

# Elektronikpraktikum

## Versuch 4: Passive Netzwerke

Verfasser: Michael Kopp (Physik BSc), Paul Menczel (Physik BSc)  
Assistent: Steffen Steinert

16. November 2010

### 1 Aufgabenstellung

In diesem Praktikum untersuchen wir das Übertragungsverhalten eines Koaxialkabels nach Standard RG-58. Des weiteren setzen wir uns mit der Notwendigkeit der Leistungsanpassung von Kabelanschlüssen an (Mess-)Geräten in der Hochfrequenztechnik auseinander.

Im Besonderen untersuchen wir dazu, mit was für einem Widerstand wir ein Koaxialkabel anpassen können, wie stark die Dämpfung im Kabel ist und wie diese von der Frequenz abhängt. Weiter beschäftigen wir uns mit der Dispersion – also dass sich Signale verschiedener Frequenzen verschieden schnell im Kabel ausbreiten – und allgemein der Ausbreitungsgeschwindigkeit im Kabel und betrachten die Auswirkungen der Dispersion auf ein Rechteckimpuls. Von diesem bestimmen wir auch experimentell die Fourierkomponenten. Schließlich untersuchen wir noch die Impulsausbreitung – insbesondere Signalreflektionen an den Kabelenden – in verschiedenen angepassten und nicht angepassten Kabeln.

### 2 Schriftliche Aufgaben

Wir betrachten einen realen (ohmschen) Stromkreis mit realer Quelle und Verbraucher („Last“). Eine reale Quelle ist eine einfache Spannungsquelle mit  $U_0$ , die einen Innenwiderstand  $R_i$  hat. Der Verbraucher ist einfach ein Widerstand  $R_L$ .

Es gilt nun im Stromkreis nach den Ohm'schen Gesetzen

$$U_i = R_i I, \quad U_L = R_L I \quad \text{und} \quad I = \frac{U_0}{R_i + R_L}.$$

Dies kann man nach  $U_L$  umformen und erhält mit  $P_L = U_L I$

$$P_L = \frac{U_0^2 R_L}{(R_i + R_L)^2}.$$

Man sieht hier, dass das Maximum der abgegebenen Leistung bei  $R_i = 0$  liegt. Dies ist anschaulich klar, weil dann keine Leistung am Innenwiderstand nicht nutzbar verbraucht wird.

Für ein gegebenes  $R_i$  erhält man andererseits durch Ableitung nach  $R_L$ , dass das Maximum der abgegebenen Leistung für  $R_L = R_i$  erreicht wird, man spricht von Anpassung.

### 3 Grundlagen

#### 3.1 Kabel

Ein Koaxialkabel besteht aus einem äußeren und einem inneren Leiter die gegeneinander isoliert sind. Die beiden isolierten Leiter bilden damit gegeneinander einen Kondensator. Da die Leiter

stets einen Widerstand mit sich bringen, hat auch unser Kabel einen. Gleichzeitig bilden auch langgestreckte Drähte Spulen – schließlich bildet sich um den Leiter ein B-Feld – und schließlich ist die Isolierung zwischen den Leitern nicht perfekt, sodass der Isolator nur einen endlichen Widerstandswert bekommt.

Für ein differenziell kleines Leiterstück der Länge  $dx$  kann man aus diesen Eigenschaften das Ersatzschaubild 1(a) erstellen. Der Widerstand dieses Teils ist  $R'dx$  wobei  $R'$  den Widerstand pro Länge Kabel angibt.

Setzt man nun mehrere dieser Kabelstücke zum Gesamtkabel zusammen, so muss man dabei beachten, wie man die Einzelwiderstände (-spulen, -kapazitäten) zum Gesamtwiderstand (-spule, -kapazität) addiert. Da hier Widerstände und Spulen in Reihe geschaltet werden kann man diese einfach addieren ( $R_1 + R_2 = R_g$ ), gleiches gilt bei den parallel geschalteten Kondensatoren. Bei den parallel geschalteten Widerständen dagegen gilt bei der Addition  $1/R_1 + 1/R_2 = 1/R_g$ , weswegen man hier statt der Widerstände  $R$  den Leitwert  $G = 1/R$  verwendet.

Mit diesen Regeln gilt nun also jeweils

$$\xi_{\text{Kabel}} = \sum_{\text{Kabelstücke}} \xi' dx \rightarrow \int_{\text{Kabellänge}} \xi' dx \quad \text{mit } \xi \in \{R, L, C, G\}.$$

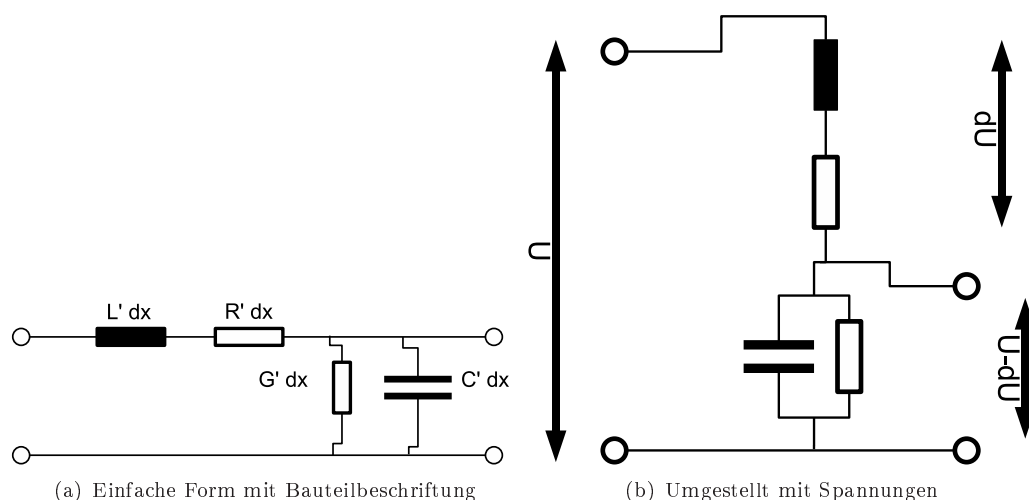


Abbildung 1: Ersatzschaubild des Koaxialkabels

### 3.2 Frequenzabhängigkeit

Aus dem letzten Praktikum wissen wir bereits, dass der in 1(a) skizzierte Aufbau eine *Tiefpasse*eigenschaft aufweisen wird. Dies werden wir später untersuchen.

### 3.3 Wellen im Kabel

Wir wollen Schaltung 1(a) im „Einsatz“ betrachten. Betrachte dazu Abb. 1(b). Hier sieht man, wie von der angelegten Spannung  $U$  ein Teil an Spule und Widerstand abfällt und somit für die weitere Schaltung „verloren“ ist. Die Spannung verliert also an

$$dU = -dRI - dL \dot{I}. \quad (1)$$

Für die Ströme gilt dagegen, dass Strom „verloren“ geht, der zwischen den beiden Kontakten rechts unten fließt. Da sowohl am Kondensator als auch am Widerstand die Spannung  $U - dU$

anliegt, sollte der Strom insgesamt um

$$dI = -dG(U - dU) - dC \frac{d}{dt}(U - dU) \quad (2)$$

abnehmen.

In diesen beiden Gleichungen ersetzt man nun  $d\xi \mapsto \xi' dx$  für  $\xi \in \{R, L, C, G\}$ . Hier lässt man die Produkte zweier Differenziale (bspw.  $dU dx$ ) weg und teilt durch die Eins-Form  $dx$ . Man erhält so eine Wellengleichung für das Kabel:

$$\frac{dU}{dx} = -R' I - L' \frac{dI}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{dI}{dx} = -G' U - C' \frac{dU}{dt}. \quad (4)$$

Um diese Gleichungen nun zu lösen<sup>1</sup>, vernachlässigt man  $R'$  und  $G'$  – geht also von einem perfekten Leiter und einem perfekten Isolator aus – und erhält die Lösung

$$U = U_0 \exp(j\omega t - jkx) \quad \text{und} \quad I = I_0 \exp(j\omega t - jkx) \quad (5)$$

mit der Dispersionsrelation

$$k = L' \omega \frac{I_0}{U_0} \quad \text{und} \quad k = C' \omega \frac{U_0}{I_0} \Rightarrow k^2 = L' C' \omega^2. \quad (6)$$

Je nach Anfangsbedingung hat man damit eine rechtslaufende ( $k > 0$ ) und/oder<sup>2</sup> eine linkslaufende ( $k < 0$ ) Welle mit Phasengeschwindigkeit

$$c = |\omega/k| = 1/\sqrt{L'C'} \quad (7)$$

Mit (6) definiert man den *Wellenwiderstand* im Kabel zu<sup>3</sup>

$$Z := \frac{U_0}{I_0} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}. \quad (8)$$

### 3.4 Reflexion und Anpassung

Wie wir oben gesehen haben können im Kabel Wellen in zwei Richtungen propagieren. Trifft eine Welle auf ein Leitungsende, so wird sie dort teilweise reflektiert – es sei denn, der Widerstand am Kabelende „verbraucht“ die gesamte Energie der Welle. Der nicht-„verbrauchte“ Teil wird dann reflektiert. Man definiert den *Reflexionsfaktor*

$$p := \frac{U_{\text{reflektiert}}}{U_{\text{einlaufend}}} \quad \text{mit } p \in [0, 1]. \quad (9)$$

Am Leitungsende misst man die Spannung als Kombination der Spannungen der einlaufenden und der reflektierten Welle:

$$U_{\text{Ende}} = U_{\text{reflektiert}} + U_{\text{einlaufend}} = U_{\text{einlaufend}}(1 + p) \quad (10)$$

<sup>1</sup>Man kann die Gleichungen zur *Telegraphengleichung*

$$\partial_x^2 U = R' G' U + (R' C'' + L' G') \partial_t U + L' C' \partial_t^2 U$$

umschreiben. Diese zu lösen ist aber eher unschön und wird dem Leser hier zur Übung überlassen. . . . Die Lösungen der Telegraphengleichung unterscheiden sich nicht sonderlich von unseren Lösungen, abgesehen davon, dass die Amplitude exponentiell abfällt. Dies ist die Dämpfung im Kabel, welche wir in Kap 4.2 bestimmen werden.

<sup>2</sup>Weil nur  $k^2$  durch Materialkonstanten festgelegt ist gibt es zwei Mögliche Lösungen für die Gl.  $k^2 = L' C' \omega^2$ :  $k = \pm \sqrt{L' C'} \omega$ .

<sup>3</sup>Mit der Lösung der Telegraphengleichung kommt man auf den Term  $Z = \sqrt{(R' + j\omega L')/(G' + j\omega C')}$ .

Es kann hier also im Extremfall ( $p = 1$  entspricht vollständiger Reflektion) die doppelte Spannung gemessen werden, wie die Welle eigentlich mit sich bringt. Diese Erkenntnis wird insbesondere in Kap. 4.3 und Kap. 4.4 noch wichtig sein.

Wir betrachten nun eine Welle auf einem Leiter mit Wellenwiderstand  $Z$ , die an einem Lastwiderstand  $R_L$  teilweise reflektiert wird. Die Leistung  $P = UI$  am Lastwiderstand muss erhalten bleiben:

$$P_e - P_r = P_L \quad (11)$$

wobei  $P_r$  hier negativ gezählt wird, weil  $P_e$  und  $P_L$  in die selbe Richtung „fließen“, aber  $P_r$  entgegengesetzt. Für die Leistungen setzen wir nun  $P = UI = U^2/R$  ein. Mit der Definition (9) sowie (10) ist

$$P_e = \frac{U_e^2}{Z}, \quad U_r = \frac{U_e^2 p^2}{Z} \quad \text{und} \quad P_L = \frac{(1+p)^2 U_e^2}{R_L},$$

was man dann in (11) einsetzen kann und hier aus

$$\frac{1-p^2}{Z} = \frac{(1+p)^2}{R_L} \Leftrightarrow \frac{1-p}{1+p} = \frac{Z}{R_L}$$

für den Reflexionsfaktor die Identität

$$p = \frac{R_L - Z}{R_L + Z} \quad (12)$$

herleiten kann. Sie bildet die Grundlage zum *Abgleichen* von Anschlüssen. Man sieht, dass die Reflexionen erst dann verschwinden, wenn die Wellenwiderstände auf beiden Seiten des Anschlusses gleich sind.

Ein Industriestandard dazu besagt, dass Kabel einen Wellenwiderstand von  $50\Omega$  haben müssen. Um also die korrekte Spannung an diesem Widerstand zu messen muss  $p = 0$  sein (vgl. Gl. (10)) und damit  $R_L = Z$ . Ein Oszilloskop hat bspw. einen Eingangswiderstand von  $\sim 1M\Omega$ , was beim Anschließen eines normalen Kabels zu  $p \sim 0.9999$  führt – man misst also die *doppelte* Spannung.

Wir verwenden ein Kabel vom Typ RG-58, welches sich an diesen  $50\Omega$ -Standard hält. Es hat einen Durchschnitt von  $0.64cm^2$ , eine Kapazität von  $C' = 100pF/m$  und Frequenzabhängige Dämpfung und maximale Leistung: bei 10MHz  $4.6dB/100m$  bei max 550W, bei 100MHz  $16.3dB/100m$  bei max 250W und bei 1GHz  $180dB/100m$  bei max. 60W.

## 4 Versuche und Auswertung

Weil wir viele kleine Versuche gemacht haben, haben wir auch entsprechend jeden Kleinversuch einzeln ausgewertet und diskutiert.

### 4.1 Abschlusswiderstand bestimmen

Wir schließe den Frequenzgenerator direkt an das Oszilloskop an. Am Frequenzgenerator stellen wir  $V_G^{rms} = 3.00V$  ein und lesen am Oszilloskop  $V_O^{rms} = 6.13V$  ab.

Das Oszilloskop misst hier falsch, weil es einen Wellenwiderstand von  $R_O = 1M\Omega$  am Eingang hat. Dieser Widerstand ist sehr hoch und damit verhält sich der Eingang hier fast wie ein offenes (freies) Kabelende – dieses hätte theoretisch  $R = \infty\Omega$ .

Wie wir in 3.4 gesehen haben (dort wurde eine Beispielsrechnung für genau diesen Fall durchgeführt) messen wir beim nicht angepassten Oszilloskop die  $1+p \approx 1.9999 \approx 2$ -fache Spannung.

Nach dieser Theorie hätten wir  $V_O^{rms} = 2V_G^{rms} = 6.00V$  zu erwarten – und davon weicht unsere Messung ja lediglich um 2.1% ab. Dieser kleine Fehler könnte dadurch verursacht worden sein, dass das Kabel keine exakten  $50\Omega$  Wellenwiderstand hat. Von Fehlern des Oszilloskops sehen wir hier einmal ab, der Signalgenerator könnte dagegen auch noch einen kleinen Fehler beigetragen haben.

Um den Abschlusswiderstand  $R_A$  anzupassen, setzen wir ihn am CH1 des Oszilloskops über ein BNC-T-Stück an das einlaufende Signal an und verstellen ihn so weit, bis das Oszilloskop  $V_{Osz}^{rms} = 3.00V$  anzeigt. Wir messen mit dem Ohm-Meter  $R_A = 48.5\Omega$ .

Theoretisch hätten wir erwartet, dass wir zusammen mit dem Widerstand von  $R_O = 1M\Omega$  des Oszilloskops und dem Abschlusswiderstand auf die  $50\Omega$  kommen müssen, die das Kabel hat. Theoretisch sollte also

$$50\Omega = \frac{1}{\frac{1}{R_O} + \frac{1}{R_A}} \Rightarrow R_A = \frac{1}{\frac{1}{50\Omega} - \frac{1}{1000000\Omega}} = 50.00(25)\Omega. \quad (13)$$

Die Werte stimmen bis auf  $\Delta R_A / \bar{R}_A = 3.05\%$  überein. Eine Fehlerquelle ist hier sicherlich das Hand-Ohm-Meter, mit dem wir  $R_A$  gemessen haben. Außerdem ist der Widerstand des Kabels nur im Idealfall  $50\Omega$  – dieser Wert kann bei uns leicht abweichen.

Für die folgenden Versuche stellen wir den Abschluss auf  $R_A = 49.2\Omega$  ein – wir wollten ihn auf  $50\Omega$  einstellen, der Drehknopf des Widerstands war aber zu ungenau, um die  $50\Omega$  exakter zu erreichen.

## 4.2 Dämpfung und Dispersion

Im zweiten Teil des Versuchs wird untersucht, wie sehr ein Spannungssignal abgeschwächt wird, wenn es durch ein langes Kabel geleitet wird. Dazu bleibt das Koaxialkabel von dem Signalgenerator über das BNC-T-Stück mit dem Oszilloskop verbunden, das andere Ende des T-Stücks wird über ein  $10m$  langes Koaxialkabel mit Channel 2 verbunden. Hier wird mit einem weiteren BNC-T-Stück außerdem wieder der Abschlusswiderstand von  $50\Omega$  angeschlossen. Dann kann die Abschwächung des Signals und die Laufzeitdifferenz der Signale einfach am Oszilloskop abgelesen werden.

Weil die Schaltung einen Tiefpasscharakter besitzt, ist zu erwarten, dass die Dämpfung für kleinere Frequenzen geringer ist als für hohe Frequenzen. Da das RG-58 Kabel Frequenzen bis  $1GHz$  gut leitet, kann man sogar davon ausgehen, dass wir uns in dem hier gemessenen Frequenzbereich noch im linearen Teil des Bode-Diagramms befinden.

In dem Diagramm 2 haben wir unsere Messwerte aufgetragen, wobei wir die Dämpfung nach der Formel

$$a = 20 \cdot \log_{10} \frac{U^{CH1}}{U^{CH2}} \quad (14)$$

berechnet haben. Die von uns gemessene Dämpfung war die Dämpfung pro  $10m$  Kabel, in dem Diagramm ist die Dämpfung pro  $100m$  Kabel<sup>4</sup> eingetragen.

Tatsächlich sind die gemessenen Werte relativ linear, wir konnten gut eine Ausgleichsgerade anpassen. Es gibt zwar gewisse Abweichungen, die Messungenauigkeit war aber auch recht groß: Die Anzeige am Oszilloskop hat teils um einige  $10^{-2}V$  geschwankt. Die Messung hätte vielleicht genauer gelingen können, wenn wir pk-pk-Werte verwendet hätten, anstatt uns auf die automatische Mittelung des Oszilloskops zu verlassen.

Laut der im Theorieteil hergeleiteten Gleichung (7), die allerdings die Widerstände  $R$  und  $G$  vernachlässigt, würde man eigentlich erwarten, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Spannungswelle aufgrund von linearer Dispersion nicht von der Frequenz abhängig ist. Im Diagramm 3 haben wir allerdings die Phasengeschwindigkeit<sup>5</sup> gegen die Frequenz aufgetragen und man sieht deutlich, dass die Geschwindigkeit nicht konstant ist.

Die Messwerte sehen auch hier so aus, als könnte man sie mit einer Ausgleichsgerade verbinden, allerdings haben wir hier keine Theoriekurve aufgrund derer dies zu rechtfertigen wäre. Außerdem befinden wir uns hier schon in einem Bereich von  $v \approx \frac{2}{3}c_0$ , die Messwerte können also nicht mehr viel länger linear steigen. Wahrscheinlicher ist, dass sie sich exponentiell einem Grenzwert annähern.

<sup>4</sup>D.h. der 10-fache Wert

<sup>5</sup>Berechnet über  $v = \frac{10m}{\Delta t}$ , wobei  $\Delta t$  die gemessene Laufzeitdifferenz ist

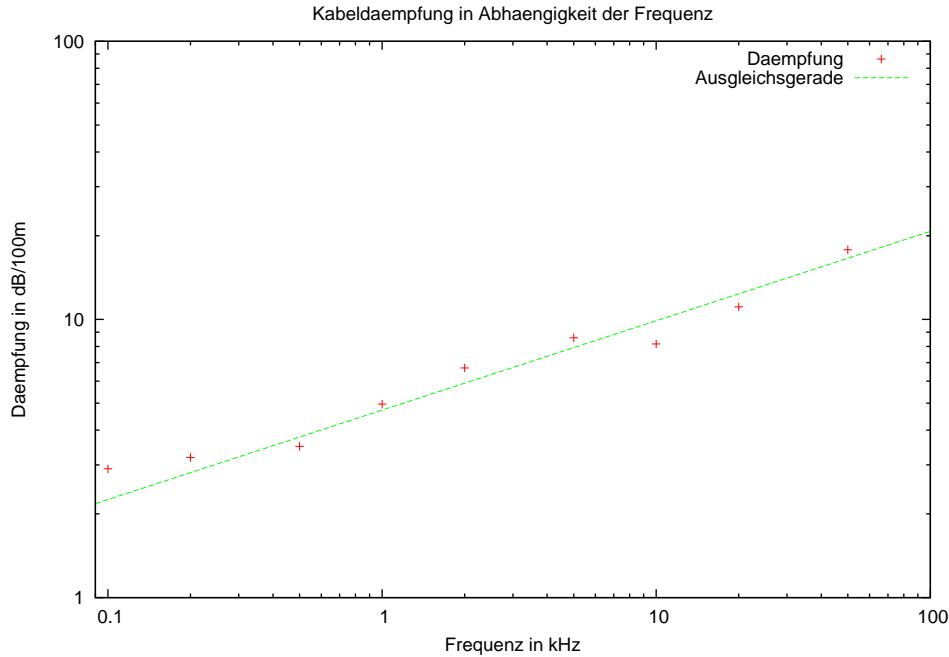


Abbildung 2: Dämpfung

### 4.3 Pulsformanalyse

Wir stellen den Frequenzgenerator auf Pulsmodus mit Pulsbreite  $20ns$ , Anstiegszeit  $5ns$  und Wiederholfrequenz auf  $100kHz$  mit Low-Level  $0V$  und High-Level  $5V$ . Diesen schließen wir direkt an das Oszilloskop an und verwenden den Abschlusswiderstand um den Eingang anzupassen.

Als Anstiegszeit (von 10% bis 90% des Signals) messen wir mit dem Oszilloskop  $6.00ns$ .

Im Math-Modus bilden wir die Fouriertransformation des Signals ( $\hat{U}(\omega) := |\mathcal{FT}(U(t))|$ ). In Abb. 6 sind die verschiedenen Diagramme zu sehen für verschiedene Pulsbreiten. In Abb. 7 ist die Anstiegszeit variiert.

Wie man sieht hat die Funktion  $\hat{U}$  für verschiedene Frequenzen Nullstellen.

Bspw. ist bei dem Diagramm für  $40ns$  Nullstellen bei  $\sim 25, 50, 75, \dots MHz$  – dies entspricht  $T/40ns = 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, \dots$

Bei  $100ns$  Pulsbreite findet man Nullstellen bei  $10, 20, 30, 40, 50, \dots MHz$  – dies entspricht  $T/100ns = 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, \dots$

Dieses Schema wiederholt sich auch bei den anderen Pulsbreiten wieder analog.

Eine Erklärung dafür findet sich in Abb. 4. Hier sieht man, dass die Wellen, die zu den Periodendauern  $T = 1/2, 1/3, \dots$  stets punktsymmetrisch sind – d.h. sie haben auf der linken und der rechten Seite verschiedene Vorzeichen, eignen sich also nicht, den symmetrischen Impuls zusammenzusetzen und dementsprechend kommen sie in dem Impuls nicht vor.

Für weitere Untersuchungen haben wir die Fouriertransformierte des Impulses direkt gebildet. Wir haben dafür die Funktion

$$U(t) = \begin{cases} U_0/t_r (t + t_r + t_0) & -(t_r + t_0) < t < -t_0 \\ U_0 & |t| < t_0 \\ U_0/t_r (-t + t_r + t_0) & t_0 < t < t_r + t_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (15)$$

fouriertransformiert. Hier ist  $U_0$  die Pulshöhe,  $t_r$  die Anstiegszeit und  $2t_0$  die Pulsbreite. Die Funktion simuliert unseren Impuls also, ohne die abgerundeten „Ecken“ zu beachten.

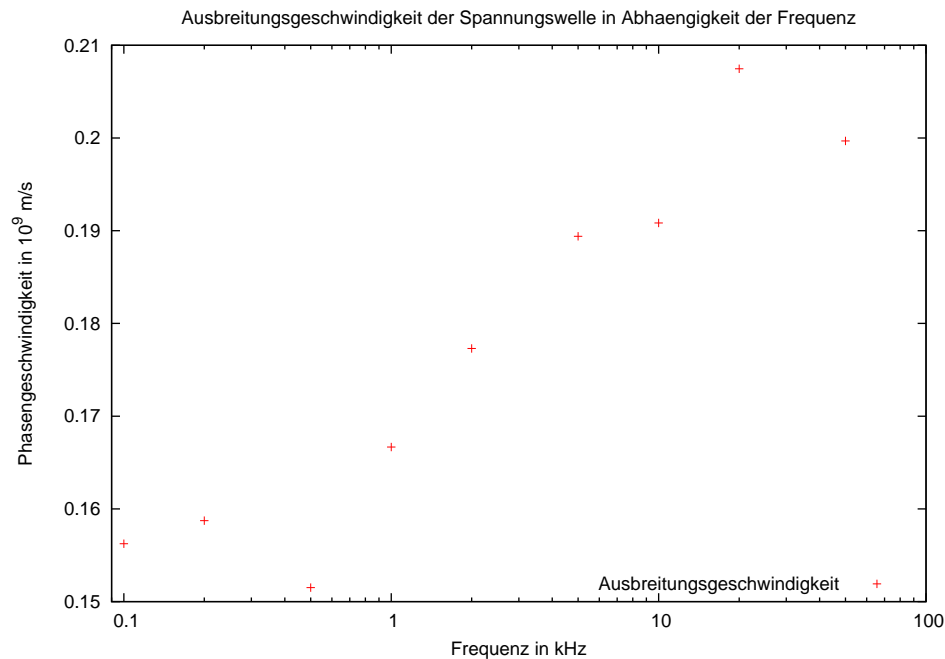


Abbildung 3: Dispersion

Man erhält

$$\Re \hat{U}(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{U_0}{\omega^2 t_r} (\cos(\omega(t_0 + t_r)) - \cos(\omega t_0)) \quad (16)$$

$$\Im \hat{U}(\omega) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{U_0}{\omega} + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{U_0}{\omega^2 t_r} (-\sin(\omega(t_0 + t_r)) + \sin(\omega t_0)) \quad (17)$$

und kann damit

$$\hat{U}(\omega) = (\Re \hat{U}(\omega))^2 + (\Im \hat{U}(\omega))^2 \quad (18)$$

berechnen. Dies ist in Abb. 5 geplottet. Man sieht, dass eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis besteht. Kleine Abstriche sind, dass die Theoriekurve keine wirklichen Nullstellen hat. Man muss hierzu aber beachten, dass die von uns gewählte Pulsform aus Gl. (15) die reale Pulsform nur schematisch wiedergibt.

Verringert man die Bandbreite des Oszilloskops auf 20MHz, so sieht man die „Oberschwingungen“ verschwinden; vgl Abb. 8. Der Effekt ist genau der erwartete, weil das Oszilloskop eben nur die niedrigen Frequenzen beachtet.

## 4.4 Pulsausbreitung

In diesem Versuchsteil soll untersucht werden, wie sich die Pulsform des Signals während der Ausbreitung im Kabel verändert, und wie das Signal an den verschiedenen Kabelenden reflektiert wird. Dazu wird der Signalgenerator wieder über das 1m-Kabel und ein BNC-T-Stück mit Kanal 1 des Oszilloskops verbunden. An das andere Ende des T-Stücks wird das 10m-Kabel gesteckt, und das andere Ende dieses Kabels wird dann variiert. Sämtliche aufgenommenen Signalverläufe sind in den Abbildungen 4.4 und 4.4 zu finden.

- In der Abbildung 9(a) wurde zunächst nichts weiter an das Kabel angeschlossen. Das entspricht einem unendlich hohen Abschlusswiderstand, also einem offenen Kabelende. Bei einem offenen Ende wird ein Signal reflektiert, dessen Spannung das gleiche Vorzeichen hat wie das einlaufende Signal. Das kann man aus Gleichung (12) herleiten, denn  $\lim_{R_L \rightarrow \infty} p = 1$ .

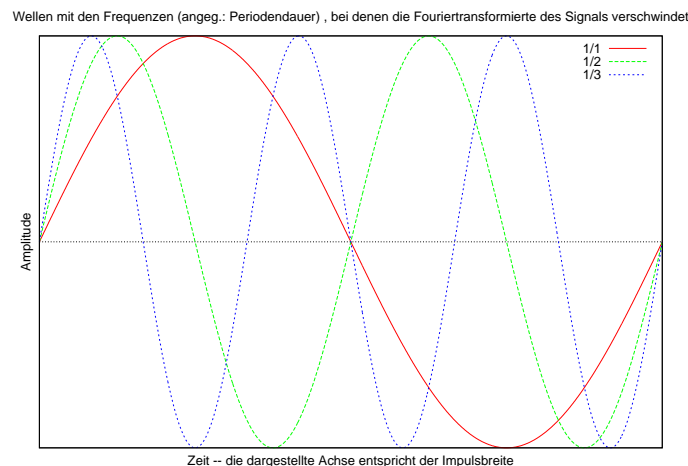


Abbildung 4: Asymmetrische Wellen die bei der Bildung des symmetrischen Pulses ausgeschlossen werden. Dargestellt sind die Periodendauern  $T = 1/1, 1/2, 1/3$

Allerdings ist das Signal ein bisschen abgeschwächt, und seine Form hat sich verändert. Die Abschwächung kommt natürlich von der in Abschnitt 4.2 schon behandelten Dämpfung, die Änderung der Form dagegen resultiert aus der (ebenfalls in 4.2 behandelten) Dispersion. Das Rechtecksignal besteht nämlich, wie wir in Abschnitt 4.3 gesehen haben, aus einer Vielzahl von Sinuswellen mit verschiedenen Frequenzen, die alle eine leicht unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzen und deshalb am Ende anders wieder zusammengesetzt werden als am Anfang.

- Um das eben Besprochene noch besser sehen zu können, haben wir das Kabelende dann an Kanal 2 des Oszilloskops angeschlossen. Auch das entspricht einem offenen Kabelende, weil der Eingangswiderstand des Oszilloskops mit  $1M\Omega$  sehr groß ist. In Abbildung 9(b) ist zu sehen, dass das Signal tatsächlich zuerst auf Kanal 1 beobachtet wird, dann etwas später schon leicht verzerrt auf Kanal 2 (mit doppelter Amplitude nach Gleichung (10)) und nach nochmals der gleichen Zeitspanne wieder auf Kanal 1 und zwar in der gleichen Form wie in Abbildung 9(a). Danach wird das Signal am Signalgenerator wieder geschluckt, da dieser ja einen genau angepassten Widerstand besitzt.
- Wenn wir jetzt das Kabelende mit dem Abschlusswiderstand verbinden und einen Kurzschluss herstellen, d.h. den Widerstand auf 0 einstellen, erhalten wir das Bild 9(c). Das Signal wird diesmal mit negativer Spannung reflektiert, wir haben ein geschlossenes Ende. Auch dieses Ergebnis passt zu Gleichung (12), denn für  $R_L = 0$  ist  $p = -1$ .
- Schließlich haben wir den Abschlusswiderstand dann so eingestellt, dass möglichst wenig von der Reflektion sichtbar war, der Widerstand also an den Wellenwiderstand des Kabels möglichst gut angepasst war. Dies wurde bei einem Abschlusswiderstand von (mit dem Handmultimeter gemessenen)  $48.4\Omega$  erreicht, was sehr gut zum Wert aus Teil 4.1 passt. Allerdings war es nicht möglich, das reflektierte Signal völlig zum Verschwinden zu bringen. Das liegt daran, dass der Wellenwiderstand  $Z$  (ebenso wie die Phasengeschwindigkeit  $c$ ) eine kleine Abhängigkeit von der Frequenz  $\omega$  besitzt, die wir aber vernachlässigen. Deshalb kann man den Abschlusswiderstand nie für alle enthaltenen Frequenzen perfekt anpassen.

Im nächsten Versuchsteil wurde dann noch ein weiterer, zunächst unbekannter Widerstand an den Ausgang des Signalgenerators gesteckt. Folgende Beobachtungen wurden damit gemacht:

- Zunächst wurde wieder ein offenes Ende am 10m-Kabel untersucht. In Bild 10(a) sieht man nun deutlich mehr Reflexionen als vorher in periodischen Abständen. Außerdem ist



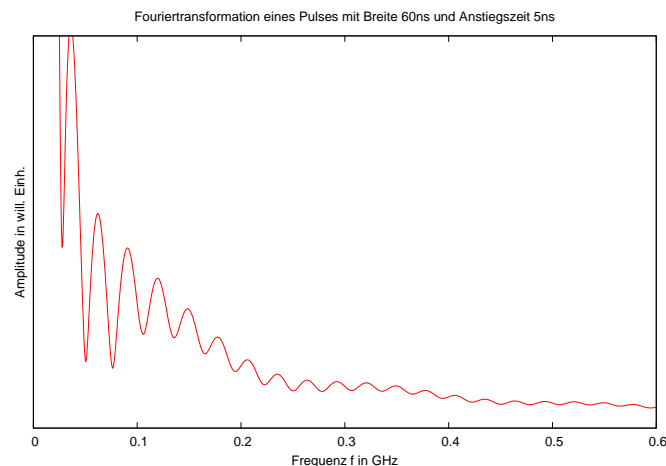


Abbildung 5: Fouriertransformation eines Pulssignals

zunächst erstaunlich, dass die Spannung bei der ersten Reflexion höher ist als die einlaufende Spannung.

Die Erklärung für diese Phänomene ist, dass das Signal jetzt natürlich nicht mehr von dem Signalgenerator absorbiert wird, sondern dort erneut reflektiert. Das vom Kabelende zurückkommende Signal läuft zum Eingang des Oszilloskops, dort weiter zum Signalgenerator und wieder zurück – und da der Weg vom Oszilloskop zum Generator so kurz ist, überlagern sich die beiden Signale am Oszilloskop und ergeben dort deshalb eine insgesamt höhere Spannung. Bei genauem Betrachten bemerkt man auch, dass das reflektierte Signal auf der rechten Seite eine kleine „Schulter“ hat.

In den Bildern 10(c) und 10(d) wurde das offene Ende wieder mit Kanal 2 des Oszilloskops verbunden. Hier sieht man diesen Effekt besonders deutlich, da sowohl am offenen Ende als auch bei der Überlagerung ungefähr das doppelte Signal gemessen wird.

- Außerdem wurde auch wieder das Verhalten bei einem Kurzschluss (Bild 10(e)) untersucht, und versucht den Abschlusswiderstand anzupassen (Bild 10(f)). Die Ergebnisse sind leicht zu verstehen: Der Kurzschluss entspricht wieder einem geschlossenen Ende, deshalb wird die Spannung bei jeder Reflexion gespiegelt. Ansonsten verhält sich der Spannungsverlauf wie der beim offenen Ende.

Die bestmögliche Anpassung wurde wieder für einen ähnlichen Wert ( $49.7\Omega$ ) erreicht. Hier gibt es natürlich gar keine Reflexionen.

- Im Oszilloskop-Bild 10(b) kann man ablesen, dass sich die Amplitude bei jeder Reflexion am Signalgenerator um ca  $p = \frac{7}{12}$  verringert. Nach Gleichung (12) heißt das, dass der unbekannte Widerstand eine Größe von  $190\Omega$  besitzt.

## 5 Zusammenfassung

In diesem Versuch konnten wir die Auswirkungen von fehlangepassten Kabeln besonders eindrucksvoll beobachten und auch Methoden, um diese Fehlanpassung (a) zu entdecken (Reflexionssignale) und (b) zu beheben (Anpassung mit Abschlusswiderstand). Wir konnten recht beeindruckend die aus dem Kabelaufbau erwarteten Tiefpasseigenschaften des Kabels beobachten und andere Effekte, die durch die Frequenzabhängigkeit von Dämpfung und Phasengeschwindigkeit (insbesondere Verformung von Impulsen) beobachten.

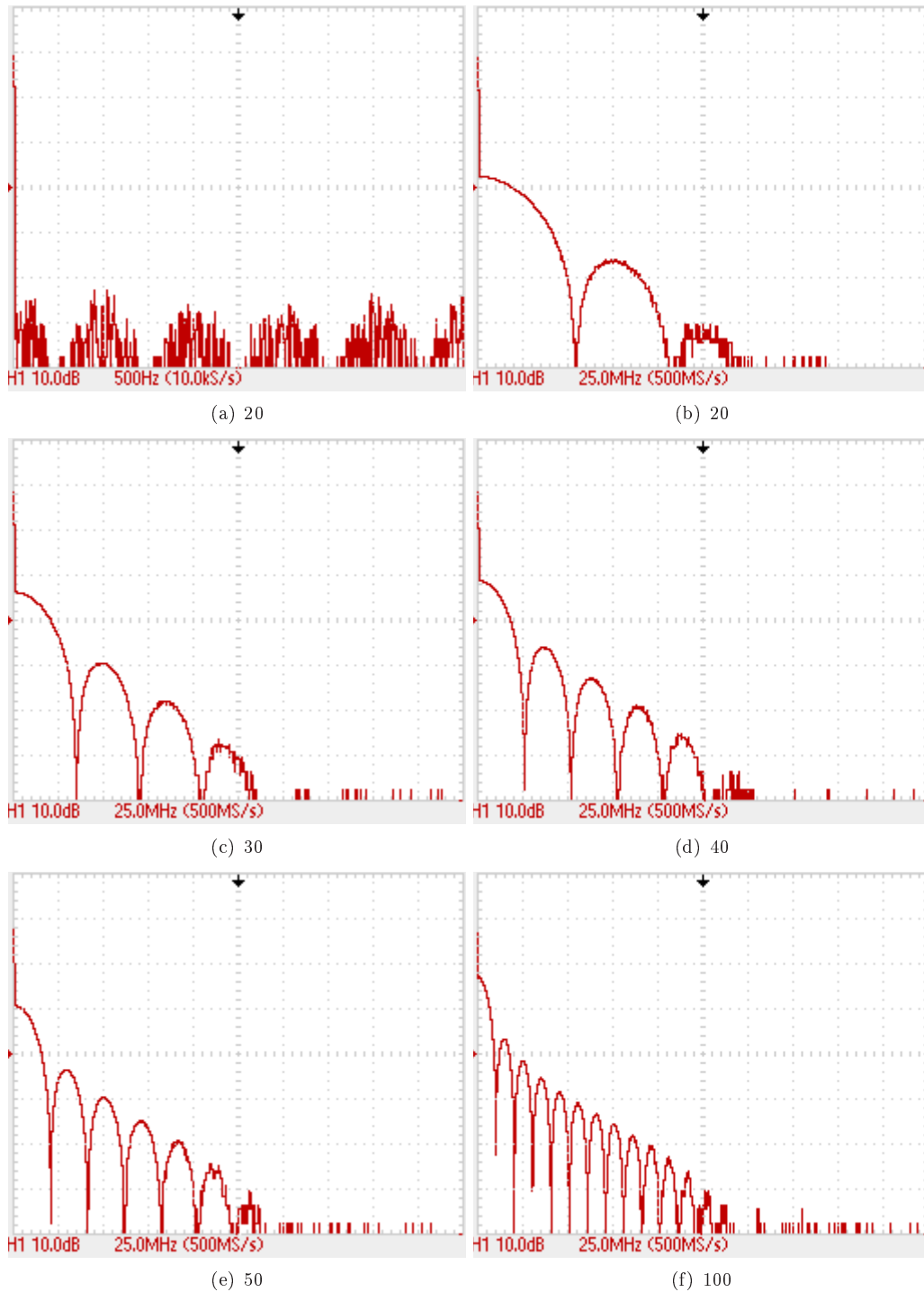


Abbildung 6: Fouriertransformation des Signals – angegeben jeweils die Signalbreite in ns, andere Parameter wie in in 4.3 ganz am Anfang.

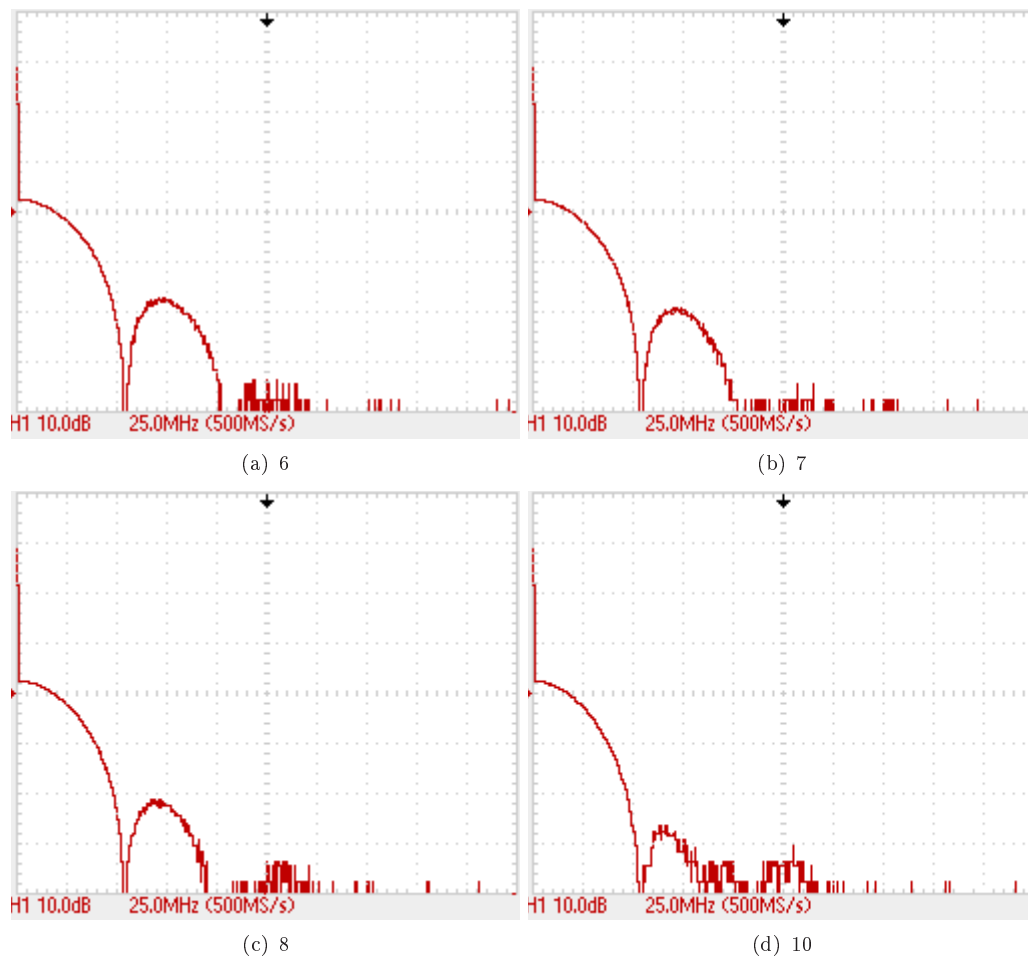


Abbildung 7: Fouriertransformation des Signals – angegeben jeweils die Anstiegszeit in ns, andere Parameter wie in 4.3 ganz am Anfang.

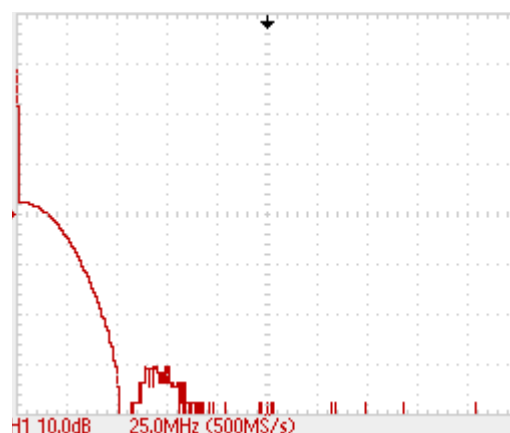


Abbildung 8: Fouriertransformation bei Begrenzung der Bandbreite auf 20MHz

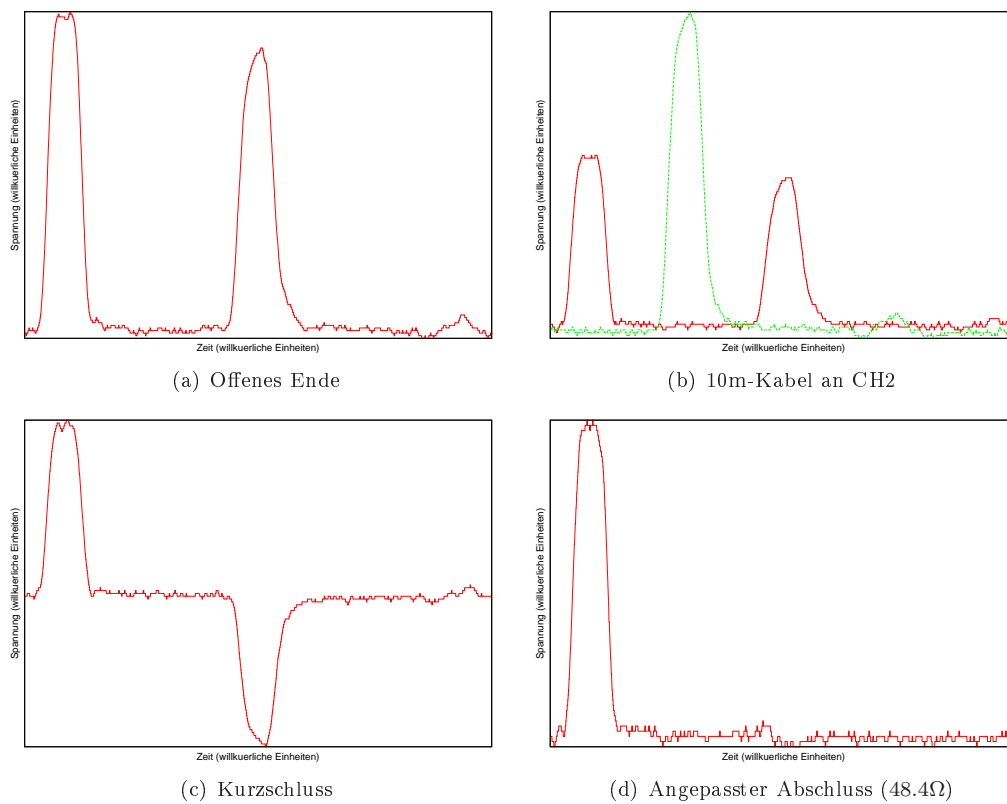


Abbildung 9: Pulsausbreitung im 10m-Kabel mit verschiedenen Einstellungen

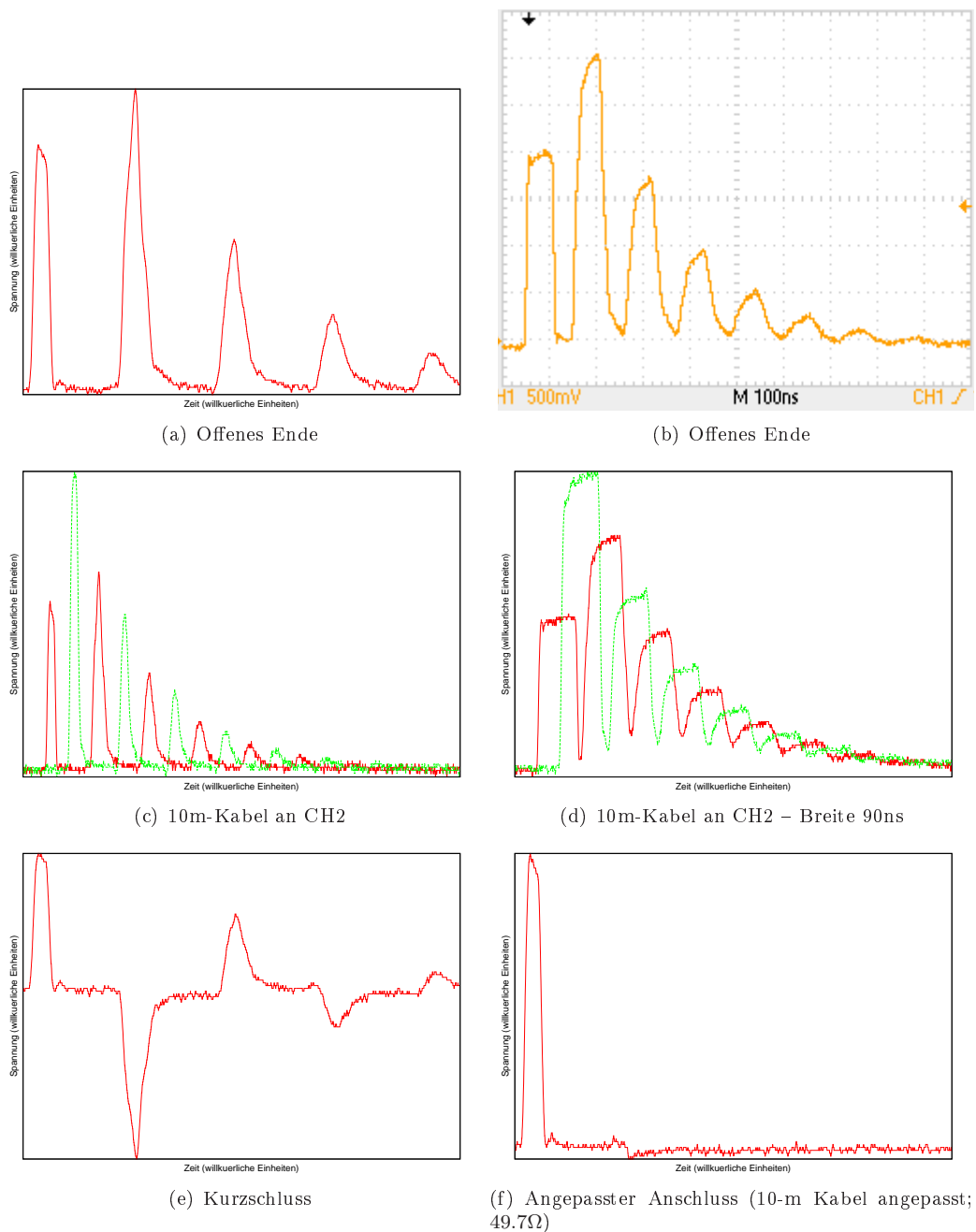


Abbildung 10: Pulsausbreitung beim falsch angepassten Signalgenerator