Лабораторная работа №3: "Организация циклов". Задание 1

Цель работы

Дать студентам практический навык в использовании базовых конструкций структурного программирования - операторов цикла. Работа составлена из трёх заданий.

Постановка задачи

Вычислить и вывести на экран или в файл в виде таблицы значения функции, заданной графически (см. лабораторная работа № 2, задание 1), на интервале от *Хнач* до *Хкон* с шагом *dx*. Интервал и шаг задать таким образом, чтобы проверить все ветви программы. Таблицу снабдить заголовком и шапкой.

Теоретическое введение

Для решения задачи использована программа, подготовленная в лабораторной работе №2, задание 1 и оператор цикла с предусловием:

```
<Начальное значение>
while <Условие>:
     <Инструкции>
    <Приращение>
[else:
    <Блок, выполняемый, если неиспользовался break>
]
```

Для обмена с консолью (вывод сообщений и ввод начальных данных) использованы стандартные процедуры `print()` и `input()`. Результаты работы программы записываются в текстовый файл.

Описание алгоритма

1. Ввести значения переменных *Xbeg, Xend, Dx*.
2. Присвоить текущему значению Xt начальное значение: *Xt = Хнач*.
3. Вычислить значение функции и вывести в виде строки таблицы.
4. Вычислить новое значение аргумента *Xt = Xt + Dx*.
5. Если значение аргумента меньше Xend, то перейти к пункту 3.
6. Завершить рисование таблицы и работу программы.

Описание входных и выходных данных

В предшествующей работе был принят вещественный тип данных (*real*). В этой работе тип данных сохранён. Для упрощения последующего контроля работы программы в выходной текстовый файл записываются и начальные данные.

Листинг программы

```
# -*- coding: cp1251 -*-
from math import *
print('Введите Xbeg, Xend и Dx')
xb = float(input('Xbeg='))
xe = float(input('Xend='))
dx = float(input('Dx='))
print("Xbeg={0: 7.2f} Xend={1: 7.2f}".format(xb, xe))
print("  Dx={0: 7.2f}".format(dx))
xt = xb
print("+--------+--------+")
print("I   X    I    Y   I")
```

```
    print("+--------+--------+")
    while xt <= xe:
        if xt < -5:
            y = 1
        elif xt >=-5 and xt<0:
            y = -(3/5)*xt-2
        elif xt >= 0 and xt<2:
            y = -sqrt(4-xt**2)
        elif xt >= 2 and xt<4:
            y = xt-2
        elif xt >= 4 and xt<8:
            y = 2+sqrt(4-(xt-6)**2)
        else: y = 2
        print("I{0: 7.2f} I{1: 7.2f} I".format(xt, y))
        xt += dx
    print("+--------+--------+")
```

Результат работы программы

```
Xbeg= -10.00 Xend=  10.00
  Dx=   1.00
+--------+--------+
I   X    I    Y   I
+--------+--------+
I -10.00 I   1.00 I
I  -9.00 I   1.00 I
I  -8.00 I   1.00 I
I  -7.00 I   1.00 I
I  -6.00 I   1.00 I
I  -5.00 I   1.00 I
I  -4.00 I   0.40 I
I  -3.00 I  -0.20 I
I  -2.00 I  -0.80 I
I  -1.00 I  -1.40 I
I   0.00 I  -2.00 I
I   1.00 I  -1.73 I
I   2.00 I   0.00 I
I   3.00 I   1.00 I
I   4.00 I   2.00 I
I   5.00 I   3.73 I
I   6.00 I   4.00 I
I   7.00 I   3.73 I
I   8.00 I   2.00 I
I   9.00 I   2.00 I
I  10.00 I   2.00 I
+--------+--------+
```

Задание к лабораторной работе №3 "Организация циклов". Задание 1

Вычислить и вывести на экран в виде таблицы значения функции, заданной графически (см. задание 1 лабораторной работы № 2, стр. 21), на интервале от *Хнач* до *Хкон* с шагом *dx*. Интервал и шаг задать таким образом, чтобы проверить все ветви программы. Таблицу снабдить заголовком и шапкой.

Лабораторная работа №3: "Организация циклов". Задание 2

Постановка задачи

Для десяти выстрелов, координаты которых задаются генератором случайных чисел, вывести текстовые сообщения о попадании в мишень (см. лабораторная работа № 2, задание 2).

Теоретическое введение

Для решения задачи использована программа, подготовленная в лабораторной работе №2, задание 2 (см. стр. 29) и оператор цикла с параметром:

```
for <Текущий элемент> in  <Последовательность>:
    <Инструкции внутри цикла>
[else:
    <Блок, выполняемый, если неиспользовался break>
]
```

Вывод сообщения выполняется стандартной функцией `print()`.

Для формирования координат точки используется модуль генератора случайных чисел, который подключается инструкцией:

```
import random
```

или

```
from random import *
```

Для формирования случайного вещественного числа воспользуемся функцией

```
uniform(<Начало>,<Конец>)
```

В нашей задаче значения X формируются в диапазоне (-1, 4), а для Y – (-1, 10).

Описание алгоритма

1. Вывести "шапку".
2. В цикле от 1 до 10.
3. Сформировать координаты точки X, Y.
4. Определить попадание точки в заданную область. Если есть попадание, то переменная flag получает значение 1, а иначе – 0.
5. Вывести координаты точки и маркер оставить на строке сообщения.
6. Вывести результат Yes или No в соответствии со значением переменной flag.
7. Изменить параметр цикла и проверить условие завершения.
8. Если условие false, то перейти к п. 3.
9. Завершить работу программы.

Описание входных и выходных данных

Типы переменных, использованные в предыдущей работе, не изменялись. Для организации цикла введена новая переменная целого типа (**int**).

Листинг программы

```
# -*- coding: cp1251 -*-
from math import *
from random import *
flag = 0
print("    X       Y   Res")
print("-------------------")
for n in range(10):
    x = uniform(-1, 4)
    y = uniform(-1, 10)
    if (x < -1) or (x > 4):
        flag = 0       #False
    if (((x>=-1) and (x< 1) and (y>=2*x+2)
                 and (y<= x**3-4*x**2+x+6))
        or
        ((x>= 1) and (x<=4) and (y>=x**3-4*x**2+x+6)
                 and (y<= 2*x+2))):
        flag = 1
    else:
        flag = 0
    print("{0: 7.2f} {1: 7.2f}".format(x, y), end=" ")
    if flag:
        print("Yes")
    else:
        print("No")
```

Результат тестирования программы

```
    X       Y   Res
-------------------
  -0.68    7.15 No
   3.53    3.44 No
  -0.05    4.02 Yes
  -0.24    0.01 No
   2.48    5.58 Yes
   0.41    4.77 Yes
   0.09    0.89 No
   0.68    0.98 No
  -0.03    5.46 Yes
  -0.73    0.73 Yes
```

Задание к лабораторной работе №3 "Организация циклов". Задание 2

Для десяти выстрелов, координаты которых задаются генератором случайных чисел, вывести текстовые сообщения о попадании в мишень (см. лабораторная работа № 2, задание 2, стр.31).

Лабораторная работа №3: "Организация циклов". Задание 3

Постановка задачи

Вычислить и вывести на экран в виде таблицы значения функции интегрального синуса, заданной с помощью степенного ряда, на интервале от *Хнач* до *Хкон* с шагом *dx* с точностью ε.

Таблицу снабдить заголовком и шапкой. Каждая строка таблицы должна содержать значение аргумента, значение функции и количество просуммированных членов ряда.

$$Si(x)=\int_0^x \frac{Sin(x)}{x}dx=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{x^{2\cdot n+1}}{(2\cdot n+1)!\cdot(2\cdot n+1)}=x-\frac{x^3}{3!\cdot 3}+\frac{x^5}{5!\cdot 5}-\ldots+\qquad |x|<\infty$$

Теоретическое введение

При решении задач, в которых дана общая формула вычисления элемента, очень полезно получить рекуррентную формулу. Такая формула позволяет упростить процесс программирования и ускоряет работу программы, так как получение следующего результата основывается на предыдущем. Особое внимание следует обратить на сходимость ряда. Если ряд расходится или сходится слабо, то программа может формировать сообщения о переполнении значений переменных или выводить неверный результат.

1. Будем искать рекуррентное соотношение в виде выражения: $a_{n+1}=k\cdot a_n$. Получим выражение для k:

$$k=\frac{(-1)^{n+1}\cdot x^{2\cdot(n+1)+1}\cdot(2\cdot n+1)!\cdot(2\cdot n+1)}{(2\cdot(n+1)+1)!\cdot(2\cdot(n+1)+1)\cdot(-1)^n\cdot x^{2\cdot n+1}}=-\frac{x^2\cdot(2\cdot n+1)}{(2\cdot n+2)\cdot(2\cdot n+3)^2}$$

2. Для решения задачи нам потребуется два цикла. Первый цикл `While` (с предусловием), будет обеспечивать изменение значения переменной *X* от *Хнач* до *Хкон* с шагом *dx*. Второй цикл – это цикл с постусловием. Он будет обеспечивать итерационные вычисления элементов ряда, которые удовлетворяют условию $|a_n|<\varepsilon$.

В языке Python цикл с постусловием отсутствует. Для организации такого цикла воспользуемся циклом с предусловием в следующей форме:

```
while True:
    <тело цикла>
    if not <условие>:
        break;
```

Для обмена с консолью (ввод/вывод) использованы стандартные функции `input()` и `print()`.

Описание алгоритма

1. Ввести значения переменных *Хнач*, *Хкон*, *dx* и параметр точности ε.
2. Вывести "шапку" таблицы.
3. Инициировать *Xt* начальным значением (*Хнач*).
3. В цикле по *Xt*.
4. Инициировать переменную для подсчёта суммы членов ряда и переменную, которая отвечает за номер члена ряда (n).
5. В цикле по an.
6. Вычислить k, элемент ряда an, сумму элементов ряда и номер элемента.
7. Если модуль элемента ряда меньше ε, то прервать цикл (break) по an, иначе перейти к п.6.

6. Вывести строки таблицы: значение *Xt*, вычисленное значение функции и количество просуммированных членов ряда
7. Вычислить новое значение переменной *Xt* =*Xt* + *dx*.
8. Если значение аргумента меньше *Хкон*, то перейти к пункту 4.
9. Завершить рисование таблицы, и работу программы.

Описание входных и выходных данных

Поскольку тип переменных и точность представления не ограничены условием задачи, то входные переменные (*Хнач*, *Хкон*, *dx* и параметр точности ε) и вычисляемые значения аргумента и функции представляются переменными вещественного типа (*float*). Количество членов ряда подсчитывается переменной целого типа (*int*).

Листинг программы

```
# -*- coding: cp1251 -*-
from math import *
print('Введите Xbeg, Xend, Dx и Eps')
xb = float(input('Xbeg='))
xe = float(input('Xend='))
dx = float(input('Dx='))
eps = float(input('Eps='))
print("+--------+-------+-----+")
print("I   X    I   Y    I   N I")
print("+--------+-------+-----+")
xt = xb
while xt <= xe:
    an = xt
    n = 0
    y = an
    while True:
        k = -(xt**2)*(2*n+1)/((2*n+2)*(2*n+3)**2)
        an = an*k
        y = y + an
        n = n + 1
        if abs(an) < eps:
            break
    print("I{0: 7.2f} I{1: 7.3f} I{2: 4} I".format(xt,y,n))
    xt = xt + dx
print("+--------+-------+-----+")
```

Результат работы программы

```
 Xnach=  -4.00  Xkon=    6.00
 Dx=   2.00   Eps=   0.00003
+--------+--------+-----+
I   X    I   Y    I   N I
+--------+--------+-----+
I  -4.00 I -1.758 I   8 I
I  -2.00 I -1.605 I   5 I
I   0.00 I  0.000 I   1 I
I   2.00 I  1.605 I   5 I
I   4.00 I  1.758 I   8 I
I   6.00 I  1.425 I  10 I
+--------+--------+-----+
```

Задание к лабораторной работе №3 "Организация циклов". Задание 3

Вычислить и вывести на экран в виде таблицы значения функции, заданной с помощью ряда Тейлора, на интервале от *Xнач* до *Xкон* с шагом *dx* с точностью ε.

Таблицу снабдить заголовком и шапкой. Каждая строка таблицы должна содержать значение аргумента, значение функции и количество просуммированных членов ряда.

1. $\ln\frac{x+1}{x-1} = 2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2\cdot n+1)\cdot x^{2\cdot n+1}} = 2\cdot\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{3\cdot x^3}+\frac{1}{5\cdot x^5}+\dots\right),\qquad |x|>1.$

2. $e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^n}{n!} = 1-x+\frac{x^2}{2!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}-\dots,\qquad |x|<\infty.$

3. $e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} = 1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\dots,\qquad |x|<\infty.$

4. $\ln(x+1) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{n+1}}{n+1} = x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\dots,\qquad -1<x<=1.$

5. $\ln\frac{1+x}{1-x} = 2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2\cdot n+1}}{2\cdot n+1} = 2\cdot\left(x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\dots\right),\qquad |x|<1.$

6. $ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n} = -\left(x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\dots\right),\qquad -1<=x<1.$

7. $arcctgx = \frac{\pi}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot x^{2\cdot n+1}}{2\cdot n+1} = \frac{\pi}{2}-x+\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{5}+\dots,\qquad x<=1.$

8. $arctgx = \frac{\pi}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2\cdot n+1)\cdot x^{2\cdot n+1}} = \frac{\pi}{2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{3\cdot x^3}-\frac{1}{5\cdot x^5}+\dots,\qquad x>1.$

9. $arctgx = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot x^{2\cdot n+1}}{(2\cdot n+1)} = x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\dots,\qquad |x|<=1.$

10. $Arthx = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2\cdot n+1}}{2\cdot n+1} = x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^7}{7}+\dots,\qquad |x|<1.$

11. $Arth = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2\cdot n+1)\cdot x^{2\cdot n+1}} = \frac{1}{x}+\frac{1}{3\cdot x^3}+\frac{1}{5\cdot x^5}+\dots\ ,\qquad |x|>1.$

12. $arctgx = -\frac{\pi}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2\cdot n+1)\cdot x^{2\cdot n+1}} = -\frac{\pi}{2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{3\cdot x^3}-\frac{1}{5\cdot x^5}+\dots,\qquad x<-1.$

13. $e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2\cdot n}}{n!} = 1-x^2+\frac{x^4}{2!}-\frac{x^6}{3!}+\frac{x^8}{4!}-\dots,\qquad |x|<\infty.$

14. $\cos x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2\cdot n}}{(2\cdot n)!} = 1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\dots,\qquad |x|<\infty.$

15. $\frac{\sin x}{x} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot x^{2\cdot n}}{(2\cdot n+1)!} = 1-\frac{x^2}{3!}+\frac{x^4}{5!}-\frac{x^6}{7!}+\dots,\qquad |x|<\infty.$

16. $\ln x = 2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^{2\cdot n+1}}{(2\cdot n+1)\cdot(x+1)^{2\cdot n+1}} = 2\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}+\frac{(x-1)^3}{3\cdot(x+1)^3}+\frac{(x-1)^5}{5\cdot(x+1)^5}+\ldots\right),\qquad x>0.$

17. $\ln x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)\cdot(x+1)^{n+1}} = \frac{x-1}{x}+\frac{(x-1)^2}{2\cdot x^2}+\frac{(x-1)^3}{3\cdot x^3}+\ldots,\qquad x>\frac{1}{2}.$

18. $\ln x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot(x-1)^{n+1}}{(n+1)} = (x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x-1)^3}{3}-\ldots,\qquad 0<x\le 2.$

19. $\arcsin x = x+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2\cdot n-1)\cdot x^{2\cdot n+1}}{2\cdot 4\cdot\ldots\cdot 2\cdot n\cdot(2\cdot n+1)} = x+\frac{x^3}{2\cdot 3}+\frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7}+$

$+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot x^9}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9}+\ldots,\qquad |x|<1.$

20. $\arccos x = \frac{\pi}{2}-\left(x+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2\cdot n-1)\cdot x^{2\cdot n+1}}{2\cdot 4\cdot\ldots\cdot 2\cdot n\cdot(2\cdot n+1)}\right) = \frac{\pi}{2}-\left(x+\frac{x^3}{2\cdot 3}+\frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5}+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7}+\right.$

$\left.+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot x^9}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9}+\ldots\right),\qquad |x|<1.$

21. $shx = \frac{1}{2}\cdot(e^x-e^{-x}) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2\cdot n+1}}{(2\cdot n+1)!} = x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\frac{x^7}{7!}+\qquad [x^2<\infty].$

22 $chx = \frac{1}{2}\cdot(e^x+e^{-x}) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2\cdot n}}{(2\cdot n)!} = 1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}+\qquad [x^2<\infty].$

23 $\ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = 2\cdot\left[\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{3\cdot(2x+1)^3}+\frac{1}{5\cdot(2x+1)^5}+\ldots\right]\qquad (2x+1)^2>1.$

24. $(1+x)^{\frac{1}{4}} = 1+\frac{1}{4}\cdot x-\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{8}\cdot x^2+\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{7}{12}\cdot x^3-\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{7}{12}\cdot\frac{11}{16}\cdot x^4+\ldots\qquad |x|\le 1.$

25. $(1-x)^{\frac{1}{2}} = 1-\frac{1}{2}\cdot x-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot x^2-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}\cdot x^3-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{5}{8}\cdot x^4-\ldots\qquad |x|\le 1.$

26. $(1+x)^{-\frac{1}{3}} = 1-\frac{1}{3}\cdot x+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{6}\cdot x^2-\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{7}{9}\cdot x^3+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{10}{12}\cdot x^4-\ldots\qquad |x|\le 1$

27. $(1+x)^{-3} = 1-\frac{1}{1\cdot 2}(2\cdot 3\cdot x-3\cdot 4\cdot x^2+4\cdot 5\cdot x^3-5\cdot 6\cdot x^4+\ldots)\qquad |x|\le 1.$

28. $(1-x)^{-4} = \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}(2\cdot 3\cdot 4\cdot x+3\cdot 4\cdot 5\cdot x^2+4\cdot 5\cdot 6\cdot x^3+5\cdot 6\cdot 7\cdot x^4+\ldots)\qquad |x|\le 1.$

29. $(1+x)^{-5} = \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}(2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot x-3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot x^2+4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot x^3-5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot x^4+\ldots\qquad |x|\le 1.$

30. $\sin x = x\cdot\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{x^2}{n^2\pi^2}\right) = x\cdot(1-\frac{x^2}{\pi^2})\cdot(1-\frac{x^2}{2^2\pi^2})\cdot(1-\frac{x^2}{3^2\pi^2})\cdot\ldots\qquad |x|<\infty.$