

**Лабораторная работа №2**  
**Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы решения СЛАУ. Итерационные методы**

1) Требуется решить систему линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня (а), схемой Холецкого (б), методом вращения (в) или методом отражения (г):

$$Ax = b,$$

где

|  |   |
|--|---|
| а)<br>$19x_1 - 4x_2 + 6x_3 - x_4 = 100,$<br>$-4x_1 + 20x_2 - 2x_3 + 7x_4 = -5,$<br>$6x_1 - 2x_2 + 25x_3 - 4x_4 = 34,$<br>$-x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 15x_4 = 69.$    | д)<br>$15x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -24,$<br>$x_1 + 10x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -47,$<br>$-5x_1 + 2x_2 + 14x_3 - 6x_4 = 28,$<br>$3x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 16x_4 = -50.$    |
| б)<br>$24x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 9x_4 = -9,$<br>$2x_1 + 27x_2 - 6x_3 + 2x_4 = -76,$<br>$4x_1 - 6x_2 + 22x_3 - 8x_4 = -79,$<br>$-9x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 23x_4 = -70.$ | е)<br>$22x_1 - 3x_2 - 8x_3 + 7x_4 = -24,$<br>$-3x_1 + 19x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 40,$<br>$-8x_1 - 6x_2 + 23x_3 - 7x_4 = -84,$<br>$7x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 18x_4 = -56.$ |
| в)<br>$24x_1 - 7x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 20,$<br>$-7x_1 + 21x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -16,$<br>$-4x_1 + 3x_2 + 19x_3 + 7x_4 = 14,$<br>$4x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 20x_4 = -81.$ | ж)<br>$10x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 95,$<br>$-x_1 + 12x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -41,$<br>$-2x_1 + 3x_2 + 15x_3 + 8x_4 = 69,$<br>$5x_1 - 4x_2 + 8x_3 + 18x_4 = 27.$     |
| г)<br>$12x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -26,$<br>$-3x_1 + 15x_2 + 5x_3 - 5x_4 = -55,$<br>$-x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 2x_4 = -58,$<br>$3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 11x_4 = -24.$ |   |

2) Вычислить невязку  $(A\tilde{x} - b)$ , где  $\tilde{x}$  – полученное решение.

3) Уточнить полученное решение методом простых итераций с параметром (в качестве параметра взять  $\tau = \frac{2}{\|A\|_*}$ , обосновать выбор параметра)

(а), методом Якоби (б), методом Гаусса-Зейделя (в), методом верхней релаксации (г), методом минимальных невязок (д) или методом сопряженных градиентов (ж), взяв в качестве начального приближения целую часть полученного прямым методом решения  $\tilde{x}$  с точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$ .

4) Вычислить число обусловленности матрицы системы  $M_A = \|A\|_* \cdot \|A^{-1}\|_*$ .

**Указания и требования.** Выбрать прямой метод решения СЛАУ по следующему принципу: все те у кого номер варианта  $N$  – число нечетное используют для пункта 1) метод квадратного корня, все остальные (номер варианта число  $N$  – число четное) для решения СЛАУ используют схему Холецкого. Итерационный метод выбирается следующим образом: первый вариант выбирает (а), второй вариант выбирает (б), третий вариант,

соответственно, (в), четвертый – (г), пятый – (д), шестой – (ж), седьмой – (а) и т.д. Взять следующий критерий останова итераций –  $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_* < \varepsilon$ . В качестве векторной нормы  $\|\cdot\|_*$  взять следующие наиболее употребительные нормы –  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$ ,  $\|\cdot\|_\infty$ . При вычислении параметра в методе простых итераций и числа обусловленности  $M_A$  взять в качестве матричной нормы –  $\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$  или  $\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$ , где  $n$  – размерность матрицы  $A$ . Выдать также на печать матрицы, получаемые при разложении в методе квадратного корня и схемы Холецкого. Оформить отчет.

#### Литература

1. Демидович Б.П., Марон И.А. *Основы вычислительной математики: Учебное пособие.* – СПб.: Издательство "Лань". 2007.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы.* М.: «Наука». 1989.
3. Лубышев Ф.В. *Итерационные методы решения линейных операторных уравнений в конечномерных пространствах: Учебное пособие. Часть I. Элементы общей теории и алгоритмы.* – Уфа: РИЦ БашГУ. 2009.
4. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. *Вычислительные методы: Учебное пособие.* – СПб.: Издательство "Лань". 2014.