*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение* *высшего образования*

|  |  |
| --- | --- |
| **Изображение выглядит как эмблема, герб, нашивка, символ  Автоматически созданное описание** | ***«Московский государственный технический университет  имени Н.Э. Баумана»***  ***(национальный исследовательский университет)***  ***(МГТУ им. Н.Э. Баумана)*** |

**ФАКУЛЬТЕТ** ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ\_\_\_\_\_\_\_\_

**КАФЕДРА** ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА (ФН11)\_

**НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ** МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ (02.03.01)

**Отчет**

**по лабораторной работе № \_6\_**

**Название лабораторной работы:** Последовательный критерий отношения правдоподобия

**Вариант № 2**

**Дисциплина:** Теория вероятности и математическая статистика

Студент группы ФН11-52Б **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Кожемякин Г.А.**

(Подпись, дата) (И.О. Фамилия)

Преподаватель  **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Облакова Т.В.**

(Подпись, дата) (И.О. Фамилия)

Москва, 2024

**Задание**

В условиях задачи №5

1. Постройте последовательный критерий Вальда для проверки гипотезы против альтернативы при известном . Ошибка первого рода задана в условии, ошибка второго рода вычислена вами в пункте 4.
2. Примените построенный критерий к заданной выборке (порядок чтения - по столбцам), сформулируйте результат. Дайте графическую иллюстрацию последовательного критерия.
3. Вычислите математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе и при альтернативе .
4. Перепишите критерий из пункта 3 предыдущей задачи в виде , отметьте на графике найденное значение и сравните результаты применения критериев Вальда и Неймана-Пирсона.

Сформулируйте выводы.

**Исходные данные**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| -21.057 | -14.597 | -11.356 | -13.153 | -9.221 | -14.814 | -10.336 | -13.539 | -15.996 | -15.144 |
| -5.179 | -15.539 | -19.106 | -11.762 | -11.226 | -14.907 | -12.371 | -16.74 | -9.65 | -11.85 |
| -8.535 | -6.885 | -11.704 | -12.286 | -8.729 | -9.687 | -3.822 | -11.15 | -13.873 | -9.015 |
| -12.949 | -10.62 | -19.12 | -13.785 | -11.333 | -9.046 | -12.113 | -10.035 | -12.317 | -10.029 |
| -11.247 | -10.116 | -11.453 | -15.089 | -12.566 | -11.871 | -9.962 | -14.874 | -12.061 | -10.429 |
| -15.141 | -15.219 | -10.488 | -12.556 | -6.501 | -15.068 | -9.235 | -14.619 | -9.286 | -15.039 |
| -10.143 | -13.752 | -10.578 | -10.234 | -15.48 | -9.082 | -11.872 | -12.558 | -7.085 | -11.626 |
| -12.213 | -8.93 | -12.331 | -5.643 | -10.078 | -14.568 | -9.024 | -11.993 | -17.757 | -11.451 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вар |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 0.05 |  |  | 3.3 |  |  | 3 | 0.05 | 80 |

**Решение задачи**

1. Построим последовательный критерий Вальда для проверки гипотезы против альтернативы при известном .

Найдем такие границы , которые удовлетворяют следующему условию:

Положим

то есть статистикой критерия будет .

Сформулируем критерий Вальда: если , то принимается , если , то принимается . Тогда ошибка первого рода принимает вид:

а ошибка второго рода:

Постоянные вычислим по формулам Вальда (значение возьмем из 4 пункта 5 лабораторной работы):

Отношение правдоподобия можно вычислить следующим образом:

1. Применим построенный критерий к данной выборке.

Введем следующее обозначение:

Тогда

Приведем графическую иллюстрацию последовательного критерия (Рисунок 1).

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рисунок 1 Графическая иллюстрацию последовательного критерия

Заметим, что график не пересекает прямую , следовательно, принимается гипотеза :

1. Вычислим математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе и при альтернативе .

Найдем математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе :

где

Найдем математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе :

где

1. Перепишем критическое множество из пункта 3 в виде , отметим на графике и сравним результаты применения критериев Вальда и Неймана-Пирсона.

Запишем критическое множество в следующем виде:

Выразим :

Заметим, что .

Следовательно, при делении знак неравенства поменяется:

Следовательно, . Таким образом, получаем критическое множество:

Приведем графическую иллюстрацию последовательного критерия (Рисунке 2).

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рисунок 1 Графическую иллюстрацию последовательного критерия

При этом при :

**Выводы**

В ходе выполнения лабораторной работы были получены навыки по построению последовательного критерия Вальда для проверки простых гипотез о среднем значении нормального закона (основная гипотеза против альтернативы при известном ), а также научились применять построенный критерий к заданной выборке, вычислять математическое ожидание момента принятия решения при основной гипотезе и при альтернативе . Было установлено, что критерий Вальда и критерий Неймана-Пирсона дали одинаковый результат.

**Приложение**

В приложении представлен программный код на языке Python.

**import** numpy **as** np  
**import** matplotlib.pyplot **as** plt  
**from** scipy.stats **import** t, chi2, norm  
**from** math **import** exp, pow, log  
  
Data = [-21.057,-5.179,-8.535,-12.949,-11.247,-15.141,-10.143,-12.213,-14.597,-15.539,-6.885,-10.62,-10.116,-15.219,-13.752,-8.93,-11.356,-19.106,-11.704,-19.12,-11.453,-10.488,-10.578,-12.331,-13.153,-11.762,-12.286,-13.785,-15.089,-12.556,-10.234,-5.643,-9.221,-11.226,-8.729,-11.333,-12.566,-6.501,-15.48,-10.078,-14.814,-14.907,-9.687,-9.046,-11.871,-15.068,-9.082,-14.568,-10.336,-12.371,-3.822,-12.113,-9.962,-9.235,-11.872,-9.024,-13.539,-16.74,-11.15,-10.035,-14.874,-14.619,-12.558,-11.993,-15.996,-9.65,-13.873,-12.317,-12.061,-9.286,-7.085,-17.757,-15.144,-11.85,-9.015,-10.029,-10.429,-15.039,-11.626,-11.451]  
print(Data)  
  
a0 = -11.6  
alpha = 0.05  
sigma\_0 = 3.3  
sigma\_1 = 3  
a1 = -12.6  
n = len(Data)  
beta = 0.09068 *# из 5 лабы*C1 = -12.1517 *# из 5 лабы  
  
# №1*A = (1 - beta) / alpha  
B = beta / (1 - alpha)  
print(**f'A: {**A**}, B: {**B**}'**)  
*# №2***def** Z(j, data, a0, a1, s1):  
 res = 1  
 **for** i **in** range(j):  
 first = (a0 \* a0 - a1 \* a1) / (2 \* s1 \* s1)  
 second = (a1 - a0) \* data[i] / (s1 \* s1)  
 exp\_term = exp(first + second)  
 res \*= exp\_term  
 **return** res  
  
j\_values = range(1, len(Data) + 1)  
z\_values = [Z(j, Data, a0, a1, sigma\_1) **for** j **in** j\_values]  
  
plt.figure(figsize=(10, 6))  
plt.plot(j\_values, z\_values, label=**"Z(j)"**, color=**"blue"**)  
plt.axhline(y=A, color=**'red'**, linestyle=**'--'**, label=**f"A = {**A**}"**)  
plt.axhline(y=B, color=**'green'**, linestyle=**'--'**, label=**f"B = {**B**}"**)  
plt.xlabel(**"j"**)  
plt.ylabel(**"Z(j)"**)  
plt.legend()  
plt.grid(**True**)  
plt.show()  
  
*# №3*M0 = -1 \* (a1 - a0) \*\* 2 / (2 \* sigma\_1 \*\* 2)  
Ma0\_nu = (alpha \* log(A) + (1 - alpha) \* log(B)) / M0  
print(**f'M0: {**M0**}'**)  
print(**f'Ma0\_nu: {**Ma0\_nu**}'**)  
M1 = -M0  
Ma1\_nu = (beta \* log(B) + (1 - beta) \* log(A)) / M1  
print(**f'Ma1\_nu: {**Ma1\_nu**}'**)  
  
*# №4*k1 = (sigma\_1 \*\* 2) / (n \* (a1 - a0))  
k2 = (a1 + a0) / 2  
print(k1, k2)  
C = exp((C1 - k2) / k1)  
print(C)  
  
plt.figure(figsize=(10, 6))  
plt.plot(j\_values, z\_values, label=**"Z(j)"**, color=**"blue"**)  
plt.axhline(y=A, color=**'red'**, linestyle=**'--'**, label=**f"A = {**A**}"**)  
plt.axhline(y=B, color=**'green'**, linestyle=**'--'**, label=**f"B = {**B**}"**)  
plt.axhline(y=C, color=**'orange'**, linestyle=**'--'**, label=**f"C = {**C**}"**)  
plt.xlabel(**"j"**)  
plt.ylabel(**"Z(j)"**)  
plt.legend()  
plt.grid(**True**)  
plt.show()  
  
print(Z(n, Data, a0, a1, sigma\_1))