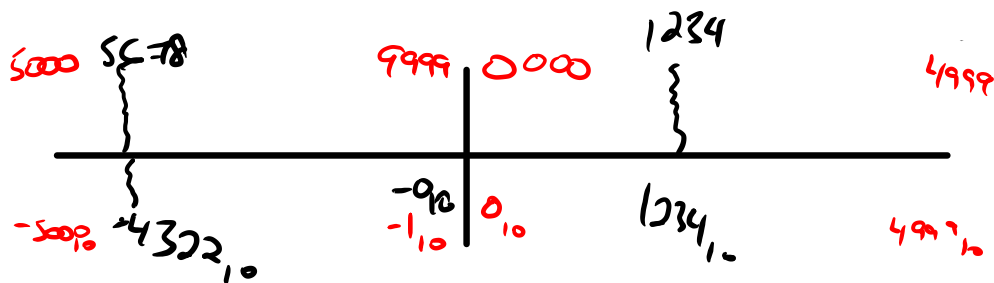


1. Quelle est la valeur représentée par les nombres 1234 et 5678 si on les interprète comme des nombre décimaux encodé en complément à 10 sur 4 chiffres.



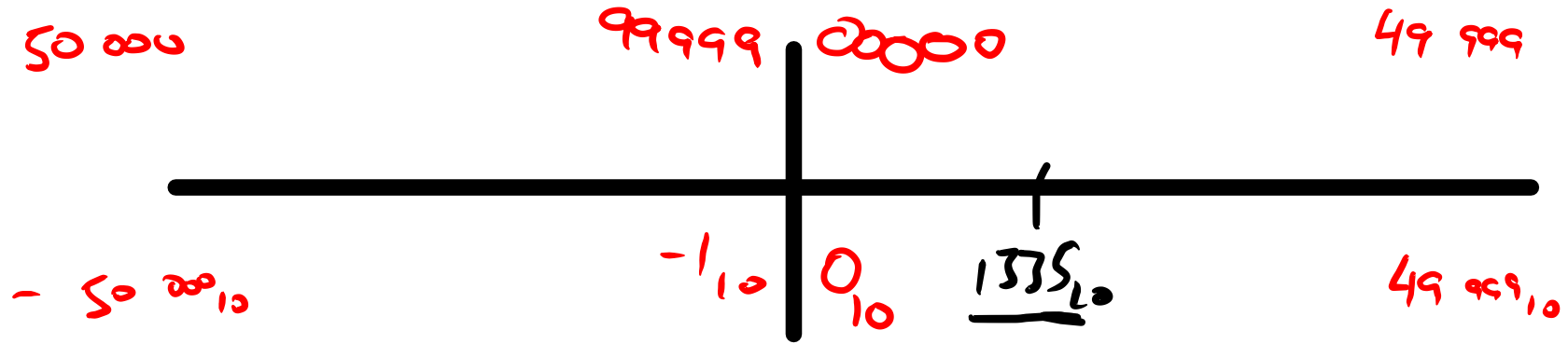
$$1234_{10} \Rightarrow 1234_{10}$$

$$5678_{10} \Rightarrow 9999 - 5678 \Rightarrow 4321 + 1 \Rightarrow \text{implique}$$

$$- 4322 \quad 10000 - 5678 \Rightarrow 4322$$

$$1234_{10} \Rightarrow 1234_{10}$$

2. Trouver la représentation 5 chiffres complément à 10 du nombre 2467_8



$$2467_8 \Rightarrow 2 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 7 \times 8^0$$

$$\Rightarrow 1335_{10}$$

$$01335 \Rightarrow 1335_{10} = 2467_8$$

3. Trouver la représentation 5 chiffres complément à 10 du nombre -12467_8

$$\begin{array}{r}
 50\,000 \qquad 94569 \quad 99999 \quad 00000 \qquad 49\,999 \\
 \hline
 -50\,000_{10} \quad -5431 \quad -1_{10} \quad 0_{10} \qquad 49\,999_{10}
 \end{array}$$

$$-12\,467_8 \Rightarrow -(1 \times 8^4 + 1\,335)$$

$$-5431_{10}$$

$$+1 + 99999 - 5431 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r}
 99999 \\
 + (-5431) \\
 \hline
 94568 \\
 + 1 \\
 \hline
 94569
 \end{array}$$

→ "int-16"

4. Trouvez la représentation 16 bits en complément à 2 du nombre décimal 2467_{10}

$$\begin{array}{r|l}
 1000\ 0000\ 0000\ 0000 & 1111\ 1111\ 1111\ 1111 \\
 -32768_{10} & -1_{10} \\
 -1000\ 0000\ 0000\ 0000_2 & -1_2\ 0_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \\
 0111\ 1111\ 1111\ 1111 \\
 0_{10}\ 2467_{10} \\
 0_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 32767_{10} \\
 1111\ 1111\ 1111\ 1111_2
 \end{array}$$

$$2467_{10} \Rightarrow 100\ 110\ 1000\ 11_2 \Rightarrow 2467_{10} \Rightarrow \boxed{0000\ 1001\ 1010\ 0011}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 1 & 8 & 2 & 4 & 9 & 19 & 38 & 77 & 154 & 308 & 616 & 1237 & 2467 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 2467_{10}$$

5. Trouvez la représentation 16 bits en complément à 2 du nombre décimal -2467_{10}

$$\begin{array}{r|l}
 1000\ 0000\ 0000\ 0000 & 1111\ 1111\ 1111\ 1111 \\
 \hline
 -32768_{10} & -1_{10} \\
 -1000\ 0000\ 0000\ 0000_2 & -1_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 0000\ 0000\ 0000\ 0000 & 0111\ 1111\ 1111\ 1111 \\
 \hline
 32767_{10} & \dots\dots\dots_2
 \end{array}$$

$$-2467_{10} \Rightarrow$$

$$-100\ 110\ 1000_{10}$$

$$\begin{array}{r}
 0000\ 1001\ 0100\ 0101 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1111\ 0110\ 0101\ 1100 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1111\ 0110\ 0101\ 1101 \\
 \hline
 \Rightarrow -2467_{10}
 \end{array}$$

6. De cette représentation, en déduire la représentation de -2467 en hexadécimal,
en complément à 16 sur 6 chiffres

$$-2467_{10} \Rightarrow 1111 \ 0110 \ 0101 \ 1101_{16}$$

$$FF \ F \ 6 \ 5 \ D$$

$$-2467 \Rightarrow -1001 \ 1010 \ 0011_2$$

$$-9 \ A \ 3_{16}$$

FFFFF

9A3

FFFF65C

1

FFFF65D

7. Combien de bits un nombre octal à six chiffres représente-t-il ?
 a. Quel est le plus grand nombre octal positif qui peut être stocké dans une telle représentation ?
 b. À quel correspond ce nombre en décimal ?
 c. Et le plus grand entier négatif ?

7 #####
 ↑↑↑↑↑↑

FA_{16} 33_8
 $1111\ 1010_2$ $011\ 011_2$

$3 \times 6 \Rightarrow 18\ bits$

a) #####
 777 777 \Rightarrow Non signé

777 777 \hookrightarrow

377 777 \rightarrow Signé

40000_8 7777 0
 -40000_8 -1 7777
 777 777

Base 8	Base 10
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
10	8

0 777 777
 08 777 777

b) 777 777 $\Rightarrow 7(8^5 + 8^4 + 8^3 + 8^2 + 8^1 + 8^0) \Rightarrow 262\ 143_{10}$
 377 777 $\Rightarrow 3 \times 8^5 + 7(8^4 + 8^3 + 8^2 + 8^1 + 8^0) \Rightarrow 131\ 071_{10}$

$-43\ 22_{10} \rightarrow$
 9999
 -4322
 $\hline 5677$
 $+1$
 $\hline 5678$

$-2_{10} \Rightarrow$
 9999
 -2
 $\hline 9997$

c) $-1_8 \Rightarrow 777777$
 $\rightarrow -1_{10}$

$-40000_8 \Rightarrow 40000$
 $\hookrightarrow -4 \times 8^5 \Rightarrow -131\ 072$

8. Convertir le nombre décimal -19575 à une représentation 15bit en complément à 2. Que se passe-t-il lors de cette conversion ? Après la conversion, quelle valeur (en décimal et en binaire) l'ordinateur pense-t-il avoir ?



$$\begin{array}{r}
 -19575_{10} \Rightarrow -10011000111011_2 \\
 \phantom{-19575_{10} \Rightarrow} 011001110001000 \\
 \phantom{-19575_{10} \Rightarrow} + \\
 \hline
 011001110001001
 \end{array}$$

An arrow points from the result of the addition to the next step.

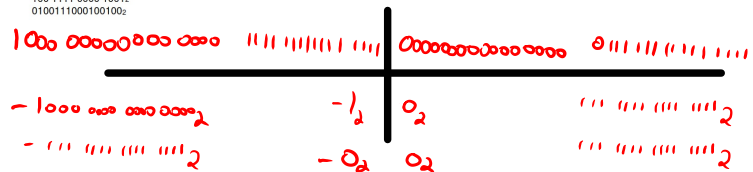
① overflow

$$② \quad 2^0 + 2^3 + 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{12} + 2^{13} \Rightarrow 13192_{10}$$

$$11001110001001_2 \Rightarrow 13192_{10} \neq -19575_{10}$$

9. Quelle est la représentation 16bit en complément à 1 et en complément à 2 des nombres binaires suivants :

10000₂
100 1111 0000 1001₂
0100111000100100₂



Cà2

-10000

-1

0

10000

Cà1

-1111 1111 1111 1111

-0

0

1111 1111 1111 1111

10000₂ ⇒

Cà1: 0...0 10000
16bits

Cà2: 0...0 10000
16bits

100 1111 0000 1001₂ ⇒ Cà1: 0160 1111 0000 1001, Cà2 0160 1111 0000 1001

0100 1110 0010 0100₂ ⇒ Cà1: 0100 1110 0010 0100 Cà2 idem

-1101₂ ⇒ Cà1

0000 0000 0000 1101
1111 1111 1111 0010 Cà1

Cà2
1111 1111 1111 0011

0000 0000 0000 1100
+1

1101

10. Additionner les nombres binaires suivants (12bit complément à 2), puis convertir à décimal pour vérifier le résultat :

11001101101 + 111010111011
101011001100 + 111111111100

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 1 & 1 & & 1 & 1 & & 1 & 1 & & 1 & 1 \\
 & & 0 & (10 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 + & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 \hline
 \neq & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

Pas d'overflow

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 \begin{array}{ccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 + & 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array}
 &
 \begin{array}{ccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 + & 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array}
 &
 \begin{array}{ccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 + & 1 & 1 & 0 & 0
 \end{array}
 \end{array}
 \\
 \hline
 \neq & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

Pas d'overflow

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 + & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 \neq & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array}
 \end{array}$$

Overflow

-32768 + 1

-32767

11. Le POP-9 de DEC stockait ses nombres entiers en utilisant une représentation octale de 8 chiffres. Les nombres négatifs utilisaient une représentation en complément à 8.

- Combien de bits un nombre octal à six chiffres représente-t-il? Montrez que le complément à 8 en octal est exactement équivalent au complément à 2 en binaire.
- Quel est le plus grand nombre octal positif qui peut être stocké dans une telle représentation?
- À quoi correspond ce nombre en décimal?
- Et le plus grand entier négatif? Donner la réponse en hexadécimal et décimal.

4 00 00 777 777 000 000 377 777

-4 000 000 -18 08 377 777

444 # 448

a) 6x3 = 18 bits (447)

10...0 18 bits 0...0 18 bits

4 00 000 3 77 777

100 000 000 000 000 000

01 11 11 11 11 11

b) 3777777

c) 131 071₁₀

d) -400 000₈

0100 000 000 000 000 000

Base 16 -20 000₁₆

Base 10 -2x16⁴ -131 071₁₀