для задачи (1), (2) вариационно-разностным методом, взяв в качестве базисных кусочно-линейные функции (см, например, [3], стр. 482-484). Число  $n$  взять равным 5 и 10. Посчитать число обусловленности (любым способом).

### Общие требования

1. Задания можно присылать 1 раз в неделю, желательно в четверг утром
2. Результат выполнения задания — это скриншот вывода программы и исходный код
3. В первых строках на скриншоте должны быть указаны фамилия и имя студента, его номер варианта и используемые методы
4. Все вектора выводятся в столбик
5. Все численные значения (кроме невязки) имеют 4 знака после запятой. Невязка 8-10 знаков после запятой
6. Исходный код должен быть представлен в одном файле
7. Можно использовать любые языки, кроме платных (MATLAB)

### Литература

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
2. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука. 1978.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ, 2004.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – 3-е изд. – М.: Наука, 1989.