

Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса с выбором главного элемента

Уравнение (3) можно записать в виде системы n^2 уравнений

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}x_{kj} = \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

где $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$. Далее, можно заметить, что система (4) распадается на n независимых систем уравнений с одной и той же матрицей A , но с различными правыми частями. Эти системы имеют вид

$$Ax^{(j)} = \delta^{(j)}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

где $x^{(j)} = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})^T$, у вектора $\delta^{(j)}$ равна единице j -я компонента и равны нулю остальные компоненты.

Указания и требования. 1) Требуется решить систему линейных уравнений $Ax = f$ с выбором главного элемента по строкам или столбцам:

а)	$4.3x_1 + 4.2x_2 - 3.2x_3 + 9.3x_4 = 8.6,$ $7.9x_1 + 5.6x_2 + 5.7x_3 - 7.2x_4 = 6.68,$ $8.5x_1 - 4.8x_2 + 0.8x_3 + 3.5x_4 = 9.95,$ $3.2x_1 - 1.4x_2 + 8.9x_3 + 3.3x_4 = 1.$	д)	$-2.00x_1 + 3.01x_2 + 0.12x_3 - 0.11x_4 = 4.13,$ $2.92x_1 - 0.17x_2 + 0.11x_3 + 0.22x_4 = 3.46,$ $0.66x_1 + 0.52x_2 + 3.17x_3 + 2.11x_4 = 2.79,$ $3.01x_1 + 0.42x_2 - 0.27x_3 + 0.15x_4 = 1.01.$
б)	$1.28x_1 + 0.42x_2 + 0.54x_3 + 1.00x_4 = 1.34,$ $2.11x_1 + 3.01x_2 + 4.02x_3 + 0.22x_4 = 1.56,$ $0.18x_1 + 3.41x_2 + 0.15x_3 + 1.43x_4 = 1.78,$ $2.14x_1 + 0.17x_2 + 0.26x_3 + 0.18x_4 = 1.91.$	е)	$3.25x_1 + 1.54x_2 + 2.91x_3 + 5.43x_4 = 4.14,$ $-6.34x_1 - 8.17x_2 - 10.2x_3 + 3.93x_4 = 3.15,$ $4.52x_1 + 6.73x_2 + 1.37x_3 - 9.89x_4 = 2.92,$ $7.13x_1 + 8.21x_2 + 4.47x_3 - 2.11x_4 = 5.65.$
в)	$1.00x_1 + 0.47x_2 - 0.11x_3 + 0.55x_4 = 1.09,$ $0.42x_1 + 1.00x_2 + 0.35x_3 + 0.17x_4 = 2.87,$ $-0.25x_1 + 0.67x_2 + 1.00x_3 + 0.36x_4 = 3.65,$ $0.54x_1 - 0.32x_2 - 0.74x_3 + 1.00x_4 = 4.43.$	ж)	$3.25x_1 + 1.54x_2 + 4.91x_3 + 2.43x_4 = 0.14,$ $-3.34x_1 + 1.17x_2 + 3.2x_3 + 5.13x_4 = 1.15,$ $-9.52x_1 + 2.73x_2 + 3.37x_3 - 5.89x_4 = 0.92,$ $1.13x_1 + 2.21x_2 + 4.47x_3 + 5.11x_4 = 5.65.$
г)	$0.34x_1 + 1.17x_2 + 0.2x_3 + 8.13x_4 = 4.15,$ $3.52x_1 + 4.73x_2 + 4.37x_3 + 5.89x_4 = 2.92,$ $-6.25x_1 + 2.54x_2 + 6.91x_3 - 5.43x_4 = -3.14,$ $-2.13x_1 + 2.21x_2 + 4.17x_3 + 6.11x_4 = 7.65.$		

– метод и система определяются преподавателем.

2) Вычислить вектор невязки $r = A\tilde{x} - f$, где \tilde{x} – полученное решение.

3) Вычислить определитель матрицы A используя метод Гаусса.

4) Найти обратную матрицу A^{-1} используя метод Гаусса.

5) Сделать проверку, умножить матрицу A на полученную матрицу A^{-1} .

6) Оформить отчет. В отчете должна быть приведена постановка задачи, описан алгоритм решения задачи и приведена теоретическая задача, с подробным решением (дается преподавателем).

Литература

1. Демидович Б.П., Марон И.А. *Основы вычислительной математики*. – М.: «Наука», 1970.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. *Численные методы*. – М.: «Наука», 1989.