1. Convertir les nombre suivants à un format à virgule flottante. Utiliser un format binaire sur 32bit : 1 bit de signe, suivit de 8 bits d'exposant avec un excentrement de 127, suivit d'une mantisse de 23bit implicitement préfixée par "1."

   (a) 110110.011011_2

⊕ : positif

!! négatif !!

X → base 2

Y → base 2

S : 1

e : 8 excentrement 127

m : 23 implicitement préfixé par "1"

Étapes générales

1) Convertir partie entière en binaire

2) Convertir partie fractionnaire en binaire

3) Normaliser la valeur convertie

4) Déterminer S, e, m

5) Combiner S e m

110110.011011_2

1 et 2 déjà faits

3) 1.10110011011×2^5

Représentation vs valeur

16 bits Cà2

S : 0

e : 127 + 5 = 132_{10} ⇒ 128 + 4 ⇒ 1000 0100

m : 101 100 110 11 0000 0000 0000

S | e | m

0 | 1000 0100 | 1011 0011 011 0000 0000 0000

(b) -1.1111001_2

1 ✓ 2 ✓

3 $-1.\underbrace{1111001}\times 2^0$

4 $s: 1$

$e: 127 + 0 \Rightarrow 127 \Rightarrow 0111\ 1111$

$m: 1111\ 001.\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000$

1 0111 1111 1111 001 0000 0000 0000 0000

(c) $-4F7F_{16}$

① $-4F7F_{16}$

0100 1111 0111 1111

② ✓

③ 0100 1111 0111 1111 . 0

$\Rightarrow 1.00\ 1111\ 0111\ 1111 \times 2^{14}$

④ $\rightarrow S = 1$

$e = 127 + 14 \Rightarrow 141 \Rightarrow 13$

$\begin{array}{r} 141 \\ -128 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ -8 \\ \hline 5 \end{array}$

$1000\ 1101_2$

Ans = 00 1111 0111 1111 0000 00000

⑤ 1 1000 1101 00 1111 0111 1111 0000 00000

(d) 0.00000000111111_2

① ~ ② ✓

③ $0.\underbrace{0000\ 0000}\ 1\ 1111\ 11_2$

$\Rightarrow 1.\underbrace{11111} \times 2^{-9}$

④ S: 0

e: $127 - 9 \Rightarrow 118 \Rightarrow 0111\ 0110_2$

$$\begin{array}{r} 118 \\ -64 \\ \hline 54 \\ -32 \\ \hline 22 \\ -16 \\ \hline 6 \\ -4 \\ \hline 2 \end{array}$$

m: $11111\ \underbrace{00 \ldots 00}_{18\text{ bits}}$

0 0111 0110 1111 1 0000 0000 0000 0000 00

(f) $0{,}1100_2 \times 2^{-36}$

① et ② ✓

③ $\underline{0.11}00 \times 2^{-36}$

$\hookrightarrow \underline{1.1} \times 2^{-37}$

④ $s = 0$

$e = 127 - 37 \Rightarrow 90_{10}$

$m = 1\underbrace{00 \ldots 00}_{22 \text{ bits}}$

$\begin{array}{r} 90 \\ -64 \\ \hline 26 \\ -16 \\ \hline 10 \end{array}$

$\underline{0101\ 1010}_2$

0 0101 1010 1 0000 0000 0000 0000 0000 00

2. Déterminer la représentation décimale des nombres suivants encodés en format virgule flottante, tel que décrit au numéro 1.

   (a) $C2F00000_{16}$

s: 1 bit

e: 8 bits

m: 23 bits

exposant 127 8 bits

préfixée: 1,...

C 2 F 0 0 0 0 0

$\underbrace{1}_{s}\,\underbrace{100\ 0010\ 1}_{e}\,\underbrace{111\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000}_{m}$

s: 1 => négatif

e: $1^{2^{7}} + 4 + 1 = 133$

10000101

127 + 6 => 6

m: 111...0...0.

1.111000×2^{6}

1.111×2^{6} =>

1111000_2

$1 \times 2^{6} + 1 \times 2^{5} + 1 \times 2^{4} + 1 \times 2^{3}$

$-(64 + 32 + 16 + 8)$

$-(80 + 40)$ => -120_{10} => $(2^{6} + 2^{5} + 2^{4} + 2^{3})_{10}$

(b) $3C540000_{16}$

$3 \quad C \quad 5 \quad 4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0_{16}$

s

0 | 011 1100 0 | 101 0100 0000 0000 0000 0000

e

S: 0 positive

1.10101×2^{-7}

e: 0111 1000 ⇒ 64+32+16+8 = 120

$127 + x = 120$

$x = -7$

$127 + x$

$0.00000011010 1_2$

$2^{-7} \quad 2^{-10}$

$2^{-8} \quad 2^{-12}$

$(2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-10} + 2^{-12})_{10}$

3. Dans l'ordinateur Pink-Lemon-8, les nombres à virgule flottante sont stocké au format :

$$SEEMMMM_8$$

où chaque chiffre, y compris l'exposant, sont en octal. L'exposant est stocké avec un excentrement (ou excédent, ou *excess*) de 40_8. La mantisse est stockée avec un signe et une magnitude, où le signe est 0 pour les nombres positifs et 4 pour les nombres négatifs. La virgule implicite dans la mantisse est à la fin : $MMMM$ se lit comme $MMMM,0$.

Soit le nombre en virgule flottante représenté par :

$$4366621_8$$

(a) Quel nombre est-ce (en octal) ?

(b) Convertir ce nombre en décimal ?

(c) Comment change la magnitude du nombre si on change l'exposant de 36 à 37 ? Que serait cette nouvelle magnitude en décimal ?

$e = 36_8$

0 1 2 ⋮ 7

$10_8 \rightarrow 8_{10}$

4 36 6621

0 1 2 3 4 5 6 7

S: 4 négatif

e: 36_8 =>

$40_8 + x = 36_8$

4×8^1 $40 + x = 36$

$x = 36_8 - 40_8$ $x = -2_8$

$40_8 + x = 36_8$

$32_{10} + x = 30_{10}$ $x = -2$

$6621,0 \times 8^{-2}$

-66.21_8

$40_8 \Rightarrow 32_{10}$

-36_8 -30_{10}

2_8 2_{10}

e: $36_8 \Rightarrow 40_8 + x_8$

$40_8 + x_8 = 36_8$

$x_8 = 36_8 - 40_8$

$\Rightarrow -4_8$

$36_8 \quad 37_8 \; 40_8$

-2_8

$32_{10} + x_{10} = 30_{10}$

$x_{10} = 30_{10} - 32_{10}$

$x = -2_{10} \Rightarrow -2_8$

e $= 68_{10} \Rightarrow 127 + x$

$127 + x = 68$

$x = 68 - 127 \Rightarrow$

$1.mm \times 2^x$

$8^1\ 8^0\ 8^{-1}\ 8^{-2}$

b) -66.21_8

$$-(6\times 8 + 6\times 8^0 + 2\times 8^{-1} + 1\times 8^{-2})_{10}$$

$$-(48 + 6 + 0.25 + 0.015625)$$

$$-54.265625_{10}$$

c) 4 37 6621

5: 4 negatif

6621.0×8^{-1}

-662.1_8

$(6\times 8^2 + 6\times 8^1 + 2\times 8^0 + 1\times 8^{-1})$

$(384 + 48 + 2 + 0.125)_{10}$

e: $37_8 \rightarrow 40_8 + x = 37_8$

$x = -1_8$

$\frac{1}{3}{}_{\cdot 2} \Rightarrow$ _

$\frac{1}{3} \times 2 \Rightarrow \frac{2}{3}$ $\quad$ 0

$\frac{2}{3} \times 2 \Rightarrow 1 + \frac{1}{3}$ $\quad$ 1

$0.\overline{01}$

$1.\overline{01} \times 2^{-2}$

5

e: $127 - 2 = 125$ [illegible]

m $0101\ldots$

$0101\ldots$ $\quad$ $01 \approx \frac{1}{3}$

4. Soit le nombre 19557_{10}

(a) Convertir ce nombre en représentation à virgule flottante $SEE\boxed{MMMM}_{10}$ avec excentrement de 40 (et non 50), où la virgule implicite de la mantisse est au tout début (i.e. $0,MMMM$), et où le signe est 1 pour positif et 7 pour négatif.

19557_{10}

① et 0 ✓

② $19557_{10} \Rightarrow 19557,0$

0.19557×10^{5}

④ s: 1

e: $40 + 5 \Rightarrow 45$

m: 1956

⑤ 1 45 1956

(b) Quel est l'intervalle de nombre qu'on peut représenter avec ce format ?

Négatif S EE MMMM

S: 7

E: 40 + 59 ⇒ 99

M: 9999

7 99 9999

1 99 9999

S: 1

E: 99

M: 9999

$$\left[\underbrace{7\ 99\ 9999}_{\Downarrow} \ \ldots\ \underbrace{1\ 99\ 9999}\right]$$

$$-\boxed{0.9999 \times 2^{59}} \qquad 0.9999 \times 2^{59}$$

$$[-0.9999 \times 2^{59},\ 0.9999 \times 2^{59}]$$

(c) Quelle est la représentation de -19557 ?

$-19\,557_{10}$

$\Downarrow$

$7\,45\,1956$

$1\,45\,1956$

$\Downarrow$

$19\,557$

(d) Quelle est la représentation de 0.0000019557 ?

$0.0000 0 19557$

$\Downarrow$

0.19557×10^{-5}

s : 1

e : $40 + (-5) = 35$

m : 1956

1 35 1956

5. Convertir 41.65_{10} en binaire.

0.65×8

$41_{10} \Rightarrow 32 + 8 + 1$

101001_2

101001.101001_2

$0.65_{10} \times 2 = 1 + 0.3$ 1

$0.3 \times 2 = 0.6$ 0

$0.6 \times 2 = 1 + 0.2$ 1

$0.2 \times 2 = 0.4$ 0

$0.4 \times 2 = 0.8$ 0

$0.8 \times 2 = 1 + 0.6$ 1

$\cancel{0.6 \times 2}$

$41.65_{10} \Rightarrow 101001.101001_2$