

090 Breitungsindexbestimmung mit dem Prismen-Spektalapparat

Protokollant:
Michael Kopp
(PITY, BSC)

Бондарев
4006

Assistant:
Paul Hanore
(PHY, B.C.)

Datum
5. 11. 2009

Assistent
Matthias Kausenow

A-Japan Reitung:

Die Brechungsindex eines Prismas wird durch verschiedene Wellenlängen bestimmt und daraus das Auflösungsvermögen des Prismas.

Grundlagen :

Das Verhalten von elektromagnetischen Wellen, „Licht“, wird durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Löst man die Wellengleichung, die man mit den Gr. allgemein kann, so erhält man als Term für die \perp -Komponente E_{\perp} - A_{\perp} - Gleichheit $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{n}$. Der Brechungsindex $n = \sqrt{\epsilon \mu}$ ist vom Material, in dem sich die Welle ausbreitet, abhängig, und damit ist Licht in verschiedenen Dingen ~~geschwindigkeits~~ verschieden schnell (in Glas langsamer als in Luft).

Bei Plattenbildung wirken Kräfte verschiedener Art auf die An-
troposidien ein und es kommt so zur Ausbildung der Welle
(„Welle“). Diese Bewegung folgt periodisch sinfonie-
matischem Rhythmus.

Ende der Beobachtung dieser Aktionen kann man so nicht -
helfen die gewünschten Bilder zu verlegen auf die Presse zu

Prismenmaterial schließen.

Wellen verschiedener Wellenlängen verbreite sich im Materialien verschieden; d.h. es bildet das in einem wellenlängen- bzw. frequenzabhängigen Brechungsindex. Dies wird als Dispersion bezeichnet. Bei normaler D. wird - wie geohnt - blauer Licht schneller als roter gebrochen, bei anomaler D. ist es anders herum. Da sich jetzt Licht nicht zwischen den aufeinander folgenden Wellenlängen ein Prisma, so kann es darin passieren, dass man die Strahlen anschließend nicht (nach Prismenabschuss) nicht mehr als getrennte Farben wahrnimmt, sondern. Der max. Wellenlängenabstand wird durch das Auge vermischt bestimmt.

Fragen

(1) Eine Welle ändert ihre Ausbreitungsrichtung, wenn sie in ein Medium aus einer Ausbreitungsgeschwindigkeit übergeht.

Sie folgt dabei dem Fermat'schen Prinzip und wählt zwischen zwei Punkten stets die schnellste (nicht unbed. kürzeste) Verbindung.

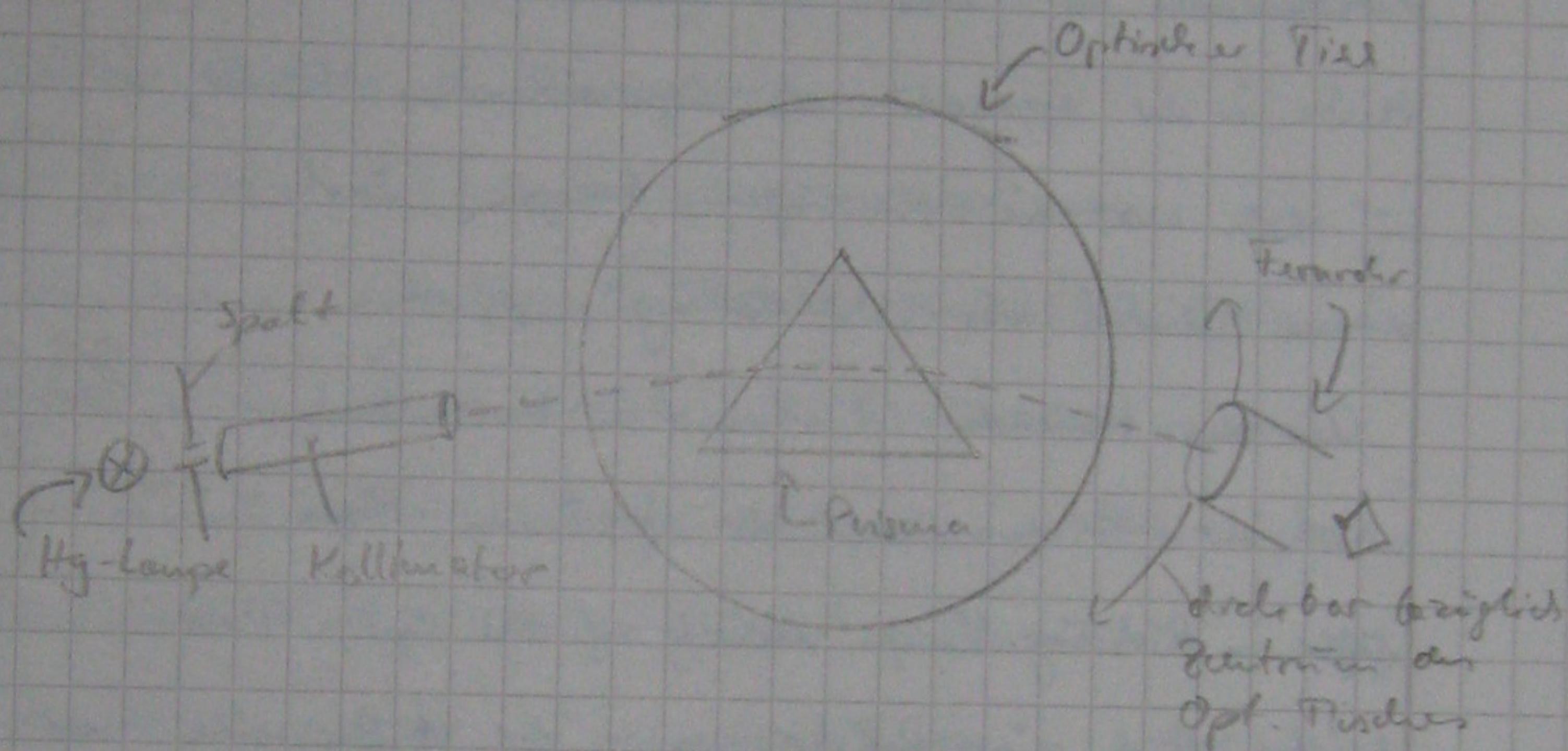
Ist $n_1 \gg n_2$ so gilt:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

wobei n_i die Brechzahlen und θ_i die Winkel an Lichtstrahl bez. dem des Lots der Grenzfläche sind. So kann man Ein- und Ausfallsinkel & in Relation setzen.

(2) Dispersion beschreibt die Wellenlängen- bzw. Frequenz-abhängigkeit ~~ein~~ des Brechungsindex eines Mediums. Wellen verschiedener Frequenz bewegen sich im Medium verschieden schnell und werden bei der Brechung verschieden abgelenkt.

(J)



(4) Das Tiefenvermögen eines Prismas gibt an, wie nahe zwei Wellenlängen λ_1 , $\lambda_2 + \Delta\lambda$ aneinander liegen müssen (also wie groß $\Delta\lambda$ ist), sodass sie nach dem Prismenstrahlweg nur als zwei (nicht getrennte) Strahlen wahrgenommen werden können.

Das A.v. ist abhängig von der im Prisma verlaufenen Dispersion und den geomtr. Abmessungen (speziell: Länge der Basis). Je größer beide Größen, desto größer das Tiefenvermögen.

Aufbau und Durchführung

Die Scala wird „vommt“ indem man ohne Prismen den Lichtspalt mit dem Faden - Brücke des Fernrohrs ausrichtet;

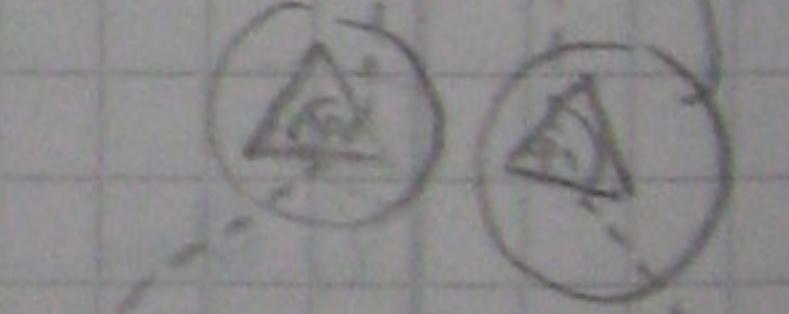
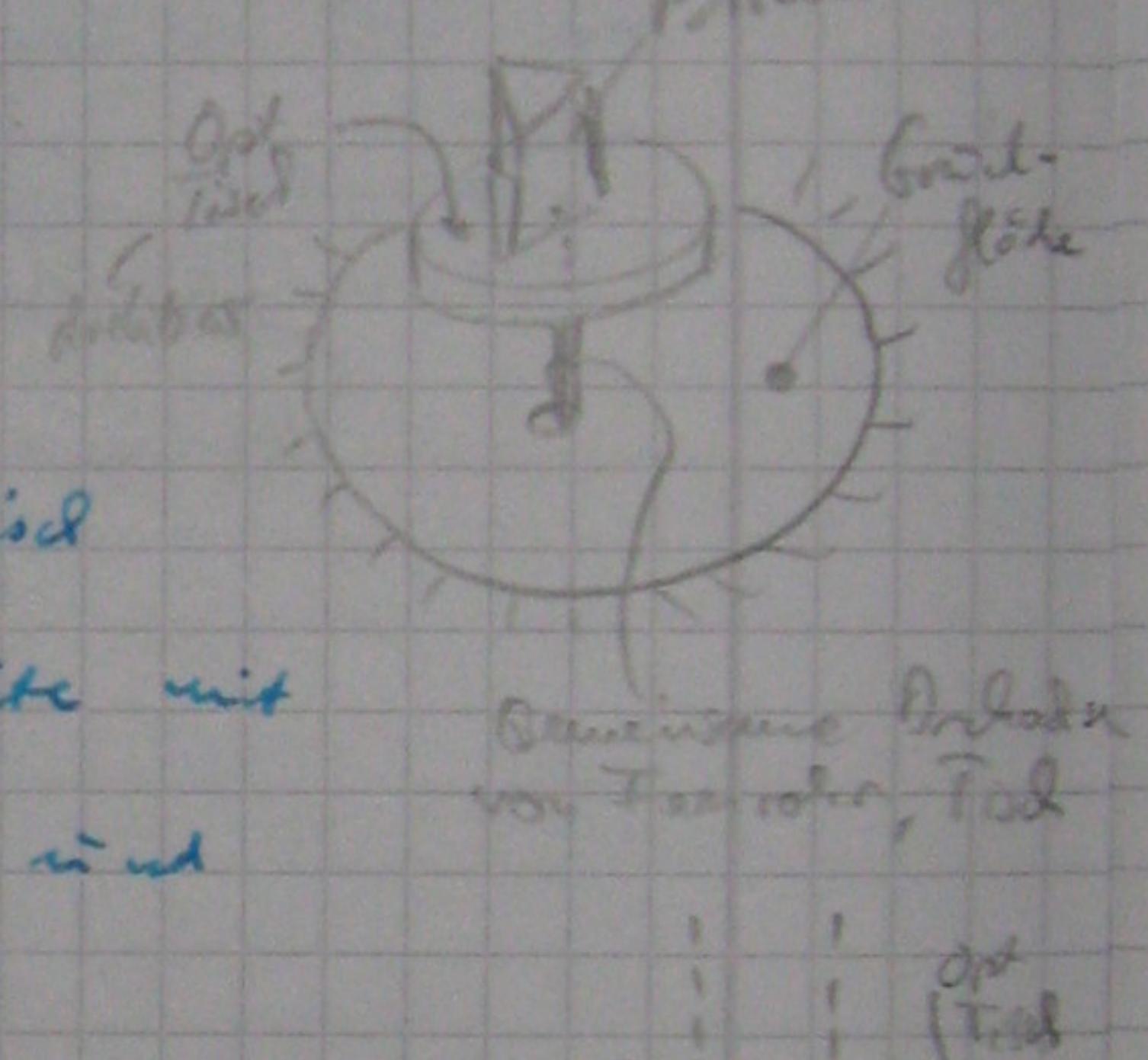
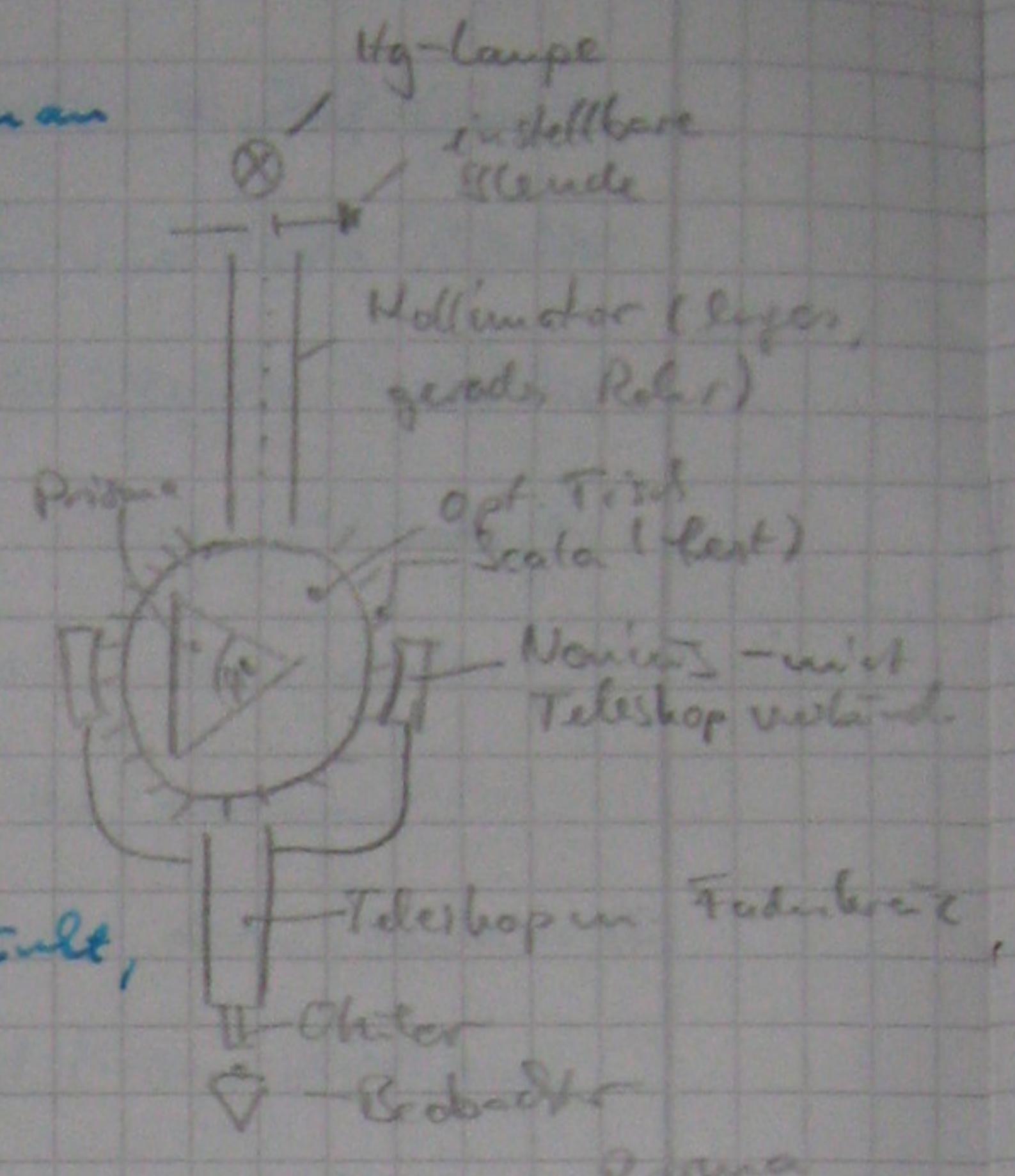
[Bei uns war das Fadenkreuz zu klein und so praktisch nicht verwendbar; stattdessen verwendeten wir eine Kette (kleine)

Möde in der Apparatur als ausgerichteter Punkt, auf dem wir die Messungen basieren] und diesen Winkel als „NullWinkel“ nutzt.

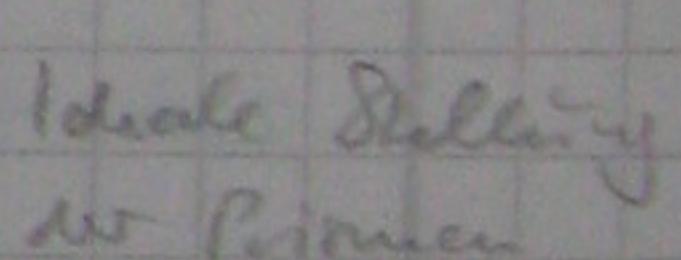
Zum den treckenden Winkel φ zu bestimmen, wird der Prismen mit der brechenden Kante fächer in Richtung Lampe mittig auf den Opt. Tisch gesetzt und die Reflexionen an der Außenseite mit dem Fernrohr ausrichtet - auf beiden Seiten - und die jew. Winkel gemessen ($\hat{\theta}_L, \hat{\theta}_R$).

Für die eigentliche Messung steht man den Tisch nun so, dass die brechende Kante nach „rechts“ zeigt und nicht ein Spektrum mit dem Fernrohr. Wichtig ist, dass es sich der schräge Spaltstrahl nicht rückwärts (dies würde sofort darauf hinweisen, dass es sich nicht um eine Spiegelung handelt!). Hier kann stellt die Blende so hin, dass die Intensität stark fällt, die einzelnen Linien nicht unterscheiden zu können aber nicht in den Augen wahr führt.

Man dreht nun den Tisch leicht und verfolgt im Fernrohr die Bewegung des Spektrums. Wenn es seine Auspräg-



Ideale Stellung
der Prismen



Ideale Stellung
der Prismen

richtung ändert, obwohl der Tisch auf in die selbe Richtung gedreht wird, hat man an die gewünschte Tischposition entlang der minimalen Ablenkwinkel gefunden. Sie wird durch passives Ohr an dem Tischchen nach Feiner eingestellt.

Nun wird nach und nach jede Spaltallinie mit dem Fadenkreuz [respektive der toten Fliege] ausgerichtet und der ungelöste Winkel abgelesen. Wichtig ist, dass man immer auf den linken Rand der Linien sieht.

Nach der Messreihe wird der Tisch so gefordert, dass das Licht auf alle andere der befindenden Punkte beschaffbare Höhe fällt (sodass es nach "Pompe links" reicht) und da es wieder der minimale Ablenkwinkel gewicht, die Wellenlängen einzeln ausgerichtet und deren Winkel bestimmt.

Zur die Hörungen jeweils zu markieren, kann jetzt die Richter Höhe nach dem minimalen Ablenkwinkel mit bei jeder einzelnen Messung durchgeführt werden.

Wichtig ist auch, die Länge des Primas zu messen!

Messwerte

- Blende auf tote Fliege ohne Prismen: $\theta := 0^\circ 30' 352''$

1. Prismen:

$$\text{Spiegelung: } \tilde{\theta}_e = 37^\circ 27' \quad \tilde{\theta}_r = 97^\circ 28' + 180^\circ$$

linke Seite / rechte Seite

$$\cdot \text{lila} \quad 409,7 \text{ nm: } [\theta = 33^\circ 5'] \quad \theta = 31^\circ 57' \quad 132^\circ 14'$$

$$\cdot \quad 407,8 \text{ nm:}$$

$$31^\circ 52,5' \quad 132^\circ 15'$$

$$\cdot \text{blau} \quad 435,8 \text{ nm:}$$

$$31^\circ 35' \quad 132^\circ 32,5'$$

$$\cdot \text{grün} \quad 491,6 \text{ nm:}$$

$$31^\circ 10' \quad 132^\circ 57'$$

$$\cdot \quad 496,0 \text{ nm:}$$

$$31^\circ 8' \quad 133^\circ 0'$$

$$\cdot \text{hellgrün} \quad 546,1 \text{ nm:}$$

$$29^\circ 55' \quad 133^\circ 11'$$

$$\cdot \text{gelb} \quad 577,0 \text{ nm:}$$

$$50^\circ 45' \quad 133^\circ 19'$$

$$\cdot \quad 579,1 \text{ nm:}$$

$$30^\circ 43' \quad 133^\circ 20'$$

$$\cdot \text{rot} \quad 623,4 \text{ nm:}$$

$$20^\circ 35' \quad 133^\circ 33'$$

Roter Spiegel

- Blende auf tote Fliege ohne Prismen: $\theta = 0^\circ$

$$\text{Spiegelung: } \tilde{\theta}_e = 58^\circ 8' 34'' \quad \tilde{\theta}_r = 99^\circ 25' + 180^\circ.$$

Farbe Wellenl. [nm]

$$\cdot \text{lila} \quad 409,7$$

Reflexion links

$$37^\circ 43'$$

$$118^\circ 38' 115^\circ 13'$$

$$\cdot \quad 407,8$$

$$37^\circ 38'$$

$$115^\circ 26'$$

$$\cdot \text{blau} \quad 435,8$$

$$36^\circ 50'$$

$$116^\circ 10'$$

$$\cdot \text{grün} \quad 491,6$$

$$36^\circ 35' 19'$$

$$117^\circ 15'$$

$$\cdot \quad 496,0$$

$$35^\circ 41'$$

$$117^\circ 28'$$

$$\cdot \text{hellgrün} \quad 546,1$$

$$35^\circ 44' 2''$$

$$117^\circ 45'$$

$$\cdot \text{gelb} \quad 577,0$$

$$34^\circ 45'$$

$$118^\circ 17'$$

$$\cdot \quad 579,1$$

$$34^\circ 43'$$

$$118^\circ 19'$$

$$\cdot \text{rot} \quad 623,4$$

$$34^\circ 22'$$

$$118^\circ 39'$$

Basislänge: Pr 1.: 3,965 cm, Pr 2: 3,975 cm

Formeln

- Brachender Winkel (φ): $\varphi = \frac{\tilde{\theta}_e + (360 - \tilde{\theta}_r)}{2}$ [Gesetz]
 $\tilde{\theta}_e, \tilde{\theta}_r$: gemessene Winkel bei Spiegelung an brechende Flächen

- Winkel minimaler Ablenkung (δ)

- Linker, Prisma 1: $\delta_e^{(1)} = \theta + \gamma$ [Gesetz]
- Rechter, Pr. 1: $\delta_{\text{ref}}^{(1)} = 172 - \theta$ [Gesetz]
- linker, Pr. 2 : $\delta_e^{(2)} = \theta (+0)$ "
- Rechter, Pr. 2 : $\delta_r^{(2)} = 180 - \theta$ "

Allgemein: $\delta = \frac{\delta_e^{(i)} + \delta_r^{(i)}}{2}$

θ : Gen. Winkel

- Brechungsindexfunktion (n): $n = \frac{\sin \frac{\theta + \gamma}{2}}{\sin \theta_e}$ (n)

$\delta, \gamma \approx 0$.

- Optisches Tiefenlängenvermögen (R): $R = \frac{\lambda}{\partial \gamma} = D \cdot \frac{du}{d\lambda}|_2$

λ : Unterkritische Wellenlänge, $\partial \gamma$: kleine Variation von γ :

$\Delta \lambda \ll \lambda$, D : Basislänge des Prismas, $du/d\lambda$: Steigung des Graphen $u(\lambda)$ bei λ .

(Dies ist eigentlich nur eine Taylorentwicklung — deshalb gilt:

$$R \approx D \cdot \frac{du}{d\lambda}|_2$$

Antworten

Brechende Winkel:

$$\text{Prisma 1: } \varphi_1 = \frac{32^\circ 22' + (360^\circ - 92^\circ 32' - 180^\circ)}{2} = 60^\circ 0' 30'' \\ = 60^\circ 1' 15''$$

$$\text{Pr. 2: } \varphi_2 =$$

(In der weiteren Rechnung wurde auf Auswirkungen des Anisotropen
 $\varphi_i = 60^\circ$ verwendet)

Winkel min. Ablenkung δ_r für Pr. 2, Wellenlängen:

$$\delta_r^{(1)} = 35^\circ 2', \delta_r^{(2)} = 62^\circ 4', \delta_r^{(3)} = 48^\circ 33'$$

Belebungszahl n für Pr. 2, Wellenlängen:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(60^\circ + 48^\circ 33')}{\sin (60^\circ / 2)} \approx 1,6237$$

Die weiteren Werte sind in der angefügten Tabelle zu finden.

Die graphische Auflösung ergibt für $\lambda = 589 \text{ nm}$:

$$\text{Prisma 1: } n \approx 1,517$$

$$\text{Prisma 2: } n \approx 1,619$$

Das Lösungsvermögen ist laut graphischer Antwortung für

$$\text{Pr. 1, } 404,7 \text{ nm: } R = 3,965 \text{ cm} \cdot \frac{0,01093}{28000 \text{ nm}} \approx 18058,5556$$

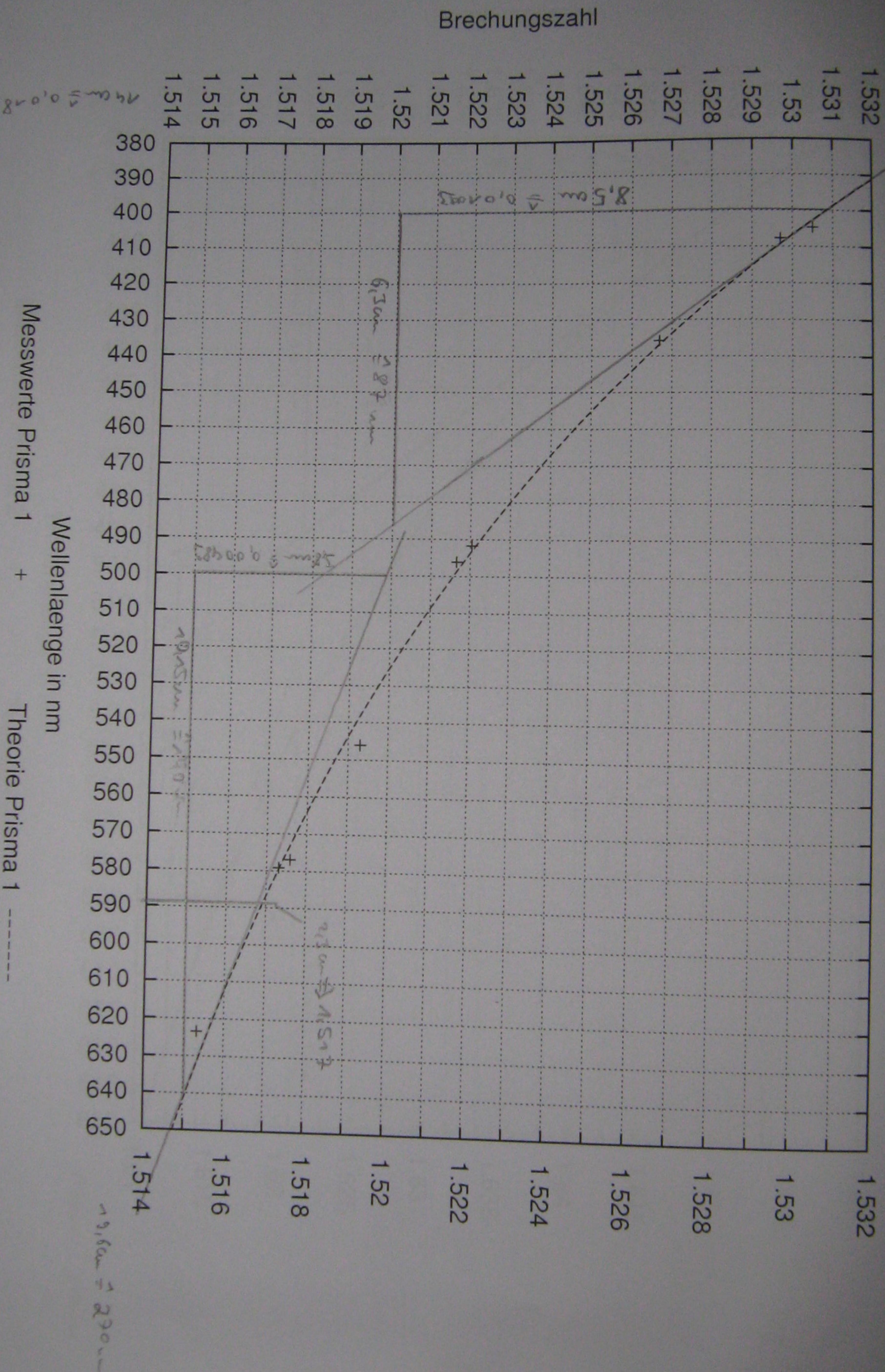
$$\text{Pr. 1, } 623,9 \text{ nm: } R = 3,965 \text{ cm} \cdot \frac{0,00483}{140 \text{ nm}} \approx 1385$$

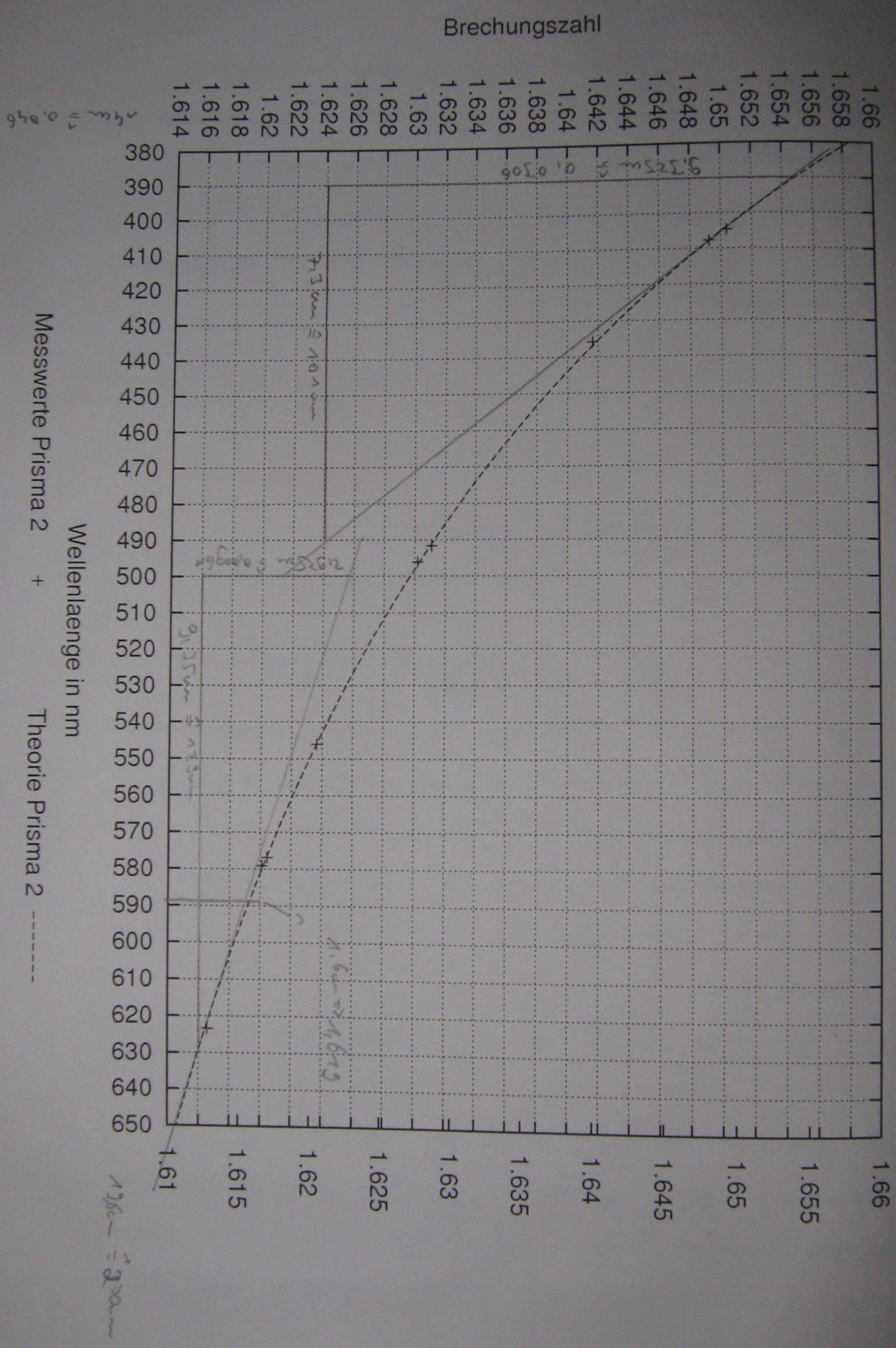
$$\text{Pr. 2, } 404,7 \text{ nm: } R = 3,975 \text{ cm} \cdot \frac{0,0306}{701 \text{ nm}} \approx 12043$$

$$\text{Pr. 2, } 623,9 \text{ nm: } R = 3,975 \text{ cm} \cdot \frac{0,00961}{35 \text{ nm}} \approx 2941$$

Hier sieht man wieder, dass bei großer Dispersion (Pr. 2)

und kleiner Wellenlänge (die weiter unten) ein größerer





stärker gebrochen wird, als längere Wellen) den opt. Flößungswertungen größer ist. Dies konnte man sich beobachten: Beim weißen Prismen waren die einzelnen Spektrallinien wesentlich besser zu unterscheiden.

Um formal den Fehler σ_u in u abhängig zu machen, verwendet man

$$\sigma_u \approx \sum_i \left| \frac{\partial u}{\partial x_i} \right| \cdot \Delta x_i$$

x_i : Größen, von denen u abhängt - bei uns φ, δ ,

Δx_i : Max. Fehler dieser Größen.

Mit Gl. (n) für und einer Abhängigkeit von $\sin \varphi = \sin \delta = 1 = \frac{2\pi}{\lambda}$ [rad], ergibt sich bei Pr. 2 Wellenlänge (586,1 nm):

$$\begin{aligned} \sigma_u &= \left| \frac{\cos \frac{\varphi+\delta}{2}}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} - \frac{\cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\varphi+\delta}{2}}{2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \right| \cdot \Delta \varphi + \left| \frac{\cos \frac{\varphi+\delta}{2}}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} \right| \cdot \Delta \delta \\ &= 405 \dots \quad \approx 0,0004090 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_u}{u} \approx 0,000252 \approx 0,0252 \%$$

~~Überprüfung~~

Zusammenfassung

- Der weiße Prismen hatte einen Brechungsindex zw. $1,51551978$ $1,51551978 \pm 0,00041837$ und $1,51531078$ $1,51531078 \pm 0,0003817$ $\approx 1,5151 \pm 0,00038$.
- Die mit einer opt. Auflösung werden 5556 und 1385.
- Der weiße Prismen hatte einen Brechungsindex zw. $1,6166 \pm 0,000792$ und $1,6504 \pm 0,0004158$ mit einer opt. Aufl. zw. 4911 und 12043.

Beide hatten normale Dispersion.

Beim Material zw. 1. Prismens Eintritt u. 2. Prismens Austritt war jedoch eine

Kronglas rechts ($n \approx 1.516$ bei $\lambda = 589$ nm mit 1.517 bei Pr. 1); genaue Bezeichnung: BK 518/63g BK7 *;
und beim Beleben der zweiten von Flintglas
($n \approx 1.619$ bei $\lambda = 589$ nm; vgl. mit $n \approx 1.619$ bei Pr. 2);
genaue Bez.: F 629/361 (F2) *.

* Die Namen / Bezeichnungen und n -Werte stammen aus:
~~WAGENBORN~~ Wende, Dietmar; Simon, Günter; „Physik -
Gliederungen und Tabellen“, Fachbuchverlag Leipzig, 2005¹⁹.