Übung Wachstum — Lösung

1) a) $3^x = e^{x \cdot \ln(3)}$

b) $a^x = e^{x \cdot \ln(a)}$

c) $7 \cdot 3^x + 4 = 7 \cdot e^{\ln(3) \cdot x} + 4$

2) a) $f'(x) = e^x$

b) $f'(x) = e^{x+4}$

c) $f'(x) = 6e^{2x}$

d) $f'(x) = 9 \cdot \ln(2) \cdot e^{x \cdot \ln(2)}$

6) a) $e^x = 3 \mid \ln \Rightarrow x = \ln(3)$

b) $\ln(x) = 3 \mid e^{\uparrow} \Rightarrow x = e^3 \approx 20{,}09$

c) $e^{3x} = 2x \Rightarrow \mathbb{L} = \{\ \}$ (keine Lös.)

$f(x) = e^{3x}$ ist immer größer als $g(x) = 2x$

d) $e^x = x^{-2} \mid \ln \Rightarrow x = -2 \ln x$

$\Rightarrow$ Numerische Lösung (GTR): $x \approx 0{,}703$

e) $-\ln(x^{-4}) = 2 \Rightarrow 4\ln(x) = 2 \Rightarrow \ln(x) = \frac{1}{2} \mid e^{\uparrow}$

$\Rightarrow x = e^{0{,}5} = \sqrt{e} \approx 1{,}65$

3) a) $f(t) = \cancel{1000}\ 10 \cdot e^{t \cdot \ln(1{,}05)}$ t: Tage, f: 100 Fische

b) $f(t) = 10 \cdot e^{7 \cdot t \cdot \ln(1{,}05)}$ t: Wochen, f: 100 Fische

c) $f(t) = 10\,000 - 9000 \cdot e^{-t \cdot \ln(1{,}05)}$ t: Tage (?) $\rightarrow$ keine genauen Angaben in Aufgabe
f: Fische

$f(5{,}15) = 3000$ $f(16{,}62) = 6000$ $f(45{,}03) = 9000$

4) $f(t) = c \cdot e^{kt}$

a) $f(0) = 1000$, $f(1) = 750$

P-P: $1000 = c \cdot e^{k \cdot 0} = c$

$750 = 1000 \cdot e^{k \cdot 1} \mid :1000 \Rightarrow 0{,}75 = e^k \mid \ln$

$k = \ln(0{,}75)$

$f(t) = 1000 \cdot e^{\ln(0{,}75) \cdot t}$ f, t: unbekannt

b) $f(3) = 421{,}875$ $f(10) \approx 56{,}31$

c) $f'(x) = 1000 \cdot \ln(0{,}75) \cdot e^{\ln(0{,}75) \cdot t}$ $f'(3) \approx -121{,}37$ $f'(10) \approx -16{,}20$

d) $\frac{f(3)}{f'(3)} \approx -3{,}48$ $\frac{f(10)}{f'(10)} \approx -3{,}48$ $\Rightarrow$ Die Verhältnisse sind gleich

$\rightarrow$ Die Ableitung f' ist proportional zur Funktion f ($f' \sim f$): Die beiden hängen über einen konstanten Faktor r zusammen: $f' = r \cdot f$ $\frac{f}{f'} = \frac{1}{r}$

5) a) $f(t) = S - c \cdot e^{+kt}$ $S = 10\,000$, $f(0) = 192$, $f(1) = 3271$

$192 = 10\,000 - c \cdot e^0 = 10\,000 - c \mid -10\,000$ $c = +9808$

$3271 = 10\,000 - 9808 \cdot e^{+k \cdot 1} \mid -10\,000 \mid :(-9808) \Rightarrow +0{,}686 = e^{k} \mid \ln \Rightarrow +k = \ln(0{,}686)$

$f(t) = 10\,000 - 9808 \cdot e^{+\ln(0{,}686) \cdot t}$

b) $f(1{,}79) \approx 5000$ $f(3{,}63) \approx 7500$ $f(6{,}06) \approx 9000$ $f(12{,}17) \approx 9900$