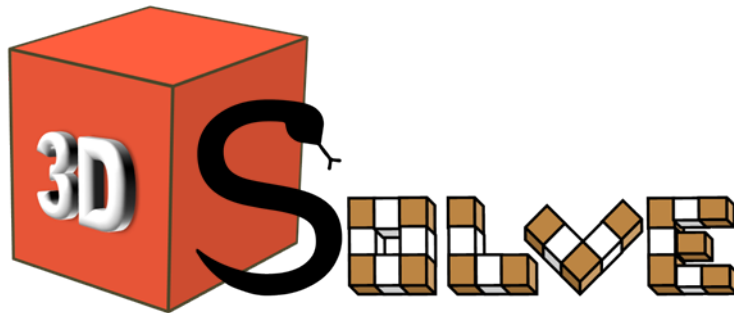


INSA - CVL

RAPPORT DE DÉVELOPPEMENT

# Projet application - 3DSolve

10 juin 2015



Auteurs : AUBRY Lisa, CHAZOT Alban, COLAS Korlan, GOURD Anthony -  
Promotion 2017  
*Tuteur : P.CLEMENTE*

## **Résumé**

Compte rendu portant sur le projet application effectué lors de la première année de formation à la Sécurité et aux Technologies de l'Informatique (STI) à l'INSA Centre Val de Loire

# Remerciements

En prélude à ce rapport nous tenions à adresser nos remerciements à M. Patrice Clemente qui a aiguillé notre démarche tout au long de ce travail. Nous avons porté un vif intérêt à ce projet, dont l'originalité et l'ambition du sujet méritent d'être saluées.

Nous exprimons également notre reconnaissance envers les équipes de développement qui ont conçu les librairies graphiques utilisées.

Une attention particulière va à l'attention des communautés d'OpenClassrooms, et de Stack Overflow. Les contributions, parfois salutaires, autour de ces larges plateformes collaboratives ont jalonné notre travail, enrichissant notre projet comme nos connaissances.

Nous remercions enfin les équipes du site web GitHub, un service d'hébergement, de collaboration et de gestion de projet que nous avons adopté d'emblée. Elles nous ont permis, de stocker, d'orchestrer et de partager intelligemment l'avancée de ce projet.

La volonté des individus et entreprises de rendre disponible leur savoir-faire librement et, dans une certaine mesure, gratuitement, mérite à nos yeux d'être vivement saluée. Leurs contributions ont facilité notre démarche tout en lui apportant une touche professionnelle que nous, étudiants, n'aurions pu envisager si elle n'avait été gracieuse et aussi facilement accessible.

# Introduction

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Conception</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>Présentation du casse-tête</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Description des objectifs</b>	<b>8</b>
2.1	Résoudre par le calcul un Snake Cube . . . . .	8
2.2	Proposer à l'utilisateur de résoudre lui-même le Snake Cube . . .	8
<b>3</b>	<b>Principe de la résolution</b>	<b>9</b>
3.1	Quelques définitions . . . . .	9
3.2	Construction d'un arbre n-aire . . . . .	10
3.3	Méthode de calcul des couples coordonnées-direction des nœuds fils . . . . .	11
3.4	Problème des nœuds initiaux . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Algorithme de résolution</b>	<b>14</b>
4.1	Structure de donnée . . . . .	14
4.2	Parcours en profondeur d'une branche . . . . .	15
4.3	Création des fils . . . . .	17
<b>II</b>	<b>Développement</b>	<b>19</b>
<b>5</b>	<b>Organisation</b>	<b>20</b>
5.1	Gestionnaire de version Git . . . . .	20
5.2	Organisation modulaire . . . . .	20
<b>6</b>	<b>Core</b>	<b>21</b>
6.1	Le format de fichier ".snake" . . . . .	21
6.2	L'utilisation des threads . . . . .	22
<b>7</b>	<b>Graphique</b>	<b>24</b>
7.1	OpenGL . . . . .	24
7.2	Données . . . . .	26
7.3	Utilisation des données . . . . .	26
<b>8</b>	<b>Interaction</b>	<b>28</b>
8.1	Contrôle . . . . .	28
8.2	Sélection . . . . .	28
8.3	Menu . . . . .	29

<b>9</b>	<b>Portabilité</b>	<b>30</b>
<b>III</b>	<b>Résultat</b>	<b>31</b>
<b>10</b>	<b>Réalisations</b>	<b>32</b>
10.1	Résolution d'un Snake Cube . . . . .	32
10.2	Interactivité avec l'utilisateur . . . . .	33
10.3	Amélioration proposée . . . . .	33
<b>11</b>	<b>Tests</b>	<b>34</b>
11.1	Test n°1 . . . . .	34
11.2	Test n°2 . . . . .	36
11.3	Limites . . . . .	38

Première partie

Conception

# Chapitre 1

## Présentation du casse-tête

Le Snake Cube (ou cube serpent en français) est un casse-tête géométrique à trois dimensions appartenant à la famille des casse-tête mécaniques. Cette famille, dont fait parti le Rubik's Cube, recouvre l'ensemble des jeux de réflexion basés sur la manipulation d'un objet tridimensionnel, afin de lui donner un agencement précis.

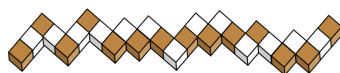


FIGURE 1.1 – Snake Cube déplié

Ce casse-tête se présente généralement comme une succession de 27 petits cubes en bois, reliés les uns aux autres par un fil élastique qui les traverse de part en part. Lorsque tous les cubes sont mis sur le même plan, la forme du puzzle s'apparente à un serpent (Figure 1.1). Pour résoudre le puzzle, il faut manier le serpent afin de le ramener à une forme entièrement cubique telle que présentée ci-dessous (Figure 1.2). Dans la suite de cette partie et pour éviter les ambiguïtés, les petits cubes qui forment le serpent seront appelés **unités** tandis que le mot cube désignera plutôt le volume final visible sur la figure 1.2.

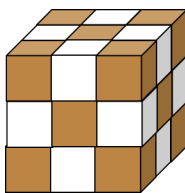


FIGURE 1.2 – Snake Cube résolu



Comme mentionné précédemment, les unités sont reliées entre elles ce qui les rend totalement indissociables. Ainsi, les manipulations pouvant être effectuées sur le puzzle sont réduites à des rotations. La Figure 1.3 illustre une manipulation réalisée sur le serpent présenté figure 1.1. De plus, on remarque que les rotations conduisant à modifier la forme de la figure s'effectuent toujours au niveau des coins du serpent. Cette particularité sera notamment exploitée lorsque l'on traitera de la résolution du casse-tête.

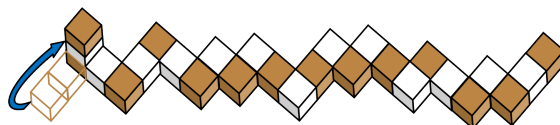


FIGURE 1.3 – Exemple de manipulation du Snake Cube

Notons également que pour une figure finale donnée (ici une cube  $3 \times 3 \times 3$ ), il existe une multitude de formes de serpents correspondantes. Les serpents les plus connus seront listés en annexe de ce document, associés à leurs spécificités (difficulté, nombre de solutions, temps de calcul correspondant). De manière moins classique, on trouve aussi dans le commerce des serpents permettant de réaliser des cubes  $4 \times 4 \times 4$ . À notre connaissance il n'existe pas de casse-tête correspondant à des Snake Cubes de tailles supérieures.

## Chapitre 2

# Description des objectifs

### 2.1 Résoudre par le calcul un Snake Cube

Dans un premier temps, notre objectif consiste en l'implémentation d'une application capable de résoudre des Snake Cubes. L'utilisateur fournit au résolveur deux paramètres essentiels : la définition d'un serpent initial ainsi qu'un volume final. Ensuite l'application automatise la tâche de recherche pour présenter à l'utilisateur la liste de solutions correspondant au problème. Les solutions devront être présentées de manières claires avec, pour chacune d'entre elles, la possibilité pour l'utilisateur de la visionner pas-à-pas ou bien encore de revenir en arrière. Une première contrainte évidente liée à cet objectif concerne le temps nécessaire au calcul. Ainsi, il va de soi que le résolveur devra à la fois s'employer à utiliser des méthodes de calcul pertinentes et être capable de ne pas rechercher des solutions redondantes. Cette redondance traduit en fait le caractère symétrique de plusieurs solutions.

### 2.2 Proposer à l'utilisateur de résoudre lui-même le Snake Cube

Dans un second temps, nous proposons à l'utilisateur un mode interactif où celui-ci pourra tenter de résoudre virtuellement le casse-tête. En termes de contraintes, ce versant de l'application nécessite très peu de calcul. Néanmoins, il exige une réflexion accrue concernant la représentation graphique. En effet, il faut ici proposer au joueur un environnement en 3 dimensions à la fois clair et maniable ainsi qu'un panel de fonctionnalités rendant l'application intuitive.

## Chapitre 3

# Principe de la résolution

Dans cette partie nous allons exposer les principes algorithmiques qui sous-tendent le fonctionnement du résolveur. Cette approche, bien que dénuée de détails techniques et autres soucis d'implémentation, proposera une réponse à nos différents objectifs tout en tenant compte de certaines des contraintes citées précédemment. Nous nous baserons ici sur la résolution d'un cube  $3 \times 3 \times 3$  à l'aide du serpent présenté précédemment, le Cubra Orange.

### 3.1 Quelques définitions

Tout d'abord, deux éléments constituent la base de l'algorithme de résolution :

- le serpent, ici le Cubra Orange, composé de 27 unités reliées entre elles
- le volume final, ici un cube  $3 \times 3 \times 3$

Le volume final est défini par ses coordonnées, fixées, dans l'espace. Le serpent est quant à lui défini par sa forme qui découle de la nature de chacune des unités qui le composent. En effet, il faut distinguer trois types d'unité du serpent (Figure 3.1) :

- les extrémités
- les unités droites
- les coins

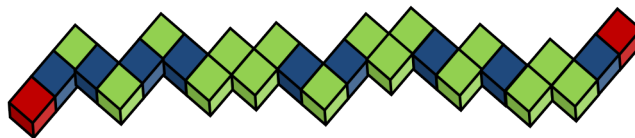


FIGURE 3.1 – Natures des unités du Cubra Orange

## 3.2 Construction d'un arbre n-aire

La résolution s'effectue de manière linéaire, en considérant tour à tour chacune des unités du serpent. Le principe est de placer temporairement l'unité considérée à l'intérieur du volume final en fonction de l'emplacement et de la nature de l'unité précédente. On construit ainsi une branche d'un arbre n-aire qui est le cœur de l'algorithme de résolution. Chaque nœud correspond à une unité associée à un couple coordonnées-direction.

Ici il est important de comprendre que ce travail s'effectue de telle sorte que chaque nouvelle unité soit nécessairement placée à l'intérieur du volume final. En tenant compte de cette contrainte et en fonction des emplacements choisis précédemment, on peut constater deux comportements pour une branche donnée.

Soit on arrive à une impasse, c'est-à-dire qu'une configuration donnée ne permet pas de placer l'unité suivante sans sortir du volume ou la placer sur une autre unité. Dans ce cas, la branche avorte, il faut alors remonter dans l'arborescence jusqu'au prochain nœud qui a donné plusieurs fils. Ce cas de figure est illustré sur les figures 3.2 et 3.3. Les flèches horizontales représentent les liens de fraternité dans l'arborescence et les flèches verticales représentent les liens de paternité. Ici on a construit six vecteurs initiaux, c'est-à-dire les couples coordonnées-direction possibles pour la première unité. Puis le premier nœud est devenu le nœud courant et a lui-même engendré des fils, en fonction des vecteurs possibles pour la deuxième unité. Et ainsi de suite jusqu'à ce que le nœud représenté en rouge devienne le nœud courant. À ce stade, on admet que ce nœud ne puisse pas engendrer de fils pour une des raisons évoquées précédemment. Cette branche va donc avorter. On va supprimer le nœud rouge et remonter jusqu'à son père (en vert). Si celui-ci a un frère, comme c'est le cas ici avec le nœud bleu, c'est ce frère qui devient le nouveau nœud courant. Il convient de supprimer également le nœud vert qui a généré le sous arbre menant à une impasse. Ensuite la résolution peut suivre son cours, et le nœud bleu générera à son tour ses fils (figure 3.3).

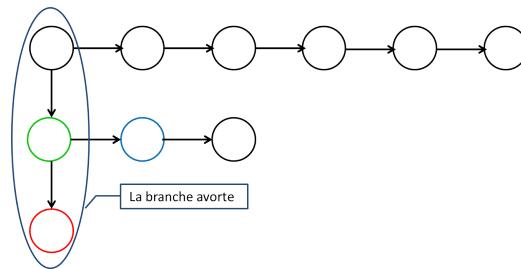


FIGURE 3.2 – Exemple d'une branche qui avorte

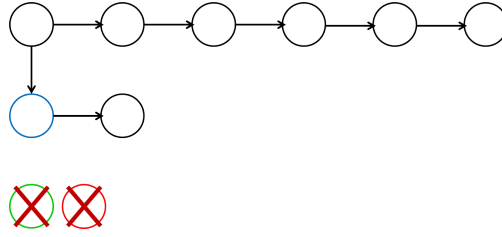


FIGURE 3.3 – Arbre après modifications

Le deuxième cas de figure est celui où l'on réussit à placer toutes les unités du serpent à l'intérieur du volume. Dans ce cas, la branche aboutit et la succession de ses nœuds depuis la racine constitue une solution au problème. Il faut alors garder cette solution en mémoire puis, comme dans le cas précédent, remonter dans l'arborescence pour chercher des solutions supplémentaires.

### 3.3 Méthode de calcul des couples coordonnées-direction des nœuds fils

Lorsqu'un nœud devient le nœud courant, il convient que ses fils soient générés dans l'arbre. Cela consiste notamment à leur attribuer un couple coordonnées-direction dans l'espace. Ce qu'il faut voir ici, c'est que le résultat de cette opération découle de la nature du nœud fils et du couple coordonnées-direction du père. Dans la suite de cette partie, on se placera dans un repère orthonormé ( $O ; x, y, z$ ). Pour calculer les coordonnées des fils d'un nœud, il suffit d'ajouter ses coordonnées avec sa direction. La figure suivante illustre ce procédé.

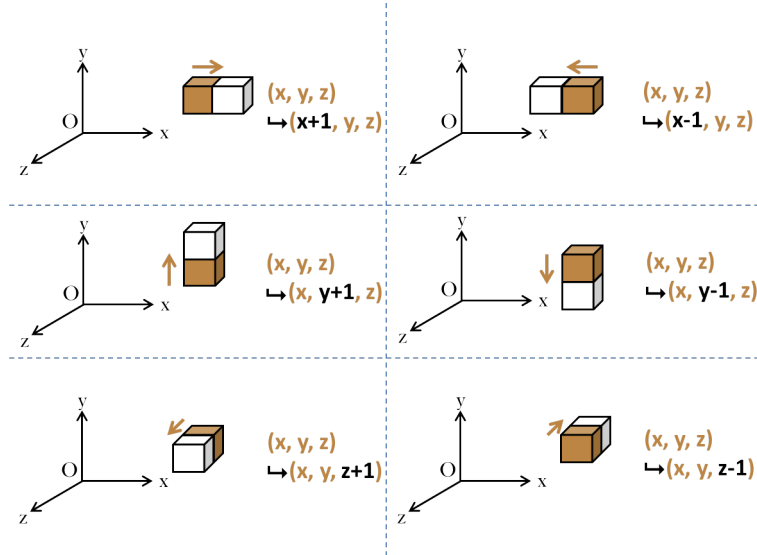


FIGURE 3.4 – Calcul des coordonnées des fils pour six pères différents

Le nœud marron est le nœud courant et le nœud blanc est son fils. Les coordonnées du fils découlent de la position du père ainsi que de sa direction, matérialisée par la flèche marron. On constate alors que, pour un nœud père donné, tous les fils qu'il va engendrer auront le même triplet de coordonnées dans l'espace.

La différence entre les fils d'un nœud intervient lors du calcul de leur direction. Deux cas de figure sont alors à envisager :

- le nœud fils correspond à une unité droite (voir figure 3.1), dans ce cas, un seul nœud fils sera créé et celui-ci héritera de la direction de son père
- le nœud fils correspond à un coin, dans ce cas, plusieurs nœuds fils seront créés avec des directions différentes de celle du père

La figure 3.5 illustre le fonctionnement de l'arbre pour placer la 3e unité du serpent à partir d'un nœud donné. Les flèches indiquent les directions associées au dernier cube placé. À la hauteur  $n$ , on a déjà positionné les deux premières unités et la 2e unité a pour direction droite. Étant donné que la 3e unité est un coin (voir figure 3.1), il convient que la direction change entre la 2e et la 3e unité. Ainsi, les directions possibles pour la 3e unité sont : bas, derrière, devant et haut, d'où les quatre nœuds représentés à la hauteur  $n+1$ .

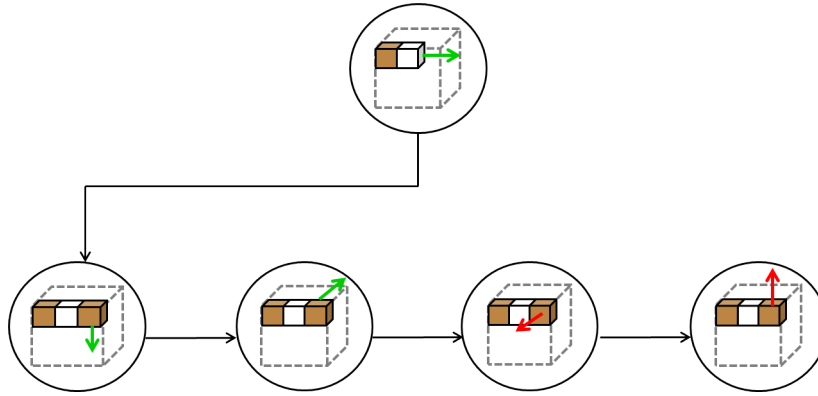


FIGURE 3.5 – Exemple de création des fils pour un coin

NB : on peut d'ores et déjà remarquer que les directions devant et haut vont déboucher sur une configuration interdite car la prochaine unité créée sortira du cube.

### 3.4 Problème des nœuds initiaux

Dans cette partie nous allons exposer la méthode employée pour placer la première unité dans le volume final. En effet, la démarche exposée jusqu'ici ne s'applique pas pour les premiers nœuds de l'arbre étant donné qu'elle dépend du nœud père. Ici l'enjeu est double puisqu'il faut également déterminer et éliminer les couples coordonnées-direction symétriques. Afin de simplifier la lecture, les couples coordonnées-direction seront appelés vecteurs dans ce qui va suivre. La figure 3.6 illustre en partie le problème des symétries sur la première face du cube. Dans cet exemple, l'unité marron amènera à la création d'un nœud et les trois autres unités devront être reconnues comme étant redondantes et sans intérêt pour le calcul des solutions.

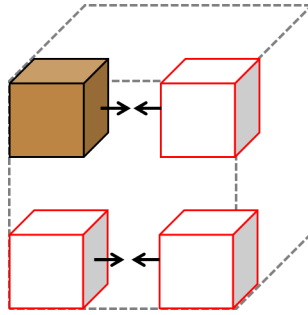


FIGURE 3.6 – Quatre vecteurs initiaux redondants

La recherche des vecteurs initiaux se déroule en plusieurs étapes et se base sur les axes de symétrie horizontale, verticale et diagonale (en slash et antislash). Il faut d'abord déterminer, parmi ces axes, ceux que l'on peut appliquer aux faces du volume final. Cette information sera fournie dans un fichier contenant les caractéristiques du volume. Une fois les axes connus, nous allons traiter des tranches de volume les unes après les autres. Par tranche on entend l'ensemble des unités appartenant au même plan parallèle à  $(O ; x, y)$ . Ensuite il convient de projeter orthogonalement le centre géométrique de la figure sur la face en cours de traitement. Une fois les coordonnées du projeté connues, on peut calculer les équations cartésiennes des axes de symétries et ainsi éliminer les vecteurs redondants. Aussi notons que les vecteurs avec une direction qui sort du volume ne seront pas retenus. En suivant ce principe, la recherche des vecteurs initiaux pour un volume cubique  $3 \times 3 \times 3$  amène à la création de six vecteurs au lieu des cent huit présents.

## Chapitre 4

# Algorithme de résolution

### 4.1 Structure de donnée

Afin de présenter certains des algorithmes que nous avons mis en place dans notre application, nous allons d’abord évoquer brièvement les structures de données utilisées par ces algorithmes.

**Dir** Type énuméré qui définit les six directions différentes dans l’espace, plus une valeur qui signale une erreur

**Unit** Type énuméré qui définit les trois natures d’unité de cube, coin, unité droite ou extrémité

**Coord** Structure contenant trois valeurs (x ; y ; z) entières pour des coordonnées dans l’espace

**Etape (Step)** Structure représentant une étape de la solution c’est-à-dire un champ coord (type Coord) et un champ dir (type Dir).

**VolumeState** Type énuméré qui permet d’indiquer dans le volume final si une position est libre, occupée ou interdite

**Volume** Type structuré qui contient un champ max (type Coord) définissant les limites du volume dans l’espace et selon les trois coordonnées, et un champ état (state) (tableau 3D de VolumeState)

**Serpent (snake)** Type structuré qui contient :

- Un entier, taille (length), indiquant le nombre d’unités du serpent
- volume, un élément de type Volume qui définit le volume final
- units, qui pointe sur les unités du serpent
- currentUnit, pointant sur l’unité en cours de traitement
- solutions, pointeur sur la liste des solutions
- symetries, tableau de quatre entiers correspondant aux différents axes de symétrie



**Nœud (TreeNode)** Structure de données représentant un nœud dans l'arbre de recherche des solutions. Un nœud représente une étape dans l'enchaînement en cour de recherche. Si cet enchaînement abouti à une solution alors le mouvement (l'étape) porté par le nœud deviendra une étape de la solution. Chaque nœud possède un pointeur vers son père, son frère et son premier fils.

## 4.2 Parcours en profondeur d'une branche

Cet algorithme permet de créer à la volée et de parcourir en profondeur une branche de l'arbre à partir d'un nœud initial correspondant au placement du premier élément du serpent. Cet algorithme fait référence au principe exposé dans la partie 3.2 (page 10).

```

1  Procédure RésoudreNoeud(racine:Noeud; s:Serpent)
2  Variable
3      |   noeud:Noeud
4      |   s:Serpent
5  Début
6      |   noeud ← racine
7      |   TantQue noeud≠racine OU racine->aJoué = 0 Faire
8          |   Si noeud->aJoué = 0 Alors
9              |   resultatConstruction ← ConstruireFils(noeud, s)
10             |   Si resultatConstruction = 1 Alors
11                 |   noeud ← noeud->enfantCourant
12             |   SinonSi resultatConstruction = 2 Alors
13                 |   sauvegardeSolution
14             |   FinSi
15         |   Sinon
16             |   serpent->volume.état[noeud->étape.coord.x]
17             |   [noeud->étape.coord.y] [noeud->étape.coord.z] ← LIBRE
18             |   Si noeud->frère≠NILL Alors
19                 |   noeud ← noeud->frère
20             |   Sinon
21                 |   noeud ← noeud->père
22                 |   remonterSerpent(s)
23             |   FinSi
24         |   FinSi
25     |   FinTantQue
26 Fin

```

**Explication** Tant que l’algorithme n’a pas exploré tous les chemins possibles découlant du nœud initial (**racine**), il fait “jouer” le nœud courant, s’il ne l’a pas déjà fait. Faire “jouer” un nœud revient à créer ses fils grâce à l’algorithme **ContruireFils**.

Si la construction réussit, cela signifie qu’au moins un fils a été créé, le premier des fils créés devient alors le nœud courant. Si la construction a réussi et qu’en plus, le dernier élément du serpent a été posé, alors le casse-tête est résolu. On enregistre donc la séquence de mouvements aboutissant à cette solution.

Si la construction échoue, cela signifie que le chemin emprunté ne peut pas aboutir à une solution et rien ne se passe. Si le nœud courant a déjà joué alors on réinitialise l’état du sous-volume qu’il occupe à Libre. Autrement dit, on enlève cet élément et le mouvement qui lui est associé de la suite de mouvements en cours de calcul. Si le nœud possède un frère, alors son frère devient le nœud courant. Sinon, c’est son père qui devient nœud courant, ce qui signifie que l’on “remonte” d’une étape dans la recherche de la solution.

Lorsque le nœud courant reprend pour valeur celle de la racine et que la racine a déjà joué, cela signifie que l’on a exploré tous les chemins possibles à partir de la racine. On termine donc l’algorithme.

### 4.3 Création des fils

```

1  Routine ConstruireFils(racine: Noeud; s: Serpent): entier
2  Variable
3  |   nCoord: Coordonnée
4  |   fils: Noeud
5  |   prochaineUnité: entier
6  |   i: entier
7  Début
8  |   nCoord ← CalculCoordonnée(noeud->étape,
noeud->étape.dir)
9  |   Si CoordonnéValide(nCoord) ET
serpent->volume.état[nCoord.x][nCoord.y][nCoord.z] = Libre
Alors
10 |   |   SerpentAjouterEtape(s, @(noeud->étape))
11 |   |   serpent->volume.état[nCoord.x][nCoord.y][nCoord.z] =
Occupé
12 |   |   noeud->aJoué = 1
13 |   |   prochaineUnité = SerpentProchaineUnité(s)
14 |   |   Si prochaineUnité = Extrémité Alors
15 |   |   |   fils ← Nouveau(Noeud)
16 |   |   |   fils->étape.dir ← noeud->étape.dir
17 |   |   |   fils->étape.coord ← nCoord
18 |   |   |   NoeudAjouterFils(noeud, fils)
19 |   |   |   Retourner 2
20 |   |   SinonSi prochaineUnité = Droit Alors
21 |   |   |   fils->étape.dir ← noeud->étape.dir
22 |   |   |   fils->étape.coord ← nCoord
23 |   |   |   NoeudAjouterFils(noeud, fils)
24 |   |   Sinon
25 |   |   |   Pour i variantDe 0 6 parPasDe 1 Faire
26 |   |   |   |   Si TableVéritéAngle[noeud->étape.dir][i] = 1 Alors
27 |   |   |   |   |   fils ← Nouveau(Noeud)
28 |   |   |   |   |   fils->étape.dir ← i
29 |   |   |   |   |   fils->étape.coord ← nCoord
30 |   |   |   |   |   NoeudAjouterFils(noeud, fils)
31 |   |   |   FinSi
32 |   |   FinPour
33 |   |   FinSi
34 |   |   Retourner 1
35 |   Sinon
36 |   |   Retourner -1
37 |   FinSi
38 Fin

```

	Haut	Bas	Gauche	Droite	Avant	Arrière
Haut	0	0	1	1	1	1
Bas	0	0	1	1	1	1
Gauche	1	1	0	0	1	1
Droite	1	1	0	0	1	1
Avant	1	1	1	1	0	0
Arrière	1	1	1	1	0	0

TABLE 4.1 – Table de vérité des angles

**Explications** La première étape dans la construction des fils d’un nœud consiste à vérifier la validité des coordonnées desdits futurs fils. Si les coordonnées sont valides, c’est-à-dire qu’elles sont comprises dans le volume final et que le sous-volume qu’elles repèrent est Libre, alors on ajoute une étape dans la séquence de résolution, on indique que ce nœud a joué et on récupère le type du prochain élément du serpent qu’il faut placer.

Si le type récupéré est “Extrémité”, cela signifie que c’est le dernier élément à placer et que le casse-tête est résolu. L’algorithme renvoie donc la valeur 2. Si le type récupéré est “Droit” alors le fils à créer est de type Droit et n’a donc qu’une seule façon d’être orienté. On crée un seul fils que l’on “accroche” au nœud étudié et on retourne 1.

Si le type du prochain élément est ”Corner“ alors il existe au maximum 4 manières de l’orienter parmi les 6 directions possibles. Les orientations possibles sont données par **TableVéritéAngle** dont la composition se trouve figure 4.1. Pour chaque direction valide, on crée un fils que l’on accroche au nœud traité et on fini en retournant la valeur 1.

Deuxième partie

Développement

## Chapitre 5

# Organisation

Ce projet d'application s'inscrivant dans un travail de groupe, nous avons, dès la conception de l'application, puis lors de son développement, attaché une grande importance à l'organisation et à la répartition des tâches.

### 5.1 Gestionnaire de version Git

D'un point de vue technique, cette préoccupation d'organisation s'est traduite par l'utilisation du gestionnaire de versions Git, non seulement afin de générer des copies de sauvegarde de notre code source, mais également pour pouvoir travailler en parallèle les uns des autres grâce au système de branches.

L'utilisation de cet outil nous a été d'une grande utilité, notamment lors de la répartition des tâches en nous permettant de gérer indépendamment les différentes parties de l'application.

### 5.2 Organisation modulaire

Toujours dans l'optique d'une répartition simple et non ambiguë du travail à accomplir, nous avons essayé de rendre le développement de l'application le plus modulaire possible. Ainsi, nous avons séparé au maximum les modules liés à la gestion du rendu 3D des modules liés au calcul des solutions.

Enfin, dans le but d'unifier notre code source, nous avons établi des conventions communes quant à la nomenclature des variables et des fonctions.

# Chapitre 6

## Core

Dans ce chapitre, nous allons aborder les aspects techniques liés au développement de notre application.

### 6.1 Le format de fichier “snake”

Les différents snakes proposés par l’application sont stockés dans des fichiers “\*.snake” dans le répertoire “Snakes”. Le listing 6.1 ci-après montre le contenu du fichier “snake.snake” soit le serpent chargé par défaut par l’application.

La section [Volume] permet de définir les caractéristiques du volume final, soit :

- sa largeur (x) ;
- sa hauteur (y) ;
- sa profondeur (z) ;
- l’état de chacun des sous-cubes le formant (x;y;z;State).

La première ligne indique les dimensions (maximales, sur les trois axes) du volume final. L’exemple présenté ici indique que le volume à remplir est contenu dans un cube de 3x3x3. Ensuite, on associe à chaque triplet de coordonnées un “état”, matérialisé par la dernière valeur entière de chaque ligne. La valeur 1 signifie que le volume final occupe l’espace à cette coordonnée. La valeur -1 indique au contraire que le volume final ne doit pas occuper cet emplacement.

La section [Snake] définit le nombre et l’enchaînement des unités formant le serpent. La valeur 0 indique que l’unité est une extrémité du serpent, la valeur 1 indique une unité de type “droite” et la valeur 2 une unité de type “angle”.

La section [Symetry] permet quant à elle de définir quels sont les axes de symétrie à prendre en compte lors de la recherche des vecteurs initiaux (cf partie 3.4). La valeur 1 représente le fait qu’un axe de symétrie est applicable aux faces du volume tandis que la valeur 0 indique qu’il ne convient pas de l’utiliser. Ces quatre entiers correspondent respectivement aux axes de symétrie vertical, horizontal, diagonal anti-slash et diagonal slash.

```

1  [Volume]
2    3;3;3
3    0;0;0;1
4    0;0;1;1
5    0;0;2;1
6    0;1;0;1
7    0;1;1;1
8    0;1;2;1
9
10 [ ... ]
11
12 2;1;1;1
13 2;1;2;1
14 2;2;0;1
15 2;2;1;1
16 2;2;2;1
17 [Snake]
18 27
19 0;1;2;2;2;1;2;2;1;2;2;1;2;1;2;2;2;1;2;1;2;1;2;1;0;
20 [Symetry]
21 1;1;1;1

```

Listing 6.1 – Contenu du fichier snake.snake

## 6.2 L'utilisation des threads

Nous avons dès le départ pris le parti d'utiliser la technique du multithreading afin de séparer l'exécution du rendu 3D et le reste de l'application. Cela permet notamment de faciliter la gestion des animations et, de manière plus générale, de limiter la dépendance du rendu 3D avec les diverses fonctions de calcul.

Plus tard dans le développement de l'application, nous avons étendu l'utilisation des threads au calcul des solutions. Cette parallélisation a permis d'améliorer le temps de calcul, en particulier pour le Snake Cube de taille 4x4x4.

Le schéma suivant (Fig.6.1) montre l'organisation des threads de notre programme. On distingue 4 types de threads :

- Le thread principal, qui a pour rôle de créer les autres thread et qui fait donc office de thread de contrôle. C'est également lui qui se charge de l'interaction homme/machine (récupération et interprétation des entrées clavier/sourie).
- Le thread graphique à qui il incombe d'actualiser l'écran de sorte à avoir dans l'idéal une fréquence de 60 images par seconde. Ce thread est démarré au lancement du programme et se termine lors de la fermeture de l'application.
- Le thread de calcul, dont le rôle est de répartir le travail de recherche des solutions aux différents threads de résolution de noeud. Ce thread permet de calculer les solutions pour un snake tout en laissant la possibilité à l'utilisateur d'interagir avec l'application (pression sur la touche "échap" notamment). Ce thread est démarré en mode détaché pour rechercher toutes les solutions lorsque l'utilisateur charge un nouveau serpent. Il peut également être lancé en mode attaché (attente de la fin de l'exécution) lorsque l'utilisateur demande une aide à la résolution. Ce dé-



marrage en mode attaché représente une contrainte que nous n'avons pas eu le temps de contourner. En effet, quand ce thread est en mode attaché, il perd sa capacité à totalement paralléliser le travail de recherche. L'utilisateur ne peut donc plus interagir avec l'application pendant le calcul, le thread principal étant bloqué par l'attente de la fin de l'exécution du thread de calcul.

- Les thread de résolution de noeud ; ces threads sont créés par le thread de calcul. Il permette d'explorer plusieurs branche de l'arbre de recherche en même temps, permettant ainsi de réduire le temps de calcul. Le nombre de point de départ (de branches) à explorer pour chaque thread de résolution de noeud est défini de la manière suivante : soit  $n$  le nombre de thread de résolution de noeud à utiliser et  $x$  le nombre de point de départ possible pour résoudre le snake. Le nombre de point départ affectés au  $n-1$  premier thread sera  $a = x / n$ . Pour le  $n^{\text{ième}}$  thread, le nombre de point de départ affectés sera  $b = n - ((n-1) * a)$ . Nous verrons dans la partie "Résultats" que cette façon de faire présente un inconvénient.

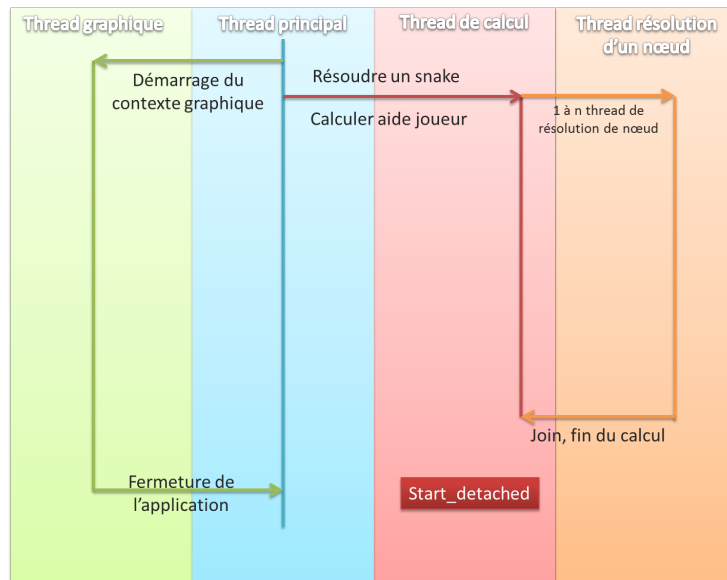


FIGURE 6.1 – Organisation des threads

# Chapitre 7

## Graphique

Il se dégage des objectifs le besoin de présenter à l'utilisateur les solutions du casse-tête et de lui permettre d'interagir intuitivement avec l'application. Afin de répondre à ce besoin, il est nécessaire d'avoir un affichage volumétrique (3d) et une interface permettant la lecture des entrées des périphériques courants (clavier, souris). Nous avons donc décidé d'utiliser OpenGL (Open Graphics Library) comme librairie graphique et GLFW (GL FrameWork) comme librairie de gestion de fenêtre et d'entrées.

Afin de permettre des calculs asynchrones à la représentation graphique du cube serpent, nous avons décidé de créer un thread dédié à cette représentation qui aurait pour but la simple lecture de données relatives au casse tête. En limitant la fréquence de rafraichissement de l'affichage à 60 images/secondes, le temps processeur est épargné de manière à favoriser les calculs relatifs à la résolution, la fluidité d'affichage est garantie, et les conflits de lecture deviennent très peu fréquents (et même imperceptibles).

### 7.1 OpenGL

OpenGL (Open Graphics Library) est un ensemble normalisé de fonctions de calcul d'images 2D ou 3D lancé par Silicon Graphics en 1992. Cette interface de programmation est disponible sur de nombreuses plateformes où elle est utilisée pour des applications qui vont du jeu vidéo jusqu'à la CAO en passant par la modélisation.

OpenGL permet à un programme de déclarer la géométrie d'objets sous forme de points, de vecteurs, de polygones, de bitmaps et de textures. OpenGL effectue ensuite des calculs de projection en vue de déterminer l'image à l'écran, en tenant compte de la distance, de l'orientation, des ombres, de la transparence et du cadrage. [source : <http://fr.wikipedia.org/wiki/OpenGL>]

Nous avons choisi de restreindre notre code à la version 2.1 d'OpenGL pour des raisons de compatibilité, celle-ci étant supportée par tous les pilotes de carte graphique récents. Cette version apporte le concept de pipeline programmable : certaines parties de la création d'image sont codées par le développeur, compilées et exécutées par le GPU. Ces programmes sont appelés shaders et permettent un contrôle accru du procédé de calcul d'image.

Les données (Vertices, UV, textures) et les shaders sont tous chargées dans

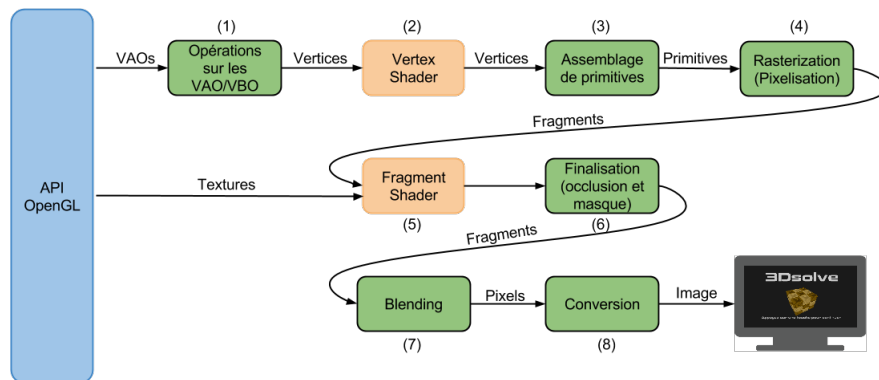


FIGURE 7.1 – Le pipeline programmable (simplifié)

la mémoire graphique au démarrage du programme, permettant ainsi de réduire grandement le flux de données sur le bus graphique. Ainsi, seuls des identifiants (entiers) sont à communiquer au GPU pour choisir sur quelles données sont exécutées les opérations. La figure 7.1 détaille les différentes étapes clés du calcul d'une image au sein de la carte graphique :

1. Dans le programme, on informe le GPU d'utiliser un VAO (Vertex Array Object), qui va contenir des informations relatives aux vertices (points dans l'espace). Dans notre cas, un VAO contient un tableau de vertices (x, y, z) et un tableau de coordonnées de texture (U, V) pour chaque vertex (ces tableaux sont appelés VBO, Vertex Buffer Object). Cet objet est traité en (1) et exécute l'instruction suivante pour chaque vertex du VAO.
2. Ces vertices sont ensuite traités par le /vertex shader/ (2) (détaillé par la suite), qui effectue des opérations de calcul vectoriel.
3. Une fois transformés, ces vertices sont assemblés en (3) pour former des primitives. Dans notre cas, une primitive est un triangle, formé par un triplet de vertices adjacents dans le premier tableau du VAO.
4. Vient ensuite l'étape de rasterization (4) : des fragments de pixels sont créés à partir des primitives. Un fragment correspond à une subdivision surfacique de primitive de la taille d'un échantillon de pixel, c'est une conversion d'une information vectorielle vers une information échantillonnée.
5. Les fragments ainsi créés sont ensuite traités par le /fragment shader/ (5) (détaillé par la suite), qui va "coller" la texture renseignée par le programme sur le fragment en fonction de sa position sur la primitive.
6. Les fragments ayant les mêmes coordonnées à l'écran sont ensuite ordonnés en fonction de la position de la primitive dont il est issu : un fragment issu d'une primitive cachée par une autre sera placé "derrière" celui issu de la primitive le cachant, quel que soit l'ordre dans lesquels ils ont été traités préalablement (6). Les primitives en arrière plan seront donc partiellement ou totalement occultées.

7. Ces fragments ordonnés sont ensuite fusionnés en pixels (7). Cette étape réalise deux opérations majoritaires : la fusion de couleur des fragments (en fonction de leur transparence) en échantillons, et le rassemblement de ces échantillons pour former un pixel. L'intérêt de posséder plusieurs échantillons est entre autres l'anti-crénelage (lissage des traits). On peut dire qu'un pixel est issu de  $n$  fragments, avec  $n = \text{nombre d'échantillons} * \text{nombre de primitives sous le pixel}$ .
8. Ces pixels sont ensuite convertis dans le format d'image spécifié par l'application, ici déterminé par le système d'exploitation, puis affichés à l'écran.

## 7.2 Données

Les données contenues dans les VAO et les textures sont issues de fichiers afin de faciliter leur création et leur modification. On peut trouver les modèles 3D dans le dossier "stc" et les textures dans le dossier "textures".

Nous avons adopté deux formats de modèles 3D différents au cours du développement, STC (format propre) et le format OBJ de WaveFront (très courant grâce à sa simplicité de codage). Le format STC décrit les données telles qu'elles seront agencées dans les VAOs tandis que le format OBJ est plus complexe, mais globalement plus pratique. Il contient une suite de vertices (préfixe "v"), de vecteurs normaux (préfixe "vn"), de coordonnées de texture (préfixe "vt") et des descripteurs de primitives (préfixe "f") associant pour chaque primitive trois triplets (vertex/normale/coordonnée de texture). Une fois décodé, ces données sont transférées dans la mémoire graphique par les VAOs.

Pour les textures, nous avons choisi d'utiliser le format PNG, pour sa compression sans perte, son canal de transparence et son format largement documenté. La bibliothèque lodePNG a été utilisée pour décoder ces textures de manière simple. Une fois décodées, elles sont transférées dans la mémoire graphique par des "texture buffers".

## 7.3 Utilisation des données

Les vertices des VAO ne contiennent que des coordonnées relatives au centre de l'objet, il est donc nécessaire de les transformer dans l'espace afin de les déplacer, de les faire tourner et de changer leur échelle. Ces opérations sont réalisées au travers de calcul matriciel à l'intérieur du /vertex shader/. En effet, les GPU sont optimisés afin de réaliser de nombreuses multiplication matricielles à la chaîne. Voici une partie du code de notre vertex shader principal :

```
gl_Position = VP * W * vec4 (vertex_position, 1.0);
```

Dans ce code on renseigne au GPU la nouvelle position de notre vertex, multiplié par deux matrices. La première, VP (View-Projection) correspond à la matrice de projection de l'espace en trois dimensions vers un espace en deux dimensions (Calculée à partir de la caméra) et la deuxième, W (World position) correspond à la position de l'objet dont est issu le vertex dans cet espace en trois dimension.

Ces matrices ne sont modifiées qu'une fois par image (alors que tous les vertices sont calculés à chaque image), il est donc judicieux de les calculer par le CPU et de les envoyer via le bus graphique. La matrice VP est calculée en fonction de la caméra, qui est modifiée par les actions de l'utilisateur. La matrice W est calculée par rapport à la position d'un cube dans notre espace en trois dimension virtuel.

Le fragment shader quant à lui permet de "coller" une partie de texture préalablement choisie sur un fragment. Cette opération est effectuée grâce aux coordonnées de texture (UV) : elles permettent de relier un vertex  $(x, y, z)$  à un point d'une texture  $(u, v)$ , ce qui permet de déformer la texture en déformant la primitive associée.

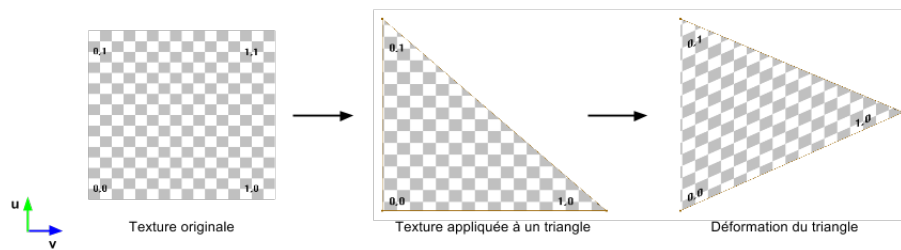


FIGURE 7.2 – Explication UV

Voici une partie du code de notre fragment shader principal :

```
gl_FragColor = vec4(texture2D( CurTex, UV ).rgb, alpha);
```

Dans ce code, on renseigne au GPU d'aller chercher une portion de texture à la coordonnée  $(u, v)$ , de lui ajouter une valeur de transparence arbitraire définie dans notre programme et de l'associer au fragment traité.

## Chapitre 8

# Interaction

### 8.1 Contrôle

Pour des raisons de simplicité, le programme est entièrement contrôlable à la souris, en interaction directe sur la représentation du cube serpent et la caméra et indirecte par les menus et les boutons suivant-précédent. La caméra est de type "vue à la troisième personne libre" : le clic droit permet de la déplacer sur une sphère centrée sur un point, le clic du milieu permet de déplacer ce point central sur le plan (xz) et la molette permet de modifier le rayon de cette sphère. On interagit avec le casse-tête grâce au clic gauche, qui permet de sélectionner/désélectionner un cube et de le faire tourner, faisant ainsi tourner le reste du serpent dans sa course. Il existe aussi quelques raccourcis clavier permettant d'avoir un contrôle plus rapide sur le programme : <entrée> permet de visualiser les liens entre cubes, "droite" et "gauche" servent de suivant-précédent et "haut" sert à remettre le casse-tête à plat. Le menu et les boutons suivant-précédent seront détaillés par la suite.

### 8.2 Sélection

Sélectionner un cube n'est pas une tâche simple du côté du code : en effet, il ne nous est pas possible avec les données dont nous disposons de savoir simplement quel cube est sous la souris au moment d'un clic. Il existe cependant quelques techniques apportant des solutions à ce problème, comme la création de "hit-boxes", la transformation inverse de caméra et le color-picking. La plus adéquate dans notre cas est la dernière, pour des raisons de précision et de simplicité.

Le color picking consiste à rendre une image ayant la même géométrie que le rendu classique, mais où chaque couleur de pixel correspond à une information : chaque cube est rendu avec une couleur permettant de l'identifier. Dans notre cas, nous avons décidé de coder l'identifiant du cube sur le canal rouge : 0 signifiant le premier cube et 255 aucun.

Les menus sont codés sur le canal vert : 0 signifiant le premier item et 255 aucun.

Les cubes apparaissent donc en nuances de vert, leur couleur étant codée de cette manière : rouge=255, vert=identifiant, bleu=0 et les menus apparaissent

en nuance de rouge, étant codés comme suit : rouge = identifiant, vert=255, bleu=0.

L'image est rendue dans une texture (et non à l'écran!), on peut alors lire le pixel que pointe la souris pour savoir quel élément de l'image l'utilisateur a sélectionné.

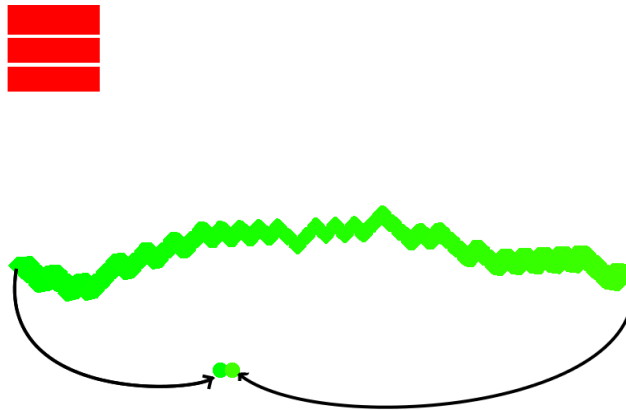


FIGURE 8.1 – Rendu du color-picking

### 8.3 Menu

## Chapitre 9

# Portabilité

Toujours dans l'objectif de fournir une application la plus simple à utiliser nous avons décidé de dédier une partie du développement au support des différentes plateformes. Bien que compliquée, notre application peut être compilée et exécutée sur les 3 principaux systèmes d'exploitation du marché à savoir :

- GNU Linux
- Microsoft Windows
- OSX Apple

Pour la compilation, diverses bibliothèques nécessitent d'être installées (voir le README fournis avec les sources). Le Makefile détecte l'OS utilisé et adapte la chaîne de compilation pour la plateforme adéquate. Nous avons également utilisé les commandes préprocesseur de détection de système d'exploitation afin d'avoir un fichier source commun aux différentes plateformes de compilation.

Par ailleurs l'application peut être lancée sur des machines n'ayant pas ces bibliothèques installées grâce à la compilation statique. Les résultats sont encourageants, sur une vingtaine de machines testées seules quelques une ont échouées au lancement du programme. L'application est donc prête à un déploiement et une distribution multi-plateforme.

La compatibilité graphique a été un vrai défi puisque nous avons travaillé avec certains types de données d'OpenGL 3 au début du projet, il s'est avéré malheureusement que certaines de nos machines nécessaires aux tests de portabilités n'acceptaient que des fonctions jusqu'à OpenGL 2.1 et certaines extensions.

Le développement et l'adaptation des techniques de rendu a donc été adapté pour répondre à ces contraintes de versions.



Troisième partie

Résultat

## Chapitre 10

# Réalisations

### 10.1 Résolution d'un Snake Cube

L'objectif visant à résoudre un Snake Cube est atteint. Notre application propose divers Snake Cube et les résout en un temps raisonnable (voir Chapitre 11). En plus de résoudre des Snake Cube classiques, c'est-à-dire dont la forme finale est un cube, notre application propose des volume finaux plus complexes. Par exemple, on y trouve un Snake dont la forme finale s'apparente à un temple maya (`snake_maya_temple.snake`).

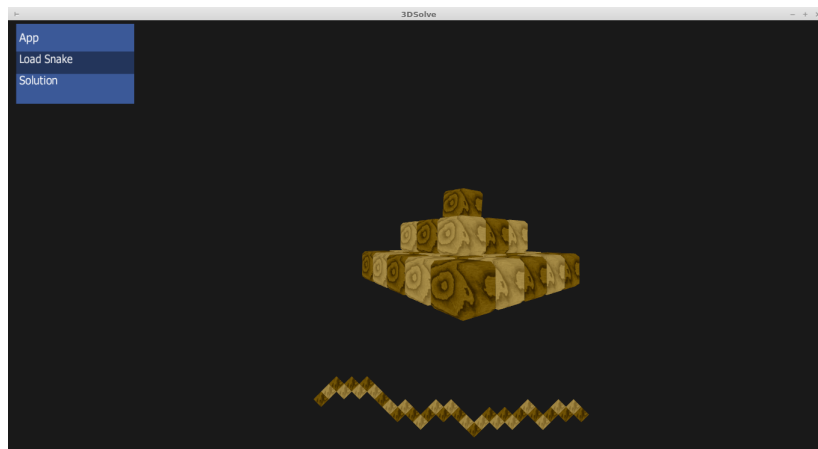


FIGURE 10.1 – “Temple maya” résolu

L'interface de rendu 3D permet à l'utilisateur de visualiser, à son rythme, diverses solutions menant à la résolution du casse-tête sélectionné.

## 10.2 Interactivité avec l'utilisateur

L'objectif d'interactivité avec l'utilisateur, autrement dit la possibilité donnée à l'utilisateur de résoudre lui-même le casse-tête, est également atteint. En effet, notre application propose une interface 3D permettant à l'utilisateur de manipuler virtuellement le casse-tête et finalement, au prix d'un effort cérébral non négligeable, de le résoudre.

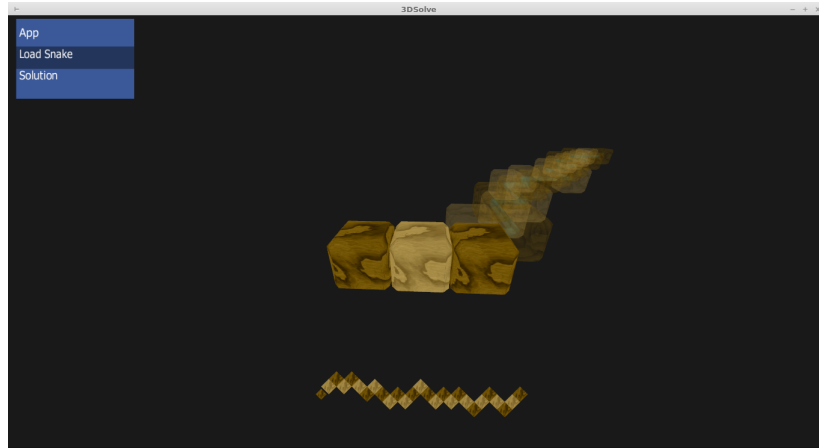


FIGURE 10.2 – Snake Cube déplié en attente de résolution

## 10.3 Amélioration proposée

Nous avons eu diverses idées que nous aurions aimé implémenter si nous avions eu plus de temps. Nous les avons regroupées ici sous une seule et même proposition d'amélioration.

L'amélioration consiste en un éditeur de Snake Cube. Cet éditeur, sous la forme d'une interface dans le contexte de rendu 3D, permettrait à l'utilisateur de créer ses propres casse-tête.

En premier lieu, l'éditeur pourrait proposer à l'utilisateur de définir un volume en 3D puis de passer ce volume à un algorithme qui effectuerait le travail inverse de l'algorithme de résolution. C'est-à-dire qu'à partir du volume qui lui est donné, il recréerait l'agencement des unités du Snake correspondant. Le snake ainsi généré pourrait ensuite être sauvegardé dans le format défini au chapitre 6 afin d'être réutilisé, comme les autres Snakes, dans la partie interactive de l'application.

Ensuite, on pourrait également imaginer que cet éditeur permette à l'utilisateur de définir non seulement un volume mais également l'enchaînement des unités du snake afin de modéliser un snake réel qui n'est pas proposé par l'application.

# Chapitre 11

## Tests

### 11.1 Test n°1

**Date** : 18/05/15

**Sur code révisé** : commit f7da39f0001d221ccd82f236781b4c97f7f9ca88

**OS** : Linux Mint 17 Cinnamon 64-bit

**Noyau Linux** : 3.31.0-24-generic

**Processeur** : Intel© Core™ i5-3230M CPU @ 2.60GHz \* 2

**Type d'algorithme** : mono-thread

**Objectif** : Prouver l'utilité de l'algorithme de réduction des points de départ.

Algorithme	Taille du cube	Temps de calcul (s)	Solutions	Chemins explorés
Actif	2x2x2	0,000429	6	38
	3x3x3	0,047914	32	91 347
	4x4x4	140,208572	11	615 765 110
Inactif	2x2x2	0,005929	144	889
	3x3x3	0,781355	576	1 922 269
	4x4x4	2985,381852	192	11 258 895 649

TABLE 11.1 – Résultats du test n°1

**Interprétation** La première interprétation que l'on peut faire de ces résultats est que, sans surprise, plus la taille du cube est grande, plus le temps de calcul est important (0,000429 secondes pour un 2x2x2 contre 140,208572 pour un 4x4x4). Ces résultats nous permettent également de prouver l'efficacité de notre algorithme de réduction des points de départ. En effet, lorsque l'algorithme est actif on constate que les temps de calcul, tout comme le nombre de chemins explorés, sont plus faibles que lorsque qu'il est inactif.

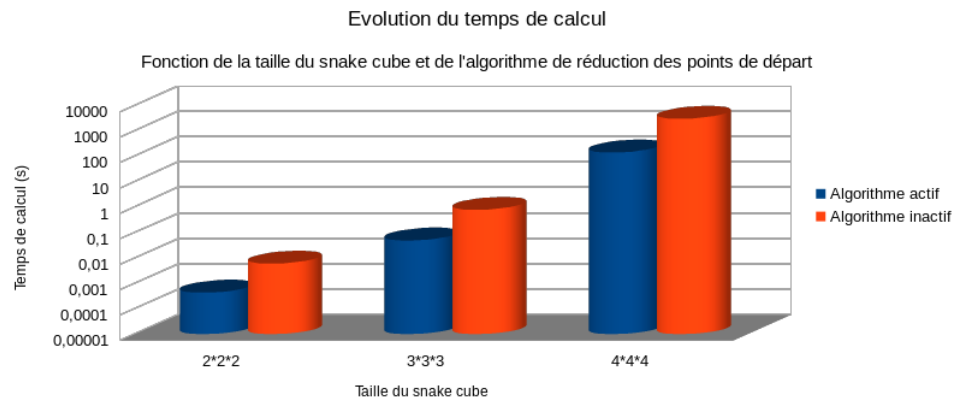


FIGURE 11.1 – Graphique test n°1

## 11.2 Test n°2

**Date** : 30/05/15

**Sur code révisé** : commit c8d1b7bdf5eb1f94255cd66aca9b0b800cba838d

**OS** : Linux Mint 17 Cinnamon 64-bit

**Noyau Linux** : 3.31.0-24-generic

**Processeur** : Intel© Core™ i5-3230M CPU @ 2.60GHz \* 2

**Type d'algorithme** : mono-thread ou multi-thread

**Objectif** : Évaluer l'efficacité de la parallélisation du calcul des solutions.

Snake 3x3x3	
Nombre de thread	Temps d'exécution (s)
1	0,002462
2	0,001642
3	0,003461
4	0,002232
5	0,002773
6	0,002652
7	0,002292
8	0,001988
9	0,002477
10	0,002387

TABLE 11.2 – Résultats du test n°2-1

Snake 4x4x4	
Nombre de thread	Temps d'exécution (s)
1	99,067031
2	67,078735
3	65,022525
4	53,198234
5	47,776286
6	71,80401
7	54,967149
8	47,836183
9	45,215047
10	45,38195

TABLE 11.3 – Résultats du test n°2-2

**Interprétation** Le temps de résolution du snake 3x3x3 étant très court, l'efficacité du calcul parallèle est difficile à percevoir. De plus, l'influence d'autres processus s'exécutant sur la même machine que l'application biaise certainement les résultats pour ce snake. Le cas du snake 4x4x4 est plus intéressant. On constate que plus on affecte de threads à la résolution du calcul, moins celui-ci prend de temps. Ceci se vérifie jusqu'au 5e thread. Ensuite, on observe un "pic" dans le temps de calcul, puis il décroît de nouveau. Selon nous, ce pic est dû à la façon dont nous avons implémenté le système de répartition des points de départ à traiter pour chaque thread. Dans ce cas précis, il y a 10 points de départ à traiter. Si l'on utilise 6 threads de calcul, le programme affecte  $(10 / 6) = 1$  point de départ pour chaque thread, excepté le dernier auquel il affecte  $(10 - 5) = 5$  threads. Finalement, avec ce système, on constate que la parallélisation du calcul n'est vraiment pas optimale, ce qui explique le "pic" dans le graphe.

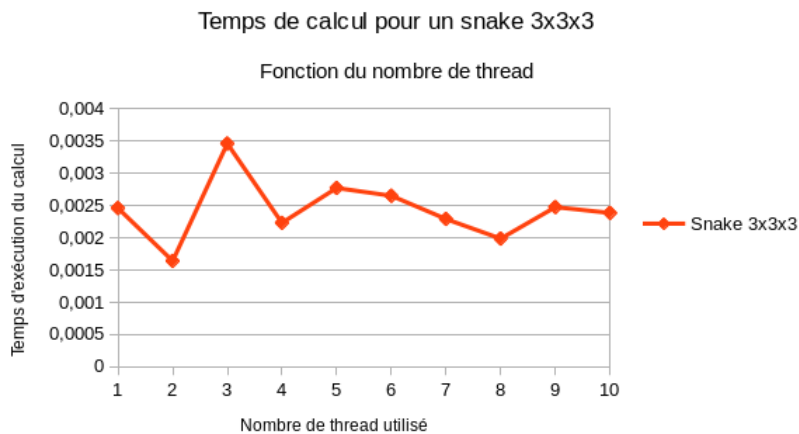


FIGURE 11.2 – Graphique test n°2-1

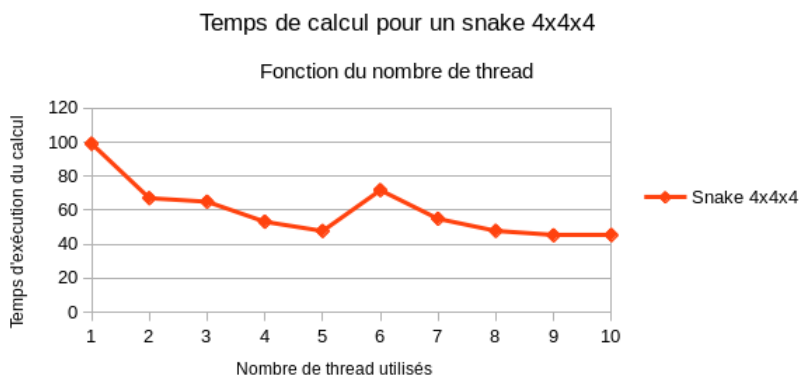


FIGURE 11.3 – Graphique test n°2-2

## 11.3 Limites

Nos tests nous ont permis de mettre en évidence la limite principale de notre application : la taille du cube à résoudre. En effet, pour un cube 4x4x4 le temps d'attente n'est déjà plus négligeable et sa résolution sollicite grandement le CPU.



# Guide d'utilisation

## Utilisation en ligne de commande

L'application propose quelques options en ligne de commande.

**—snake** [chemin] permet de charger un snake autre que celui par défaut au démarrage du programme. A noter qu'il est possible de charger d'autre snake une fois le programme démarré (voir plus loin).

**—threadNb** [nombre max de thread] permet d'indiquer le nombre maximal de thread que vous souhaitez que l'application utilise pour chercher les solutions. Par défaut le nombre de thread utilisé est égale au nombre de point de départ pour le snake sélectionné.

**—help** pour avoir l'aide.

## Menu graphique

Une fois lancée, l'application propose un menu qui vous permettra de faire les choses suivantes :

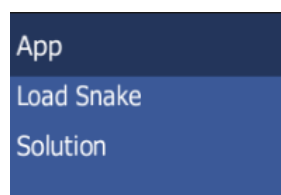


FIGURE 4 – Menu de l'application

# Table des figures

1.1	Snake Cube déplié . . . . .	6
1.2	Snake Cube résolu . . . . .	6
1.3	Exemple de manipulation du Snake Cube . . . . .	7
3.1	Natures des unités du Cubra Orange . . . . .	9
3.2	Exemple d’une branche qui avorte . . . . .	10
3.3	Arbre après modifications . . . . .	11
3.4	Calcul des coordonnées des fils pour six pères différents . . . . .	11
3.5	Exemple de création des fils pour un coin . . . . .	12
3.6	Quatre vecteurs initiaux redondants . . . . .	13
6.1	Organisation des threads . . . . .	23
7.1	Le pipeline programmable (simplifié) . . . . .	25
7.2	Explication UV . . . . .	27
8.1	Rendu du color-picking . . . . .	29
10.1	“Temple maya” résolu . . . . .	32
10.2	Snake Cube déplié en attente de résolution . . . . .	33
11.1	Graphique test n°1 . . . . .	35
11.2	Graphique test n°2-1 . . . . .	37
11.3	Graphique test n°2-2 . . . . .	37
4	Menu de l’application . . . . .	39

# Liste des tableaux

4.1	Table de vérité des angles . . . . .	18
11.1	Résultats du test n°1 . . . . .	34
11.2	Résultats du test n°2-1 . . . . .	36
11.3	Résultats du test n°2-2 . . . . .	36

# Listings

6.1	Contenu du fichier snake.snake . . . . .	22
-----	--	----