

Physik der Oberstufe

Michael Kopp

1. Auflage

Dieses Buch

Hier präsentiere ich Ihnen stolz mein Physik-Script. Für die Oberstufe habe ich vor jeder anstehenden Klausur für mich eine Zusammenfassung erstellt – und weil ich diese Zusammenfassungen in L^AT_EX tippte, konnte ich sie für meine Mitschüler verfügbar machen. So bekam ich nicht nur ein gutes Feedback, sondern unser Kurs wohl teilweise einen besseren Schnitt...

Ich habe das Werk in mehrere große Themen aufgeteilt, die mehr oder weniger unabhängig voneinander dastehen. Was mir aber wichtig ist, ist die Verknüpfung des Wissens bzw. der Informationen *innerhalb* der Unterabschnitte. So wird man auf zahlreiche Referenzen und Verweise stoßen, die einfach zeigen sollen, dass ein ähnlicher Inhalt schon unter einem anderen Gesichtspunkt abgehandelt worden war – hier besteht also eine inhaltliche Verknüpfung. Darüber hinaus endet dieses Buch mit einem seitenlangen Index, in dem man die wichtigsten Begriffe finden kann und die dazugehörige Seite sieht.

Wie oben schon angedeutet: Ich habe all das hier am PC getippt – und zwar sehe ich beim Schreiben nur schlichte **Courier-Schrift**. Besonders bei Formeln können sich da Fehler eingeschlichen haben. Aber auch sonst wimmelt diese Buch vermutlich von kleineren bis übermittelgroßen Fehlern. Manchmal habe ich auch versucht, Sachverhalte *besser* als unser Buch bzw. unser Lehrer zu erklären. Dabei sind manchmal etwas seltsame und anspruchsvolle Gedankengänge entstanden, und ich hoffe, ich konnte diese vernünftig entwickeln, sodass der Leser auch etwas davon hat. Hier findet der interessierte Leser auch Formeln und Details, die im Unterricht (zumindest bei uns) keinen Platz hatten, von denen ich aber denke, dass sie interessant sein könnten und das Thema abrunden. In diesem Werk wurden diejenigen meiner Praktika aufgenommen, die lehrreich sind; so haben es eben nur wenige geschafft, hier aufgenommen zu werden...

Insgesamt denke ich, dass man mit diesem Buch ganz vernünftig aufs Abi lernen könnte – mir blieb das erspart, weil im entscheidenden Moment meine Affinität zur Chemie überwog.

Auf jeden Fall bitte ich herzlich darum, sich nicht allzusehr über die Fehler aufzuregen, sondern sich stattdessen über den richtigen Rest zu freuen. Viel Spaß bei der Lektüre.

Michael Kopp, im August 2008

Inhaltsverzeichnis

I	E-Feld	9
1	Definitionen zu Strom	10
2	Widerstand	12
3	Feldlinienmodell	14
4	Elektrische Feldstärke	15
4.1	Kraft auf Ladungsträger	15
4.2	Distanzen im E-Feld	15
5	Kondensator	16
5.1	Stärke des E-Felds im Kondensator	16
5.2	Zusammenhang mit felderzeugenden Ladungen	16
5.3	Kapazität	16
5.3.1	Dielektrizitätszahl	17
5.4	Schaltungen von Kondensatoren	17
5.5	Speichern von Energie im Kondensator	18
5.5.1	Energiespeicherort	18
6	Teilchen im E-Feld	19
6.1	Beschleunigung	19
6.2	Ablenkung	19
6.2.1	Weiterflug	21
II	B-Feld	22
7	Die Magnetische Flussdichte	23
7.1	Draht im Magnetfeld	23
7.2	langgestreckte Spule	23
7.3	Messung der Magnetischen Flussdichte mittels der Hall-Sonde	24
8	Lorentzkraft	25
8.1	Kraft auf einzelne Ladungsträger	25

8.1.1	Kreisbewegung im Magnetfeld	25
8.1.2	Schraubenbewegung im Magnetfeld	26
8.2	Geschwindigkeitsfilter	26
9	Elektromagnetische Induktion	27
9.1	Relativbewegung	27
9.2	Induktion durch Flächenänderung	27
9.2.1	Sinusspannung	27
9.3	Induktion durch Änderung der Magnetischen Flussdichte	28
9.4	Induktionsgesetz	28
9.5	Lenz'sche Regel	29
9.6	Selbstinduktion	29
9.7	Einschaltvorgang eines Spulenstromkreises	30
9.8	Energie des Magnetfelds	30
III	Schwingungen	32
10	Begriffe & Definitionen	33
11	Harmonische Schwingung	34
11.1	allgemeiner Lösungsansatz	34
11.2	Das Fadenpendel	35
11.3	Das Federpendel	36
11.4	Das WasserpPENDel	36
11.5	Der Schwingkreis	36
12	Gedämpfte Schwingungen	39
12.1	Konstante Reibung	39
12.2	Reibung abhängig von der Geschwindigkeit	39
13	Erzwungene Schwingung	41
IV	Wellen	42
14	Definition Mechanische Welle	43
15	Feder-Massen-Modell	44
16	Harmonische Wellen	45
16.1	Wellengleichung	45
16.2	Zeigerdarstellung	47
17	Reflexion	48

17.1 Festes Ende	48
17.2 Loses Ende	48
17.3 Konstruktionshilfe	48
17.4 Im Zeigerformalismus	49
18 Überlagerung	50
18.1 Eindimensionaler Wellenträger	50
18.2 Kreis- und Kugelwellen auf mehrdimensionalen Wellenträgern	51
19 Stehende Welle	52
19.1 Stehende Welle im Zeiger-Formalismus	52
19.2 Randbedingungen	53
20 Beugung	55
20.1 Das HUYGEN'sche Prinzip	55
20.2 Beugung am Doppelspalt	55
20.3 FRAUNHOFER-Näherung	56
20.4 Interferenz am Einzelspalt	58
20.5 Interferenz am Gitter	59
20.6 Spektrale Zerlegung	61
21 Brechung	62
21.1 Beschreibung	62
21.2 HUYGENS	62
21.3 Totalreflexion	63
21.4 Übergang dicht – dichter	63
21.5 Dispersion	63
21.6 Spektrenvergleich	63
22 Polarisation	64
22.1 EMW an Gitterstäben	64
22.2 Polarisation bei Brechungsvorgängen	64
22.2.1 Streuung	65
22.2.2 BREWSTER-Winkel	65
23 Erdbeben - Kurzübersicht	66
24 Schallwellen	67
25 Elektromagnetische Wellen	68
25.1 Dipol	68
25.2 HERTZ'scher Dipol	68
25.3 Erregung des HERTZ'schen Dipols durch EM Wellen	68
25.4 Definition Elektromagnetische Welle	69
25.5 Ausbreitungsgeschwindigkeit	70

25.6 Reflexion und stehende Welle	70
25.7 MAXWELLgleichungen	70
V Quantenphysik	72
26 Definitionen	73
26.1 Quantenphysik ?!	73
26.2 Wesenszüge der Quantenmechanik	73
27 Interferenz	75
27.1 Messung unbestimmter Methoden	75
27.2 Abhängigkeit von Wellenlänge des Lichts, mit dem beobachtet wird . . .	76
28 Mathematischer Formalismus	79
29 Abweichungen von Klassischen Vorstellungen	80
29.1 Photoeffekt	80
29.2 Unbestimmtheitsrelation	81
29.3 Lokalisationsenergie	81
29.4 Photon als Quantenteilchen	82
VI Praktika	83
A Induktion	84
A.1 Magnet im Kupferrohr	84
A.2 Kraftübertragung auf Alufolie mittels Magnetismus	85
A.3 Wirbelstrombremse	85
A.4 Strom- und Spannungsverlauf bei Selbstinduktion	91
B Versuche zur Schallgeschwindigkeit	94
B.1 Versuch	94
B.2 Schallgeschwindigkeit in Luft	95
B.2.1 Schaubilder	96
B.3 Schallgeschwindigkeit in Messing	100
B.4 Erregung mit Lautsprecher	101
B.5 Zusammenfassung	102
C Versuche zu Ultraschall I	103
C.1 Beugung am Doppelspalt	103
C.1.1 Versuch	103
C.1.2 Beobachtungen	103
C.1.3 Auswertung	104
C.1.4 Mögliche Erklärungen für die Abweichungen	105

C.1.5	FRAUNHOFER-Näherung	106
C.2	Reflektion an einer Halbdurchlässigen Lochplatte - A	107
C.2.1	Versuch	107
C.2.2	Beobachtung	107
C.2.3	Auswertung	108
C.2.4	Reflektionsanteil - A	109
C.2.5	Mögliche Erklärungen für die Abweichung	110
C.3	Reflektion an einer Halbdurchlässigen Lochplatte - B	111
C.3.1	Versuch	111
C.3.2	Beobachtungen	112
C.3.3	Auswertung	112
C.3.4	Mögliche Erklärungen für die Abweichung	112
C.3.5	Reflektionsanteil - B	112
D	Versuche zu Ultraschall II	114
D.1	Interferenz zweier Ultraschallwellen	114
D.1.1	Versuch	114
D.1.2	Beobachtung	115
D.1.3	Auswertung	115
D.2	Radarfalleneffekt	117
D.2.1	Versuch	117
D.2.2	Beobachtung	118
D.2.3	Auswertung	118
D.3	Beugung am Gitter	119
D.3.1	Versuch	119
D.3.2	Beobachtungen	119
D.3.3	Auswertung	120
E	Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums	121
E.1	Versuch	121
E.1.1	Bestimmung der Abgestrahlten Energie	121
E.1.2	Bestimmung der Wellenlänge	122
E.2	Messwerte	123
E.2.1	Ermittlung der Durchschlagsspannung	123
E.2.2	Bestimmung der Wellenlänge	126
E.3	Auswertung	126
E.3.1	Fehlerquellen	128
E.4	Leuchtdioden, Photodioden & Photozellen	128
VII	Index	131

Teil I

E-Feld

1 Definitionen zu Strom

Strom kann dann fließen, wenn ein geschlossener **Stromkreis** vorliegt. Dabei transportieren Elektronen (e^-) elektrische Energie von einer *Strom-* bzw. *Spannungsquelle* zu einem Verbraucher, der sie dann in andere Energieformen umsetzen kann.

Spannung:

Ein Maß dafür, wie Viel Energie ein einzelnes Elektron dabei transportiert ist die Spannung U in Volt V

$$U = \frac{W}{Q} \qquad [U] = \frac{J}{C} = V \qquad (1.1)$$

mit W als transportierter Energie in Joule J und Q als bewegter Ladung in Coulomb C .

Potential:

Eigentlich handelt es sich bei Spannung um eine *Potentialdifferenz*. Jeder Punkt in einem Elektrischen Stromkreis hat ein Potential φ . Es stellt dar, wie viel Energie pro Ladung frei wird, wenn zwischen einem Punkt P_1 (einem beliebigen Punkt) und P_0 (der Erdung¹) eine Leitung hergestellt wird. Das Potential bezeichnet man dann mit φ_{01} . Ein weiterer Punkt P_2 hat nun ein Potential φ_{02} in Bezug auf die Erdung und ein Potential φ_{12} im Bezug auf Punkt P_1 . φ_{12} bezeichnet man auch als *Spannung* zwischen P_1 und P_2 . Es gilt also:

$$U_{A \text{ zu } B} = \varphi_{A \text{ zu Erdung}} - \varphi_{B \text{ zu Erdung}} = \Delta\varphi \qquad (1.2)$$

Sowohl das Potential φ , als auch die Spannung U haben die Einheit Volt V .

Stromstärke:

Ein Maß dafür, wie viele Elektronen in einer bestimmten Zeit durch den Stromkreis fließen ist die Stromstärke I in Ampère A

$$I = \frac{Q}{t} \qquad [I] = \frac{C}{s} \qquad (1.3)$$

mit t als Zeit in Sekunden s .

¹Statt der Erdung kann auch ein anderer, beliebiger Punkt P_0 im Stromkreis gewählt werden, solange es immer der selbe Punkt ist.

Leistung:

Kombiniert man Spannung und Stromstärke (also Gleichungen (1.1) und (1.3)), so kann man die Elektrische Leistung P in Watt W errechnen:

$$P = I \cdot U = \frac{W}{Q} \cdot \frac{Q}{t} = \frac{W}{t} \qquad [P] = \frac{J}{s} = W \qquad (1.4)$$

2 Widerstand

Ein Widerstand ist ein technisches Bauteil, das elektrische Energie in Wärmeenergie umsetzt. In einen Stromkreis eingebaut sorgt es dafür, dass ein Teil der von der Quelle abgegebenen Leistung für einen Verbraucher nicht nutzbar ist, da sie schon vorher am Widerstand in Wärme umgesetzt wurde.¹

Man unterscheidet zwischen *parallel* und *in Reihe* geschalteten Widerständen (siehe Abb. 2.1 auf S. 12). Während ein Widerstand, der parallel zu einem Verbraucher geschaltet ist, die selbe Spannung U abbekommt wie der Verbraucher, wird ein Widerstand, der in Reihe zum Verbraucher geschaltet wird von dem selben Strom² durchflossen.

Für Ohmsche Widerstände gilt dabei das OHM'sche Gesetz:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\frac{W}{Q}}{\frac{Q}{t}} = \frac{W \cdot t}{Q^2} \quad [R] = \frac{\frac{W}{Q}}{\frac{Q}{t}} = \frac{J \cdot s}{C^2} = \Omega \quad (2.1)$$

Es besagt, dass bei sogenannten *ohmschen* Widerständen sich Stromstärke zur Spannung am Widerstand bzw. Leiter proportional zueinander verhalten. Die Proportionalitätskonstante R stellt den Widerstand in Ohm Ω dar.

Aus einem Verbund an Widerständen lässt sich ein *Ersatzwiderstand* R_{ersatz} berechnen. Man kann sich dabei vorstellen, dass man die Widerstände, die man zu seiner Berechnung heranzieht, entfernt, und dafür ein Bauteil einsetzt, das den Widerstand hat, wie die einzelnen Bauteile zusammen. Dabei muss man bei der Summation der

¹Im weitesten Sinne ist jeder nicht supraleitende Leiter ein Widerstand

²also der selbe Stromstärke I

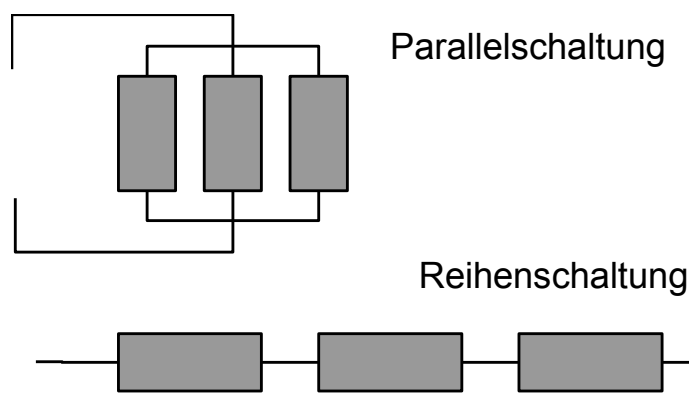


Abbildung 2.1: Arten von Schalverbänden

Widerstände berücksichtigen, ob sie in Reihe oder parallel geschaltet sind; Für den Ersatzwiderstand in einer Reihenschaltung ergibt sich:

$$R_{Ersatz} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad (2.2)$$

Für parallel geschaltete Widerstände ergibt sich jedoch:

$$R_{Ersatz} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots} \quad (2.3)$$

3 Feldlinienmodell

Zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 besteht immer ein E-Feld. Deshalb bezeichnet man sie als *felderzeugende Ladungen*.¹

Ein E-Feld ist derjenige Bereich, in dem auf ein elektrisch geladenes Teilchen – mit der Probeladung q (positiv oder negativ) – eine elektrische Kraft ausgeübt wird, die von Anziehungen oder Abstoßungen der felderzeugenden Ladungen herrühren.

Aufgrund des E-Feldes führt eine Probeladung folglich Bewegungen innerhalb des Feldes aus. Bahnen, auf denen sich eine solche Probeladung bewegen, bezeichnet man als *Feldlinien*. In der Darstellung besteht die Konvention, dass man den Weg eines positiv geladenen Probeteilchens einträgt, also den Feldlinien mittels Pfeilspitzen die Richtung zuweist, die eine positive Ladung nehmen würde. Die Feldlinien laufen von einer positiven Felderzeugenden Ladung Q_1 zu einer negativen Q_2 . Sie stehen jeweils auf der Oberfläche der Ladungsträger und kreuzen sich nicht. Für Darstellungen gilt, dass die Kräfte auf ein Probeteilchen umso stärker sind, je dichter die Feldlinien an dieser Stelle sind.

Es kann dazu kommen, dass E-Felder abgeschirmt werden – beispielsweise beim FARADAY'schen Käfig. Hier besteht innerhalb eines von Leitern eingeschlossenen Bereichs kein E-Feld, rundherum dagegen schon.

¹Felderzeugende Ladungen erhalten ein großes Q , Probeladungen (die kleiner sind als die felderzeugenden) erhalten ein kleines q .

4 Elektrische Feldstärke

4.1 Kraft auf Ladungsträger

Die Kraft auf eine Probeladung wirkt tangential zu den Feldlinien. Diese Kraft F_{el} ist proportional zu der elektrischen Ladung q des Teilchens. Verlaufen Feldlinien in einem Bereich gerade, parallel und im selben Abstand voneinander, so spricht man in diesem Bereich von einem *homogenen* E-Feld.¹ In diesem ist die Elektrische Feldstärke \vec{E} konstant².

Normalerweise sind E-Felder *inhomogen*.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q} \quad [\vec{E}] = \frac{N}{C} = \frac{\frac{J}{m}}{C} = \frac{V}{m} \quad (4.1)$$

wobei \vec{E} die Elektrische Feldstärke des Feldes ist.

4.2 Distanzen im E-Feld

Um Ladungen in einem homogenen E-Feld der Feldstärke E parallel zu den Feldlinien zu bewegen, benötigt³ man die Energie W . Diese ist proportional zu der Strecke l parallel der Feldlinien, sowie der Ladung q des Teilchens. Es gilt dabei:

$$W = q \cdot E \cdot l \quad [W] = C \cdot \frac{N}{C} \cdot m = Nm = J \quad (4.2)$$

Benutzt man nun Formel 1.1, so gilt:

$$U = E \cdot l \quad (4.3)$$

Interpretiert man das Ergebnis nach Formel 1.2, so gilt folgendes: Zwischen den Punkten P_1 und P_2 in einem E-Feld liegt immer die Spannung $\Delta\varphi = U_{1 \text{ zu } 2} = E \cdot l$, wobei man die Strecke l nur in Richtung der Feldlinien messen muss.

Das bedeutet wiederum, dass man Ladungen problemlos senkrecht zu den Feldlinien bewegen kann. Diese Linien⁴ bezeichnet man als *Äquipotentialflächen*.

¹Es tritt beispielsweise (näherungsweise) zwischen zwei elektrisch geladenen parallelen Platten auf.

²in Betrag und Richtung

³bzw. wird frei; bewegt man eine positive Ladung mit den Feldlinien, wird Energie frei – in anderen Fällen entsprechend

⁴bzw. im Raum diese Flächen

5 Kondensator

Im Grunde besteht ein *Kondensator* aus zwei Metallplatten, die durch ein *Dielektrikum* voneinander getrennt sind. Schließt man die Pole einer Spannungsquelle an einen Kondensator an, so wird er aufgeladen und kann elektrische Energie speichern und später wieder abgeben. Für Kondensatoren gibt es zahlreiche Aufbaumöglichkeiten.

5.1 Stärke des E-Felds im Kondensator

Das Homogene E-Feld im Kondensator kann man leicht ausrechnen. Durch Umformung von Formel 4.3 kommt man für einen Kondensator, an dem die Spannung U zwischen zwei Platten, die sich im Abstand d voneinander entfernt befinden, anliegt, auf:

$$E = \frac{U}{d} \quad (5.1)$$

5.2 Zusammenhang mit felderzeugenden Ladungen

Auf Kondensatorplatten der Fläche A sind die felderzeugenden Ladungen Q gleichmäßig auf der Außenseite verteilt¹. Der Quotient σ gibt an, wie groß die Ladung auf einer bestimmten Fläche ist:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad [\sigma] = \frac{C}{m^2} \quad (5.2)$$

Diese *Flächenladungsdichte* σ auf den Kondensatorplatten steht in direktem Zusammenhang mit der Feldstärke E zwischen den Platten. Es gilt nämlich:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \quad [E] = \frac{\frac{C}{m^2}}{\frac{C}{Vm} \cdot 1} = \frac{V}{m} \quad (5.3)$$

Dabei ist ε_0 die Elektrische Feldkonstante mit $\varepsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm}$ und ε_r die Dielektrizitätszahl (\rightarrow Kapitel 5.3.1) mit $\varepsilon_r \approx 1$ für Luft.

5.3 Kapazität

Die Kapazität C eines Kondensators gibt an, wie viel Ladung Q bei einer bestimmten Spannung U gespeichert werden kann. Sie ist deshalb definiert als der Quotient von

¹Es geht dabei um die Ladung *einer* Platte

Ladung Q und Spannung U :

$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = \frac{C}{V} = F \quad (5.4)$$

Dabei ist C die Kapazität in Farad F .

Die Kapazität eines Plattenkondensators mit homogenem E-Feld kann darüber hinaus noch folgendermaßen berechnet werden:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \quad [C] = \frac{C}{Vm} \cdot \frac{m^2}{m} = \frac{C}{V} = F \quad (5.5)$$

Wobei A die Oberfläche einer Platte in m^2 und d der Abstand der Platten in m darstellt.

5.3.1 Dielektrizitätszahl

Die Dielektrizitätszahl ε_r gibt an, um welchen Faktor sich die Kapazität verändert, wenn ein *Dielektrikum*² eingeführt wird. Es handelt sich dabei um eine Materialkonstante die vom Stoff abhängt. Es gilt dabei:

$$\varepsilon_r = \frac{C_{\text{Dielektrikum}}}{C_{\text{Vakuum}}} \quad (5.6)$$

Weiter gilt als gute Näherung $C_{\text{Vakuum}} \approx C_{\text{Luft}}$

5.4 Schaltungen von Kondensatoren

Schaltet man Kondensatoren parallel (\rightarrow Abb. 2.1), so kann man als *Ersatzkapazität* die Kapazitäten der einzelnen Kondensatoren Addieren:

$$C_{\text{Ersatz}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (5.7)$$

Man kann sich dabei vorstellen, das die Platten der Kondensatoren, die den selben Plattenabstand haben, seitlich aneinander angefügt werden und sich somit eine Fläche ergibt, die sich aus allen Teilflächen addiert. Betrachtet man nun Formel 5.5, so ist ersichtlich, wieso man so rechnet.

Schaltet man die Kondensatoren dagegen in Reihe, so muss man zum Berechnen der Ersatzkapazität folgendermaßen vorgehen:

$$C_{\text{Ersatz}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots} \quad (5.8)$$

Hierbei ist es so, als würden sich die Plattenabstände aller Kondensatoren mit den Selben Plattenflächen addieren. Aus Formel 5.5 ist dieses Vorgehen wieder ersichtlich.

²Materie im Kondensator, durch die das E-Feld geht

5.5 Speichern von Energie im Kondensator

Ein Kondensator kann an einer Spannungsquelle aufgeladen werden. Diese kann dann abgetrennt werden. Da das E-Feld zwischen den Kondensatorplatten von den Ladungen $Q_{1,2}$ auf den Platten kommt, und diese Ladungen nicht abfließen können, bleibt das E-Feld weiterhin erhalten. In ihm ist nun Energie gespeichert³.

Nach Formel 1.1 kann man die gespeicherte Energie des Kondensators berechnen, indem man Spannung U und Ladung Q multipliziert. Da die Spannung dabei nicht konstant ist, sondern sich proportional zur Ladung verhält (\rightarrow Formel 5.4), berechnet man dazu das Integral:

$$W = \int_{U_A}^{U_B} C \cdot U \, dU = \left[\frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \right]_{U_A}^{U_B} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_B^2 - \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_A^2 \quad (5.9)$$

Das Integral ließe sich mit Formel 5.4 umschreiben:

$$W = \int_{U_A}^{U_B} C \cdot U \, dU = \left[\frac{1}{2} \cdot Q \cdot U \right]_{U_A}^{U_B} \quad (5.10)$$

Wird ein Dielektrikum eingeführt, so erhöht sich die Speicherkapazität des Kondensators um den Faktor ε_r , da sich die Kapazität ja genauso erhöht (\rightarrow Kapitel 5.3.1).

5.5.1 Energiespeicherort

Die Energie, die der Kondensator speichert, wird in dem Raum gespeichert, den das E-Feld ausfüllt. Formel 5.9 kann man umformen (der Einfachheit halber sei $U_A = 0$ und $U_B = U$):

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \cdot E^2 \cdot d^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E^2 \cdot V \quad (5.11)$$

Wobei V das Volumen des vom homogenen E-Feld durchsetzten Raum im m^3 darstellt.

³beispielsweise kann ein geladenes Teilchen immernoch darin bewegt werden \rightarrow Formel 4.2 oder sie kann einen Verbraucher dazu bringen, Arbeit zu verrichten

6 Teilchen im E-Feld

6.1 Beschleunigung

Ein geladenes Teilchen kann mit einem E-Feld beschleunigt werden. Aufbau siehe Abb. 6.1 auf S. 20. Dazu ist in einer der Kondensatorplatten ein Loch. Das Teilchen wird zur gegenüberliegenden Platte gebracht und diese wird gleichnamig zum Teilchen geladen – die Platte mit Loch entsprechend ungleichnamig – indem eine Spannung U angelegt wird.

Von der Platte ohne Loch wird das Teilchen also abgestoßen und von der mit Loch angezogen. Da das Teilchen dabei möglichst den kompletten Kondensator durchfliegt, nimmt es nach Formel 1.1 die Energie $W = U \cdot q$ auf. Diese Energie wird bei dem Teilchen vollständig in Bewegungsenergie umgewandelt und somit ergibt sich mit der Formel für kinetische Energie:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot q}{m}} \quad [v] = \sqrt{\frac{\frac{J}{C} \cdot C}{kg}} = \sqrt{\frac{Nm}{kg}} = \frac{m}{s} \quad (6.1)$$

Dabei ist m die Masse des Teilchens

6.2 Ablenkung

Aus Kapitel 4.1 wissen wir, dass ein geladenes Teilchen im E-Feld eine Kraft erfährt, die von seiner Ladung abhängt (\rightarrow Formel 4.1). Bewegt sich nun ein Teilchen zwischen zwei Kondensatorplatten, zwischen denen eine Spannung U anliegt, durch, so befindet es sich in einem E-Feld, von dem es abgelenkt wird. Siehe dazu Abb. 6.2 auf S. 20.

Zu der anfänglichen Bewegung v_0 kommt im Kondensator noch eine weitere, gleichmäßig beschleunigte Bewegung v_1 – abhängig von der Ladung q und der Masse m des Teilchens – in Richtung einer der beiden Platten¹ hinzu. Für die Distanz Δy , die das Teilchen in Richtung einer Platte abgelenkt wurde gilt:

$$\Delta y = \frac{E \cdot q}{2 \cdot m} \cdot t^2 = \frac{U \cdot q}{2 \cdot d \cdot m} \cdot t^2 = \frac{U \cdot q}{2 \cdot d \cdot m \cdot v_0^2} \cdot (\Delta x)^2 \quad (6.2)$$

Dabei ist E die Feldstärke des E-Feldes zwischen den Kondensatorplatten, U die Spannung zwischen den beiden Platten, d der Abstand zwischen den beiden Platten und

¹positiv geladene Teilchen werden in Richtung der negativ geladenen Platte abgelenkt und entsprechend

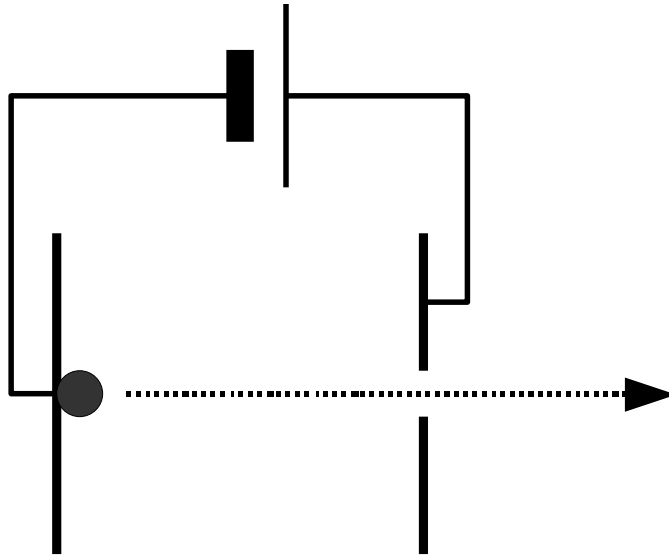


Abbildung 6.1: negatives Teilchen beschleunigt

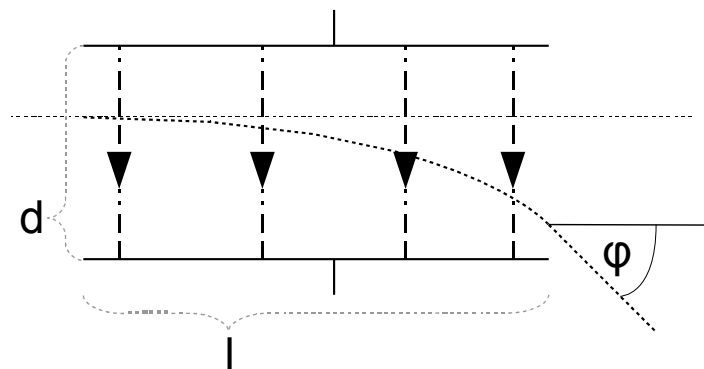


Abbildung 6.2: Teilchen wird abgelenkt

Δx die Distanz in Richtung der ursprünglichen Bewegung, die das Teilchen schon im Kondensator hinter sich gebracht hat.

Das Teilchen folgt im Kondensator also einer Parabelförmigen Flugbahn.

6.2.1 Weiterflug

Verlässt das Teilchen dann den Kondensator, nachdem es ihn auf der Länge l (parallel zu den Platten gemessen) durchflogen hat, so setzt sich seine Bewegung aus zwei gleichförmigen Bewegungen zusammen – v_0 und v_1 , da nun keine Beschleunigenden Kräfte mehr auf sie wirken. Es ergibt sich dadurch eine Gesamtgeschwindigkeit v_{ges} von:

$$v_{ges} = \sqrt{v_0^2 + v_1^2} \quad (6.3)$$

Mit dieser Geschwindigkeit setzt das Teilchen seinen Weg fort. Um die Richtung zu ermitteln, leitet man Formel 6.2 ab. Den Winkel φ zwischen der Neuen Flugbahn \vec{v}_{ges} und der alten \vec{v}_0 erhält man mithilfe dieser Ableitung:

$$\varphi = \tan \left(\frac{U \cdot q \cdot l}{d \cdot m \cdot v_0^2} \right) \quad (6.4)$$

Dabei ist U die Spannung, die zwischen den Kondensatorplatten anliegt, m die Masse des Teilchens, q seine Ladung und v_0 die Geschwindigkeit, mit der es parallel zu den Platten ankam.

Teil II

B-Feld

7 Die Magnetische Flussdichte

Die Magnetische Flussdichte B ist ein Vektor, mit dessen Hilfe sich berechnen lässt, wie sich ein Magnetisches Feld auf seine Umwelt auswirkt.

7.1 Draht im Magnetfeld

Die Magnetische Flussdichte B gibt an, welche Kraft F ein Leiter mit der wirksamen Länge¹ s , der von einem Strom der Stärke I durchflossen wird, in einem Magnetfeld erfährt.

$$B = \frac{F}{I \cdot s} \quad (7.1)$$

Einheit von B ist T (Tesla): $1T = 1 \frac{N}{A \cdot m}$. Die Richtung der Kraft F wird durch die *Linke-Hand-Regel*² bestimmt. Diese Kraft wird auch als *Lorentzkraft* bezeichnet (Siehe Kapitel 8).

7.2 langgestreckte Spule

In einer langgestreckten luft- oder materiegefüllten Spule der Länge l und der Windungszahl n , die von dem Strom I_{err} durchflossen wird, entsteht ein Magnetfeld mit der Flussdichte

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot I_{err} \cdot \frac{n}{l} \quad (7.2)$$

μ_0 bezeichnet dabei die *Magnetische Feldkonstante*. $\mu_0 \approx 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$

μ_r bezeichnet dabei die *Permeabilitätszahl*. Sie ist der Quotient $\mu_r = \frac{B_{Materie}}{B_{Vakuum}}$. Sie hängt zwar von dem Stoff des Spulenkerne ab, ist jedoch keine Stoffkonstante, weil sie auch von der Größe der Magnetischen Flussdichte abhängt.³

¹es ist nur die Länge entscheidend, die senkrecht zu den magnetischen Feldlinien steht. Schließt der Draht also den Winkel α mit den Feldlinien ein, so muss seine wirksame Länge s berechnet werden mit $s = s_r \cdot \sin(\alpha)$, wobei s_r die reale Länge des Drahtes ist

²Daumen: physikalischer Stromfluss der Elektronen, Zeigefinger: Richtung der Feldlinien, Mittelfinger: Richtung der Kraft F

³*Ferromagnetische* Stoffe haben $\mu_r \gg 1$, *diamagnetische* Stoffe haben $\mu_r \approx 1$ und *permanagnetische* Stoffe haben $\mu_r < 1$.

Bsp.: $\mu_r(\text{Weicheisen}) \approx 800$, $\mu_r(\text{Stahl}) \approx 4000$, $\mu_r(\text{Permalloy}) \approx 300000$, $\mu_r(\text{Luft}) \approx 1$

7.3 Messung der Magnetischen Flussdichte mittels der Hall-Sonde

In einer Hallsonde, die von einem Strom der Stärke I durchflossen wird und die die Breite d in Richtung der Magnetischen Feldlinien des zu messenden Feldes der Flussdichte B hat, und in der sich n Elektronen mit der Ladung e befinden, entsteht die Spannung U_H senkrecht zu den Magnetischen Feldlinien und senkrecht zur Richtung des Stromdurchflusses.

$$U_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{B \cdot I}{d} \quad (7.3)$$

Hat die Hallsonde senkrecht zum B-Feld der Stärke B und zur Bewegungsrichtung mit der Geschwindigkeit v die Höhe h , so ergibt sich für die Hallspannung U_H :

$$U_H = B \cdot v \cdot h \quad (7.4)$$

Der Hall-Effekt resultiert aus einer Ablenkung der Elektronen aufgrund ihrer Bewegung im zu messenden B-Feld. Dadurch wird Ladung getrennt und es entsteht ein E-Feld. Die Hall-Spannung U_H stellt sich dann ein, wenn die Ablenkung durch E-Feld (F_{el}) die Ablenkung durch das B-Feld (F_L) völlig kompensiert hat.

8 Lorentzkraft

Die *Lorentzkraft* ist eine Kraft, die bewegte Ladungen erfahren, wenn sie sich senkrecht zu den Magnetischen Feldlinien durch ein Magnetisches Feld bewegen. Sie diene uns zur Definition der *Magnetischen Flussdichte* (→ Gleichung 7.1).

8.1 Kraft auf einzelne Ladungsträger

Ein Ladungsträger mit der Ladung q , der sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} in einem Magnetfeld der Magnetischen Flussdichte B senkrecht zu den Feldlinien bewegt, erfährt die Kraft F_L :

$$F_L = B \cdot q \cdot v \quad (8.1)$$

8.1.1 Kreisbewegung im Magnetfeld

Wenn geladene Teilchen in ein Magnetfeld gelangen, bewegen sie sich auf einer Kreisbahn senkrecht zu den Feldlinien des Magnetfeldes. Die Lorentzkraft entspricht dann nämlich der *Zentripetalkraft* F_z ¹, weil sie immer senkrecht zur Bewegungsrichtung steht und somit ständig zum Kreismittelpunkt zeigt. Der Radius des entstehenden Kreises errechnet sich nach:

$$r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q} \quad (8.2)$$

Das Teilchen hat nach der Zeit T eine komplette Kreisbahn durchflogen.

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{B \cdot q} \quad (8.3)$$

Interessanterweise hängt die Umlaufzeit (8.3) nicht von der Geschwindigkeit v der Teilchen ab. Man macht sich die Erkenntnisse aus (8.2) zunutze, um die Masse m der Teilchen² oder die *spezifische Ladung* $\frac{q}{m}$ der Teilchen zu messen, da Radius r und Magnetische Flussdichte B leicht messbar sind. Damit die Geschwindigkeit der Teilchen zu bestimmen ist, werden sie alle durch einen *Geschwindigkeitsfilter* (→ 8.2) geschickt, wodurch man errechnen kann, wie schnell sie sind.

¹ $F_z = \frac{m \cdot v^2}{r}$

² wenn die Ladung q Bekannt ist

8.1.2 Schraubenbewegung im Magnetfeld

Wird das Teilchen so eingebracht, dass seine Geschwindigkeit eine Komponente in Richtung der Feldlinien hat, so bewegt es sich auf einer Schraubenbahn. Schließt die Bewegungsrichtung des Teilchens mit den Feldlinien den Winkel α ein, so ist die Geschwindigkeit, aus der man den Kreisradius berechnet berechenbar mit $v_s = v \cdot \sin(\alpha)$. Aus der anderen Geschwindigkeit ergibt sich die Längsbewegung der Schraube $v_l = v \cdot \cos(\alpha)$. In der Zeit T (Siehe 8.3) legt das Teilchen dabei längs der Feldlinien die *Ganghöhe* h zurück. Sie ist der Abstand in Richtung der Feldlinien zwischen zwei Kreisbahnen:

$$h = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot B} \cdot v \cdot \cos(\alpha) \quad (8.4)$$

8.2 Geschwindigkeitsfilter

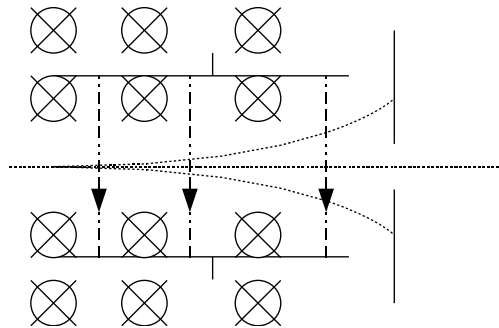


Abbildung 8.1: Skizze eines Geschwindigkeitsfilters

Ein Geschwindigkeitsfilter besteht aus einem gekreuzten B-Feld und einem E-Feld. Haben die Teilchen die richtige Geschwindigkeit v , so können sie den Geschwindigkeitsfilter passieren. Der Effekt rührt daher, dass das B-Feld die Teilchen in die andere Richtung ablenkt als das E-Feld. Sind die Teilchen zu schnell, so werden sie vom B-Feld zu stark abgelenkt, sind sie zu langsam, werden sie vom E-Feld zu stark abgelenkt. In Abbildung 8.1 wirkt die Elektrische Kraft $F_e l$ auf negativ geladene Teilchen nach oben, während die Lorentzkraft F_L nach unten wirkt. Es gilt dabei:

$$v = \frac{E}{B} \quad (8.5)$$

9 Elektromagnetische Induktion

Bei der *Elektromagnetischen Induktion* entsteht eine Spannung in einem Leiter, hervorgerufen durch ein Magnetisches Feld. Dies kann auf verschiedene Arten geschehen.

9.1 Relativbewegung

Bewegt man einen Leiter der Länge l mit der Geschwindigkeit v durch ein Magnetfeld der Flussdichte B (oder das Magnetfeld um den Leiter), so wird in dem Leiter eine Spannung U_{ind} induziert. Dabei spielt nur die Geschwindigkeitskomponente v_s senkrecht zu den Feldlinien (und dem Draht) eine Rolle. Für die Richtung des Stromflusses gilt die Linke-Hand-Regel¹. Es gilt:

$$U_{ind} = v_s \cdot B \cdot l \quad (9.1)$$

9.2 Induktion durch Flächenänderung

Wird eine Leiterschleife mit n Windungen so durch ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte B geführt, dass in der Zeit Δt die vom Feld durchsetzte Schleifenfläche sich von A_1 auf A_2 ändert², so gilt:

$$U_{ind} = n \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} = n \cdot B \cdot \dot{A} \quad (9.2)$$

Durch die Bewegung der Leiterschleife am Rande des Magnetfeldes taucht sie also mal mehr und mal weniger ein. Die Flächenänderung kann aber auch als Verformung passieren, oder dass die Leiterschleife im Magnetfeld gekippt wird; damit ändert sich nämlich die effektive Fläche, also die Fläche, die zu den Magnetischen Feldlinien senkrecht steht

9.2.1 Sinusspannung

Somit lässt sich einfach Strom erzeugen, dessen Spannungsverlauf sinusförmig ist. Indem man nämlich eine Spule der Querschnittsfläche A_0 in einem B-Feld rotieren lässt, dass die Rotationsachse senkrecht zu den Feldlinien steht, erhält man eine Fläche A_{eff} die

¹Daumen: Bewegungsrichtung des Drahtes, Zeigefinger: Feldlinien, Mittelfinger: Physikalische Stromrichtung

²sich also eine Änderung von $\Delta A = A_2 - -A_1$ ergibt

senkrecht zu den Feldlinien des Magnetfeldes steht, durch die also Induktion stattfinden kann. Es gilt dabei

$$A_{eff}(t) = A_0 \cdot \cos(\varphi) = \cos(\omega \cdot t) \quad (9.3)$$

$$\dot{A}(t) = -A_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (9.4)$$

mit der Kreisfrequenz ω und der Zeit der Drehung t , da sich die Spule logischerweise kreisförmig dreht (ihre Seitenkanten beschreiben die Bahn eines Zylinders senkrecht zu den Magnetfeldern). Die Flächenänderung \dot{A} ergibt sich durch die Ableitung nach t . Mittels Formel 9.2 kann damit die induzierte Spannung errechnet werden.

9.3 Induktion durch Änderung der Magnetischen Flussdichte

In einer Leiterschleife mit n Windungen und der Querschnittsfläche A , die sich senkrecht zu den Feldlinien in einem homogenen Magnetfeld befindet, das in der Zeit Δt von der Flussdichte B_1 auf B_2 geändert wird, ergibt sich:

$$U_{ind} = n \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = n \cdot A \cdot \dot{B} \quad (9.5)$$

9.4 Induktionsgesetz

Kapitel 9.2 und 9.3 kann man zu einem einzelnen Gesetz zusammenfassen: Dem *Induktionsgesetz*. Dafür wird der *Magnetische Fluss* Φ definiert: Für eine Leiterschleife / Spule der Querschnittsfläche A die sich in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B befindet, gilt:

$$\Phi = B \cdot A \quad (9.6)$$

Die Einheit von Φ ist $1 T m^2 = 1 \frac{N}{A \cdot m} \cdot m^2 = 1 \frac{J}{A} = 1 \frac{V \cdot A \cdot s}{A} = 1 V s$

Möchte man sich Φ vern anschaulichen, so kann man sich vorstellen, dass Φ die Anzahl der Feldlinien ist, die senkrecht durch die Querschnittsfläche laufen. Die Änderung von einem der beiden Faktoren B oder A ruft jeweils eine Induktionsspannung hervor. Kommt in einem Versuch sowohl eine Veränderung von A als auch von B vor, so kann man getrennt berechnen, welche Induktionsspannung sich für eine Änderung der durchflossenen Querschnittsfläche ergibt, welche Induktionsspannung sich für die Änderung des B-Feldes ergibt und diese beiden Spannungen addieren, um dann auf die endgültige Induktionsspannung zu kommen. Es gilt also für die Formeln: $(9.2) + (9.5) \rightarrow (9.7)$ ³

$$U_{ind} = n \cdot \dot{A} \cdot B + n \cdot A \cdot \dot{B} = n \cdot \dot{\Phi} \quad (9.7)$$

³Das hochgestellte Pünktchen bedeutet, dass es sich um eine Ableitung nach der Zeit handelt.

Wichtig ist sowohl hier, als auch bei 9.2 und 9.5, dass U_{ind} zur *Änderung* des Magnetischen Flusses Φ ⁴ proportional ist. Liegt eine Leiterschleife also in einem Magnetfeld, das konstant schwächer wird, so wird eine konstante Spannung induziert. gleiches gilt, wenn sich die Fläche konstant ändert – dann wird eine konstante Spannung induziert.

Zu beachten ist aber auch die Selbstinduktion einer Spule! → Kapitel 9.6 !

9.5 Lenz'sche Regel

Die *Lenz'sche Regel* besagt, dass ein Induktionsvorgang so verläuft, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt.

Wenn also beispielsweise ein Elektromagnet vor einem Metallring eingeschaltet wird, so wird in dem Ring ein solcher Strom induziert, dass das Magnetfeld, welches aus dem Stromfluss im Ring resultiert, entgegen dem der Spule weist.

Die Lenzsche Regel sorgt dafür, dass wir Formel 9.7 abändern müssen:

$$U_{ind} = -n \cdot \dot{\Phi} \quad (9.8)$$

Diese neue Induktionsspannung bezieht sich nun auf eine bereits in der Spule bestehende Spannung. Hat man nämlich beispielsweise eine stromdurchflossene Spule und führt in diese Materie ein mit $\mu_r \gg 1$, so sinkt die Stromstärke I für die Dauer des Einführvorganges. Aus (7.2) ist ersichtlich, dass B steigt. Nach Lenz verläuft die Induktion nun so, dass sie dem Wachstum von B entgegenwirkt. Ihre Spannung muss also entgegen der „Urspannung“ sein.

9.6 Selbstinduktion

Sobald sich in einer stromdurchflossenen Spule die Stromstärke I ändert, induziert diese Spule eine Spannung – eben auch bei sich selbst. Ändert sich nämlich die Stromstärke I in einer Spule, so sorgt diese Stromänderung für eine Veränderung des Magnetischen Flusses. Aus Kapitel 9.3 folgern wir, dass Induktion stattfinden kann. Diese Induktion findet in der Spule selbst statt, wo eine Spannung induziert wird, die nach der *Lenz'schen Regel* dem Stromfluss, der für die Induktion sorgt, entgegenwirkt. Dabei gilt: $U_{ind} \sim \dot{I}$. Dieses Phänomen ist als *Selbstinduktion* bekannt. Liegen in einem Stromkreis Schaltungen des Leiters vor, so reagieren diese wie eine Spule.

Die *Induktivität* L eines Leiters gibt an, wie groß diese entgegengesetzte induzierte Spannung U_{ind} ist:

$$U_{ind} = -L \cdot \dot{I} \quad (9.9)$$

Die Einheit von \dot{I} ist $\dot{I} = \frac{A}{s}$

Die Induktivität ist allgemein definiert mit:

$$L = \frac{U_{ind}}{\dot{I}} \quad (9.10)$$

⁴also auch zur *Änderung* der senkrecht felddurchsetzten Fläche bzw. der *Änderung* der Flussdichte

Für *langgestreckte Spulen* mit n Windungen, der Länge l und mit der Querschnittsfläche A gilt dabei:

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l} \quad (9.11)$$

Die Einheit von L ist : $[L] = \frac{V \cdot s}{A} = \frac{kg \cdot m^2}{C^2} = \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot A^2}$

9.7 Einschaltvorgang eines Spulenstromkreises

Schaltet man einen Stromkreis, in dem eine Spule sitzt, ein, so baut sich die Stromstärke erst mit der Zeit auf. Dies ist ein direktes Resultat der Selbstinduktion. Wenn nämlich der Strom eingeschaltet wird, also in Schaubild 9.1(a) die Funktion sich gerade von der Zeitachse entfernt, ist die Änderung des Stromes $\dot{I}(t)$ äußerst groß, da sich die Spannung ja von „überhaupt kein Wert“ auf „einen positiven Wert“ ändert. Nach Formel 9.9 ist die Induktionsspannung hier also stark negativ. Mit dem LENZ'schen Gesetz in Einklang ist diese Induktionsspannung also ihrer Ursache entgegengesetzt und „*fängt*“ die Veränderung der Stromstärke ab. Der Stromverlauf ist deshalb an dieser Stelle auch kurvenförmig. Ohne die entgegengerichtete Induktionsspannung hätte der Strom sein Maximum praktisch sofort erreicht. So nähert er sich seinem Maximum nur *asymptotisch* an.

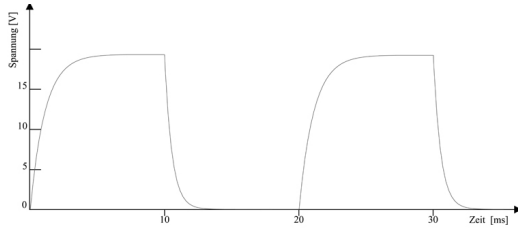
Je mehr Zeit innerhalb einer halben Periode verstreicht, desto näher kommt der ausgebremste Strom seinem Maximum, aber immernoch ist eine gegenläufige Spannung da, die ihn dezimiert. Da er konsequent dezimiert wird, wird $\dot{I}(t_n)$ auch kleiner, da ja ständig die wachstumsschwächende Induktionsspannung auf den Strom einwirkt.

Wenn der Strom dann wieder abgeschaltet wird, also von seinem Maximum abfällt, ist in Schaubild 9.1(b) ein noch größerer Peak entstanden, der diesmal nach oben zeigt, also auch eine große positive Spannung hinweist. $\dot{I}(t_n)$ ist an dieser Stelle stark negativ, weil der Strom sich von einem nahezu konstanten Wert „*erstmalig*“ abbewegt. Nach Gleichung 9.9 sorgt diese Spannung nun dafür, dass der Stromstärkenabfall abgefangen wird, also nicht so drastisch aussieht, weshalb sich auch hier wieder ein kurvenförmiger Lauf ergibt.

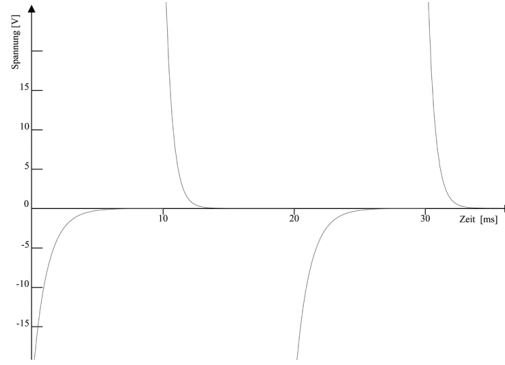
9.8 Energie des Magnetfelds

Unterbricht man einen Spulenstromkreis, so wird die Spule nach dem LENZ'schen Gesetz dafür sorgen, dass der Strom noch möglichst aufrecht erhalten wird. Mit diesem Strom kann Arbeit verrichtet werden – im Magnetfeld muss also Energie gespeichert sein. Die enthaltene Energie des Magnetfeldes zwischen zwei Zeitpunkten t_1 und t_2 berechnet sich mit

$$E_{mag} = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt \quad (9.12)$$



(a) Stromverlauf



(b) Spannungsverlauf

Abbildung 9.1: Vorgänge beim Einschalten eines Stromkreises mit Spule – siehe Kapitel 9.7

Mit der Formel für elektrische Leistung $P_{el} = U \cdot I$ und Formel 9.9 ergibt sich so⁵

$$E_{mag} = - \int_{t_1}^{t_2} \left(L \cdot \dot{I}(t) \cdot I(t) \right) dt = - \int_{I(t_1)}^{I(t_2)} (L \cdot I(t)) dI(t) = -L \left[\frac{1}{2} \cdot I^2 \right]_{I(t_1)}^{I(t_2)} \quad (9.13)$$

⁵Weil $\dot{I} = \frac{dI}{dt}$ und somit $\dot{I} \cdot dt = \frac{dI}{dt} \cdot dt = dI$

Teil III

Schwingungen

10 Begriffe & Definitionen

Schwingung eine sich zeitlich periodisch wiederholende Änderung einer oder mehrerer physikalischer Größen um einen Mittelwert

Elongation Auslenkung - Entfernung von einer Ruhelage zu einem Zeitpunkt $s(t)$

Amplitude Betrag der maximalen Auslenkung \hat{s}

Periode(ndauer) die Dauer einer Vollständigen Schwingung T

Frequenz Anzahl von Schwingungen pro Zeit $f = \frac{1}{T}$

Winkelgeschwindigkeit Drehung im Bogenmaß je Zeit $\omega = \dot{\varphi} = 2 \cdot \pi \cdot f$

Rückstellkraft Kraft die da Pendel in Richtung der Ruhelage beschleunigt F_R

Harmonische Schwingung eine Schwingung, deren t - $s(t)$ -Diagramm sinusförmig ist, wobei $F_R \sim s(t)$ gilt

11 Harmonische Schwingung

11.1 allgemeiner Lösungsansatz

Im Allgemeinen hat sich bei uns der Lösungsansatz etabliert, eine Differentialgleichung zweiten Grades aufzustellen. Dabei wird die Rückstellkraft F_R auf zwei verschiedene Arten ausgerechnet. Einmal über den Zusammenhang $F_R = m \cdot a(t)$ und das andere mal über den Zusammenhang $F_R = -D \cdot s(t)$. Zur Differentialgleichung wird die Gleichung dann, weil $\dot{s}(t) = v(t)$ und $\dot{v}(t) = a(t)$ und somit $\ddot{s}(t) = a(t)$. Unser Lösungsansatz ist also im Allgemeinen

$$m \cdot \ddot{s}(t) = -D \cdot s(t) \quad (11.1)$$

Die Lösung dieser Gleichung ist dann für uns die *Sinusfunktion*, da sie diejenige Funktion ist, die ihrer zweiten Ableitung proportional ist¹. Mit ihr ergibt sich

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (11.2)$$

$$\dot{s}(t) = \hat{s} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (11.3)$$

$$\ddot{s}(t) = -\hat{s} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (11.4)$$

Mit diesen Gleichungen lässt sich eine harmonische Schwingung beschreiben². Als nachgewiesen, dass es sich bei der Schwingung um eine harmonische Schwingung handelt, gilt es, wenn man zeigen kann, dass

$$F_R(t) = -D \cdot s(t) \quad (11.5)$$

$$D = m \cdot \omega^2 \quad (11.6)$$

für die *komplette* Schwingung gilt.

Setzt man nun Formel 11.2 und Formel 11.4 in Formel 11.1 ein, so ergibt sich³ für die Periodendauer T einer periodischen Schwingung allgemein

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \quad (11.7)$$

¹ $f(x) = \sin(x) \quad f''(x) = -\sin(x) \quad f(x) = -f''(x)$

² φ ist die Phasenverschiebung

³mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$

11.2 Das Fadenpendel

Bei einem Fadenpendel wirkt bei einer Masse immer eine Kraft F_A in der Verlängerung des Fadens. Sie ist die Reactio der Zentripetalkraft F_Z , die den Schwingkörper auf seiner Kreisbahn hält. Zusätzlich greift jederzeit die Schwerkraft F_g am Schwingkörper an. Mithilfe eines Kräfteparallelogramms kann man die Schwerkraft nun zerlegen und erhält einerseits F_A , andererseits die Rückstellkraft F_R . Diese weist⁴ immer tangential zur Kreisbahn in Richtung der Ruhelage.

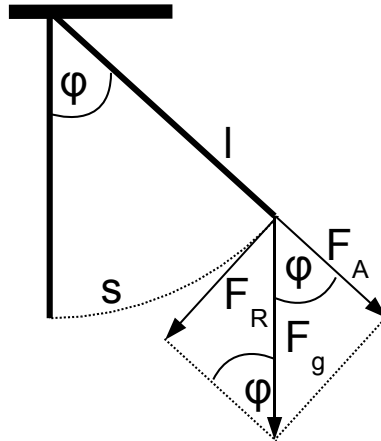


Abbildung 11.1: Skizze eines Federpendels mit den bedeutenden Größen eingetragen

Vom Nebenwinkelsatz aus kann man den Auslenkungswinkel φ noch an verschiedenen Stellen finden. Hier gelten dann die Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck

$$\frac{F_R}{F_g} = \sin(\varphi) \quad (11.8)$$

Der Winkel φ (im Bogenmaß) wiederum ist definiert mit

$$\varphi = \frac{s}{l} \quad (11.9)$$

Für kleine Winkel φ gilt nun $\varphi \approx \sin(\varphi)$. Führt man diese Näherung jetzt entweder bei Formel 11.8 oder bei Formel 11.9 durch, so erkennt man, dass

$$\frac{F_R}{F_g} \approx \frac{s}{l} \Rightarrow F_R \approx \frac{F_g}{l} \cdot s \quad (11.10)$$

Da sowohl $F_g = m \cdot g$ als auch l konstant sind, hängt F_R bei einer Schwingung nur von s ab. Damit ist also bewiesen, dass das Fadenpendel für kleine Auslenkungen $\varphi < 6^\circ$ eine *harmonische Schwingung* ausführt. Seine Richtgröße ist

$$D = \frac{m \cdot g}{l} \quad (11.11)$$

⁴so sie existiert - im Ruhezustand nämlich nicht

11.3 Das Federpendel

Bei einem Federpendel hängt an einer Feder mit der Federhärte D ein Schwingkörper der Masse m . Die Ruhelage dieses Systems ist dann erreicht, wenn die Kraft, mit der die Feder am Schwingkörper zieht F_F so groß ist, wie der Schwerkraft F_g . Da bei einer Feder das HOOK'sche Gesetz $D = \frac{F}{s}$ gilt, gilt weiter

$$F_F = D \cdot s = -F_g \Rightarrow s_0 = -\frac{m \cdot g}{D} \quad (11.12)$$

s_0 ist dabei die Auslenkung des Pendels vom völlig unausgelenkten Zustand der Feder aus.

Das HOOK'sche Gesetz macht hier von Anfang an klar, dass es sich bei der Schwingung um eine harmonische handelt. Die Federhärte entspricht der Richtgröße⁵. Besteht ein System aus einem Schwingkörper zwischen zwei Federn, so gilt für die Richtgröße

$$D = D_1 + D_2 \quad (11.13)$$

11.4 Das Wasserpendel

Ein Wasserpendel besteht aus einem U-Rohr mit dem konstanten Querschnitt A in das Wasser der Masse m_{ges} mit der Dichte ϱ gefüllt wird. Die Wasseroberflächen in den beiden Rohrteilen stehen einander gegenüber und die Wassersäule hat insgesamt die Höhe $2 \cdot h_0$, weil h_0 die (gebogene) Strecke vom unteren Rohrmittelpunkt bis zu einem der Wasserspiegel ist. Die Schwingung mit der Elongation $s(t)$ schwingt um diesen Pegelstand⁶.

Wird nun das Wasser auf Seite A um s^+ ausgelenkt, so sinkt der Pegel auf Seite B um $-s^+$. Die Wassersäule ist auf Seite A $2 \cdot s^+$ höher. Dieses *Mehr* an Wasser V^+ erfährt nun die Gewichtskraft $F_g = m^+ \cdot g$ nach unten, die gleichzeitig als Rückstellkraft F_R fungiert. Über die Zusammenhänge von Masse, Dichte und Volumen ($m = \varrho \cdot V$) und der Umrechnung des Volumens ($V^+ = A \cdot 2 \cdot s^+$) ergibt sich so für die Rückstellkraft

$$F_R = g \cdot \varrho \cdot A \cdot 2 \cdot s^+ \quad (11.14)$$

Dabei sind außer s^+ alles Konstanten. Es ergibt sich für das Wasserpendel also eine Richtgröße D von

$$D = 2 \cdot g \cdot \varrho \cdot A \quad (11.15)$$

11.5 Der Schwingkreis

Ein Schwingkreis ist ein Stromkreis, der im einfachsten Falle lediglich einen Kondensator der Kapazität C und eine Spule der Induktivität L enthält. In ihm schwingt Strom der

⁵beide heißen deshalb D

⁶ $h(t) = h_0 + s(t)$

Ladung Q zwischen Kondensator und Spule hin und her. Aufgrund des simplen Aufbaus⁷ gilt im Stromkreis

$$U_{ind} = -L \cdot \dot{I}(t) = -L \cdot \ddot{Q}(t) \quad (11.16)$$

$$U_C = \frac{Q(t)}{C} = \frac{1}{C} \cdot Q(t) \quad (11.17)$$

$$U_C = U_{ind} \quad (11.18)$$

Der Kondensator wird anfangs einmalig geladen. Somit steckt im Kondensator Energie E_{el} . Der Kondensator entlädt sich nun langsam über die Spule, dabei fließt logischerweise Strom - und zwar mehr Strom, als zu dem Zeitpunkt da der Kondensator noch ungeladen war - somit steigt $\dot{I}(t)$. Es ergibt sich nach den Gleichungen 11.16 und 11.18 eine Induktionsspannung. Diese wirkt dem Stromfluss entgegen (Siehe Kap. 9.5 auf S. 29) und damit kann sich der Kondensator nicht sofort entladen. Der Entladestrom nähert sich nun langsam (asymptotisch) seinem Maximum an.

In der Zeit, in der der Kondensator entladen wurde, baute sich in der Spule (und rundherum) ein Magnetfeld auf. Dieses Magnetfeld speichert nun die Energie E_{mag} , die der Kondensator vorher enthalten hatte ($E_{el} = E_{mag}$). Wenn der Kondensator schließlich leer ist, ergibt sich erneut eine Induktionsspannung. Da der Strom vorher einen relativ großen Wert hatte und nun völlig „abgeschaltet“ ist, wird $\dot{I}(t)$ infolgedessen stark negativ und es wird erneut Spannung induziert, die den bereits abgebrochenen Stromfluss weiter unterhält.

Durch diese Induktionsspannung wird der Kondensator nun wieder geladen. Wenn das Magnetfeld komplett abgebaut ist, wird der Kondensator wieder so viel Energie haben, wie direkt nach dem Aufladen⁸. Die Platte, die vorher aber negativ war, ist jetzt positiv und anderstherum. Das E-Feld hat sich also umgekehrt. Wenn der Vorgang dann wieder von Vorne beginnt, wird auch das B-Feld der Spule in die andere Richtung weisen als zuvor.

Es handelt sich hierbei um eine harmonische Schwingung, bei der Stromstärke und Spannung einer Sinusfunktion folgen. Setzt man die Gleichungen 11.16 und 11.17 in Gleichung 11.18 ein, so erhält man eine Differentialgleichung $\ddot{Q}(t) = -\frac{1}{L \cdot C} \cdot Q(t)$ deren Lösung wieder eine Sinusfunktion ist:

$$Q(t) = \hat{Q} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (11.19)$$

$$I(t) = -\hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) = -\frac{\hat{Q}}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (11.20)$$

$$U(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (11.21)$$

Für den Schwingkreis ergibt sich eine Periodendauer von

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \quad (11.22)$$

⁷Die Spannung des Kondensators U_C liegt direkt an der Spule an, ebenso wie die Induktionsspannung U_{ind} direkt am Kondensator anliegt

⁸von Verlusten der Dämpfung sei hier abgesehen

11 Harmonische Schwingung

Will man mechanische und elektrische Schwingungen Vergleichen, so gelte folgende Entsprechungen:

$$\begin{aligned}s &\hat{=} Q \\v &\hat{=} I \\a &\hat{=} \dot{I} \\D &\hat{=} \frac{1}{C} \\m &\hat{=} L \\\frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 &\hat{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C} \cdot Q^2 \\\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &\hat{=} \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2\end{aligned}$$

12 Gedämpfte Schwingungen

Im Gegensatz zur idealen harmonischen Schwingung nimmt die Amplitude \hat{s} im Laufe der Schwingung ab. Energie der Schwingung wird in andere Energieformen umgewandelt. Dies geschieht im Allgemeinen durch Kräfte F_{gl} die aus der Reibung schwingender Systeme resultieren.

12.1 Konstante Reibung

Konstante Reibung tritt bspw. bei mechanischen Schwingungen auf. Hierbei ist die Bremsende Kraft F_{gl} konstant. Es gilt also für die Rückstellkraft F_R

$$F_R = m \cdot \ddot{s}(t) = -D \cdot s(t) - F_{gl} \quad (12.1)$$

Es gilt also hier das lineare Kraftgesetz nicht mehr und somit handelt es sich nicht um eine harmonische Schwingung. Die Amplitude \hat{s} der Schwingung nimmt bei jeder Schwingung *linear* um s^- ab, mit

$$s^- = \frac{2 \cdot F_{gl}}{D} \quad (12.2)$$

12.2 Reibung abhängig von der Geschwindigkeit

Geschwindigkeitsabhängige Reibung tritt beispielsweise bei der Wirbelstrombremse auf. Hierbei nimmt die Amplitude \hat{s} zwischen den einzelnen Schwingungen exponentiell ab. Für die Rückstellungskraft ergibt sich hierbei

$$F_R = m \cdot \ddot{s}(t) = -D \cdot s(t) - R \cdot \dot{s}(t) \quad (12.3)$$

R ist hierbei eine Reibungskonstante. Auch hier liegt keine harmonische Schwingung vor. Eine Lösung der Differentialgleichung¹ ist hierbei die Funktion

$$s(t) = \hat{s} \cdot e^{-k \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (12.4)$$

wobei ω von der Eigenfrequenz² ω_0 abweicht. Hier gilt

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - k^2} \quad (12.5)$$

¹ $m \cdot \ddot{s}(t) = -D \cdot s(t) - R \cdot \dot{s}(t)$

²also der Frequenz, die das System ohne Reibung ausführen würde

12 Gedämpfte Schwingungen

Wobei auch k eine Reibungskonstante ist mit $k = \frac{R}{2 \cdot m}$.

Bei dieser Art der Schwingungen muss man zwischen drei verschiedenen Sorten unterscheiden:

Schwingfall $\omega_0 > k^2$ Das System Schwingt und die Amplitude nimmt exponentiell ab

Aperiodischer Grenzfall $\omega_0 = k^2$ Das System schwingt fast eine halbe Periode lange, die Amplitude geht jedoch in kürzestmöglicher Zeit gegen null.

Kriechfall $\omega_0 < k^2$ Das System schwingt nur kurz in eine Richtung, dann nimmt die Amplitude relativ langsam ab.

Es kann auch sein, dass Der Zusammenhang zwischen Reibung und Geschwindigkeit komplexer ist oder sich im Laufe einer Periode verändert.....

13 Erzwungene Schwingung

Das Gegenteil einer gedämpften Schwingung ist eine erzwungene Schwingung. Dabei wird von Außen auf das schwingende System Einfluss ausgeübt. Dieser Einfluss erfolgt periodisch, jedoch nicht notwendigerweise mit der Eigenfrequenz ω_0 der Schwingung sondern auch mit anderen Frequenzen ω . Zur Rückstellkraft F_R kommt also noch eine weitere Kraft F_1 hinzu mit

$$F_1(t) = \hat{F}_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (13.1)$$

Für eine gedämpfte Schwingung ergibt sich also

$$F_R(t) = m \cdot \ddot{s}(t) = -D \cdot s(t) - k \cdot \dot{s}(t) + F_1(t) \quad (13.2)$$

Je nachdem, wie sich ω und ω_0 zueinander verhalten, unterscheidet man zwischen drei verschiedenen Fällen:

- $\omega \rightarrow 0$: Das System passt sich der Schwingung des Zwanges an und schwingt ohne Phasenverschiebung.
- $\omega = \omega_0$: Es kommt zur *Resonanz*. Das System schwingt um $\varphi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ *hinter* dem Zwang. Hierbei wächst seine Amplitude stark an.
- $\omega \rightarrow \infty$: Die Amplitude sinkt sehr stark und das System schwingt mit einer Phasenverschiebung von $\varphi = \pi = 180^\circ$ *hinter* dem Zwang her.

Teil IV

Wellen

14 Definition Mechanische Welle

Eine Mechanische Welle tritt dann auf, wenn ein *Wellenträger*¹ eine *Störung* weiterleitet, ohne dass dabei die Teilchen des Wellenträgers wandern - sie bewegen sich nur am Ort. Dabei wird Energie² transportiert. Die Geschwindigkeit, mit der sich die einzelnen Teilchen des Wellenträgers bewegen, wird als *Schnelle* \vec{v} bezeichnet.

Eine Welle breitet sich dabei mit einer bestimmten *Ausbreitungsgeschwindigkeit* c aus. Diese ist vom Wellenträger abhängig.³ Es kann dabei sein, dass sich nur eine einzelne Störung ausbreitet, es kann sich aber auch um einen periodischen Vorgang handeln.

Man unterscheidet dabei zwischen Longitudinal- oder Längswellen und Transversal- bzw. Querwellen. Bei *Longitudinalwellen* bewegen sich die Teilchen des Wellenträgers *in* Ausbreitungsrichtung, bei *Transversalwellen* bewegen sie sich senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

¹Es kann sich dabei um feste, flüssige oder gasförmige Materie handeln

²kinetische und potentielle Energie

³Es kann auch dazu kommen, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Frequenz der Schwingung abhängt; das bezeichnet man als *Dispersion*.

15 Feder-Massen-Modell

Das Feder-Massen-Modell dient dazu, sich die Ausbreitung einer Störung vorstellen zu können: In diesen Modell liegen Massenteilchen in einer Reihe und werden von Federn miteinander verbunden. Wird nun eines dieser Teilchen angeregt - bspw. nach oben gezogen -, so spricht man hier von einer Störung - schließlich wurde die geradlinige Anordnung der Teilchen gestört. Durch die Feder dieses ersten Massenteilchens zu seinem Nachbarn - durch die Störung wurde sie gespannt - wird dieser nun nach oben gezogen, wodurch er die nächste Feder spannt, die nun wiederum den nächsten Massenpunkt nach oben zieht. Durch die Trägheit der Massen der einzelnen Teilchen vergeht ein gewisser Zeitraum, bis ein Massenteilchen so weit ausgelenkt ist, wie sein Nachbar¹. Auf diese Weise breitet sich die anfängliche Störung durch den kompletten Wellenträger aus - sieht man von Reibung u.ä. ab.

¹daraus resultiert die Ausbreitungsgeschwindigkeit

16 Harmonische Wellen

Eine *Fortschreitende Welle* ist das, was man sich für gewöhnlich unter dem Begriff “Welle” vorstellt. Dabei wird dem Wellenträger periodisch Energie zugeführt und die Massenteilchen bewegen sich mit gleichartigen, erzwungenen Schwingungen. Handelt es sich bei diesen Schwingungen der einzelnen Massenteilchen um harmonische Schwingungen, so wird die Welle als *Harmonische Welle* bezeichnet.

Ein bestimmter Schwingungszustand¹ breitet sich dabei mit der Geschwindigkeit c aus. Betrachtet man also zwei Teilchen, die genau $c \cdot t_1$ auseinanderliegen, und phasengleich schwingen², so muss es sich bei t_1 um ein Vielfaches von der *Schwingungsdauer* T handeln. T ist der kürzeste zeitliche Abstand zwischen zwei Teilchen, die phasengleich schwingen. Die kürzeste Distanz zwischen zwei Teilchen, die Phasengleich schwingen, wird als *Wellenlänge* λ bezeichnet. Es gilt als Zusammenhang

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad (16.1)$$

16.1 Wellengleichung

Nun lässt sich einfach eine Wellengleichung herleiten, die dazu dient, die Auslenkung eines beliebigen Teilchens einer Welle zu einer beliebigen Zeit zu bestimmen. Dazu nimmt man an, dass die Welle sich linear ausbreitet und zwar in positive x -Richtung. Bei $x = 0$ wird die Welle periodisch angeregt, zum Zeitpunkt $t = 0$ wird sie das erste mal in positive s -Richtung ausgelenkt.

Am Punkt $x = 0$ schwingt das Teilchen also mit einer harmonischen Schwingung. Seine Amplitude ist \hat{s} und seine Drehfrequenz ist ω , dadurch beträgt sein Drehwinkel φ zum Zeitpunkt t : $\varphi = \omega \cdot t$. Die Gleichung zu seiner Schwingung lautet somit:

$$s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (16.2)$$

Dieses Teilchen regt nun seine Nachbarn in positiver x -Richtung an und überträgt seine Bewegung darauf. Da sich diese Ausbreitung mit der Geschwindigkeit c vollzieht, hat jedes Teilchen, das vom ersten weiter als

$$x(t) = c \cdot t \Rightarrow t(x) = \frac{x}{c} \quad (16.3)$$

entfernt ist, keine Auslenkung - die erste Störung ist noch nicht bis zu ihm durchgedrungen.

¹Das entspricht einem Bestimmten Winkel φ im Zeigerformalismus (Kap. 16.2).

²also jederzeit mit dem selben Winkel φ darstellbar sind

Betrachtet man nun ein Teilchen, das nach Formel 16.3 schon schwingen muss, so kann man auf dessen Auslenkung ganz einfach schließen, indem man berechnet, wie lange die Welle sich vom ersten Teilchen bis hierher ausgebreitet hat. Diese Dauer ergibt sich mit Formel 16.3. Aus der bereits verstrichenen Zeit t und dieser Zeit ergibt sich die Zeit, zu der das Teilchen an der Stelle $x = 0$ den gesuchten Schwingungszustand hatte. Somit setzt man diese Zeit in Formel 16.2 ein, und erhält die gesuchte Auslenkung:

$$s(x, t) = \hat{s} \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = \hat{s} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot \left(t - \frac{x}{\frac{\lambda}{T}}\right)\right) = \hat{s} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \quad (16.4)$$

Die Umformung erhält man mit $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ und $c = \frac{\lambda}{T}$.

Diese Formel beschreibt nun für eine Schwingung die Auslenkung für beliebige Zeitpunkte und an beliebigen Orten. Sie kann auf drei verschiedene Arten verwendet werden:

1. Auslenkung eines einzelnen Punktes zu einer bestimmten Zeit:
Dazu muss man in die Formel schlicht Abstand x vom ersten angeregten Teilchen und die Zeit t seit dem Beginn von dessen Anregung.
2. Ein Momentanbild der Schwingung erzeugen:
Hierzu gibt man schlicht die Zeit seit Beginn der Anregung des ersten Teilchens in die Formel ein und wird eine $s(x)$ -Gleichung erhalten. Dabei muss man aber beachten, dass diese Gleichung zum Schaubild einer Sinus-Welle gehört, die in beide Richtungen ins Unendliche geht. Die Welle ist zu einem bestimmten Zeitpunkt aber noch nicht so weit fortgeschritten. Ab einem bestimmten Punkt (mit Formel 16.3 zu berechnen), sind die Teilchen noch nicht ausgelenkt.
3. Die Schwingung eines speziellen Teilchens in der Zeit erzeugen:
Hierbei geht man entsprechend vor - man setzt den x -Wert des Teilchens ein und beachtet dabei, dass vor $t = 0$ keine Schwingung stattgefunden haben kann, sondern erst ab der durch Formel 16.3 zu bestimmenden Zeit.

Phasenverschiebung

Bei den Berechnungen für eine Wellengleichung sind wir stets davon ausgegangen, dass das Teilchen bei $x = 0$ zum Zeitpunkt $t = 0$ angeregt wird und vorher noch nicht ausgelenkt war. Ist dies nicht der Fall, so muss man dies als *Phasenverschiebung*³ berücksichtigen. Sie drückt sich in einem Winkel φ_0 aus, der als konstanter Wert stets zum Drehwinkel $\omega \cdot t$ addiert wird:

$$\varphi(t) = \omega \cdot t + \varphi_0 \quad (16.5)$$

Hat ein Massenteilchen an $x = 0$ bei $t = 0$ bereits die Auslenkung s_1 , so beträgt die Phasenverschiebung

$$\varphi_0 = \sin^{-1}\left(\frac{s_1}{\hat{s}}\right) \quad (16.6)$$

³Im Prinzip die Phasendifferenz zum idealen Zustand.

16.2 Zeigerdarstellung

Dadurch, dass die einzelnen Massenteilchen der Harmonischen Welle harmonische Schwingungen ausführen, lassen sie sich auch leicht mit dem Zeiger-Formalismus darstellen. Jedem einzelnen Teilchen wird ein gedachter, im Kreis rotierender Zeiger zugeordnet, dessen Länge der Maximalen Auslenkung des Teilchens entspricht. Die Rotationsfrequenz des Zeigers entspricht der Frequenz des schwingenden Teilchens. Der Anteil des Zeigers, parallel zur Schnelle, entspricht der Auslenkung des einzelnen Teilchens.

17 Reflexion

17.1 Festes Ende

Bei einer Reflexion an einem festen Ende drehen sich sowohl Schnelle v , als auch Ausbreitungsrichtung c um. Dabei zieht das letzte - befestigte - Wellenträgerteilchen seine letzten Vorgänger zurück in die Ausgangslage, nachdem sie von der Schnelle bewegt wurden. Dieses *Zurückgezogen-Werdens* des Wellenträgers wird damit zur neuen Schnelle.

17.2 Loses Ende

Bei Reflexion am losen Ende dagegen, behält die Schnelle v ihre Richtung bei, während nur die Ausbreitungsgeschwindigkeit c ihre Richtung umkehrt. Hierbei können sich die letzten Wellenträger frei bewegen. Sie werden von der Schnelle bewegt, und ziehen ihre Vorgänger dann mit in die selbe Richtung; dieses *Mitgezogen-Werden* wird hierbei zur neuen Schnelle.

17.3 Konstruktionshilfe

Zur Konstruktion einer durch Reflektion resultierenden Welle gibt es kleine Tricks. Dazu stellt man sich die Welle einfach weiter hinter dem reflektierenden Ende vor. Der 'überschüssige' Wellenteil wird dann

Festes Ende am festen Punkt punktgespiegelt.

Loses Ende an der Achse, auf der sich das lose Ende bewegt, gespiegelt.

Diese Spiegelungen addiert man dann schlicht zu der hinlaufenden Welle und hat als Resultierende Welle die Reflexion.

Um diese reflektierten Wellen mathematisch auszudrücken kann man analog zu Formel 16.4 auf S. 46 die folgenden Formeln verwenden. Für Reflektion am *festen Ende* gilt:

$$s_r(x, t) = -\hat{s} \cdot \sin \left(2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{(2 \cdot L - x)}{\lambda} \right) \right) \quad (17.1)$$

Und für Reflektion am *losen Ende* gilt:

$$s_r(x, t) = \hat{s} \cdot \sin \left(2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{(2 \cdot L - x)}{\lambda} \right) \right) \quad (17.2)$$

Bei der Reflektion gibt es jedoch zu bedenken, dass die reflektierte Welle nach der Zeit t_1 erst eine bestimmte Strecke x_1 zurückgelegt hat, so dass sie erst *ab* dem folgenden Punkt schwingt:

$$x_1 = 2 \cdot L - c \cdot t_1 \quad (17.3)$$

17.4 Im Zeigerformalismus

Im Zeigerformalismus sieht eine Reflexion beim festen und losen Ende unterschiedlich aus. Beim *festen Ende* erfolgt ein so genannter *Phasensprung*. Das bedeutet, dass an dem Teilchen, an dem reflektiert wird, der Zeiger der herlaufenden Welle genau in die Gegenrichtung zeigt, wie der Zeiger der reflektierten Welle. Das ist logisch, da die Summe der beiden Vektoren an dieser Stelle einen Nullvektor ergeben muss.

Bei Reflektion am *losen Ende* dagegen, tritt der Phasensprung nicht auf. Hier kann das letzte Teilchen sich frei bewegen. Die Zeiger für hinlaufende und reflektierte Welle sind an dieser Stelle identisch - deshalb ergibt sich hier auch eine doppelt so hohe Amplitude.

18 Überlagerung

Treffen zwei Störungen oder Wellen auf einem Wellenträger aufeinander, so durchdringen sie sich ungestört. Dabei addieren sich jedoch die Elongationen und Schnellen der beiden Wellen - es sieht aus, als hätte man eine neue Welle. Diesen Vorgang bezeichnet man als *Interferenz*

18.1 Eindimensionaler Wellenträger

Gleichlaufende Wellen

Laufen zwei Wellen in die gleiche Richtung und haben darüber hinaus noch die selbe Wellenlänge λ , so unterscheiden sie sich voneinander durch den *Gangunterschied* δ bzw. die Phasendifferenz $\Delta\varphi$. Der Gangunterschied ist die räumliche Distanz zwischen zweimal den selben Schwingungszuständen auf den verschiedenen Wellen, die Phasendifferenz gibt dagegen an, wie sich die Phasen der beiden Wellen in *einem* Punkt unterscheiden. Diese beiden Größen ändern sich für die beiden Wellen nicht. Es gilt der Zusammenhang

$$\frac{\Delta\varphi}{2 \cdot \pi} = \frac{\delta}{\lambda} \quad (18.1)$$

Im Allgemeinen entsteht so aus harmonischen Wellen einer Frequenz eine neue harmonische Welle der selben Frequenz.

Es kann nun zu *Sonderfällen* kommen: Wenn der Gangunterschied nahe an oder genau auf der Wellenlänge liegt ($\delta \approx \lambda$) - und somit die Phasendifferenz gegen 0 strebt $\Delta\varphi \rightarrow 0$ - kommt es zur *konstruktiven Interferenz*. Hierbei liegen nämlich Wellenberge und -täler stets aufeinander und ergeben somit eine Maximale Amplitude:

$$\delta = k \cdot \lambda \quad k = (0; 1; 2; 3; \dots) \quad (18.2)$$

Im Entgegengesetzten Fall dagegen kann es zur *destruktiven Interferenz* kommen, wenn der Gangunterschied die Hälfte der Wellenlänge ausmacht $\delta \approx \frac{\lambda}{2}$ und somit die Phasendifferenz an jedem Punkt $\Delta\varphi \approx \pi$, liegen die Wellenbäuche der einen Welle den Wellentälern der zweiten Welle gegenüber. Durch die Addition entstehen hier minimale Amplituden:¹

$$\delta = k \cdot \lambda - \frac{\lambda}{2} \quad k = (1; 2; 3; \dots) \quad (18.3)$$

¹Ist $\hat{s}_1 = \hat{s}_2$, so ist keine Welle mehr erkennbar, weil die Wellenbäuche und Täler einander aufheben.

Gegenläufige Wellen

Laufen zwei Wellen aufeinander zu, so durchdringen sie sich ebenfalls und addieren ihre Amplituden und Schnellen. Hierbei ergibt sich ebenfalls ein Spezialfall: Die *Stehende Welle*. Sie kommt jedoch nur unter bestimmten Bedingungen zustande, nämlich wenn beide Wellen die selbe Amplitude *und* die selbe Wellenlänge haben.

18.2 Kreis- und Kugelwellen auf mehrdimensionalen Wellenträgern

Bei mehrdimensionalen Wellenträgern - also bspw. Wellen in Wasser (2D) oder Schallwellen in Luft (3D) - kann es zu komplexeren Interferenzmustern kommen. Neben sich linear ausbreitenden *Ebenenwellen*, deren *Wellenfront*² eine gerade Linie bildet, kommen nämlich auch Wellen vor, deren Wellenfronten rund sind. Eine Ebenenwelle kann man sich auch als „langgezogene“ zweidimensionale Welle vorstellen.

Die Prinzipien bei der Interferenz sind dabei jedoch die selben: Die Wellen durchdringen sich gegenseitig und addieren dabei ihre Amplituden. Bei einer Kreis- oder Kugelwelle kommt es so aber zu besonderen Mustern. Es ist dabei nötig, dass die Wellen *kohärent* sind, damit sie interferieren können - d.h. dass zwischen ihnen eine feste, zeitlich unveränderliche Phase(nbeziehung) ($\Delta\varphi = \text{const}$) besteht.

Bei Kreiswellen bilden sich hyperbelförmige *Knotenlinien*. Hier löschen die Wellen sich die ganze Zeit über aus (destruktive Interferenz). Diese Linien entsprechen den Knotenpunkten bei linearen Wellen. Entsprechend liegen auch Stellen, an denen die Schwingungen besonders stark sind (konstruktive Interferenz) auf hyperbelförmigen Linien. Je weiter der Abstand zwischen den Wellenursprüngen ist, desto mehr Interferenzlinien ergeben sich, ebenso entstehen mehr Interferenzlinien, wenn die Frequenz der Wellen erhöht wird.

Nach dem Verfahren in 18.1 (S. 50) kann man bestimmen, ob man an bestimmten Punkten konstruktive oder Destruktive Interferenz hat. Der Gangunterschied an einem Punkt ergibt sich aus der Differenz der Entfernungen von den beiden Wellenursprüngen

$$\delta = s_1 - s_2 \quad (18.4)$$

Wobei s_1 die Entfernung des Punktes vom ersten und s_2 die Entfernung des Punktes vom zweiten Ursprung ist.

²Diejenigen Bereiche, in denen die Teilchen im selben Schwingungszustand sind. Zwei Wellenfronten haben somit den Abstand λ . Sie liegen immer senkrecht zu der bzw. den Ausbreitungsrichtung(en). (Eine Kreiswelle hat viele radiale Ausbreitungsrichtungen.).

19 Stehende Welle

Bei der stehenden Welle sieht man die Bewegung in eine der Ausbreitungsrichtungen nicht mehr. An bestimmten Punkten - den *Knotenstellen* - bewegen sich die Teilchen des Wellenträgers nicht. Diese Stellen haben den Abstand von $\frac{\lambda}{2}$ voneinander. Die Abschnitte dazwischen - sog. *Schwingungsbäuche* - schwingen "auf der Stelle". Also schwingen in diesem $\frac{\lambda}{2}$ langen Bereich alle Teilchen des Wellenträger phasengleich, wobei die Amplituden der Teilchen sich folgendermaßen berechnen lassen:

$$\hat{s}_r(x') = 2 \cdot \hat{s}_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \frac{x'}{\lambda}\right) = 2 \cdot \hat{s}_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi \cdot \delta}{\lambda}\right) \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \frac{x'}{\lambda}\right) \quad (19.1)$$

dabei ist \hat{s}_r die Amplitude eines Teilchens, das x' von einem Knotenpunkte entfernt ist und \hat{s}_1 ist die (gleichen) Amplituden der Einzelnen Wellen.

Stehende Wellen ergeben sich häufig aus Reflexionen. Dabei läuft der eigentlichen Welle ihre Reflektion entgegen - mit der gleichen Wellenlänge und der gleichen Amplitude¹. (Beachte 19.2 auf S. 53)

19.1 Stehende Welle im Zeiger-Formalismus

Eine Welle auf einem Wellenträger besteht im Prinzip aus Masseteilchen, von denen jedes einzelne eine harmonische Schwingung ausführt. Ein benachbartes Teilchen führt ebenfalls diese harmonische Schwingung aus, jedoch schwingt es leicht phasenverschoben. Benutzt man das Zeiger-Modell für die Schwingungen der einzelnen Massenteilchen, so hat man eine Gerade (bildlich die *Ruhelage*), auf der im Abstand der Massenteilchen Vektorpfeile angebracht sind, die alle die selbe Länge haben und in die selbe Richtung rotieren mit der selben Drehfrequenz.² Im Abstand von λ sind zwei Vektorpfeile somit gleichphasig. Die Ausbreitung der Welle geschieht nach diesem Modell so, dass ein Massenteilchen durch die Anregung seines Nachbarn auch einen „*baugleichen*“ Vektorpfeil übertragen bekommt.

Treffen nun zwei Wellen der gleichen Wellenlänge³ gegenläufig aufeinander, so hat vor dem Treffen jedes Massenteilchen seinen Vektorpfeil. Beim Treffen bekommt dann das erste Massenteilchen zwei Vektorpfeile - von jedem seiner Nachbarn einen, und ausgehend von diesem ersten Teilchen bekommen auch die Teilchen seiner Umgebung mit der Ausbreitung der beiden Wellen einen zweiten Vektorpfeil.

¹Bei perfekter Reflexion ohne Reibungsverluste zumindest.

²Die Komponente des Vektorpfeils senkrecht zu der Geraden repräsentiert die Auslenkung des einzelnen Massenteilchens

³Die einzelnen Vektorpfeile drehen mit auch der selben Geschwindigkeit

Jedes Teilchen verfügt nun also über zwei Vektorpfeile, die mit der selben Drehfrequenz rotieren. Dadurch besteht ein fester Winkel zwischen den beiden Vektorpfeilen, der sich nicht ändert. Die Auslenkung des Massenteilchens wird nunmehr durch die Vektorsumme der beiden Vektorpfeile bestimmt⁴. Es entsteht so also aus den Vektorsummen eine neue Schwingung. Da der Winkel der Vektorpfeile der Teilschwingungen sich nicht ändert, kommt es an bestimmten Stellen dazu, dass hier die Phasendifferenz zwischen den Vektorpfeilen $\Delta\varphi = \pi + 2 \cdot n \cdot \pi$ ist, und somit der Summenvektor ein Nullvektor $\vec{0}$ ist. An dieser Stelle schwingt die neu entstandene Welle somit nie; man nennt sie *Schwingungsknoten*. An anderen Stellen ist die Phasenverschiebung $\Delta\varphi = 0 + 2 \cdot n \cdot \pi$, somit ist der Additionsvektor hier stets maximal lang. An dieser Stelle kann die Schwingung ihre maximale Auslenkung erreichen; diese Stelle nennt man *Schwingungsbauch*.

19.2 Randbedingungen

Wenn auf einem beschränkten Wellenträger eine stehende Welle durch Reflexion entstehen soll, so müssen bestimmte Randbedingungen erfüllt werden. Die Welle muss an einem Ende reflektiert werden. In einer ersten Phase wird sich so auf jeden Fall⁵ eine Stehende Welle bilden - eben weil praktisch eine identische Welle zurückläuft. Sobald die stehende Welle jedoch die Seite erreicht hat, auf der sie angeregt wird, muss das anregende Teilchen in einem bestimmten Schwingungszustand sein.

Um wieder den Zeiger-Formalismus heranzuziehen: Wenn sich bei der stehenden Welle durch Addition zweier Einzelwellen-Vektoren ein Vektor am Punkt der Anregung ergeben hat, so muss dieser der selbe sein, wie das anregende⁶ Teilchen von sich aus⁷ hätte bzw. hat.

Aus diesem Grund ist eine stehende Welle nur auf beschränkten Wellenträgern mit bestimmten Längen L möglich. Allgemein kann man die Frequenzen, bei denen sich die stehenden Wellen ausbilden berechnen mit

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (19.2)$$

Allgemein ist es bei einem Wellenträger gegebener Länge möglich, mehrere verschiedene stehende Wellen darauf hervorzurufen (charakterisiert durch verschiedene k). Diese verschiedenen Schwingungen haben bestimmte Namen.

Man unterscheidet zwischen verschiedenen Umständen:

Zwei lose Enden

Für zwei lose Enden gilt der Zusammenhang

$$L = k \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow f_k = \frac{2 \cdot k \cdot c}{4 \cdot L} \quad k = (1; 2; 3; \dots) \quad (19.3)$$

⁴bzw. deren Komponente senkrecht zur Ruhelage

⁵Ohne Reibung

⁶bzw. angeregte

⁷bzw. von der Anregung aus

k gibt in diesem Falle die Anzahl an Schwingungsknoten an. Der Wellenträger muss also mindestens halb so lang sein, wie die stehende Welle.

Zwei feste Enden

Bei zwei festen Enden ergibt sich der selbe Zusammenhang wie bei zwei losen Enden, nur dass der Faktor k hierbei die Anzahl der Schwingungsbäuche angibt.

Ein festes und ein loses Ende

Hierbei gilt der Zusammenhang

$$L = k \cdot \frac{\lambda_k}{4} \quad k = (1; 3; 5; \dots) \quad (19.4)$$

Für k dürfen hier nur ungerade Werte gewählt werden, weil die Welle in diesem Fall am einen Ende des Wellenträgers einen Bauch und am anderen Ende einen Knoten haben muss. Somit kommt für jeden erlaubten k -Schritt eine halbe Wellenlänge hinzu. Man könnte die Formel deshalb auch umformulieren zu

$$L = k \cdot \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} \Rightarrow f_k = \frac{(2 \cdot k - 1) \cdot c}{4 \cdot L} \quad k = (1; 2; 3; \dots) \quad (19.5)$$

Diese Darstellung hätte den Vorteil, dass k wie bei der anderen Formel gewählt wird und dass man eindeutig sagen kann, dass k die Anzahl der Wellenbäuche⁸ ist.

Nomenklatur der Wellen

Allgemein ist es bei einem Wellenträger gegebener Länge möglich, mehrere verschiedene stehende Wellen darauf hervorzurufen (charakterisiert durch verschiedene k). Diese verschiedenen Schwingungen haben bestimmte Namen.

Allgemein wird die Schwingung mit der niedrigsten Frequenz - und somit der größt möglichen Wellenlänge - auf einem Wellenträger unter den gegebenen Umständen als *Grundschwingung* oder *1. Harmonische* bezeichnet. Die nächst mögliche, höherfrequente Schwingung wird als *Oberschwingung* oder *2. Harmonische* bezeichnet, dann wird schlicht bei jeder folgenden Schwingung die Ordnungszahl der Harmonischen erhöht.

Bei den Formeln 19.3 und 19.4 kann man davon sprechen, dass der Faktor k für die k . Harmonische steht.

⁸am losen Ende ist nur ein *halber* Wellenbauch, er wird trotzdem mitgezählt

20 Beugung

Bei der Beugung weicht Licht an einem Hindernis vom geradlinigen Strahlengang ab. Zu erklären ist das mit dem HUYGEN'schen Prinzip (\rightarrow 20.1): Bspw. wird an einem Spalt, auf den die Wellenfront einer Ebenenwelle trifft, nur eine Elementarwelle durchgelassen, die sich dann Kreisförmig *hinter* dem Spalt in alle Richtungen ausbreiten kann und somit auch Bereiche erfasst, die keine geradlinige, offene Verbindung zum Wellenursprung haben.

20.1 Das Huygen'sche Prinzip

Das HUYGEN'sche Prinzip dient dazu, Vorgänge rund um „Wellen“ zu erklären. Dabei wird angenommen, dass eine Welle aus vielen kreisförmigen¹ *Elementarwellen* besteht, die sich überlagern. So bilden die Wellenfronten vieler Elementarwellen durch Überlagerung die Wellenfront einer Welle. Von der Front dieser Wellen gehen wiederum Elementarwellen aus, die sich in einer neuen Wellenfront überlagern (\rightarrow Fortschreiten der Welle). Kommt eine Welle bspw. an einem Spalt an, so geht an diesem Spalt eine der Elementarwellen als Kreisförmige Welle weiter, während die anderen Elementarwellen zurückgeworfen werden.

20.2 Beugung am Doppelspalt

Hierbei kann man sich vorstellen, dass durch jeden einzelnen Spalt nur eine Elementarwelle hindurchtritt. Es ergibt sich so ein Interferenzmuster dieser beiden Elementarwellen, das so aussieht, als würden zwei Kreiswellen dort erzeugt, wo der Spalt liegt. Das Maximum, welches direkt der Mitte zwischen den beiden Spalten gegenüberliegt² bezeichnet man als *Maximum 0. Ordnung*, anschließend wird ausgehend davon hochgezählt. Bei den Minima benennt man das erste neben dem Maximum 0. Ordnung als *Minimum 1. Ordnung*.

In Abbildung 20.2 auf Seite 58 ist ein Versuchsaufbau dargestellt, mit dem man bspw. die Wellenlänge von Licht bestimmen kann. Grundvoraussetzungen sind dabei, dass Kohärenzbedingungen für das Licht erfüllt sind und dass paralleles Licht senkrecht zur Doppelspaltebene einfällt.

Bei der Beugung am Doppelspalt ergibt sich rein theoretisch für die Verteilung der Intensitäten ein Interferenzbild wie in Abbildung 20.1(a) auf Seite 57. Rein praktisch

¹in der 3. Dimension kugelförmigen

²vorausgesetzt dass das einfallende Licht senkrecht zur Doppelspaltebene einfällt

nimmt die Intensität jedoch ab, je weiter man vom Maximum 0. Ordnung entfernt ist. Das kommt daher, dass sich hier zwei Interferenzphänomene überlagern: Einmal die Interferenz am Doppelspalt und dann noch die Interferenz am Einfachspalt (Siehe Kap. 20.4). Die Interferenzbilder zweier Einfachspalte überlagern sich nämlich zusätzlich und stecken damit die maximal erreichbare Intensität unter den jeweiligen Winkeln ab. Weil die beiden Spalte so nahe aneinander liegen, fallen die Interferenzbilder der beiden Einzelspalte jedoch praktisch aufeinander.

20.3 Fraunhofer-Näherung

Gilt außerdem bei der Beugung am Doppelspalt

$$a \gg g \quad (20.1)$$

$$a \gg d_k \quad (20.2)$$

so kann man sich einigen Rechenaufwand sparen. Durch Formel 20.1 ist nämlich der Winkel α_k nicht nur unter der Linie vom Punkt zwischen den Spalten zum Punkt auf den Leuchtschirm und der Horizontalen zu finden sondern auch näherungsweise zwischen den beiden Lichtstrahlen und einer gedachten Waagerechten. Außerdem sind die beiden Lichtstrahlen dadurch praktisch parallel und (nur) deswegen kann man den Winkel α_k direkt an den Spalten wiederfinden (S. Skizze). Dadurch ergibt sich ein ähnliches Dreieck³ und so kann man hier auch den Gangunterschied δ wiederfinden (in der Skizze fett). Dadurch ergibt sich

$$\delta = g \cdot \sin(\alpha_k) \quad (20.3)$$

Je nachdem, ob man einen hellen oder einen dunklen Punkt in Z betrachtet, nimmt man eine der beiden Bedingungen aus Formel 18.2 (heller Punkt) oder 18.3 (dunkler Punkt) an.⁴

Bei geraden Schirmen kann man nun noch weiter vereinfachen. Der Abstand d_k ist über den geometrischen Zusammenhang

$$\frac{d_k}{a} = \tan(\alpha_k) \Rightarrow d_k = a \cdot \tan(\alpha_k) \quad (20.4)$$

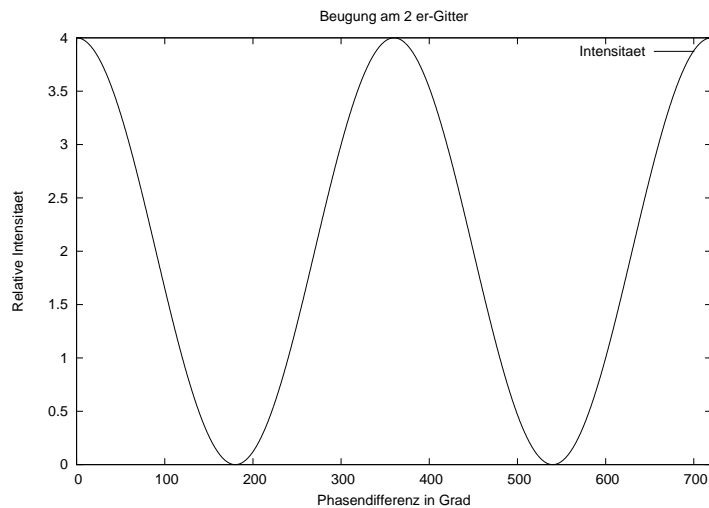
gegeben. Für *sehr kleine* Winkel α_k gilt

$$\sin(\alpha_k) \approx \alpha_k \approx \tan(\alpha_k) \quad (20.5)$$

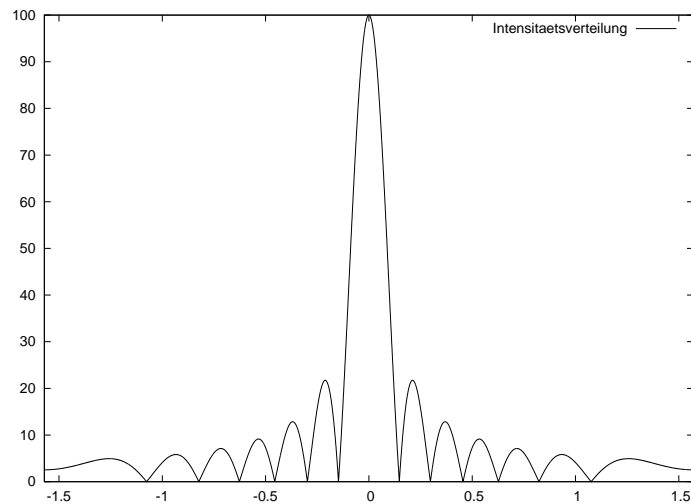
Und diese kleinen Winkel werden erreicht, wenn Formel 20.2 gilt. Tut sie das *nicht*, so ist diese zweite Vereinfachung nicht zulässig. Bei der Untersuchung von Lichtwellen ist dies aber normalerweise der Fall und so kann man Formel 20.3, Formel 20.4 und Formel 20.5 mit den Bedingungen aus Formel 18.2 bzw. 18.3 kombinieren:

³Der Winkel α_k und ein rechter Winkel findet sich sowohl in den kleinen Dreieck am Doppelspalt (in der Skizze teilweise, fein gestrichelt und fett) als auch in dem Dreieck, mit dem α_k bestimmt wird (in der Skizze gestrichelt).

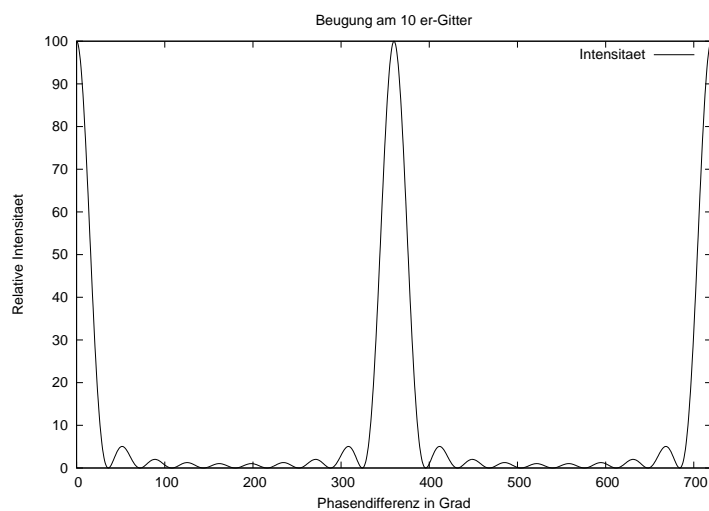
⁴Der Wert für k entspricht dabei der *Ordnung* des Minimums bzw. Maximums.



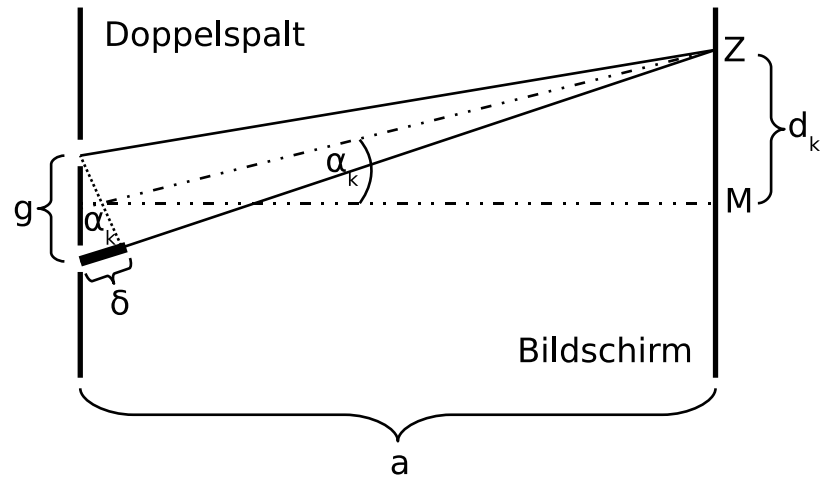
(a) Intensitätsverteilung bei der Beugung am Doppelspalt – theoretisch! Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ kann dabei in Distanzen d_k auf dem Schirm umgerechnet werden: $d_k = \tan\left(a \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \lambda\right)\right) \cdot a$



(b) Intensitätsverteilung bei Beugung am Einzelspalt (Spaltbreite 3000 nm, Wellenlänge 440 nm)



(c) Intensitätsverteilung bei Beugung am Gitter bei 10 Spalten – theoretisch!

Abbildung 20.2: Skizze zum Versuchsaufbau zur *Beugung am Doppelspalt*

Für einen maximal hellen Punkt Z bzw. ein Maximum k . Ordnung gilt näherungsweise

$$\delta = g \cdot \frac{d_k}{a} = k \cdot \lambda \quad k = (0; 1; 2; 3; \dots) \quad (20.6)$$

und dementsprechend gilt für einen dunklen Punkt Z bzw. ein Minimum k . Ordnung

$$\delta = g \cdot \frac{d_k}{a} = k \cdot \lambda - \frac{\lambda}{2} \quad k = (1; 2; 3; \dots) \quad (20.7)$$

Es ist dabei logisch, dass der größte, zu erreichende Gangunterschied $\delta_{max} = g$ beträgt⁵. Somit kann man sagen, dass bei der Wellenlänge λ aufgrund der Beziehung aus Gleichung 20.6 maximal

$$k_{max} = \frac{g}{\lambda} \quad (20.8)$$

Maxima auftreten können und aufgrund der Beziehung aus 20.7 maximal

$$k_{max} = \frac{g}{\lambda} + \frac{1}{2} \quad (20.9)$$

Minima.

20.4 Interferenz am Einzelspalt

Fällt eine Welle auf einen einfachen Spalt, so geschieht auch hier Interferenz. Ist der Spalt (Spaltbreite c) breit genug $c \gg \lambda$, so geschieht diese Interferenz nur in den äußeren Randbereichen. Ist der Spalt jedoch schmal genug ($c > \lambda$), so ergibt sich ein richtiges Interferenzbild, wie es in Abbildung 20.1(b) auf Seite 57 dargestellt ist.

⁵Das wäre, wenn die Elementarwelle in senkrechter Richtung zur Doppelspaltebene betrachtet wird.

Dieses Phänomen kann man folgendermaßen erklären (siehe dazu Abbildung 20.3 auf Seite 60): Das Licht, das von dem Einzelspalt ausgeht, besteht aus einer Vielzahl n von Elementarwellen. Jede einzelne hat einen sehr kleinen Abstand g von ihrem Nachbarn und diese Wellen interferieren.

Der Gesamtgangunterschied für das „Lichtbündel“ δ_g ist dabei gemäß Formel 20.3 zu bestimmen. Der Gangunterschied zweier benachbarter Wellen δ_e beträgt somit

$$\delta_e = \frac{\sin(\alpha) \cdot c}{n} \quad (20.10)$$

Nun greift man sich zwei Licht„strahlen“ heraus. Ihre Ursprünge haben in der Spaltebene den Abstand s

$$s = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin(\alpha)} \quad (20.11)$$

und somit haben sie den Gangunterschied $\delta = \frac{\lambda}{2}$. Nach Formel 18.3 löschen sich diese beiden Wellen also aus. Ebenso löschen sich die einzelnen Nachbarwellen der jeweiligen Wellen völlig aus. Die Elementarwellen, die in der Spaltebene den Abstand s voneinander haben, löschen sich also generell aus. Somit ist der Bereich c_{hell} in der Spaltebene, in dem die Elementarwellen *nicht* ausgelöscht werden, folgendermaßen berechenbar:

$$c_{hell} = c - s \cdot i \quad i = (0; 2; 4; \dots) \quad (20.12)$$

Der Faktor i muss gerade sein, weil sich immer zwei Wellen auslöschen; eine aus dem Bereich $[0; s[$, die andere aus dem Bereich $[s; 2s[$. Somit ergibt sich aus Formel 20.11 und Formel 20.12 die Folgerung, dass unter bestimmten Winkeln α_k kein Licht auf einem Schirm hinter dem Spalt sichtbar ist, weil sich *alle* einzelnen Wellen auslöschen. Dies ist der Fall, wenn $\delta_g = \lambda \cdot k$. c_{hell} kann dabei niemals $c_{hell} = s$ sein.⁶

Trotzdem sind wie in Abbildung 20.1(b) nicht alle Maxima gleich hoch. Das liegt daran, dass der Anteil $\frac{c_{hell}}{c}$ nur für $\alpha = 0$ 1 ergeben kann – für alle weiteren Winkel α ist er kleiner. Entscheidend für die weitere Intensitätsabnahme ist aber, dass die Intensität I vom E-Feld-Vektor abhängt:

$$I \sim |\vec{E}|^2 \quad (20.13)$$

Dieser Betrag des E-Feld-Vektors ($|\vec{E}|$) nimmt kontinuierlich ab, weil er sich aus den E-Feld-Vektoren der einzelnen Elementarwellen zusammensetzt. Die Summe dieser schließlich nimmt deswegen mit wachsenden Winkeln α ab, weil die Phasendifferenz zwischen den einzelnen Vektoren wächst (Formel 20.3 und 18.1). Bei der Vektoraddition ergeben sich maximale Vektoren aus einzelnen Vektoren, wenn diese alle parallel zueinander stehen. Je weniger parallel (also je größer die Phasendifferenz) desto kleiner ist das Vektoraddukt (der Vektorweg wird immer kugelig) und desto kleiner ist die Intensität.

20.5 Interferenz am Gitter

Ein Gitter ist ein Mehrfachspalt. Die *Gitterkonstante* g gibt an, wie weit die Mittelpunkte zweier benachbarter Gitter auseinander liegen. Interferenz am Gitter funktioniert

⁶Bei mehr als s hätten manche Wellen schon wieder Partner um sich gegenseitig auszulöschen.

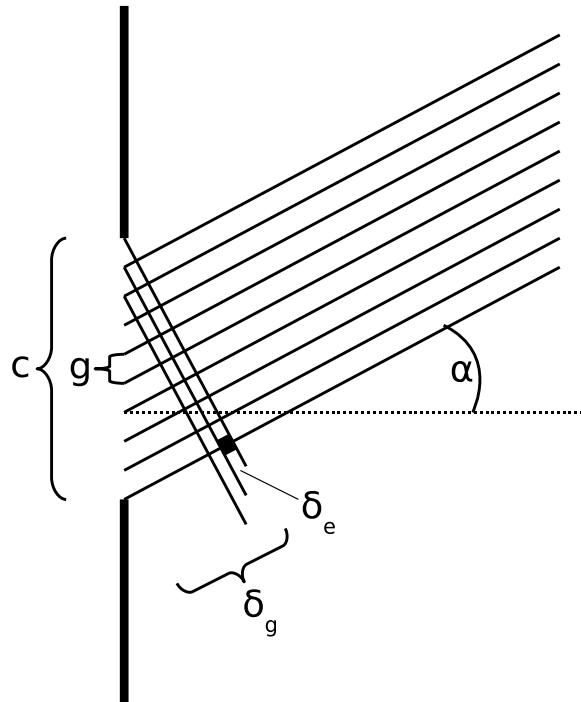


Abbildung 20.3: Skizze zu Interferenz am Einzelspalt bzw. am Gitter

im Prinzip wie Interferenz am Einzelspalt, nur dass hier nicht unendlich viele Elementarwellen entstehen / interferieren. Die Bedingungen für Minima und Maxima sind aus Kap. 20.2 zu entnehmen. Betrachtet man Abbildung 20.3, so wird klar warum: der Gangunterschied δ_e zwischen zwei einzelnen Spalten ist entscheidend dafür, ob die beiden Wellen einander auslöschen. Dieser ist dank der Definition der Gitterkonstante ebenso zu berechnen wie beim Doppelspalt.

Ein bedeutender Unterschied zwischen Beugung am Doppelspalt und Beugung am Gitter ist aber das entstehende Interferenzbild: Die einzelnen Maxima sind beim Gitter nämlich wesentlich weiter voneinander entfernt und außerdem schärfer. Vergleicht man Abbildung 20.1(a) und 20.1(c) auf Seite 57, so ist dies ersichtlich.

Die Erklärung für die vielen *kleinen* Maxima ist dass hier die \vec{E} bei der Addition geschlossene Vektorzüge („Kreise“) bilden, die nichts produktives zur Intensität beitragen (siehe Formel 20.13). Schärfer werden die Maxima dadurch, dass die Intensitäten schneller abfallen.

Für das Gitter gilt die selbe Einschränkung wie für den Doppelspalt: Die einzelnen Spalte fungieren jeweils als Einzelspalt, wodurch sich in einem realen Beugungsbild zwei verschiedene Phänomäne überlagern.

20.6 Spektrale Zerlegung

Bisher wurde bei der Beugung nur eine einzige Farbe in Betracht gezogen („*monochromatisches*“ Licht). Verwendet man bei einer Beugung jedoch Licht aus mehreren Farben⁷, so muss man die Maxima für die einzelnen Farben entsprechend berechnen. Es ergeben sich so in ein und dem selben Aufbau verschiedene Interferenzbilder für die verschiedenen Farben, die sich gegenseitig überlagern können.

⁷„normales“, weißes Licht besteht aus vielen verschiedenen Farben

21 Brechung

21.1 Beschreibung

Bei der Brechung wird eine Welle beim Übergang in ein anderes Medium von seiner ursprünglichen Ausbreitungsrichtung abgelenkt. Diese Ablenkung basiert auf unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in unterschiedlichen Medien. Eine Begleiterscheinung ist die Reflexion.

Grundsätzlich tritt Brechung bei verschiedenen Wellenformen auf, hauptsächlich spricht man jedoch im Bereich der Optik von Brechung. Im Allgemeinen sind die Angaben aber auch auf bspw. Erdbebenwellen zu beziehen.

Für den Einfallswinkel α und den Ausfallswinkel β – beide gegenüber einem Lot gemessen, welches senkrecht auf der Grenzfläche zwischen den Materealien steht – gilt dabei der Zusammenhang:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n_2}{n_1} = n_{2,1} = \frac{c_1}{c_2} \quad (21.1)$$

Dabei sind n_M *absolute* Brechzahlen der Materealien M : Das Verhältnis der Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 zur Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium c_M :

$$n_M = \frac{c_0}{c_M} \quad (21.2)$$

$n_{2,1}$ wird als *relativer* Brechungsindex für den Übergang von Material 2 nach Material 1 bezeichnet.

Ist $n_2 > n_1$ so spricht man bei M_2 vom optisch *dichteren* und bei M_1 vom optisch *dünneren* Medium. Im dichteren Medium pflanzt sich eine Welle langsamer fort und dementsprechend wird die Wellenlänge beim Übergang in ein optisch dichteres Medium kürzer.

21.2 Huygens

Mit dem HUYGENS'schen Prinzip lassen sich sowohl Brechung als auch Reflexion anschaulich darstellen: Bei der Brechung breiten sich die von der Wellenfront am Materialübergang entstehenden Elementarwellen im optisch dichteren Medium langsamer aus, überlagern sich dann aber wieder zu einer Wellenfront. Verfolgt man parallel zu den sich im optisch dichteren Medium ausbreitenden Elementarwellen die, die sich weiterhin im optisch dünneren Medium ausbreiten, so erkennt man hier, dass sich diese Wellen zu einer reflektierten Wellenfront überlagern.

21.3 Totalreflexion

Allgemein gilt, dass der Lichtweg umkehrbar ist. Wird ein Lichtstrahl also in ein optisch dichteres Medium gebrochen und dort genau senkrecht reflektiert, so nimmt es genau den Weg, den es gekommen ist, wieder zurück.

Fällt Licht jedoch unter einem Winkel von einem optisch dichteren Medium in ein optisch dünneres, sodass der Austrittswinkel rein rechnerisch über 90° liegen würde, so tritt *Totalreflexion* auf. Der Einfallswinkel, bei dem dies stattfindet, wird als *Grenzwinkel* α_{grenz} bezeichnet. Normalerweise wird stets ein kleiner Anteil der Welle beim Übertritt in ein anders Medium reflektiert und dieser Anteil wächst, je größer der Einfallswinkel wird. Bei Totalreflexion wird die komplette Welle reflektiert und ins optisch dichtere Medium zurückgeworfen.

21.4 Übergang dicht – dichter

Beim Übergang einer Welle von einem optisch dünneren in ein optisch dichteres Medium wird die Welle stets mit Phasensprung $\Delta\varphi = \pi$ reflektiert, nur beim Übergang vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium erfolgt die Reflexion ohne Phasensprung.

21.5 Dispersion

Als *Dispersion* bezeichnet man die Abhängigkeit des Brechungsindex eines Materials von der Wellenlänge bzw. Frequenz des einfallenden Lichts. Je kurzwelliger bzw. hochfrequenter eine Welle ist, desto stärker wird sie gebrochen und desto größer ist folglich ihr Brechungsindex. Diese Eigenschaft macht man sich zunutze, um ein Spektrum zu erzeugen: In einem Prisma wird violettes Licht stärker gebrochen als rotes. Leuchtet man mit einem eng begrenzten weißen Lichtbündel auf ein Prisma, so erhält man dahinter ein (soweit die Farben im Weiß vorhanden waren) kontinuierliches Spektrum.

21.6 Spektrenvergleich

In Tabelle 21.1 auf S. 63 werden wichtige Eigenschaften eines Spektrums vom Doppelspalt mit denen vom Prismenspektrum verglichen.

	<i>Gitter</i>	<i>Prisma</i>
<i>Ursache</i>	Beugung durch Interferenz	Dispersion bei Brechung
<i>Farbanordnung</i>	Rot wird weiter weg abgelenkt	Blau wird stärker gebrochen
<i>Kontinuität</i>	mehrere Spektren neben- und übereinander	kontinuierliches Spektrum
<i>Anzahl</i>	mehrere Maxima je Farbe (möglich)	Jede Farbe nur einmal

Tabelle 21.1: Vergleich der spektralen Zerlegung von Licht nach Beugung am Gitter und Brechung am Prisma

22 Polarisation

Als *linear polarisiert* bezeichnet man Licht, dessen E-Feld-Vektoren alle in einer Ebene schwingen. Somit lassen sich logischerweise nur Quer- bzw. Transversalwellen polarisieren.

22.1 EMW an Gitterstäben

Eine linear polarisierte Elektromagnetische Welle kann ein metallenes Gitter nur dann passieren, wenn ihr \vec{E} senkrecht zu den Gitterstäben schwingt. Dann tabular werden die Elektronen in den Stäben nämlich nicht zu starken Schwingungen angeregt (bzw. sie können aus Platzgründen nicht schwingen). Ist die Polarisationssebene jedoch parallel zu den Gitterstäben, so wird in den Stäben eine Schwingung erzwungen. Diese sorgt über ein kompliziertes Interferenzverfahren dafür, dass die Elektromagnetische Welle ausgelöscht wird.

Trifft eine solche Welle schräg auf ein Gitter, so kann stets nur der Teil – also die Komponente – das Gitter passieren, die senkrecht zu den Gitterstäben steht. Auf diese Weise wird die Polarisationssebene des Lichts geändert: Vorher war sie schräg zu den Gitterstäben, jetzt die „überlebende“ Komponenten senkrecht zum Gitter ausgerichtet. Natürlich hat die Welle dabei an Intensität eingebüßt. Trifft eine Welle unter dem Winkel α auf ein Gitter (α bezeichnet den Winkel der Polarisationssebene mit dem Horizont bei lotrechten Gitterstäben), so kann nur ein Anteil $|\vec{E}_a|$ weiterlaufen:

$$|\vec{E}_a| = |\vec{E}_0| \cdot \sin(\alpha) \quad (22.1)$$

Sind zwei Polarisationsfilter parallel hintereinander aufgestellt mit senkrechten Polarisationssebenen, so dass normalerweise kein Licht hindurchgelangen könnte, so kann ein Anteil des Lichts die Filter passieren, wenn man noch einen dritten zwischen die beiden Filter stellt, dessen Polarisationssebene von denen der beiden anderen abweicht. Von einer Welle, die den ersten Filter passiert hat ($|\vec{E}_a|$), gelangt dann der Anteil $|\vec{E}_d|$ durch den Aufbau, wenn der neue Polarisationsfilter mit dem Winkel β zum ersten steht:

$$|\vec{E}_d| = |\vec{E}_a| \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \beta) \quad (22.2)$$

22.2 Polarisation bei Brechungsvorgängen

Bei den folgenden Erklärungen sollte bedacht werden, dass eine Elektromagnetische Welle stets die Elektronen in ihrer Umgebung zu Schwingung anregt – und zwar in

Richtung ihres \vec{E} . Fasst man die schwingenden Elektronen als Dipol auf, so kann dieser Dipol keine Welle parallel seiner Schwingungsrichtung / Längsachse ausstrahlen, sondern nur senkrecht dazu. Bei unpolarisiertem Licht schwingen die Elektronen also in alle Richtungen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung eines Lichtbündels.

22.2.1 Streuung

Wird ein Lichtbündel gestreut und ändert so seine Ausbreitungsrichtung um 90° , kommen nur Elektronen in Frage, die sowohl senkrecht zur ehemaligen als auch zur neuen Ausbreitungsrichtung schwingen. Da nur diese eine Richtung in Frage kommt, schwingt das gestreute Licht auch nur in dieser Richtung – ist also linear polarisiert.

22.2.2 Brewster-Winkel

Stehen bei einer Brechung die Ausbreitungsrichtungen von reflektiertem und gebrochenem Lichtstrahl genau senkrecht aufeinander, so ist das reflektierte Licht völlig linear polarisiert. Es kommt nämlich auch hier nur eine einzige mögliche Richtung in Frage, in der die Elektronen Schwingen könnten, um einerseits noch in der vom gebrochenen Licht erzeugten Ebene zu schwingen und andererseits senkrecht zur neuen Ausbreitungsrichtung zu schwingen.

23 Erdbeben - Kurzübersicht

Durch tektonische Vorgänge können sich in der Erde Spannungen bilden, die sich dann bei einem Erdbeben lösen, wenn die Gesteinsschichten wegschnellen. Die Erde in der Umgebung des Epizentrums wird zum Mitschwingen angeregt. Ein Erdbebenzentrum liegt in 30 bis 800km Tiefe. Longitudinalwellen breiten sich mit $c \approx 6 \frac{km}{h}$ in allen Richtungen aus, Transversalwellen folgen mit $c \approx 3 \frac{km}{h}$, wobei diese sich nicht im flüssigen Erdkern weiter fortbewegen können. Große Zerstörungen verursachen dabei auch die von diesen beiden Wellen angeregten *Oberflächenwellen* an der Erdoberfläche mit starken Horizontalbeschleunigungen, die mit Frequenzen zwischen $f \in [1; 30] Hz$ schwingen. Gebäude versucht man deshalb auch so zu bauen, dass sie in diesem Frequenzbereich keine Eigenfrequenz aufweisen.

24 Schallwellen

Bei Schallwellen handelt es sich um *Longitudinalwellen*¹. Hierbei schwingen die Massenteilchen längs der Ausbreitungsrichtung um eine Ruhelage. Dadurch entstehen Regionen erhöhten und verminderten Drucks. An Stellen maximalen (*a*) und minimalen (*b*) Drucks sind die Teilchen dabei in Ruhe, wobei ihre Schnelle (*a*) in Richtung bzw. (*b*) entgegen der Ausbreitungsrichtung wirkt.

Was in den vorangegangenen Kapiteln gesagt wurde, stimmt für Schallwellen auch weiterhin. Hier muss man allerdings bedenken, dass man bei Schallwellen nicht eindeutig von *Wellenbäuchen* sprechen kann. Wo nämlich ein *Druckbauch* ist, sitzt gleichzeitig ein *Schnellenknoten*.²

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit *c* des Schallwellen ist dabei abhängig vom Ausbreitungsmedium³ und von der Temperatur, wobei der Luftdruck die Schallgeschwindigkeit nicht beeinflusst.

Reflexionen, Überlagerungen & Co

Schallwellen können an festen Gegenständen - wie bspw. Wänden - reflektiert werden. Dabei bildet sich an dem festen Gegenstand ein Schnellenknoten bzw. Druckbauch. In einem begrenzten Hohlkörper kann darüber hinaus noch zusätzlich Reflektion an einem offenen Ende geschehen; dann liegt am offenen Ende ein Bewegungsbauch. Die Reflektion an einem festen Gegenstand entspricht dabei der an einem festen Ende, Reflektion an einem offenen Ende entspricht dabei der am losen Ende des Wellenträgers.

¹In Festkörpern können sie sich auch als Transversalwellen fortpflanzen.

²Was man mit einem Mikrophon messen kann sind die Veränderungen des Luftdrucks

³Luft: ca. $340 \frac{m}{s}$; Wasser: ca. $1485 \frac{m}{s}$; Eisen: ca. $5200 \frac{m}{s}$

25 Elektromagnetische Wellen

25.1 Dipol

Lässt man in einem Schwingkreis Ladungen schwingen, so wird gleichzeitig eine elektromagnetische Welle emittiert.¹ Aus den THOMSON'schen Schwingungsgleichungen ergibt sich dabei für die Frequenz, mit der der Schwingkreis schwingt und damit auch seine elektromagnetische Welle:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{C \cdot L}} \quad (25.1)$$

Es handelt sich dabei um die *Eigenfrequenz* des Schwingkreises. Es ist also nicht alleine die Frequenz, bei der er seine elektromagnetische Strahlung aussendet, sondern auch die Frequenz, mit der er angeregt werden kann, wobei sich maximale Resonanz ergibt.

25.2 Hertz'scher Dipol

Um einen Dipol mit hohen Frequenzen anregen zu können, versucht man also die Werte für C und L möglichst *klein* zu bekommen. Das gelingt, indem man einen Kondensator mit möglichst Breitem Plattenabstand und kleinen Plattenflächen nebst einer Spule mit wenig Querschnittsfläche, geringer Windungszahl und kleiner Länge verwendet. Verändert man einen Schwingkreis konsequent nach diesen Richtlinien, erhält man einen HERTZ'schen Dipol. Er besteht aus einem schlichten Draht. Dabei übernehmen die Drahtenden die Funktionen der Kondensatorplatten und der Draht selbst fungiert als Spule.

25.3 Erregung des Hertz'schen Dipols durch EM Wellen

Auf einem Empfangsdipol kann sich eine stehende Welle bilden, wenn seine Länge L mit Formel 19.3 übereinstimmt. Platziert man einen Verbraucher auf dem HERTZ'schen Dipol, so muss man beachten, dass sich an manchen Stellen Strom- und an manchen Stellen Ladungsknoten bilden.²

¹Das bemerkt man bspw. wenn man einen Schwingkreis (mit richtiger Kapazität C und Induktivität L) in der Nähe eines Radios schließt - es wird im Radio ein Knacken zu hören sein.

²Ein Glimmlämpchen kann man so nicht in der Mitte eines Dipols der Länge $L = \lambda$ zum Leuchten bringen, weil sich hier ein Stromknoten herausbildet und das Lämpchen Strom zum Leuchten bräuchte.

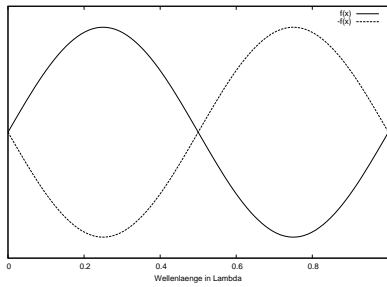
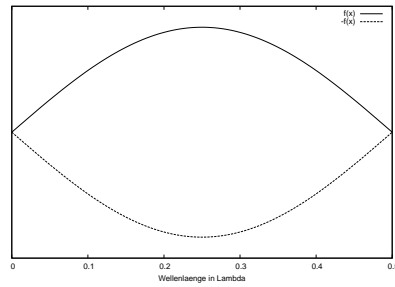
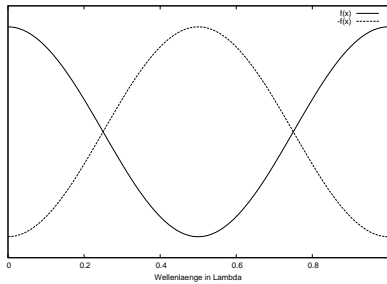
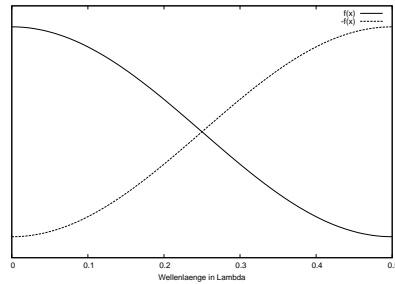

(a) I-x-Diagramm, $L = \lambda$, $t = 0$

(b) I-x-Diagramm, $L = \frac{\lambda}{2}$, $t = 0$

(c) Q-x-Diagramm, $L = \lambda$, $t = \frac{T}{4}$

(d) Q-x-Diagramm, $L = \frac{\lambda}{2}$, $t = \frac{T}{4}$

Abbildung 25.1: Stehende Wellen auf einem Empfangsdipol zu verschiedenen Zeiten; entweder Strom oder Ladung betrachtet

An den Dipolenden ergeben sich Ladungsbäuche, weil sich hier schließlich die *Kondensatorplatten* befinden, auf denen sich die Ladung komplett sammelt, wenn die komplette Energie der Schwingung in elektrischer Feldenergie vorliegt. Hat man einen Dipol, der länger ist als $\frac{\lambda}{2}$, so ergeben sich auf der Länge des Dipols mehrere Stellen, an denen die Ladung sich zu Maxima 'sammelt' (s. Abb. 25.1 auf S. 69)

Es ist dabei aber entscheidend, in welchem *Medium* sich der Dipol befindet (\rightarrow Kap. 25.5 auf S. 70).

25.4 Definition Elektromagnetische Welle

Eine elektromagnetische Welle besteht aus einem B-Feld und einem E-Feld die sich durch ihre andauernden Änderungen stets gegenseitig 'erschaffen'. Dabei stehen B-Feld und E-Feld senkrecht aufeinander und gleichzeitig senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, es handelt sich um eine *Querwelle*.³

³Die von einem Dipol abgestrahlte elektromagnetische Welle ist *linear polarisiert*. D.h., dass die Schwingungen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung nur in *einer* Richtung liegt. Außerdem strahlt der Dipol *nicht* in Richtung seiner Achse.

Im Nahfeld eines HERTZ'schen Dipols wird die Welle noch durch Ladungen und Ströme (mit)bestimmt, ab einer gewissen Entfernung - im *Fernfeld* - jedoch erzeugen sich die Felder durch ihre zeitliche Änderung gegenseitig. Wäre dies nicht der Fall, so müsste die Intensität reziprok kubisch zur Entfernung abfallen⁴ - das tut sie aber nicht. Die Schwingung im Dipol muss aber auch schnell genug sein, damit sich die Felder richtig abschnüren können, also in sich geschlossene Feldlinien bilden, die nicht mehr mit dem Dipol zusammenhängen.

25.5 Ausbreitungsgeschwindigkeit

Auch wenn elektromagnetische Wellen kein Medium brauchen, um sich fortzupflanzen, ist die *Geschwindigkeit*, mit der sie sich fortbewegen vom umgebenden Medium abhängig. Die Frequenz einer Welle bleibt beim Übergang in ein anderes Medium unverändert. Durch die veränderte Ausbreitungsgeschwindigkeit und Formel 16.1 (S. 45) dagegen passt sich die Wellenlänge der Welle dem Medium an. Es gilt dabei für die Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}} \quad (25.2)$$

25.6 Reflexion und stehende Welle

Eine EM Welle wird an einer leitenden Wand reflektiert. Dabei baut sich in der Wand ein Gegen-E-Feld auf⁵. An dieser Stelle ist somit die Summe des E-Feldes $\vec{0}$, es liegt also ein *E-Feld-Knoten* vor. Durch die Ladungsverschiebung in der Wand ergibt sich wieder ein B-Feld und somit liegt an der Wand ein *B-Feld-Bauch*.

Durch die Reflexion an der Metallwand ergibt sich logischerweise eine *stehende Welle*, zumindest in direkter Nähe zur Reflexionsfläche. Bei ihr sind B-Feld und E-Feld um $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ *phasenverschoben*.

25.7 Maxwellgleichungen

Für uns sind folgende Aussagen der MAXWELL'schen Wellengleichungen wichtig:

- Bewegt sich ein B-Feld mit der Geschwindigkeit v , so erzeugt es ein E-Feld der Stärke $E = B \cdot v$. Dieses E-Feld ist *Ursache* der LORENTZ-Kraft.
- Ein sich änderndes B-Feld erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld
- Ein bewegtes E-Feld erzeugt ein B-Feld
- Ein sich änderndes E-Feld erzeugt ein magnetisches Wirbelfeld

⁴ $I \sim \frac{1}{r^3}$

⁵LENZ'sche Regel: Das B-Feld der EM Welle induziert eine entgegengerichtete Spannung in der Wand.

Man kann sich die Richtungen der Felder jeweils (logisch) herleiten. Dazu kann man die rechte Hand verwenden und mit dem Daumen den Feldlinien eines E-Felds folgen, denn so man erhält aus der Richtung der Finger die Richtung des B-Feldes. Um das entstehende E-Feld zu bestimmen, verwendet man das LENTZ'sche Gesetz: Wenn aus einem E-Feld ein B-Feld entsteht, so wird dieses stets in die Richtung zeigen, dass das aus *ihm* entstehende E-Feld dem ersten - ursächlichen - E-Feld entgegensteht. D.h. Es muss ein B-Feld entstehen, dem man mit dem Daumen der Rechten Hand so folgen kann, dass die Finger der Rechten Hand dem bestehenden E-Feld entgegenzeigen. In dem Fall, dass ein B-Feld sich bewegt, kann man sich der Linken-Hand-Regel bedienen: Das E-Feld muss so entstehen, dass Elektronen in ihm der LORENTZ-Kraft folgen würden.

Teil V

Quantenphysik

26 Definitionen

26.1 Quantenphysik ?!

Die *Quantenphysik* beschreibt das Verhalten von Teilchen auf atomarer Ebene und tiefer. Eine besondere Eigenschaft ist dabei, dass bestimmte Größen *gequantelt* vorkommen – also nur bestimmte, diskrete Größen haben können. Das PLANCK'sche Wirkungsquantum h ist eine bedeutende Konstante in der Quantenphysik.

In der Quantenphysik können über bestimmte Eigenschaften der beobachteten Objekte keine Aussagen gemacht werden. Bspw. kann man bei einem Quantenobjekt nicht sagen, wie es einen bestimmten Weg zurücklegt. Außerdem lassen sich manche Größen nicht beliebig genau messen. Bei Impuls p und Ort x eines Teilchens beispielsweise hängt die Messgenauigkeit der einen Größe von der Genauigkeit bei der zweiten Größe ab.

Als mathematischen Formalismus, mit dem man das Verhalten der Teilchen recht genau vorhersagen kann, dient die Zuordnung einer *Wahrscheinlichkeitswelle* $\Psi(x)$ zu jedem bestimmten Teilchen. Ihr Quadrat Ψ^2 ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen am betreffenden Punkt anzutreffen.

Insgesamt richtet es sich in der Quantenphysik oft nach Wahrscheinlichkeiten....

26.2 Wesenszüge der Quantenmechanik

Statistisches Verhalten Man kann für ein einzelnes Teilchen nicht ausrechnen, wo es auftreten wird, sondern nur eine Wahrscheinlichkeit dafür. Wiederholt man einen Versuch oft genug, wo werden viele Teilchen sich an diese Wahrscheinlichkeitsverteilung halten. Abgesehen von stochastischen Abweichungen ist dann die Verteilung der angetroffenen Teilchen gleich der berechneten Aufenthaltswahrscheinlichkeit.

Interferenzfähigkeit Einzelne Quantenobjekte können mit sich selbst interferieren. Voraussetzung dafür ist, dass es für den Weg mehrere (klassische) Möglichkeiten gibt. Auf diesem Weg interferieren nun die Wahrscheinlichkeitswellen miteinander und erzeugen die Auftreffwahrscheinlichkeit.

Objektiv unbestimmbar Bei mehreren (klassischen) Wegmöglichkeiten zur Realisierung eines Zustands ist es nicht möglich, zu sagen, welchen das Quantenteilchen auch wirklich eingeschlagen hat. Vielmehr hat es schlichtweg *keinen* der möglichen Wege realisiert. Im Bezug auf manche Größen ist es nicht möglich sie einem Quantenteilchen zuzuordnen.

Eindeutige Messung Wenn mehrere (klassische) Möglichkeiten vorliegen, ist es möglich, zu messen, welche dieser Möglichkeiten das Quantenobjekt realisiert, indem man es durch die Messung in den klassischen Zustand drängt. Man misst also nicht mehr die Eigenschaft des Quantenobjekts, weil dieses ja keinen der zu messenden Zustände realisiert hat.

Komplementarität *Wegen* dieser Messung wird das Quantenteilchen sich von nun an aber wie ein klassisches Teilchen verhalten. Es wurde gewissermaßen „gezwungen“, einen klassischen Zustand zu realisieren und verbleibt dann in diesem. Man kann also entweder messen, wo sich ein Teilchen aufhält oder seine Quanteneigenschaften – wie bspw. Interferenz – beobachten.

27 Interferenz

27.1 Messung unbestimmter Methoden

Messungen auf beiden möglichen Wegen

Wenn auch ein Wesenszug der Quantenmechanik besagt, dass das Teilchen sich an einem unbestimmten Ort aufhält, so kann man diesen genau bestimmen – so ein weiterer Wesenszug. Misst man, wo sich ein Quantenteilchen aufhält, so bekommt man dafür eine genaue Information. Diese Information kann nun dazu führen, dass Interferenz (bspw. am Doppelspalt) unterbunden wird.

Schickt man Quantenteilchen auf einen Einzelspalt, so findet dort Beugung am Einzelspalt statt.¹ Schickt man die Quantenobjekte dagegen – unbeobachtet – auf einen Doppelspalt, so ergibt sich Interferenz am Doppelspalt. Interessant ist dabei, dass die Elektronen weder den Weg durch den einen noch durch den anderen Spalt wählen und es trotzdem zu Interferenz zwischen den Ψ -Wellen der beiden klassisch möglichen Wege kommt.

Setzt man nun jedoch Messinstrumente ein, mit denen man *theoretisch*² unterscheiden kann, durch welchen der beiden Spalten das Quantenobjekt gegangen ist, zwingt man es gewissermaßen dazu, sich zu entscheiden, durch welchen der beiden Spalte es gehen möchte. Ohne die Messinstrumente kann es eine Art „Zaubertrick“ rund um und durch den Doppelspalt aufführen, dessen Effekt die Interferenz ist. Nun zwingt man es dagegen, sich zu entscheiden, welchen Spalt es nehmen möchte. Damit ist das Interferenzbild des Doppelspaltes ausgeschlossen, weil dazu *beide* Spalte einbezogen werden müssen – es muss *Irgendetwas* aus jedem der beiden Spalte zu der Beugung beitragen. Wird das Quantenteilchen dagegen gezwungen, einen der beiden Wege zu nehmen, kann es nicht gleichzeitig noch den zweiten Weg mitbenutzen – was ja nötig gewesen wäre, um Interferenz am Doppelspalt zu erhalten.

¹Die effektive Spaltbreite – auf die man durch Untersuchung des Interferenzbildes schließe – ist jedoch auch abhängig von der Wellenlänge: Nur wenn die max. Auflösung den kompletten Spalt abdeckt, findet die Interferenz am Einfachspalt ungestört statt.

²Die Einschränkung kommt daher, dass man wie beim „Quantenradierer“ in jeden Spalt des Doppelspalts je eine Polarisationsfolie einbringt, wobei die beiden Polarisationswinkel sich um 90° unterscheiden. Es ist danach das Interferenzbild von der Beugung am Einzelspalt zu beobachten, weil man durch bestimmte Geräte unterscheiden könnte, durch welchen Spalt die Quantenteilchen gelangt sind, auch wenn man bei normaler Beobachtung nicht darauf schließen kann (weil wir ja kein unterschiedlich polarisiertes Licht unterscheiden können).

Messung auf einem möglichen Weg

Seltsam wird die Sache allerdings dadurch, dass der oben beschriebene Effekt auch dann eintritt, wenn nur einer der beiden Wege überwacht wird. Geht man wieder von Interferenz am Doppelspalt aus und überwacht nur *einen der beiden* Spalten auf passierende Elektronen, so wird sich auf dem Schirm trotzdem das Interferenzbild von der Beugung am Einzelspalt zeigen.

Bei zwei Wegen – A und B – wird nur der Weg A überwacht. *Trotzdem* wird ein Teilchen gezwungen, sich zwischen den beiden Wege zu entscheiden. Nimmt ein Teilchen den Weg B, so kann es eigentlich nicht wissen, dass Weg A überwacht wird. Trotzdem lässt es sich von der Überwachung auf Weg A in das „klassische Schema“ drücken und verliert dadurch seine Fähigkeit, den „Zaubertrick der Interferenz“ zu vollführen.

Messung beider Wege die danach zurückgenommen wird

Beim oben angesprochenen „Quantenradierer“ kann man nun eine weitere Polarisationsfolie einbringen. Sie wird zwischen (präpariertem) Doppelspalt und Schirm eingebracht und ihr Polarisationswinkel steht im Winkel von 44° auf den Winkeln der beiden Folien in den Spalten.

Licht, das von den Folien in den Spalten polarisiert wurde, muss nun, um auf den Schirm zu gelangen, auch diesen Filter passieren. Dabei kommen von dem Licht, das vorher in zwei senkrecht zueinander stehenden Ebenen polarisiert war, nur diejenigen Anteile durch, die im Winkel von 45° zu den beiden Ebenen liegen. Nach diesem dritten Polarisationsfilter ist also alles Licht wieder in die selbe Richtung (in der selben Ebene) polarisiert.

Das Licht aus den beiden Spalten hat darüber hinaus die selbe Intensität – durch die beiden Spalte fällt die selbe Lichtmenge. Nach dem dritten Polarisationsfilter ist also nicht mehr entscheidbar, welchen der beiden Spalte das Licht passiert hat und somit ergibt sich wieder Interferenz am Doppelspalt mit dem dazugehörigen Schirmbild. Die Quantenteilchen müssen sich also am Doppelspalt nicht mehr entscheiden, weil sie „wussten“, dass *hinter* dem Spalt ein weiterer Filter kommt, durch den nicht mehr entscheidbar ist, welchen Weg sie wählten – und dadurch mussten sie nicht mehr wählen.

Das Verwirrende also:

Die Quantenteilchen können somit also gewissermaßen in die Zukunft blicken, bzw. den Weg sehen, den sie *nicht* genommen haben.

27.2 Abhängigkeit von Wellenlänge des Lichts, mit dem beobachtet wird

Interferenz tritt nur dann auf, wenn das Teilchen unbeobachtet ist – sich also gewissermaßen ungestört als Quantenobjekt aufführen kann. So lange nimmt es keinen besonderen Weg und seine Ψ -Wellen können ungestört interferieren. Will man jedoch unterscheiden,

welchen Weg das Teilchen nimmt, so kann es nicht mehr als Quantenteilchen „handeln“ und wird gezwungenermaßen zum klassischeren Teilchen.

Damit es sich wie ein vollständig klassisches Teilchen verhält, müsste man unendlich genau beobachten, welchen Weg es nimmt. Da die Messung aber mit Licht funktioniert, ist der Genauigkeit der Ortsbestimmung durch die optische Auflösung Grenzen gesetzt. Mit Licht der Wellenlänge λ kann man nämlich nur entscheiden, dass sich das Quantenteilchen im Bereich $\frac{1}{2}\lambda$ irgendwo aufgehalten hat.

Es ergibt sich der Zusammenhang (Daten siehe Tab. 27.0(a)) zwischen Spaltabstand g , Spaltbreite l und Wellenlänge λ_0 , unterhalb der sich nurnoch Interferenz am Einzelspalt ergibt:

$$2 \cdot g - 2 \cdot l = 2 \cdot (g - l) = \lambda_0 \quad (27.1)$$

Damit entspricht die Wellenlänge λ_0 dem Doppelten des „Balkens“ zwischen den beiden Spalten des Doppelspalts. Oberhalb dieser Wellenlänge erhält man teilweise das Interferenzbild am Doppelspalt. Das volle Bild des Doppelspalts³ erhält man dagegen (Daten siehe Tab. 27.0(b)) erst mit Licht der Wellenlänge λ_1 :

$$2 \cdot g = \lambda_1 \quad (27.2)$$

Erklären kann man sich diese Zusammenhänge dadurch, dass die Auflösung einer Lichtwelle durch deren Wellenlänge festgelegt ist – und zwar ist die maximale Auflösungslänge gleich der Hälfte der Wellenlänge. Das würde auch zur ABBE’schen Abbildungsbedingung (für Lichtmikroskope) passen. Sie sagt, die Max. Auflösung $d = \frac{\lambda}{2 \cdot n \cdot \sin(\alpha)}$. Da wir kein Mikroskop mit beschränkung haben, ergibt sich für unsere Beobachtung der Winkel $\alpha = 90^\circ$, da wir in Luft arbeiten ergibt sich $n \approx 1$ und somit $d = \frac{\lambda}{2}$.

Sobald nun die Auflösung kleiner ist als der Steg zwischen den beiden Spalten, ist es auf keinen Fall mehr möglich, beide Spalte mit dem selben Lichtblitz zu beobachten. Wäre die Wellenlänge ein klein bisschen größer, könnte es im ungünstigsten Falle sein, dass die Lichtwelle genau auf die Spaltmitte fällt und somit von beiden Spalten einen Teil betrachtet – nun könnte ein Elektron also weiterhin durch beide Spalte gleichzeitig gelangen und würde trotzdem von der selben Welle registriert. Erst wenn $\lambda < \lambda_0$ gilt, ist dies ausgeschlossen und es kann immer nur ein Spalt gleichzeitig beobachtet werden. Somit ist absolut klar, aus welchem Spalt das Elektron geflogen kam und somit ist Interferenz zwischen einem Elektron mit sich selbst aus zwei verschiedenen Spalten völlig ausgeschlossen.

Bei größerer Wellenlänge ($\lambda_0 < \lambda < \lambda_1$) ist es nun für Elektronen möglich, immernoch beide Spalte zu passieren und trotzdem von dem selben Lichtblitz wahrgenommen zu werden. Ist λ nur geringfügig größer als λ_0 , so ist es wenig wahrscheinlich, dass ein Elektron dieses Kunststück zu Werke bringt. Hier überlagern sich die beiden Fälle von Interferenz: Einmal am Doppelspalt von sehr wenigen Elektronen und einmal am Einzelspalt von sehr vielen Elektronen. Das Bild sieht deshalb noch weitgehend aus wie bei Beugung am Einzelspalt. Je mehr sich λ dann λ_1 annähert, desto mehr Elektronen ist es möglich, das Kunststück zu vollführen.

³Definitionsgemäß wurde das angenommen, sobald die totalen Minima um das erste Hauptmaxima die Intensität 0 hatten.

(a) Bestimmung von λ_0			(b) Bestimmung von λ_1		
g [nm]	l [nm]	λ_0 [nm]	g [nm]	l [nm]	λ_1 [nm]
400	100	600	250	100	500
400	150	500	275	100	550
400	200	400	300	100	600
300	100	400	325	100	650
350	100	500	350	100	700
400	100	600	250	100	500
450	100	700	200	200	400
			250	125	500
			250	150	500
			300	100	600
			300	125	600
			300	150	600
			300	200	600

Tabelle 27.1: Ergebnisse aus Versuchen mit Elektronen $\lambda_{Elektron} = 4pm$

Wenn dann $\lambda > \lambda_1$ ist ein neuer Fall der totalen Unkontrollierbarkeit eingetreten: Es ist jetzt überhaupt nicht mehr möglich, zu entscheiden, aus welchem Spalt ein bestimmtes Elektron gekommen ist – und folglich entsteht ab jetzt ein Interferenzbild des Doppelspalts auf dem Schirm.

Was man die ganze Zeit über beachten muss ist, dass $\lambda < l$ gelten müsste, damit die Interferenz am Einfachspalt ebenfalls eingeschränkt wird. Es ergibt sich daraus eine neue Grenzwellenlänge:

$$2 \cdot l = \lambda_2 \quad (27.3)$$

Unterhalb dieser Wellenlänge ergibt sich nurnoch Interferenz am Einzelspalt, außerdem sieht das interferenzbild so aus, als ob der Spalt nur $l' = \frac{\lambda}{2}$ breit ist.

28 Mathematischer Formalismus

Um das Verhalten von Quantenteilchen vorherzusagen, ordnet man ihnen eine Ψ -Welle zu. Dazu ordnet man jedem Teilchen, abhängig von seiner Energie W , eine Wellenlänge zu. Um die Welle aufzustellen bekommt deswegen auch ein Elektron eine Wellenlänge. Diese „DEBROGLIE-Wellenlänge“ berechnet sich nach

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{p} \quad (28.1)$$

Um die Welle mathematisch auszudrücken benötigt man jedoch *Komplexe Zahlen*. Man kann sich für die Funktion einen rotierenden Zeiger denken, dessen y -Komponente imaginär und dessen x -Komponente reell ist. Da die Amplitude des Zeigers jedoch konstant ist, ist auch die Aufenthaltswahrscheinlichkeit Ψ^2 eines Teilchens entlang einem rotierenden „Zeigerstrahl“ konstant. Für $\Psi(x)$ ergibt sich:

$$\Psi(x) = \Psi_0 \cdot \cos(\varphi_x) + \Psi_0 \cdot i \cdot \sin(\varphi_x) = \Psi_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot x}{\lambda}\right) + \Psi_0 \cdot i \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{\lambda}\right) \quad (28.2)$$

Nach der Zeit t müssen alle Zeiger um den Betrag $\varphi_t = \frac{2\pi \cdot t}{T}$ „zurückgedreht“ werden, um wieder auf die durch Formel 28.2 gebracht zu werden. Dadurch ergibt sich eine Phase für jeden Zeiger von $\varphi = \varphi_x - \varphi_t$ und damit für die Wellengleichung:

$$\Psi(x, t) = \Psi_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot x}{\lambda} - \frac{2\pi \cdot t}{T}\right) + \Psi_0 \cdot i \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{\lambda} - \frac{2\pi \cdot t}{T}\right) \quad (28.3)$$

Über diese Wellengleichungen kann man nun Interferenzen der Teilchen berechnen. Interessant ist dabei, dass man die Interferenzen von einzelnen Teilchen *mit sich selbst* berechnet. Um ein messbares Ergebnis zu erhalten addiert man die Ψ -Wellen zur Zeit t_0 am Ort x_0 wie gewohnt um dann die Auftreffwahrscheinlichkeit eines einzelnen Teilchens mit $\Psi_{sum}^2(x_0, t_0)$ zu berechnen.

29 Abweichungen von Klassischen Vorstellungen

29.1 Photoeffekt

Versuchsdurchführung

Eine Metallplatte wird mit monochromatischem Licht bestrahlt. Vor der Metallplatte sitzt ein leitender Ring, durch den das Licht einfällt. Zwischen dem Ring und der Metallplatte wird eine Spannung U_A angelegt und die Stromstärke gemessen. Die Spannung wird während des Versuchs für jede Frequenz so lange erhöht, bis gerade keine Stromstärke mehr zu messen ist. Dann ist die Spannung U_A gerade so groß, dass sie die losgelösten Elektronen gerade so vom Ring abhält¹. Jetzt gilt also

$$U_A \cdot e = E_{kin} = h \cdot f - W_A \quad (29.1)$$

Ist W_A für das Element bekannt, kann man nun das PLANCK'sche Wirkungsquantum h bestimmen.

Erkenntnisse

Beim *Photoeffekt* wird eine Metallplatte mit Licht bestrahlt. Dieses Licht wechselwirkt mit Elektronen auf der Platte. Ist das Licht energiereich genug, so kann es die Elektronen von der Platte lösen, dafür ist pro Elektron die Materialkonstante W_A nötig. Alle Energie des Lichtes, die über die *Ablöstarbeit* W_A hinausgeht, wird dem Elektron als kinetische Energie W_{kin} übergeben.

Überraschenderweise ergibt sich bei dem Versuch, dass die kinetische Energie W_{kin} der Elektronen nur von der Frequenz f des Lichts abhängt – nicht jedoch von der *Intensität* I . Nach klassischem Verständnis sollte die vom Licht übertragene Energie von der Amplitude der Elektromagnetischen Welle, damit \vec{E} und damit I ($I \sim \vec{E}^2$) abhängen. Die Intensität beeinflusst jedoch nur wie *viele* Elektronen herausgelöst werden; nicht jedoch deren Energie. Für Lichtwellen gilt der Zusammenhang zwischen Frequenz f und enthaltener Energie W :

$$W = h \cdot f \quad (29.2)$$

Licht einer einheitlichen Frequenz f , das von einer Lampe ausgestrahlt wird, überträgt also *diskrete* Energieportionen der Größe $n \cdot h \cdot f$ an andere Teilchen. Eine solche Energieportion wird als *Photon* bezeichnet. Die *Intensität* des Lichts bestimmt lediglich, wie

¹Während noch Strom floss, schafften es immernoch Elektronen, sich bis zum Ring gegen das E-Feld zu bewegen. Das Elektron der Elementarladung e benötigt für die Strecke s die Energie $W = E \cdot e \cdot s$

viele Photonen ausgesandt werden. Für den Photoeffekt ergibt sich so für die Kinetische Energie W_{kin} :

$$W_{kin} = h \cdot f - W_A \quad (29.3)$$

29.2 Unbestimmtheitsrelation

In der Quantenphysik gibt es bestimmte Paare an Größen, deren maximal mögliche Messgenauigkeiten voneinander abhängen. Die bedeutendsten davon sind Ort x und Impuls p . Dabei ist es unabhängig vom Versuchsaufbau, der Durchführung etc. nicht möglich, beide Größen beliebig genau zu messen. Der Zusammenhang lässt sich bei Beugung am einzelnen Spalt leicht herleiten.

Dadurch, dass man die Spaltbreite l vorgibt, kann man sich sicher sein, dass alle Quantenteilchen, die später auf dem Schirm zu sehen sind, den Spalt passiert haben. Im Bereich des Spaltes kann man also den Ort des Quantenteilchens bis auf die Strecke l genau bestimmen. Somit gilt

$$\Delta x = l \quad (29.4)$$

Für den Impuls p_x parallel zur Spaltebene ergibt sich für ein Teilchen, das um den Winkel φ abgelenkt wurde, sodass es (beim Schirm) konstruktiv mit sich interferiert

$$\frac{p_x}{p} = \sin(\varphi) \quad (29.5)$$

Für das Teilchen gilt nach der FRAUNHOFER-Näherung für konstruktive Interferenz

$$l \cdot \sin(\varphi) = \lambda \quad (29.6)$$

Nun ersetzt man in 29.1 das p durch das aus 29.5, löst dies nach λ auf und setzt diese in 29.6 ein. somit ergibt sich

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h \quad (29.7)$$

Diese Gleichung (29.7) drückt die *Unbestimmtheitsrelation* der beiden Größen x und p aus: Je genauer man x messen will, desto ungenauer geht das nur für p .

29.3 Lokalisationsenergie

Aus Gleichung 29.7 ergibt sich indirekt, dass ein Teilchen, das man in seiner Bewegungsfreiheit – also dem Ort x auf den Bereich Δx einschränkt – ein wesentlich stärker unbestimmter Impuls anhaftet. Da ein Quantenteilchen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit all seine Möglichkeiten ausprobiert, ist es also möglich, dass es jeden Impuls innerhalb von $\Delta p = \frac{h}{\Delta x}$ annimmt.

Nun kann man versuchen, die Energie zu ermitteln, die mit einem Impuls – und damit auch mit der örtlichen Beschränkung – verknüpft ist. Da Δp ein Bereich an möglichen Impulsen darstellt, ist es dem Quantenteilchen maximal möglich den Impuls p_x bzw. $-p_x$ zu erreichen, und deshalb definiert man $\Delta p = 2p_x$.

Die *Lokalisationsenergie* bestimmt man nun über die Kinetische Energie W_{kin} , die ein Quantenteilchen bekannter Masse für die maximalen Impulse hätte. Da

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_x^2}{m} \quad (29.8)$$

gilt, kann man p über Gleichung 29.7 ausdrücken. Dazu ersetzt man Δx noch durch $L - L$ ist die Länge im eindimensionalen Raum, auf die man das Quantenteilchen beschränkt. Somit ergibt sich für die Lokalisationsenergie in einer Dimension (x -Dimension):

$$W_{lokal} = W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{4 \cdot L^2} \cdot \frac{1}{m} = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot L^2} \quad (29.9)$$

29.4 Photon als Quantenteilchen

Auch beim Photon handelt es sich um ein Quantenteilchen. Man kann seine Masse bestimmen und sogar nachweisen: Bewegt sich ein Photon gegen das Schwerfeld der Erde, so wandelt es Energie in potentielle Energie um. Wenn es um s steigt, muss es die Energie $W_{ab} = m \cdot g \cdot s$ umwandeln. Dadurch verändert sich seine Frequenz um $f = \frac{W_{ab}}{h}$. Außerdem ist dem Photon ein Impuls zuzuschreiben. Er ergibt sich aus der Formel $E = m \cdot c^2$ der Relativitätstheorie, indem man die Energie $h \cdot f$ in Masse umwandelt und diese mit der einzigen Geschwindigkeit, bei der Photonen existieren (c), multipliziert:

$$p_{Photon} = m \cdot c = \frac{h \cdot f}{c^2} \cdot c = h \cdot \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (29.10)$$

Für Photonen gilt also auch die Formel der DEBROGLIE-Wellenlänge.

Es ergeben sich jedoch einige Unterschiede zum Elektron (welches bisher als das Beispielquantenteilchen verwendet wurde):

- Photonen existieren nur bei $v = c$; Elektronen können auch in Ruhe existieren
- Elektronen gehören zur Materie
- Photonen werden nicht von E -Feldern beeinflusst
- Das PAULI-Prinzip gilt nicht bei Photonen

Teil VI

Praktika

A Induktion

A.1 Magnet im Kupferrohr

Versuchsbeschreibung:

In ein 2,5m langes Kupferrohr lässt man einen Magneten fallen. Gleichzeitig lässt man einen gleich schweren Magneten in einem Plastikrohr daneben fallen. Die beiden Rohre sind parallel und stehen senkrecht im Raum. Am Ende der Rohre wird beobachtet, welcher der beiden Magneten die selbse Strecke schneller zurücklegt.

Beobachtungen:

Der Magnet, der durch das Plastikrohr fiel, ist wesentlich schneller.

Auswertung:

Ein Körper, der frei im Raum fällt benötigt für die Strecke 2,5m die Zeit t_0 . t_0 lässt sich folgendermaßen Berechnen:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^2 \Rightarrow \frac{2 \cdot h}{g} = t_0^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = t_0 \quad (\text{A.1})$$

$$\sqrt{\frac{m}{\frac{m}{s^2}}} =$$
$$\sqrt{s^2} = s$$

Für $h = 2,5m$ ergibt sich so: $t_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5}{9,81}} \approx 0,71s$ Die tatsächlich für demn Magneten im Kupferrohr gemessene Zeit t_1 lag aber beträchtlich vom Wert t_0 entfernt – der Magnet braucht im Kupferrohr deutlich länger.

Das liegt vermutlich daran, dass der Magnet¹ in dem Kupferrohr einen Wirbelstrom hervorruft. In diesem Fall liegt also Induktion durch Relativbewegung vor. Aufgrund des LENZ'schen Gesetzes wird in dem Kupferrohr so Induktionsspannung induziert², dass diese ihrer Ursache entgegenwirkt. Um der Ursache entgegenzuwirken, verläuft der Stromfluss so, dass ein Magnetfeld aufgebaut wird, das dem des fallenden Magneten so entgegengerichtet ist, dass dieser abgebremst wird.

¹dadurch, dass er sich beim Fallen bewegt

²und damit ein Strom hervorgerufen

A.2 Kraftübertragung auf Alufolie mittels Magnetismus

Versuchsbeschreibung:

Ein dreifach gefaltetes Stück Alufolie wird auf eine Wasseroberfläche gegeben, sodass es schwimmt. Mit einem Magneten, von dem *ein* Pol auf die Folie gerichtet wird, werden etwa einen Zentimeter über der Folie kreisende Bewegungen ausgeführt.

Beobachtungen:

Die Alufolie beginnt sich in die Richtung zu drehen, in die man mit dem Magneten kreist. Führt man die Kreisbewegungen dann in die andere Richtung durch, so bremst man die Folie wieder ab.

Auswertung:

Diesen Vorgang kann man durch das LENZ'sche Gesetz erklären. Dadurch dass der Magnet über der Alufolie bewegt wird, wird in der Folie ein Wirbelstrom erzeugt - es handelt sich um Induktion durch *Relativbewegung*³.

Dieser Wirbelstrom baut um sich ein Magnetfeld auf. Gemäß dem LENZ'schen Gesetz baut dieses Magnetfeld sich nun so auf, dass es seiner Ursache entgegenwirkt. Die Ursache der Induktion ist in diesem Fall wie oben ausgeführt eine Relativbewegung. Das Magnetfeld des Wirbelstroms wird nun so entsteht, dass es dieser Relativbewegung entgegenwirkt, also die Relativbewegung beendet.

Dies wird erreicht, indem die Alufolie sich möglichst genau so schnell wie der Magnet bewegt, da sich ohne Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den beiden Bewegungen keine weitere Induktion ergibt.

Beendet man die Bewegung des Magneten oder ändert gar seine Richtung, so gilt erneut das LENZ'sche Gesetz, das wiederum dafür sorgt, diese 'neue' Relativbewegung aufzuheben.

A.3 Wirbelstrombremse

Versuchsbeschreibung:

Ein Motor treibt eine Scheibe an. Diese dreht sich an einer Stelle durch das (starke) Magnetfeld eines Dauermagneten. An der Scheibe ist an einer Stelle ein Fähnchen montiert. Es dient zur Drehfrequenzbestimmung, da eine Lichtschranke so angebracht ist, dass das Fähnchen bei jeder Umdrehung die Lichtschranke passieren muss. Bei dem Motor wird die Spannung kontrolliert erhöht und dazu die Stromstärke gemessen.

³Die Relativbewegung ist also die *Ursache* der Induktion

Beobachtungen:

Die Wirbelstrombremse funktioniert nur dann, wenn man Scheiben aus Metall verwendet. Für eine Kupferscheibe ergeben sich Messergebnisse, wie sie in Tabelle A.1 auf Seite 86 zusammengestellt sind. In Tabelle A.2 auf Seite 86 sind Ergebnisse zu anderen Materialen zusammengestellt.

Aus den Schaubildern A.1 auf Seite 87 und A.2 auf Seite 88 ist klar ersichtlich, dass der Zusammenhang zwischen der Drehgeschwindigkeit der Scheibe und der Stromstärke linear ist. Trägt man die Ausgleichsgeraden aller Messungen in ein gemeinsames Schaubild ein, so erhält man daraus Abbildung A.4 auf Seite 90.

Kupfer I			Kupfer II			Kupfer III		
$U [V]$	$f [s^{-1}]$	$I [A]$	$U [V]$	$f [s^{-1}]$	$I [A]$	$U [V]$	$f [s^{-1}]$	$I [A]$
2	4,8	0,08	2	4,6	0,06	2	4,8	0,06
3	8,2	0,11	4	9,5	0,13	4	9,9	0,13
4	11,4	0,14	6	13,9	0,20	6	14,6	0,20
5	14,5	0,18	8	18,8	0,27	8	19,6	0,26
6	17,5	0,21				10	24,9	0,34
7	20,5	0,24						
8	23,5	0,27						
9	26,3	0,30						
10	29,0	0,32						

Tabelle A.1: Ergebnisse von drei Messungen des Versuches aus Aufgabe A.3 mit einer Kupferscheibe

Aluminium			Kunststoff		
$U [V]$	$f [s^{-1}]$	$I [A]$	$U [V]$	$f [s^{-1}]$	$I [A]$
2,00	5,80	0,05	2,00	9,60	0,02
4,00	11,20	0,10	4,00	20,80	0,02
6,00	17,10	0,16	6,00	30,90	0,03
8,00	23,50	0,22	8,00	41,10	0,04
10,00	29,20	0,28	10,00	51,20	0,05

Tabelle A.2: Ergebnisse zu Messungen mit anderen Materialien aus Aufgabe A.3

Auswertung:

In Abbildung A.1 auf Seite 87 ist die Drehfrequenz in Abhängigkeit zur Stromstärke aufgetragen. Es wurde eine Ausgleichsgerade eingetragen, die mit den Messwerten äußerst gut übereinstimmt. Es liegt also nahe, dass Drehfrequenz und Stromstärke zueinander proportional sind. Es gilt also:

$$f \sim I \quad (\text{A.2})$$

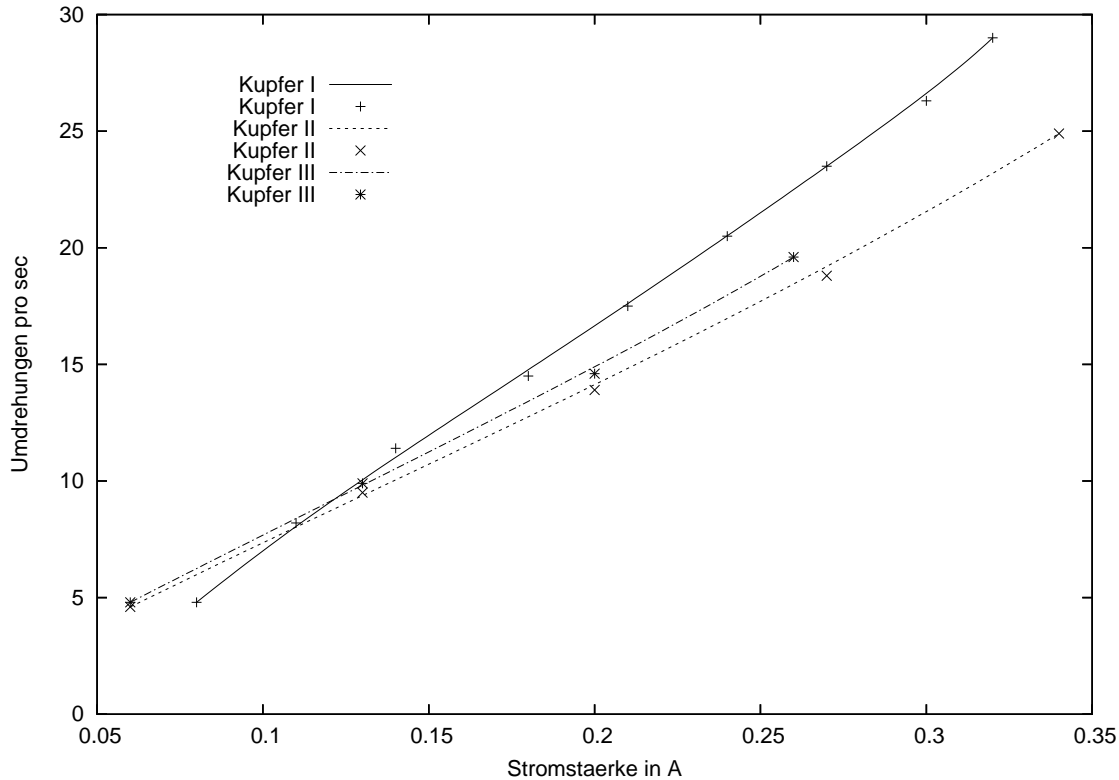


Abbildung A.1: Ergebnisse der Messung des Versuches aus Aufgabe A.3 mit einer Kupferscheibe. In dem Schaubild sind die Daten von drei verschiedenen Messungen enthalten – Kupfer I bis III –, jeweils mit Datenpunkten und einer Ausgleichskurve.

In Abbildung A.3 auf Seite 89 sind dann Leistung und Drehfrequenz gegeneinander aufgetragen. Dabei wird deutlich, dass die zur Drehung benötigte Leistung bei steigenden Drehfrequenzen quadratisch ansteigt. Es gilt also:

$$P \sim f^2 \quad (\text{A.3})$$

Verbindet man A.2 und A.3, so erhält man

$$P \sim I^2 \quad (\text{A.4})$$

Das ist aber einfach erklärbar⁴, da ja

$$P = I \cdot U \quad \text{und} \quad U = I \cdot R \quad \text{und somit} \quad P = I^2 \cdot R \quad (\text{A.5})$$

Aus Abbildung A.4 auf Seite 90 ist darüber hinaus ersichtlich, dass die Ausgleichsgeraden Ursprungsgeraden sind - nur eine widersetzt sich diesem Trend. Es könnte nun einerseits

⁴Da im Motor der Strom durch Spulen fließt - also gewickeltem Draht - kann man näherungsweise davon ausgehen, dass es sich hierbei um einen OHM'schen Widerstand handelt. Da der Motor mit Gleichstrom betrieben wird, sind Induktionsvorgänge vernachlässigbar.

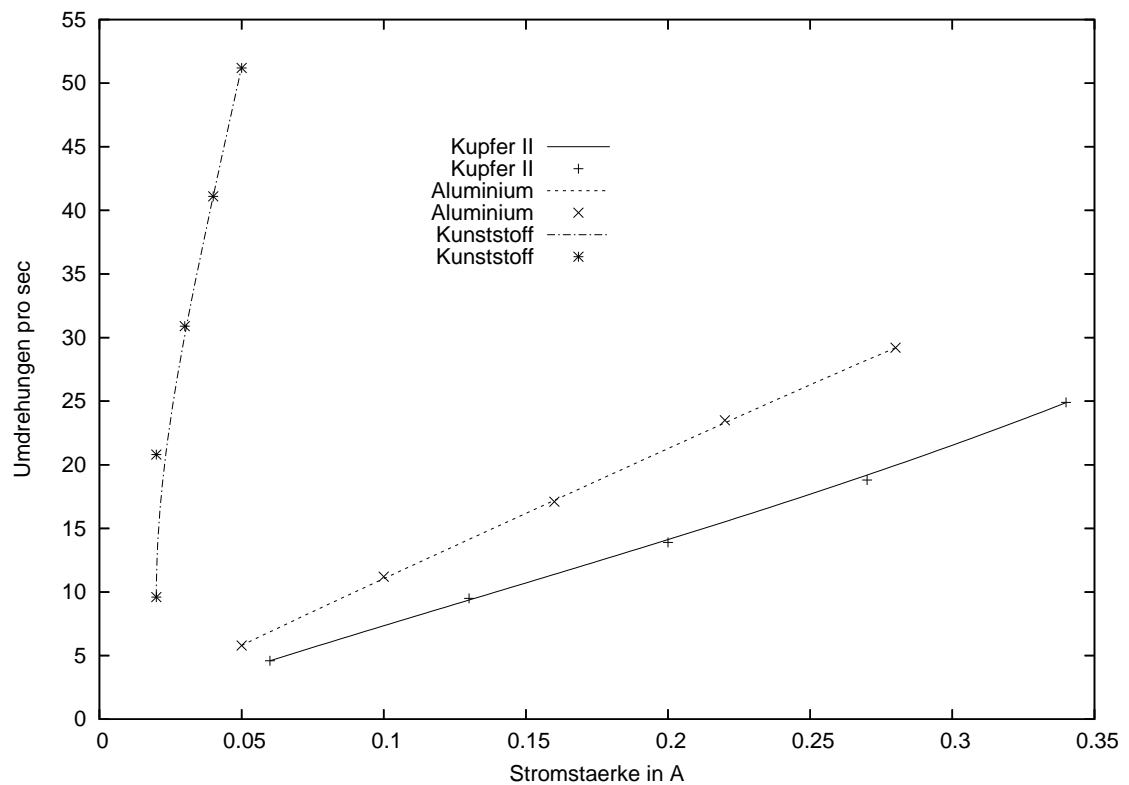


Abbildung A.2: Ergebnisse der Messung verschiedener Materealien des Versuches aus Aufgabe A.3 mit Ausgleichskurven.

sein, dass hier bei besonders niedriger Umdrehungszahl die Reibung äußerst groß ist und die Kurve deshalb so nach unten *absackt*. Wahrscheinlicher ist jedoch, dass mit den Messgeräten etwas nicht stimmt (da die Werte auf eine dermaßen exakten Linie liegen).

Daraus, dass Kurve des Kunststoffes wesentlich steiler ist, kann man ablesen, dass er für die selbe Drehfrequenz weniger Energie braucht. Dass dies auf das geringere Gewicht der Scheibe zurückzuführen ist, ist unwahrscheinlich. Da eine Messung über 10 sec dauert, hatte der Motor – wenn er eine schwerere und damit trägere Kupferscheibe antreibt – genug Zeit, auch mit geringerer Beschleunigung seine maximale Geschwindigkeit zu erreichen. Es ist also davon auszugehen, dass die gemessenen Drehfrequenzen maximal für die Leistung des Motors ist und dabei nicht von der trägen Masse der Scheiben abhängt.

Viel wahrscheinlicher ist, dass die Kupfer- und Aluminiumscheiben von der Wirbelstrombremse beeinflusst werden – im Gegensatz zur Plastikscheibe. Der Motor muss somit, wenn er eine Kupferscheibe antreibt, immer gegen die bremsende Kraft der Wirbelstrombremse antreiben.

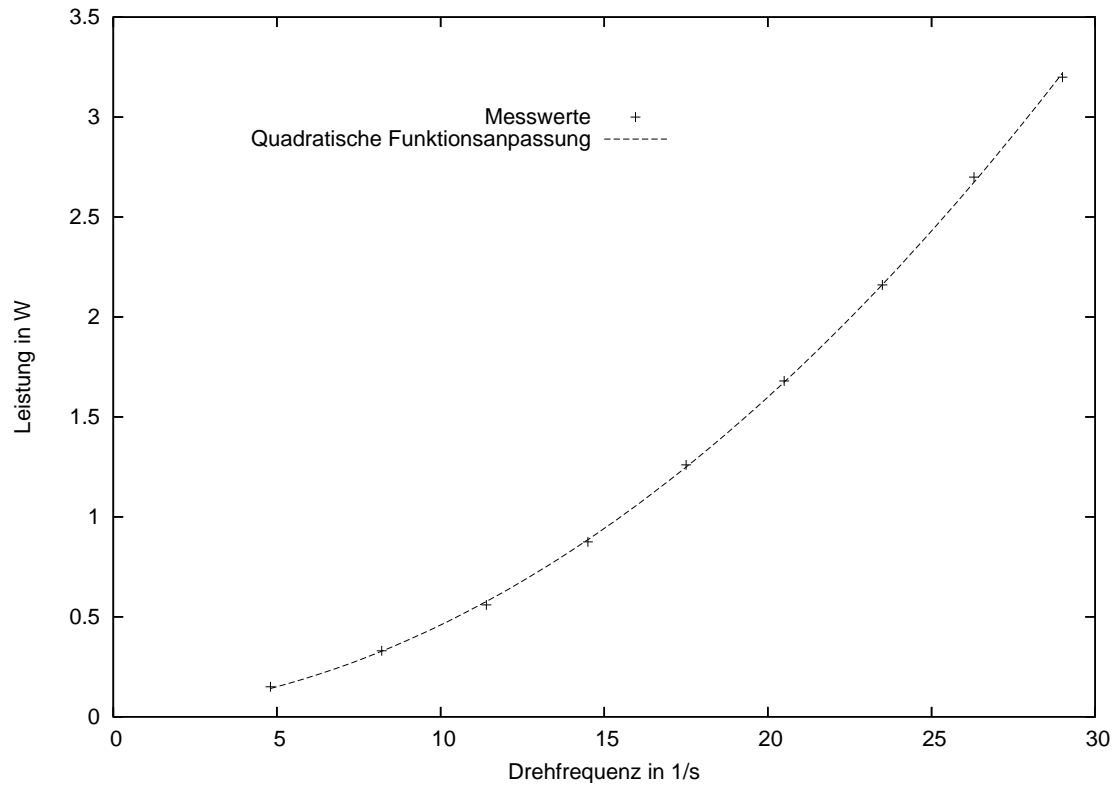


Abbildung A.3: Ergebnisse der Messung Kupfer I des Versuches aus Aufgabe A.3 mit einer Kupferscheibe - mit quadratischer Regression

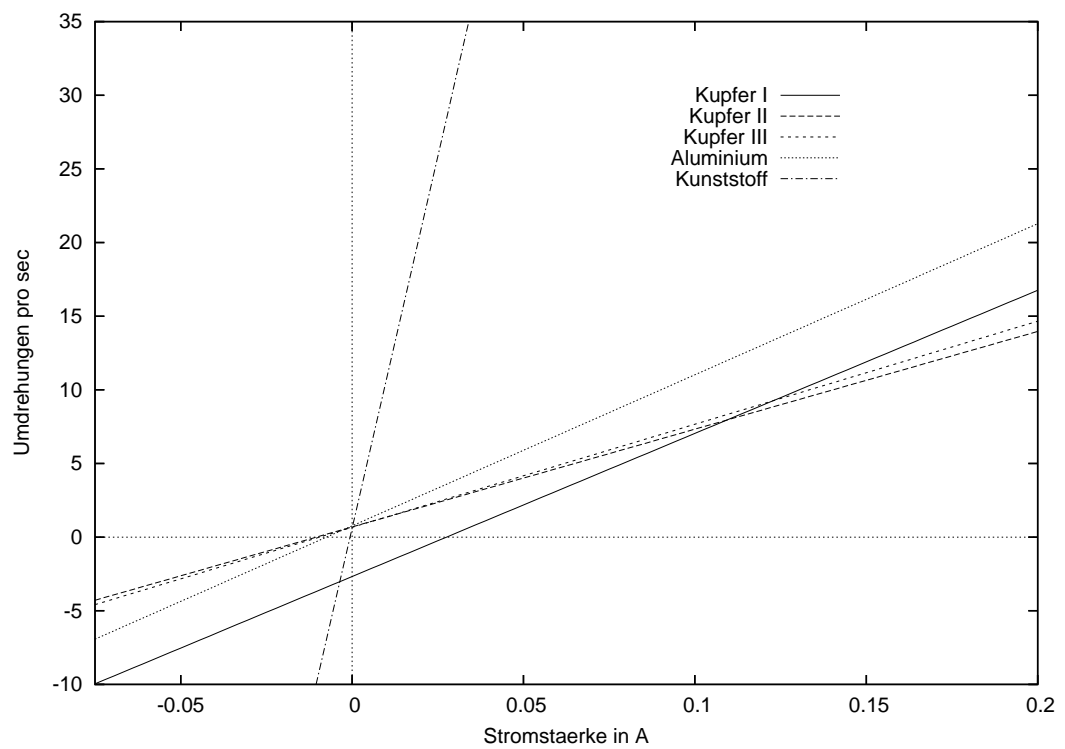


Abbildung A.4: Die Ausgleichsgeraden aller Messungen zu Aufgabe A.3 in einem Schaubild eingetragen.

A.4 Strom- und Spannungsverlauf bei Selbstinduktion

Versuchsbeschreibung:

Es wird ein Stromkreis gemäß Abbildung A.5 auf Seite 91 aufgebaut. Wenn der Schalter S_1 geschlossen ist, so fließt Strom parallel - einerseits durch die Spule und R_2 , andererseits durch R_1 . Wird der Schalter S_1 geöffnet, so fließt ein Induktionsstrom dem Verlauf der gestrichelten Pfeile nach, also in Reihe durch R_1 , R_2 und die Spule.

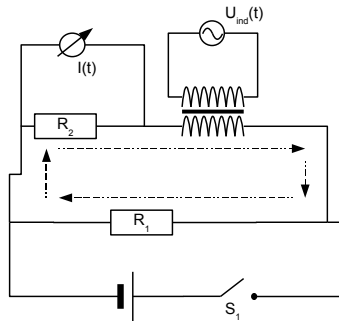


Abbildung A.5: Schaltkizze zum Versuchsaufbau von Aufgabe A.4: R_1 und R_2 haben jeweils $R_n = 220\Omega$, die beiden Spulen haben jeweils $n = 800$ Windungen, die Spannungsquelle liefert $U_0 = 10V$ und der Schalter S_1 ist ein *Doppelreedrelais*, das mit der Frequenz $f = 50Hz$ umschaltet.

An R_2 wird die Spannung gemessen. Da es sich bei R_2 um einen Ohmschen Widerstand handelt, ist $U(t) \sim I(t)$ (\rightarrow Gleichung A.5). Deshalb ist es möglich, an R_2 die Stromstärke $I(t)$ abzulesen, da sie ja zu der eigentlich abgelesenen Spannung proportional ist.

An die zweite Spule, die mit der ersten durch einen gemeinsamen Eisenkern verbunden ist, wird ein Oszilloskop angeschlossen. Wird in der ersten Spule eine Induktionsspannung $U_{ind}(t)$ induziert, so ist dazu ein sich änderndes Magnetfeld $\dot{B} \neq 0$ nötig. Dieses sich ändernde Magnetfeld hat über den gemeinsamen Eisenkern auch in der zweiten Spule Auswirkungen, nämlich wird dort gemäß $U_{ind} = n \cdot A \cdot \dot{B}$ die selbe Induktionsspannung wie in der ersten Spule induziert.

Somit kann man an R_2 und der zweiten Spule $I(t)$ bzw. $U_{ind}(t)$ bestimmen.

Beobachtungen:

In Abbildung A.6 auf Seite 93 ist der Verlauf der Induktionsspannung dargestellt. In Abbildung A.7 ist die Spannung dargestellt, die am Widerstand R_2 abfällt. Vergleicht man die beiden Spannungsverläufe miteinander, so fällt auf, dass die Induktionsspannung genau dann einen extremen *Peak* nach oben macht, wenn der Strom gerade seinen Höchstpunkt erreicht hat und gerade am Absinken ist. Wenn der Strom gerade wieder ansteigt, so ist die Induktionsspannung stark negativ.

Auswertung:

Diese Phänomene sind durch *Induktion* erklärbar. Wenn nämlich der Strom eingeschaltet wird, also in Schaubild A.7 die Funktion sich gerade von der Zeitachse entfernt, ist die Änderung des Stromes $\dot{I}(t)$ äußerst groß, da sich die Spannung ja von „überhaupt kein Wert“ auf „einen positiven Wert“ ändert. Nach

$$U_{ind}(t_n) = -L \cdot \dot{I}(t_n) \quad (\text{A.6})$$

ist die Induktionsspannung hier also stark negativ. Mit dem LENZ'schen Gesetz in Einklang ist diese Induktionsspannung also ihrer Ursache entgegengesetzt und „*fängt*“ die Veränderung der Stromstärke ab. Der Stromverlauf ist deshalb an dieser Stelle auch kurvenförmig. Ohne die entgegengerichtete Induktionsspannung hätte der Strom sein Maximum praktisch sofort erreicht. So nähert er sich seinem Maximum nur asymptotisch an.

Je mehr Zeit innerhalb einer halben Periode verstreicht, desto näher kommt der ausgebremste Strom seinem Maximum, aber immernoch ist eine gegenläufige Spannung da, die ihn dezimiert. Da er konsequent dezimiert wird, wird $\dot{I}(t_N)$ auch kleiner, da ja ständig die wachstumsschwächende Induktionsspannung auf den Strom einwirkt.

Wenn der Strom dann wieder abgeschaltet wird, also von seinem Maximum abfällt (vgl. Abbildung A.7), ist in Schaubild A.6 ein noch größerer Peak entstanden, der diesmal nach oben zeigt, also auch eine große positive Spannung hinweist. $\dot{I}(t_n)$ ist an dieser Stelle stark negativ, weil der Strom sich von einem nahezu konstanten Wert „*erstmalig*“ abbewegt. Nach Gleichung A.6 sorgt diese Spannung nun dafür, dass der Stromstärkenabfall abgefangen wird, also nicht so drastisch aussieht.

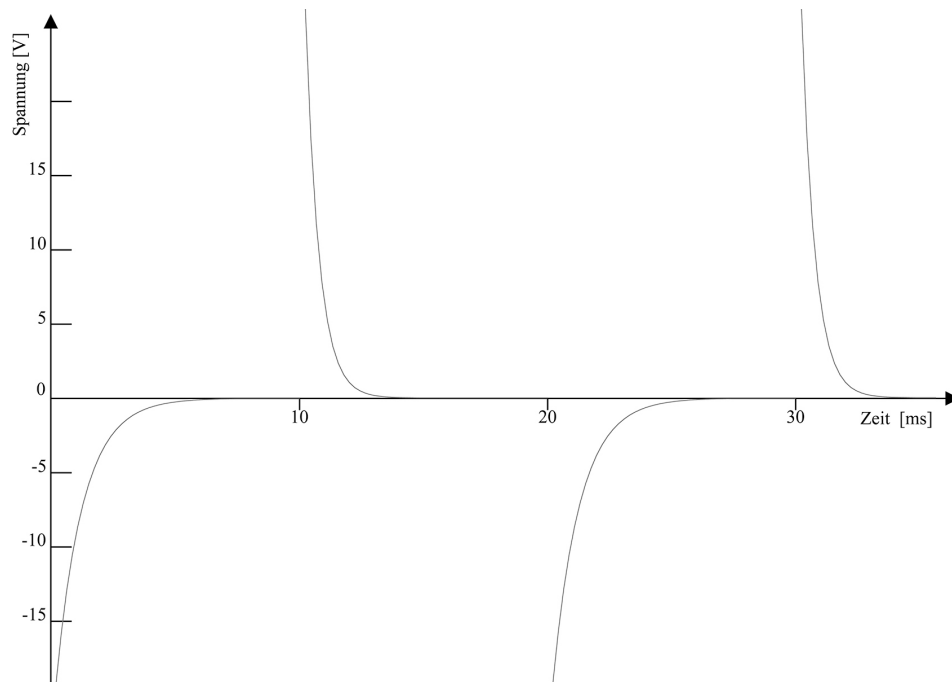


Abbildung A.6: Im Oszilloskop sieht der Spannungsverlauf von $U_{ind}(t)$ so aus.

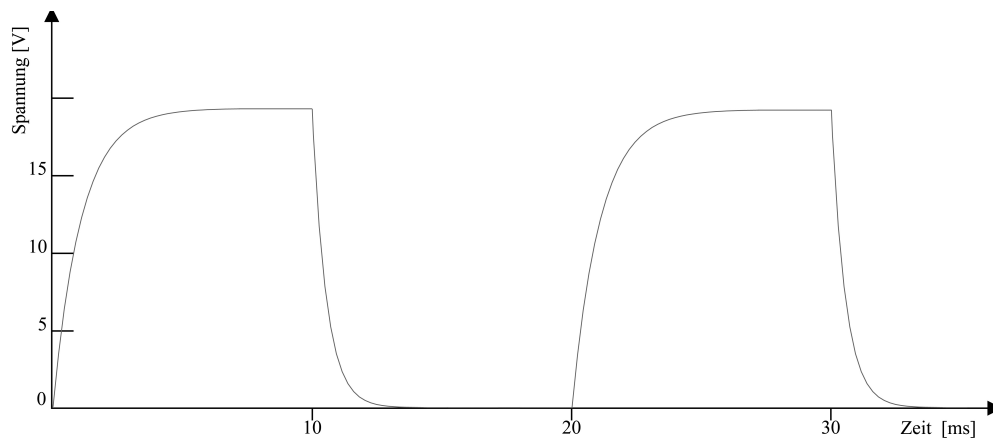


Abbildung A.7: Der Spannungsverlauf von $U_{R2}(t)$ dient zur bestimmung der Stromstärke $I(t)$

B Versuche zur Schallgeschwindigkeit

B.1 Versuch

In ein Glasrohr werden feine Korkspäne gegeben und gleichmäßig verteilt. Dann sorgt man dafür, dass eine Schallwelle in das Rohr gelangt. Dort wird sie an den Rohrenden reflektiert. Um die Art der Reflexion zu beeinflussen, kann man eine der Öffnungen oder beide verschließen. Um die Länge des Rohres, in dem die Schallwellen schwingen können, zu beeinflussen, kann man einen der beiden Stopfen weiter nach innen oder außen bewegen.

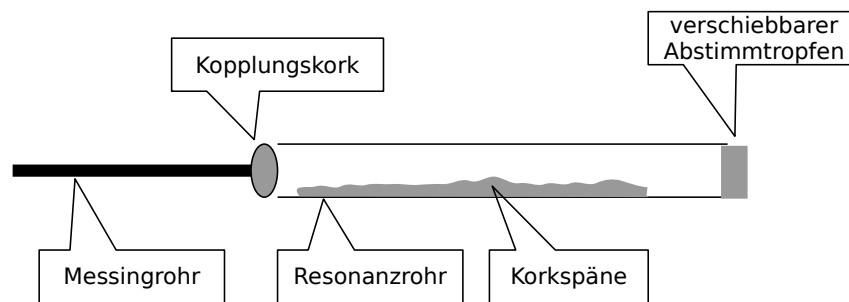


Abbildung B.1: Skizze des Versuchsaufbaus - sowohl das Messingrohr mit Kopplungskork als auch der Abstimmstopfen sind entfernbar.

Die Schallwellen werden dabei erzeugt durch

1. eine Stimmgabel
2. ein Messingrohr, an dem mit einem feuchten Lappen gerieben wird (dessen Schallwellen werden über ein *Kopplungskork* an einem Ende der Röhre an die Luft im Rohr abgegeben)
3. einen Lautsprecher, der mit einem Sinusgenerator betrieben wird

Die Idee dahinter ist, dass sich in dem Rohr eine *Stehende Welle* bildet. Diese hat dann *Bewegungsbäuche*. Diese liegen immer an der selben Stelle und können hier die Korkspäne bewegen. An diesen Stellen werden die Korkspäne deshalb bald verschwunden sein, weil

die Schallwellen sie immer in Längsrichtung zum Rohr bewegen. Sie sammeln sich dann an Stellen, an denen die Luft sich nicht (oder wenig) bewegt. Diese Stellen werden als *Geschwindigkeitsknoten* bezeichnet.

B.2 Schallgeschwindigkeit in Luft

Das Resonanzrohr wird an einem Ende mit dem Abstimmstopfen verschlossen, dann wird eine Stimmgabel angeschlagen. Sie wird vor das offene Ende gehalten und der Abstimmstopfen wird so lange in das Resonanzrohr hineingeschoben bzw. herausgezogen, bis die Korkspäne sich zu kleinen Hügelchen anordnen - bis sich also eine *stehende Welle* gebildet hat.

Bei dem Versuch wurde dabei eine Stimmgabel verwendet, die laut Hersteller mit einer Frequenz von $f = 1700\text{Hz}$ schwingt. Die verwendete Resonanzrohrlänge beträgt dabei $L = 0,43\text{m}$. Misst man den Abstand zwischen zwei Spitzen der kleinen Hügelchen, so sollte man eigentlich die Entfernung $\frac{\lambda}{2}$ messen können. Im Versuch ergab sich somit eine Wellenlänge von $\lambda = 0,215\text{m}$.

Mit diesen Werten lässt sich die Schallgeschwindigkeit in Luft berechnen:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 0,215\text{m} \cdot 1700\frac{1}{\text{s}} = 365,5\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 366\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{B.1})$$

Der Literaturwert der Schallgeschwindigkeit beträgt $c_{\text{lit}} = 343\frac{\text{m}}{\text{s}}$, wir haben in unserem Fall also eine Abweichung von ca. 6,56%. Das sieht eigentlich ganz gut aus - nur leider muss an den Werten etwas falsch sein. Da das Resonanzrohr an einer Seite geschlossen ist und an einer Seite offen, sollte sich eigentlich eine Stehende Welle bilden, die an der geschlossenen Seite einen Wellenknoten¹ und an der offenen Seite einen Wellenbauch² hat.

Für eine stehende Welle, die diese Bedingungen erfüllt, existiert die Formel

$$L = k \cdot \frac{\lambda_k}{4} \quad k = (1; 3; 5...) \quad (\text{B.2})$$

Setzt man die gefundenen Werte für λ und L ein, so erhält man $k = 8$ - und das sollte eigentlich nicht möglich sein. Es ist nichtsdestoweniger überraschend, wie präzise die Werte stimmen.³

Eine mögliche Erklärung dafür könnte sein, dass die Stimmgabel zu nahe an die Öffnung gehalten wurde, und sich somit faktisch die Bedingung für zwei geschlossene Enden ergibt - dann hätte man $k^* = 4$ und damit einen erlaubten Wert.

¹Geschwindigkeitsknoten

²Geschwindigkeitsbauch

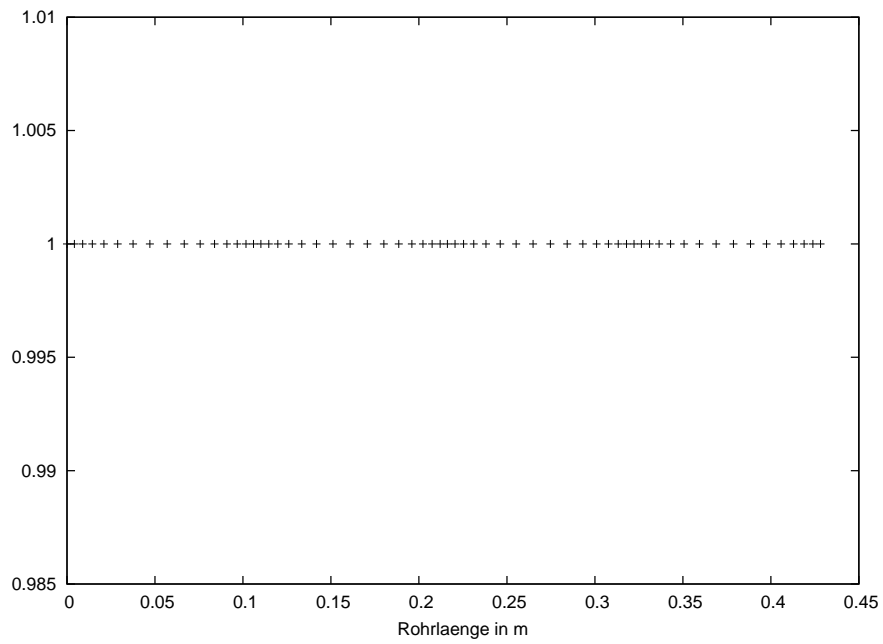
³Auch bei anderen Gruppen kommt dieses eigentlich unsinnige Ergebnis heraus: bei einer Rohrlänge von $L = 0,55\text{m}$, einer Frequenz von $f = 1700\text{Hz}$ und einer gemessenen Wellenlänge von $\lambda = 0,22\text{m}$ kommt exakt $k = 10$ heraus.

B.2.1 Schaubilder

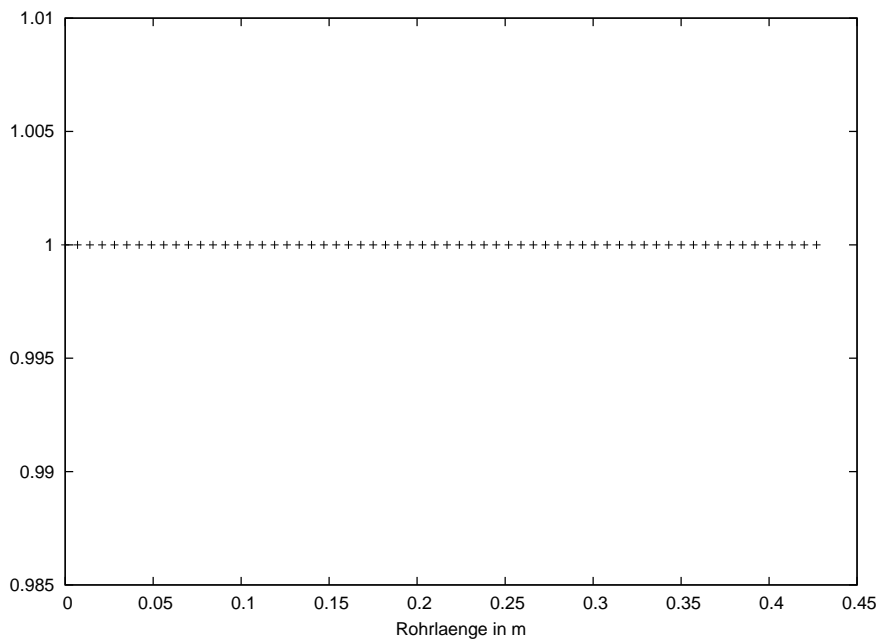
Im Folgenden sind ein paar Schaubilder abgebildet, die sich auf die stehende Welle im Resonanzrohr beziehen. Es ist dabei ersichtlich, dass die Teilchen sich in Richtung des Rohres hin und her bewegen (siehe Abbildung B.2 auf Seite 97) und dabei sich ein Druck an den Stellen aufbaut, an denen die Teilchen dicht nebeneinander liegen (siehe Abbildung B.4 auf Seite 99). An der linken Seite - also Am Stopfen - bewegt sich das Teilchen nie (siehe Abbildung B.3 auf Seite 98).

Wenn die Teilchen *maximal ausgelenkt* sind (also jeweils im oberen Schaubild), bewegen sie sich kurzzeitig nicht, es besteht aber der größte Druck zwischen ihnen. Durchlaufen sie ihre *Ruhelage* (jeweils im unteren Schaubild), so haben sie die maximale Geschwindigkeit, jedoch herrscht ein einheitlicher Normaldruck zwischen ihnen.

An den Stellen, an denen in Abbildung B.3(a) die Funktion die x-Achse schneidet, herrscht nie Luftbewegung. Hier in der Nähe werden sich die Korkspäne sammeln, die von den Stellen "weggeschubst" werden, an denen die Funktion eben *nicht* Null ist.



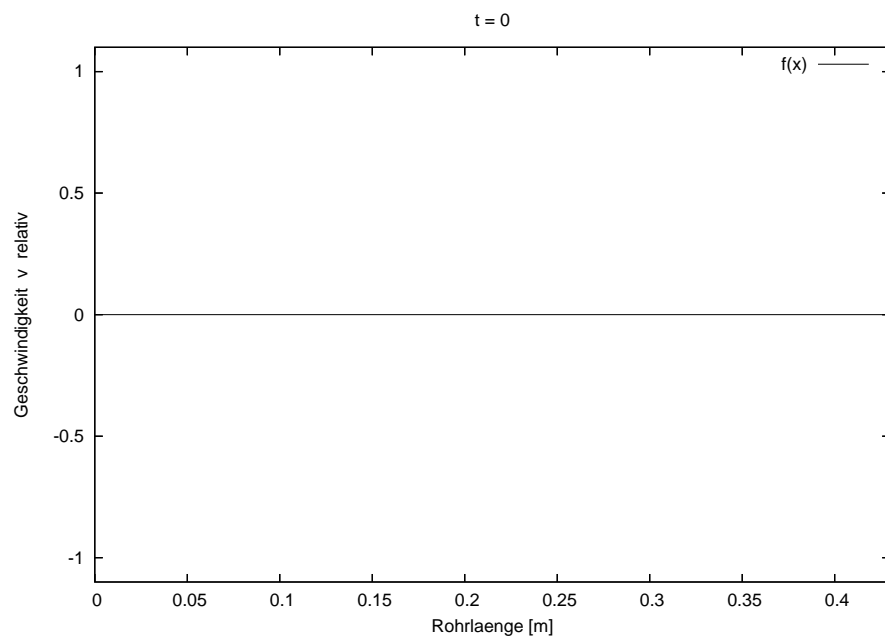
(a) Hier sind sie bei der maximalen Auslenkung gezeigt (bspw. $t = 0$)



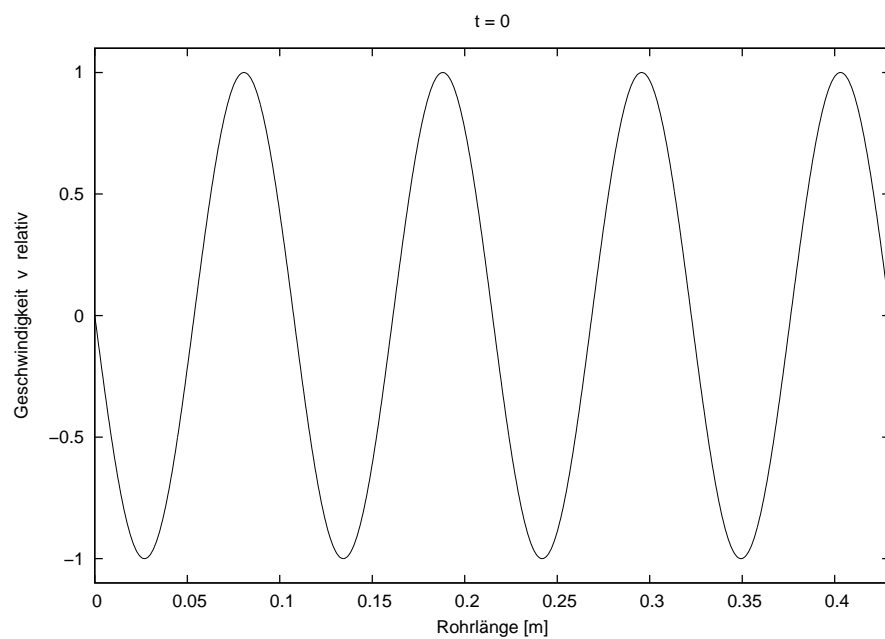
(b) Hier sind sie in Ruhelage gezeigt (bspw. $t = \frac{T}{4}$)

Abbildung B.2: In diesem Schaubild sind Luftteilchen eingezeichnet, die in der Ruhelage alle 7mm voneinander entfernt liegen würden. Bei $x = 0$ kann man sich den Stopfen vorstellen.

B Versuche zur Schallgeschwindigkeit

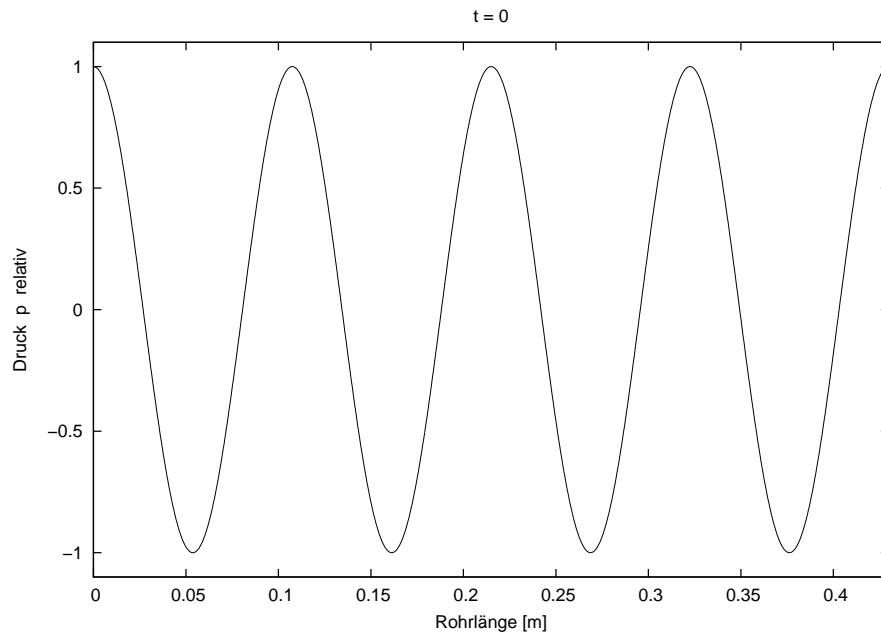


(a) Die Teilchen bei maximaler Auslenkung (bspw. $t = 0$)

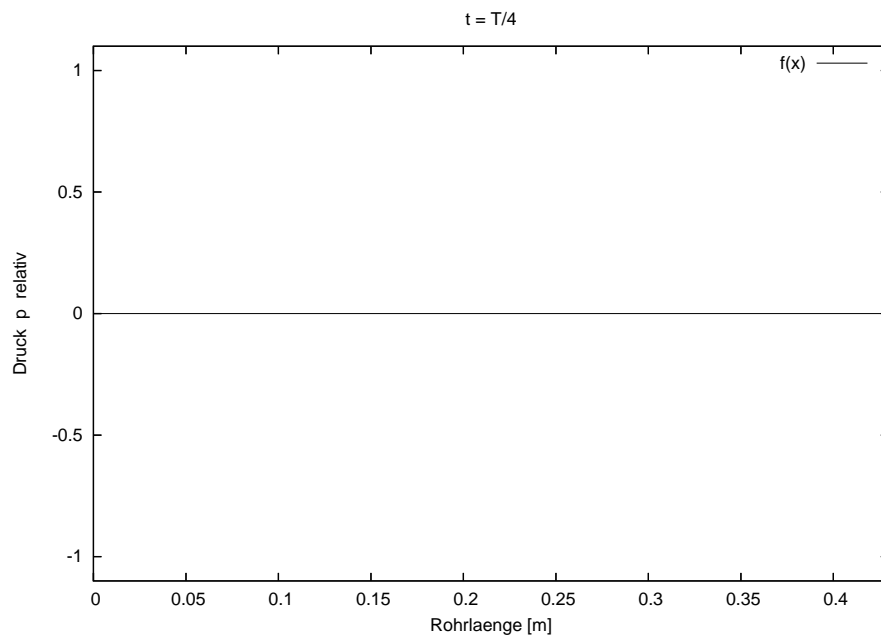


(b) Die Teilchen in Ruhelage (bspw. $t = \frac{T}{4}$)

Abbildung B.3: Hier sind die relativen Geschwindigkeiten der Luftteilchen eingetragen.



(a) Die Teilchen bei maximaler Auslenkung (bspw. $t = 0$)



(b) Die Teilchen in Ruhelage (bspw. $t = \frac{T}{4}$)

Abbildung B.4: Hier sind die relativen Drücke der Luft eingetragen.

B.3 Schallgeschwindigkeit in Messing

Nun wird auf das noch offene Ende des Resonanzrohres das Erregerrohr aus Messing aufgesetzt. Genau in der Mitte wird es eingespannt. An dieser Stelle ist also gewissermaßen ein Geschwindigkeitsknoten erzwungen. Die Enden des Stabes dagegen können (ziemlich⁴) frei schwingen.

Durch die Anregung des Rohres mit einem nassen Lappen dürften sich Transversalstörungen und sogar Transversalwellen bilden. Diese dürften dann an den Enden des Messingrohres reflektiert werden⁵. Somit müsste sich im Messingrohr eine stehende Transversalwelle bilden. Durch die vorgegebenen Bedingungen⁶ kann das Rohr nur in bestimmten Frequenzen mit einer stehenden Welle schwingen - nämlich nur dann, wenn sich nach der entsprechenden Wellenlänge und der Formel

$$L = k \cdot \frac{\lambda_k}{2} \quad (\text{B.3})$$

ungerade k ergeben⁷. Das Rohr kann also in seiner Grundschiwingung (1. Harmonische) schwingen, dann aber erst wieder in der 3. Harmonischen, aber nicht in der 2. Harmonischen (der *Oberschwingung*).

Ist die Länge L_{mess} des Messingrohres bekannt, so kann man damit die Schallgeschwindigkeit in Messing berechnen. Hierzu versetzt man das Messingrohr in Schwingungen, bis sich eine harmonische Schwingung ergeben hat. Bei dieser zählt man dann die *Wellenknoten* - diese Anzahl ergibt den Faktor k . Die Frequenz f , mit der das Messingrohr schwingt, muss man so herausfinden wie in Kapitel B.2.

Schwingt das Messingrohr also, stellt man den Abstimmstopfen so ein, dass sich die Korkspähne im Rohr wieder zu Hügelchen anordnen. Zwischen diesen misst man dann die Abstände und damit $\frac{\lambda}{2}$. Über die schon vorher errechnete Schallgeschwindigkeit in Luft c kann man so nach Formel B.1 einfach die Frequenz bestimmen, mit der die Luftsäule schwingt. Sie ist genauso groß, wie die Frequenz, mit der das Messingrohr schwingt - in unserem Falle war $\lambda = 0,1434m$, somit ergibt sich

$$f_{mess} = \frac{c}{\lambda} = \frac{365,5 \frac{m}{s}}{0,1434m} = 2548,8 \frac{1}{s} \approx 2,55kHz \quad (\text{B.4})$$

Über die Zusammenhänge aus Formel B.1 und B.3 ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit in Messing bei einem Messingrohr der Länge $L_{mess} = 0,67m$, das mit einem einzigen Wellenknoten ($k = 1$) mit der Frequenz $f_{mess} = 2548,8Hz$ schwingt die Schallgeschwindigkeit

$$c_{mess} = \frac{2 \cdot f_{mess} \cdot L_{mess}}{k} = 2 \cdot 2548,8 \frac{1}{s} \cdot 0,67m = 3415,4 \frac{m}{s} \quad (\text{B.5})$$

⁴An der Stelle mit dem Kopplungskork zwar weniger, es handelt sich hier aber nicht um ein feste Ende, weil der Kork so ausgelegt ist, die Bewegung des Messingrohres weiterzuleiten - er darf sie also nicht bremsen.

⁵teilweise werden sie am Kopplungskork an die Luftsäule abgegeben

⁶an den beiden freien Enden Schwingungsbäuche und in der Mitte ein Schwingungsknoten

⁷also $k = (1; 3; 5; \dots)$

Diese Berechnung war sehr präzise - der Literaturwert liegt bei $3400 \frac{m}{s}$, das ergibt eine Abweichung von 0,45%.

Ironischerweise befindet sich der Kopplungskork dabei an einem Geschwindigkeitsknoten. Das ist aber leicht zu erklären, weil es sich bei dem Kork ja immer noch um ein festes Ende handelt, das bei einer stehenden Welle eben *immer* einen Geschwindigkeitsknoten hervorruft.

Gleichzeitig ist an der Stelle aber ein *Druckbauch*. Das ist nun wieder leicht zu verstehen und auch bildhaft vorzustellen: Der Kopplungskork wandelt die Transversalwellen des Messingrohres in Longitudinalwellen um. Dabei drückt er die direkt vor ihm liegende Luft abwechselnd zusammen (erzeugt also Überdruck), um dann wieder beim Zurückweichen einen Unterdruck zu erzeugen (der die Teilchen wieder auseinander zieht). Die Teilchen direkt am Kork werden dabei aber wenig bewegt; sie geben praktisch nur den Druck weiter.

B.4 Erregung mit Lautsprecher

Nun werden beide Enden des Rohres frei gemacht und ein Lautsprecher wird vor eines der beiden offenen Enden positioniert. Er hat etwas Abstand zum Rohr, damit sich hier kein geschlossenes Ende ergibt. Nun wird der Lautsprecher an einen Sinusgenerator angeschlossen und bei diesem wird die Frequenz so lange geändert, bis sich die bereits beobachteten Resonanzphänomäne einstellen - bis der Kork sich also wieder in Häufchen anordnet. Ist das geschehen, wird die Frequenz möglichst präzise gemessen - dazu verwendet man ein Mikrophon, das an ein Oszilloskop angeschlossen wird. Das Mikrophon kann man hinter dem zweiten offenen Ende des Rohres positionieren; auch wenn der Schall hier eigentlich in das Rohr zurück reflektiert wird, werden stets genügend Luftteilchen in der Umgebung mit angeregt, um den Schall aus dem Rohr hinauszutragen.

Diese Messung ergab eine Frequenz von $f_{anr} = \frac{1}{0,0012s} \approx 833,3Hz$. Da die stehende Welle hier aufgrund der Bedingung zweier loser Enden zustande gekommen ist, kann man Formel B.3 heranziehen, wobei diesmal alle positiven, ganzzahligen k erreicht werden dürfen.⁸ Durch abzählen der *Geschwindigkeitsbäuche* (also der Stellen, an denen *kein* Kork liegt) erhält man den Faktor k - in unserem Falle ist $k = 2$. Die Länge des Rohres beträgt $L_{Rohr} = 0,43m$. Wir können hier die Umformung von Formel B.5 verwenden⁹. Es ergibt sich für uns also:

$$c_{Luft} = \frac{2 \cdot f \cdot L_{Rohr}}{k} = \frac{2 \cdot 833,3 \frac{1}{s} \cdot 0,43m}{2} = 358,319 \frac{m}{s} \approx 358 \frac{m}{s} \quad (B.6)$$

und damit eine Abweichung von 4,4% zum Literaturwert und eine Abweichung von -2,2% zu dem Wert, den wir vorher errechnet hatten.

⁸ $k = (1; 2; 3; \dots)$

⁹Die Formel aus den Bedingungen "zwei offene Enden" ist die selbe wie für die Bedingungen "zwei geschlossene Enden".

B.5 Zusammenfassung

Für die Schallgeschwindigkeiten haben wir also mit verschiedenen Möglichkeiten folgende Werte errechnet:

Medium	Methode (Reflexionsbedingungen)	Wert	Abweichung v. Literatur
Luft	Stimmgabel, (offen, geschlossen)	$366 \frac{m}{s}$	6,6%
Luft	Lautsprecher (offen, offen)	$358 \frac{m}{s}$	4,4%
Messing	Erregerrohr (offen, offen)	$3415 \frac{m}{s}$	0,5%

Tabelle B.1: Zusammenstellung der Messergebnisse

Diese Ergebnisse zeigen, dass wir sehr präzise gearbeitet haben. Die geringen Abweichungen lassen sich sicher dadurch erklären, dass wir bspw. die Länge der Röhre nicht präzise genug messen konnten - schließlich wird nicht die gesamte Röhre als Resonanzkörper verwendet; der Stopfen ragt ja etwas hinein.

Ein weiteres Problem könnte sein, dass der Stopfen nicht hart genug war. Sowohl der Kopplungskork als auch der Abstimmstopfen sind aus Materialien, die sich minimal von der Luftsäule mitbewegen lassen. Die Enden sind also nicht 100%ig fest.

Auch die Beschriftung der Stimmgabel muss nicht völlig korrekt gewesen sein; schon kleine Abweichungen der tatsächlichen Frequenz von der, die wir zur Berechnung verwendet haben, haben schon große Auswirkungen.

Darüber hinaus muss der Literaturwert der Schallgeschwindigkeit nicht mit dem *tatsächlichen* Wert übereinstimmen - eigentlich hätte man Bedingungen wie Temperatur, Luftfeuchtigkeit etc. einrechnen müssen, darüber hinaus können die Medien "*verschmutzt*" sein, dass also Teile anderer Stoffe enthalten sind, die die Schallgeschwindigkeit beeinflussen können.

Eine weitere Ungenauigkeit könnte sich dadurch ergeben, dass die von uns beobachtete Welle nicht unbedingt völlig *stehend* war. Möglicherweise können die Resonanzphänomene teilweise schon beobachtet werden, wenn die Resonanz nicht perfekt ist, und wir haben schon bei solchen nicht perfekten Zuständen die Messwerte genommen.

C Versuche zu Ultraschall I

C.1 Beugung am Doppelspalt

C.1.1 Versuch

Vor einen Doppelspalt aus Plastik wird eine Ultraschallsender in ca. 20cm Abstand zwischen den beiden Spalten positioniert. Dies dient dazu, dass die Schallwellen, die auf die Spalte treffen eine feste Phasenbeziehung haben - steht der Sender genau zwischen den beiden Spalten (das wäre der Idealzustand), haben die Schallwellen, die von den Spalten ausgehen die Phasendifferenz $\Delta\varphi = 0$.

Hinter dem Doppelspalt wird nun ein Mikrophon im Abstand von $a = 25\text{cm}$ ¹ halbkreisförmig bewegt². Über ein Oszilloskop wird überwacht, was das Mikrophon empfängt. Erkennt man auf dem Oszilloskop ein Minimum der vom Mikrophon registrierten Schallwellen³, so misst man den Winkel α den der Lautsprecher zu einer gedachten Geraden senkrecht zum Doppelspalt durch den Mittelpunkt der Doppelspalte einschließt.

Dann gilt es, die Eigenfrequenz des Mikrophons zu ermitteln; offensichtlich nimmt es Frequenzen innerhalb eines kleinen Bereiches wesentlich besser war. Dazu wird das Mikrophon direkt vor den Lautsprecher gestellt und am Frequenzgenerator wird so lange die Frequenz verstellt, bis das Oszilloskop einen maximalen Ausschlag anzeigt. Bei uns ergab sich das für eine am Oszilloskop ablesbare Periodendauer von $T = 24\mu\text{s}$; also bei einer Frequenz von $f = \frac{1}{T} = 41\frac{2}{3}\text{kHz}$. Über den Zusammenhang

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad (\text{C.1})$$

ergab sich da $c = 340\frac{\text{m}}{\text{s}}$ eine Wellenlänge von $\lambda \approx 8,16\text{mm}$.

C.1.2 Beobachtungen

“Lokale” Maxima, bei denen der Ausschlag kleiner ist als in ihrer Umgebung, finden sich für folgende Winkel:

$$\alpha = \{0^\circ; 11^\circ; 20^\circ; 27^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 61^\circ\}$$

¹Gemessen zum Mittelpunkt zwischen den beiden Spalten

²Dabei muss man sehr vorsichtig vorgehen, weil schon die Bewegung des Mikrophons zu Einer veränderten Anzeige führt; präzise Messungen können so nur bei *ruhendem* Mikrophon vorgenommen werden.

³Eigentlich Minimum an registriertem *Druck*; schließlich ist das Mikrophon druckempfindlich.

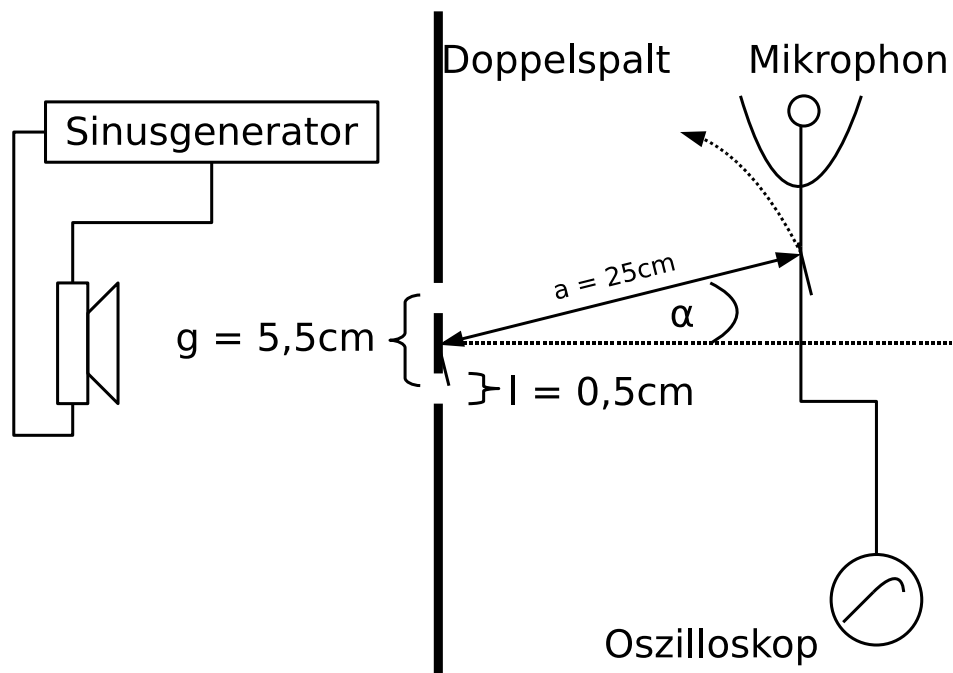


Abbildung C.1: Aufbau des Doppelspaltversuchs

Je größer der Winkel α dabei ist, desto weniger Eindeutig ist das Maximum - also umso kleiner sind die im Oszilloskop beobachteten Wellenhöhen⁴.

C.1.3 Auswertung

Maxima ergeben sich überall dort, wo der Gangunterschied der beiden von den Doppelspalten weglaufenden Wellen

$$\delta = k \cdot \lambda \quad k = (0; 1; 2; \dots) \quad (\text{C.2})$$

beträgt; an dieser Stelle haben die beiden Wellen, die von den Spalten ausgehen und sich zur gemessenen Welle addieren den Phasenunterschied $\Delta\varphi = 0$; es gilt nämlich

$$\frac{\Delta\varphi}{2 \cdot \pi} = \frac{\delta}{\lambda} \quad (\text{C.3})$$

Im Zeigermodell addieren sich somit zwei parallele Zeiger zu einem resultierenden, der somit logischerweise die maximale durch Addition erreichbare Länge hat.

In unserem Versuch gilt der Zusammenhang $a \gg g$ näherungsweise. Somit haben die im Mikrofon eintreffenden Schallwellen einen nahezu parallelen Weg zurückgelegt und somit kann man näherungsweise sagen, dass gilt:

$$\delta = g \cdot \sin(\alpha) \quad (\text{C.4})$$

⁴Wellen, die man im Oszilloskop sieht

k	$\alpha_{k\text{errechnet}} [^\circ]$	$\alpha_{k\text{gemessen}} [^\circ]$	<i>prozentuale Abweichung</i>
0	0	0	0
1	8,53	11	-28,92
2	17,26	20	-15,87
3	26,43	27	-2,16
4	36,4	40	-9,88
5	47,89	50	-4,41
6	62,9	61	3,01

Tabelle C.1: Vergleich gemessener und errechneter Werte für α

k	$\alpha_{k\text{gemessen}} [^\circ]$	$\lambda_{k\text{errechnet}} [\text{mm}]$	<i>Prozentuale Abweichung</i>
1	11	10,49	-28,61
2	20	9,41	-15,26
3	27	8,32	-2
4	40	8,84	-8,31
5	50	8,43	-3,27
6	61	8,02	1,75

Tabelle C.2: Vergleich gemessener und errechneter Werte für λ

Da sich die Gangunterschiede, bei denen sich Maxima ergeben nach Formel C.2 berechnen lassen, kann man Formel C.4 und Formel C.2 kombinieren und es ergibt sich die sog. FRAUNHOFER Näherung (siehe Kap. C.1.5 auf S. 106):

$$g \cdot \sin(\alpha) = k \cdot \lambda \Rightarrow a \sin\left(\frac{k \cdot \lambda}{g}\right) \quad k = (0; 1; 2; \dots) \quad (\text{C.5})$$

Danach ergeben sich für Maxima k . Ordnung die Winkel in Tabelle C.1 auf S. 105

Für die von uns gemessenen Winkel ergeben sich so bei den einzelnen Maxima die Wellenlängen in Tabelle C.2 auf S. 105

Es ergeben sich also besonders für große Winkel eine große Übereinstimmung der gemessenen und errechneten Werte.

C.1.4 Mögliche Erklärungen für die Abweichungen

Möglichkeiten für die Abweichungen können sein:

Winkel Die Winkel mussten mit einem Geodreieck abgemessen werden und es war leider zu kurz, um die Punkte, zwischen denen gemessen werden musste zu erreichen. Es musste also mehr oder weniger geschätzt werden.

Bestimmung der Punkte Es war nicht ganz klar, zwischen welchen Punkten der Winkel überhaupt zu messen war; schließlich hätte man den soliden Fuß des Mikrophons unsichtbar und durchlässig machen müssen, um ihn zu erreichen...

Bestimmung eines Maximums Bei der Entscheidung, ob es sich an entsprechender Stelle um ein Maximum handelte oder nicht hatte man bei der Untersuchung viel eignende Ermessensspielraum, ob es sich an besagter Stelle sicher um ein Maximum handelte oder nicht.

Wellenlänge Die Wellenlänge haben wir errechnet in dem wir die Periodendauer vom Oszilloskop abgelesen haben - hier sind falsche Ablesungen möglich - außerdem haben wir die "standardisierte" Schallgeschwindigkeit $c = 340 \frac{m}{s}$ verwendet, die aber bei uns sicher nicht galt (schließlich ist sie temperaturabhängig).

Fraunhofer Näherung Die FRAUNHOFER-Näherung gilt eigentlich nur für sehr große Abstände von Mikrophon und Doppelspalt; möglicherweise war der unsrige zu klein...

C.1.5 Fraunhofer-Näherung

Gilt bei der Beugung am Doppelspalt

$$a \gg g \quad (C.6)$$

$$a \gg d_k \quad (C.7)$$

so kann man sich einigen Rechenaufwand sparen. Durch Formel C.6 ist nämlich der Winkel α_k nicht nur unter der Linie vom Punkt zwischen den Spalten zum Punkt auf den Leuchtschirm und der Horizontalen zu finden sondern auch näherungsweise zwischen den beiden Lichtstrahlen und einer gedachten Waagerechten. Außerdem sind die beiden Lichtstrahlen dadurch praktisch parallel und (nur) deswegen kann man den Winkel α_k direkt an den Spalten wiederfinden (S. Skizze in Abbildung C.2 auf Seite 107). Dadurch ergibt sich ein ähnliches Dreieck⁵ und so kann man hier auch den Gangunterschied δ wiederfinden (in der Skizze fett). Dadurch ergibt sich

$$\delta = g \cdot \sin(\alpha_k) \quad (C.8)$$

Bei geraden Schirmen kann man nun noch weiter vereinfachen. Der Abstand d_k ist über den geometrischen Zusammenhang

$$\frac{d_k}{a} = \tan(\alpha_k) \Rightarrow d_k = a \cdot \tan(\alpha_k) \quad (C.9)$$

gegeben. Für *sehr kleine* Winkel α_k gilt

$$\sin(\alpha_k) \approx \alpha_k \approx \tan(\alpha_k) \quad (C.10)$$

Und diese kleinen Winkel werden erreicht, wenn $a \gg d_k$ gilt. Stimmt das *nicht*, so ist diese zweite Vereinfachung nicht zulässig. Gilt sie doch, so gilt weiter

⁵Der Winkel α_k und ein rechter Winkel findet sich sowohl in den kleinen Dreieck am Doppelspalt (in der Skizze teilweise, fein gestrichelt und fett) als auch in dem Dreieck, mit dem α_k bestimmt wird (in der Skizze gestrichelt).

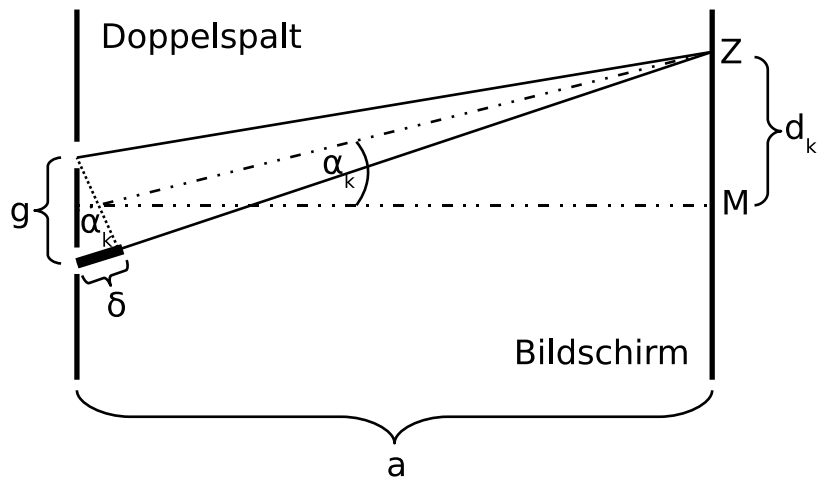


Abbildung C.2: Skizze zum Versuchsaufbau zur *Beugung am Doppelspalt* bei geradem Bildschirm zur Erklärung der FRAUNHOFER-Näherung

Für ein Maximum k . Ordnung gilt näherungsweise

$$\delta = g \cdot \frac{d_k}{a} = k \cdot \lambda \quad k = (0; 1; 2; 3; \dots) \quad (\text{C.11})$$

und dementsprechend gilt für ein Minimum k . Ordnung

$$\delta = g \cdot \frac{d_k}{a} = k \cdot \lambda - \frac{\lambda}{2} \quad k = (1; 2; 3; \dots) \quad (\text{C.12})$$

C.2 Reflektion an einer Halbdurchlässigen Lochplatte - A

C.2.1 Versuch

Mikrophon und Lautsprecher werden nebeneinander vor eine Lochplatte gestellt, hinter der eine feste Metallplatte ist. Nun verschiebt man die feste Metallplatte in und entgegen der Richtung zur Lochplatte.

C.2.2 Beobachtung

Verschiebt man die feste Metallplatte in und entgegen der Richtung zur Lochplatte, so beobachtet man im Oszilloskop abwechselnd Minima und Maxima.

Bei unserem Aufbau ergaben sich Maxima bei Abständen d der Platten voneinander:

$$d = \{3,0\text{cm}; 3,75\text{cm}; 4,0\text{cm}; 4,7\text{cm}; 5,3\text{cm}; 5,8\text{cm}; 6,3\text{cm}; 6,8\text{cm}\}$$

Es ergeben sich dabei jedoch nie "absolute" Minima - also eine gerade Linie auf dem Oszilloskop.

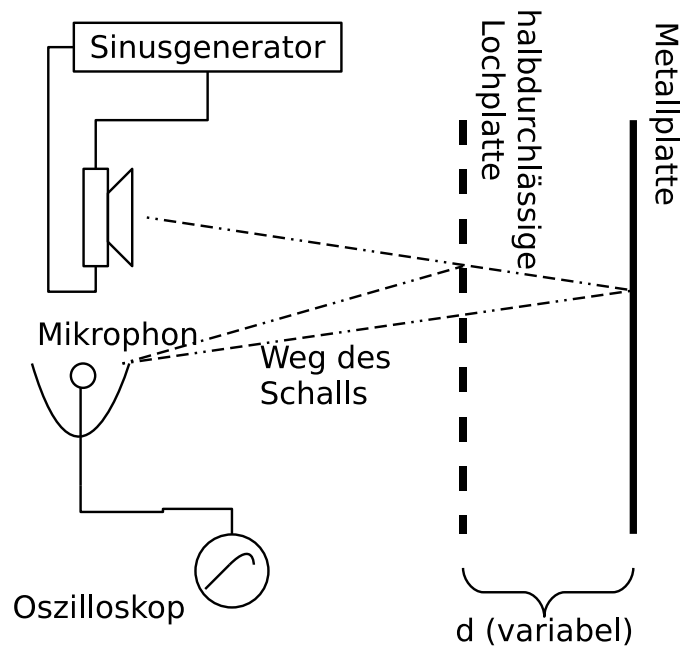


Abbildung C.3: Aufbau des Versuchs über Reflexion an einer halbdurchlässigen Lochplatte.

C.2.3 Auswertung

Die Minima und Maxima ergaben sich durch Interferenz. In Abbildung C.3 Sind die Wege des Schalls von Lautsprecher zu Empfänger eingezeichnet (gestrichelt). Der Schall wird also teilweise von der Lochplatte reflektiert und geht direkt weiter zum Mikrophon, teils kann der Schall aber auch durch die Lochplatte hindurch zur zweiten Wand von der er wieder reflektiert wird.⁶ Ein Teil dieses reflektierten Schalls kann durch die Löcher der Lochplatte wieder austreten. Diese Schallwellen addieren sich dann zu den direkt an der Lochplatte reflektierten. Haben diese beiden Schallwellen wenn sie beim Mikrophon eintreffen den Gangunterschied $\delta = k \cdot \lambda$ $k = (0; 1; 2; \dots)$ so nimmt das Mikrophon ein Maximum war, bei einem Gangunterschied von $\delta = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}$ $k = (0; 1; 2; \dots)$ registriert es ein Minimum.

Bei diesem Aufbau ist der Gangunterschied die Strecke, die der Schall zwischen Lochplatte und Metallplatte verbringt, somit kommt es auch auf den Abstand zwischen Empfänger und Lautsprecher und deren Abstand von der Lochplatte an, wie lange⁷ der Schall zwischen den beiden Wänden Zeit verbringt⁸. Da Lautsprecher und Empfänger aber sehr weit von den Platten entfernt sind, nahe beieinander stehen und die Löcher der Lochplatte sehr nahe aneinander liegen, kann man näherungsweise davon ausgehen, dass die

⁶Beide Reflexionen erfolgen *ohne* Phasensprung

⁷also welche Strecke

⁸Je weiter Sender und Empfänger voneinander entfernt sind, desto größer wird der Reflexionswinkel und desto länger ist die Strecke des Schalls zwischen den Platten. Der selbe Effekt ergibt sich, wenn Sender und Empfänger näher bei den Platten sind.

k	d [mm]	λ [mm]	<i>prozentuale Abweichung</i>
9	30	6,67	18,3
10	37,5	7,5	8,09
11	40	7,27	10,87
12	47	7,83	4
13	53	8,15	0,08
14	58	8,29	-1,54
15	63	8,4	-2,94
16	68	8,5	-4,17

Tabelle C.3: Aus unseren Verschiebungen d errechnete Wellenlängen und deren prozentuale Abweichung vom anfangs bestimmten Wert

Schallwellen senkrecht auf die Lochplatte fallen und ebenso senkrecht reflektiert werden. Somit darf man sagen, dass

$$\delta = 2 \cdot d \quad (\text{C.13})$$

näherungsweise gilt.⁹

Somit könnte man die Wellenlänge des Schalls über den Zusammenhang berechnen

$$2 \cdot d = k \cdot \lambda \quad k = (0; 1; 2; \dots) \quad (\text{C.14})$$

Problematischerweise kann man über das k hierbei keine genauen Aussagen machen, weil man bedingt durch den Versuchsaufbau nicht d für $k = 1$ einstellen kann (das wären 4mm Abstand) geschweigedenn den Abstand $d = 0$. Um zu erkennen, für welche k man also Maxima aufgezeichnet hat, wurden die Entsprechenden Wellenlängen ausgerechnet; dabei wurde unserem ersten Messwert ($d = 3\text{cm}$) $k = k_0$ zugeordnet, dem nächsten Messwert $k = k_0 + 1$ usw. Daraus wurden die jeweils resultierenden Wellenlängen berechnet und von diesen dann die Abweichung voneinander. Nun wurde der Wert k_0 so lange verändert, bis die Abweichung der errechneten Wellenlängen minimal war; das ergab sich für $k_0 = 9$. In Tabelle C.3 auf S. 109 ist zusammengefasst, was sich für unsere Messwerte somit ergibt.

Für $k = 13$ wurde die Wellenlänge sehr genau bestimmt. Es ist hier ersichtlich, dass bei größeren Abständen d die Abweichung verhältnismäßig kleiner ist, als bei kleineren Abständen; ein kleiner Messfehler beim Abstand wird einerseits durch eine größere Zahl k geteilt und macht andererseits nur einen kleineren Prozentsatz von der gemessenen Länge aus. Außerdem fällt der verfälschende Anteil der Näherung geringer aus, je größer die Plattenabstände sind.

C.2.4 Reflektionsanteil - A

Ein totales Minimum kann man nur dann beobachten, wenn die beim Mikrophon einlaufende Welle

⁹Der Schall muss den Abstand d doppelt überwinden (hin und zurück); daher die 2

- a) einen Gangunterschied von $\delta = \frac{\lambda}{2}$ hat und
- b) genau die gleiche Amplitude.

Reflektiert die Lochplatte 40% des Schalls direkt, so dürfte das vermutlich nicht reichen, damit sich ein absolutes Minimum bilden kann; schließlich werden von den 60%, die die Lochplatte passieren nach der Reflexion nochmal 40% zur Metallplatte zurückgeworfen. Bei einer anfänglichen Intensität von I_0 erreichen also $0,4 \cdot I_0$ das Mikrophon direkt und $0,6 \cdot 0,4 \cdot I_0 = 0,24 \cdot I_0$ erreichen das Mikrophon über eine einzige Reflektion an der Metallplatte; also nur etwas mehr als die Hälfte.

Was hierbei nicht einbezogen ist, sind

1. Der Schall verliert an Intensität, wenn er sich ausbreitet (reziprok kubisch). Da der Abstand $2 \cdot d = \delta$, den der Schall auf seinem weiteren Weg zusätzlich nehmen muss, verhältnismäßig klein ist, dürfte das nicht weiter ins Gewicht fallen.
2. Möglicherweise ergeben sich zwischen Loch- und Metallplatte Interferenzphänomene (bspw. eine Stehende Welle), die dann mehr reflektieren kann wenn sie eine Weile angeregt wurde
3. Der Schall, der einmal an der Metallwand reflektiert wurde und von der Lochplatte wieder zurückgeworfen wird, tritt nach einer erneuten Reflektion zu 60% wieder aus; es treten also $0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot I_0 = 0,144 \cdot I_0$ im nächsten "Zyklus" zusätzlich aus und somit tritt nach n "Zyklen" Die Intensität $0,4^n \cdot 0,6^n \cdot I_0$ aus; Integriert man diese Funktion, so ergibt sich eine maximal austretende Intensität von ca. $0,316 \cdot I_0$, somit also immer noch weniger als die reflektierten 40%.

C.2.5 Mögliche Erklärungen für die Abweichung

Siehe hierzu auch Kap. C.1.4 auf S. 105

Wellenlänge Möglicherweise wurde die Wellenlänge nicht präzise bestimmt; einmal durch Ablesefehler am Oszilloskop oder durch Verwendung der falschen Schallgeschwindigkeit

Abstand Der Abstand wurde vermutlich nicht genau gemessen; schließlich kam es hierbei auf Millimeter an und man konnte ein Lineal nicht sinnvoll anlegen...

Maxima bestimmen Es war nicht eindeutig, wann genau man ein Maxima antraf

Näherung Es gilt bei den Werten zu bedenken, dass die errechneten Werte nur aus einer *Näherungsformel* bestimmt wurden. Schließlich taucht in den Berechnungen weder der Abstand Mikrophon-Lautsprecher noch der Abstand Mikrophon-Lochplatte oder der Abstand der Löcher der Lochplatte auf. Möglicherweise würden unsere Messwerte mit einer präziseren Berechnung exaktere Ergebnisse liefern.

Parallelität Möglicherweise waren die beiden Platten nicht vollkommen parallel ausgerichtet oder waren uneben; so ergibt sich logischerweise unterschiedliche Abstände zwischen den Platten an verschiedenen Orten.

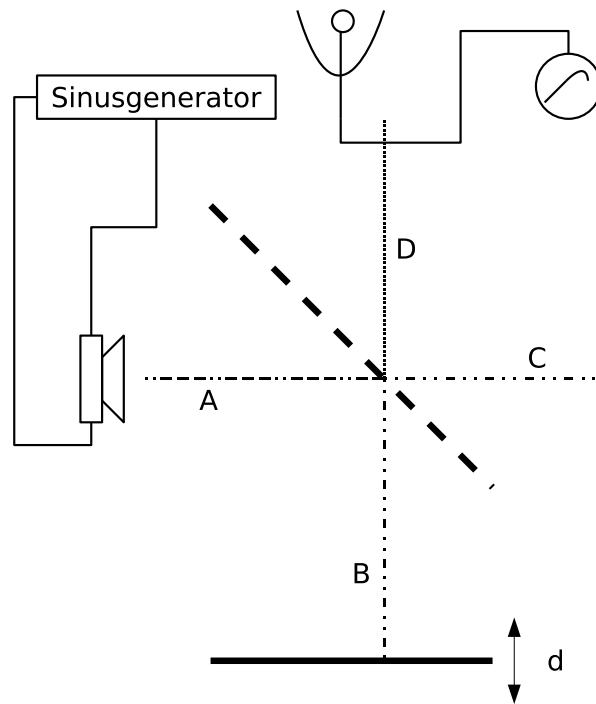


Abbildung C.4: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Wellenlänge durch teilweise Reflexion an einer Lochplatte (Zur Zeichenerklärung siehe Abb. C.3, S. 108)

C.3 Reflektion an einer Halbdurchlässigen Lochplatte - B

C.3.1 Versuch

Auf eine schräge Lochplatte werden Schallwellen geworfen. Sie werden teilweise nach unten¹⁰ reflektiert, können auch teilweise nach rechts weiterlaufen. Sowohl unten als auch rechts stehen Metallplatten senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Schalls und reflektieren diesen. Über der Lochplatte befindet sich ein an ein Oszilloskop angeschlossenes Mikrophon, mit dem man die Intensität der Schallwellen¹¹ bestimmen kann. Die Schallwellen die rechts reflektiert wurden können zum Mikrophon reflektiert werden, die Schallwellen von unten können die Lochplatte zum Mikrophon passieren. Eine der beiden Metallplatten (in unserem Aufbau die untere) lässt sich dabei parallel zur Schallausbreitungsrichtung verschieben. Immer wenn man am Oszilloskop ein Maximum erkennen kann, misst man, wie weit diese Platte verschoben wurde.

¹⁰Richtungsangaben beziehen sich auf die Skizze in Abb. C.4 auf S. 111

¹¹das Mikrophon ist druckempfindlich

C.3.2 Beobachtungen

Es ergeben sich auf dem Oszilloskop abwechselnd Minima und Maxima; die Minima sind manchmal fast nur eine Gerade auf dem Oszilloskop.

Bei den Abständen d von einer beliebigen Ausgangslage erkennt man Maxima auf dem Schirm:

$$d = \{0\text{mm}; 6,5\text{mm}; 9\text{mm}; 12\text{mm}; 23\text{mm}; 25\text{mm}; 30\text{mm}; 37\text{mm}; 41\text{mm}; 46\text{mm}; 50\text{mm}\}$$

C.3.3 Auswertung

Die Maxima ergeben sich wieder bei einem Gangunterschied der Schallwellen von $\delta = k \cdot \lambda$ $k = (0; 1; 2; \dots)$. Bei der Reflektion an der Lochplatte nimmt eine Schallwelle den Weg B¹², die andere den Weg C; vorher nehmen sie einhellig den Weg A. Nachdem die Schallwellen an den Metallplatten reflektiert wurden, nehmen sie nach anschließender Reflektion bzw. Passierung¹³ der Lochplatte wieder einhellig den Weg D. Auf diesem kommt es nun zu Überlagerungen.

Den Gangunterschied kann man also berechnen, indem man jeweils das Doppelte der Strecken B und C voneinander abzieht¹⁴. In der Nullstellung ($d = 0\text{mm}$) ist dieser Gangunterschied offensichtlich ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge; welches Vielfache (k) ist dabei nicht von Bedeutung.

Wir mussten die Metallplatte durchschnittlich um $d_1 = 4,33\text{mm}$ bewegen¹⁵. Um den Faktor k um eins zu erhöhen wurde die Platte also durchschnittlich um $4,33\text{mm}$ bewegt; somit haben wir durchschnittlich einen Gangunterschied von $2 \cdot 4,33\text{mm} = 8,66\text{mm}$ erzeugt. Da wir immer von Maximum zu Maximum gemessen haben, müsste dieser Gangunterschied mit der Wellenlänge des Schalls übereinstimmen.

In der Tat haben wir eine Abweichung von ca. $-6,1\%$ zu verzeichnen.

C.3.4 Mögliche Erklärungen für die Abweichung

Siehe hierzu auch Kap. C.1.4 auf S. 105 und Kap. C.2.5 auf S. 110.

Neigung Möglicherweise war die Lochplatte nicht genau im 45° Winkel zu den reflektierenden Platten geneigt.

C.3.5 Reflektionsanteil - B

Vgl. Argumentation in Kap. C.2.4 auf S. 109

Bei diesem Versuch wird von einer Ausgangsintensität I_0 40% nach unten reflektiert, von diesen 40% können 60% die Lochplatte passieren, der Rest wird in Richtung des

¹²Bezogen auf die Skizze in Abb. C.4 auf S. 111

¹³Der Akt des Hindurchgelangens ohne Reflektion

¹⁴Das Doppelte deswegen, weil der Schall ja sowohl den Weg hin als auch zurück nehmen muss.

¹⁵Dabei sind die Werte in zwei Gruppen aufgeteilt; bis einschl. 12mm und ab 23mm - hier wurden offensichtlich einzelne Werte übersprungen

Lautsprechers zurückgeworfen. Über die Untere Platte gelangen also $0,4 \cdot 0,6 \cdot I_0 = 0,24 \cdot I_0$ an das Mikrophon.

Passiert der Schall anfangs die Lochplatte, so nehmen 60% davon den Weg C. Von diesen 60% werden anschließend 40% in Richtung des Mikrophons reflektiert. Über diese Platte gelangen also $0,6 \cdot 0,4 \cdot I_0 = 0,24 \cdot I_0$ an das Mikrophon.

Da aus beiden "Schallwegen" die selbe Intensität (und damit der selbe Druck) ans Mikrophon gelangt, ist es möglich, dass sich bei einem Gangunterschied von $\delta = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}$ $k = (0; 1; 2; \dots)$ die Wellen völlig auslöschen; es ergibt sich also ein absolutes Minimum.

Dieses Absolute Minimum ist mit dem Aufbau in Kap. C.2.1 auf S. 107 nicht erreichbar.

Es gilt jedoch zu beachten, dass folgender Aspekt *nicht* berücksichtigt wurde:

- Der Schall verliert bei seiner Ausbreitung an Intensität (reziprok kubisch). Ist also eine der beiden Strecken B oder C deutlich länger, so dürfte diese Abnahme schon dazu führen, dass sich kein absolutes Minimum mehr bilden kann.

D Versuche zu Ultraschall II

D.1 Interferenz zweier Ultraschallwellen

D.1.1 Versuch

Zwei baugleiche Lautsprecher werden im Abstand $g = 10\text{cm}$ voneinander parallel zueinander aufgestellt. Sie werden vom selben Sinusgenerator angesteuert und senden somit gleichphasige Schallwellen der gleichen Frequenz und Amplitude aus. Im Abstand $a = 70\text{cm}$ senkrecht zur gedachten Verbindung der beiden Lautsprecher wird ein Mikrophon parallel zu der gedachten Verbindung um den Betrag g seitlich bewegt. Das Mikrophon ist druckempfindlich und auf einem Oszilloskop wird ausgegeben, welchen Druck es erfährt. (\rightarrow Abb. D.1, S. 114)

Um die Wellenlänge des Ultraschalls zu ermitteln, stellt man das Mikrophon kurz vor einen der beiden Lautsprecher (der andere wird abgeschaltet) und verändert so lange die Frequenz am Sinusgenerator, bis die Amplitude auf dem Oszilloskop maximal wird. Auf dem Oszilloskop liest man die Periodendauer $T = 24,4\mu\text{s}$ ab. Somit beträgt die Frequenz $f = \frac{1}{T} = 41\text{kHz}$. Über den Zusammenhang

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad (\text{D.1})$$

ergibt sich da $c = 340\frac{\text{m}}{\text{s}}$ eine Wellenlänge von $\lambda \approx 8,30\text{mm}$.

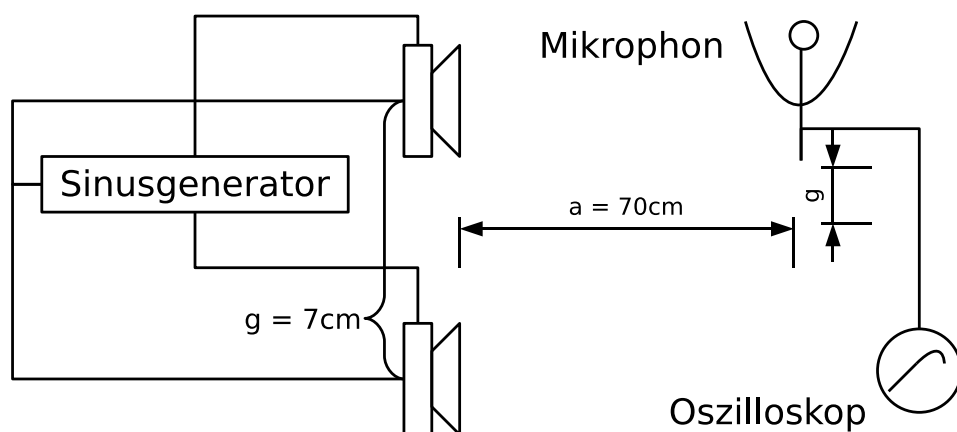


Abbildung D.1: Versuchsaufbau zum Interferenzversuch

D.1.2 Beobachtung

Bewegt man das Mikrophon, so ergeben sich abwechselnd Minima und Maxima auf dem Oszilloskop. Maxima sind anzutreffen bei

$$d_{max} = \{0cm; 5,5cm; 11,5cm; 17,5cm\}$$

und Minima sind anzutreffen bei

$$d_{min} = \{3cm; 9cm; 15cm\}$$

Vertauscht man die Anschlüsse an einem der beiden Lautsprecher, so erhält man dort, wo vorher Maxima waren nun Minima und andersherum entsprechend.

D.1.3 Auswertung

Siehe auch vorhergehendes Praktikum – viele Rechnungen werden dort ausführlich erklärt und hier nur noch angewendet...

Wellenlänge

Da $a \gg g$ ist, darf man in diesem Fall die erste FRAUNHOFER-Näherung anwenden (siehe dazu Praktikum 9). Die zweite FRAUNHOFER-Näherung darf man jedoch nicht mehr anwenden, sich für große Abstände d Winkel über 5° ergeben:

$$\alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{d}{a}\right) = \operatorname{atan}\left(\frac{17,5}{70}\right) \approx 14^\circ$$

Man muss also für jeden Abstand d_k den Zugehörigen Winkel α_k ausrechnen

$$\alpha_k = \operatorname{atan}\left(\frac{d}{a}\right) \quad (\text{D.2})$$

und diesen dann in die Formel für den Gangunterschied δ einsetzen

$$\delta = g \cdot \sin(\alpha_k) \quad (\text{D.3})$$

Über die Bedingungen für ein Maximum am betreffenden Punkt

$$\delta = k \cdot \lambda \quad k = (0; 1; 2; \dots) \quad (\text{D.4})$$

bzw. für ein Minimum

$$\delta = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2} \quad k = (0; 1; 2; \dots) \quad (\text{D.5})$$

kann man die Formeln zusammenfassen, indem man Formel D.2 in Formel D.3 einsetzt, diese mit Formel D.4 bzw. Formel D.5 gleichsetzt und nach λ auflöst.

k	d [cm]	α [°]	δ [cm]	λ [cm]	prozentuale Abweichung
0	5	4,09	0,71	1,42	71,68
1	9	7,33	1,28	0,85	2,43
2	15	12,09	2,1	0,84	0,98

Tabelle D.1: Berechnung der Wellenlänge aus den Werten für Minima

k	d [cm]	α [°]	δ [cm]	λ [cm]	prozentuale Abweichung
0	0	0	0		0
1	5,5	4,49	0,78	0,78	-5,63
2	11,5	9,33	1,62	0,81	-2,34
3	17,5	14,04	2,43	0,81	-2,6

Tabelle D.2: Berechnung der Wellenlänge aus den Werten für Maxima

Für uns ergibt sich so für Maxima:

$$\lambda_{k,max} = \frac{g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d}{a}\right)\right)}{k} \quad (\text{D.6})$$

und für Minima

$$\lambda_{k,min} = \frac{g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d}{a}\right)\right)}{k + 0,5} \quad (\text{D.7})$$

Die Werte die sich nach der FRAUNHOFER-Näherung ergeben, werden in Tabelle D.1 auf S. 116 aufgeführt (für die Minima) und in Tabelle D.2 auf S. 116 (für die Maxima).

Es ergibt sich eine schreckliche Abweichungen von 71,68%. Erstaunlicherweise liegen jedoch die anderen Werte sehr nahe beieinander. Das lässt schließen, dass die allererste Messung (in Tabelle D.1) ein Ausrutscher ist. Schließlich wird die Wellenlänge bei diesem Verfahren *ohne* den Ausrutscher im Mittel mit $\lambda = 8,2\text{mm}$ berechnet (also eine Abweichung von $-1,2\%$) bei einer Varianz von lediglich $V(\lambda) = 0,07\text{mm}^2$.

Vertauschung der Anschlüsse

Als die beiden Anschlüsse vertauscht wurden kehrten sich Minima und Maxima um, weil die Sender nicht mehr in Phase schwingen ($\Delta\varphi = 0$), sondern genau gegenphasig ($\Delta\varphi = \pi$); schließlich wurde durch die umgedrehte Polung der Stromfluss in der Spule des Lautsprechers genau in die Gegenrichtung (bezogen sowohl auf den früheren Zustand als auch auf den anderen Lautsprecher) erwirkt. Wo bei ehemaliger Polung also ein Magnetfeld so aufgebaut wurde, dass die Membran angezogen wurde wurde nun ein genau gegenläufiges Magnetfeld aufgebaut, welches die Membran abstieß und somit einen Überdruck anstatt eines Unterdrucks erzeugte.

Die Schallwelle eines der beiden Lautsprecher musste somit also die Strecke $\frac{\lambda}{2}$ zusätzlich zurücklegen bis sie in Phase mit der gerade am anderen Lautsprecher ausgehenden Welle war. Die Wellen hatten also direkt bei der Erzeugung eine Phasendifferenz von

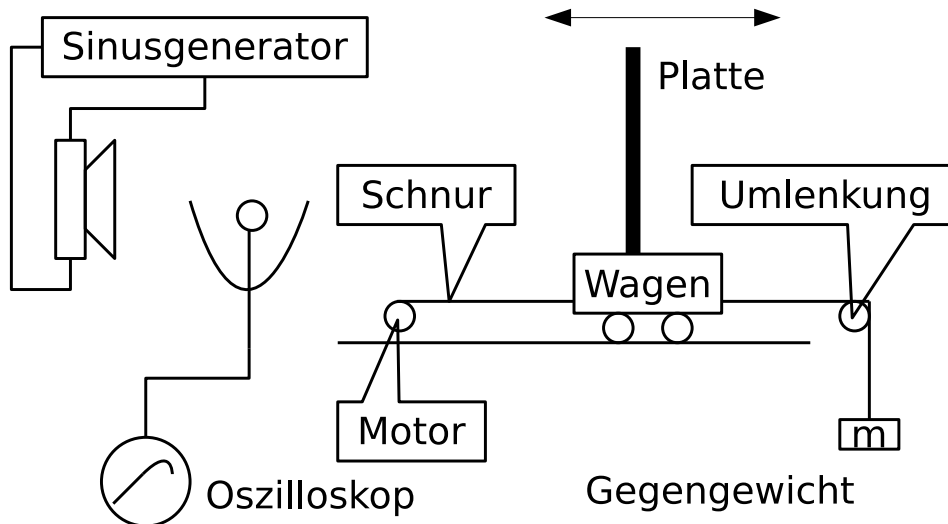


Abbildung D.2: Versuchsaufbau zum Versuch zum Radarfalleneffekt

$\Delta\varphi = \pi$ und damit auf der Geraden mit stets dem selben Abstand zu beiden Lautsprechern ("MiSe") stets einen Gangunterschied von $\delta = \frac{\lambda}{2}$. Auf dieser Gerade lag somit stets ein Minimum. Da zwischen einem registrierten Minimum und einem Maximum die Phasendifferenz sich stets verändert - und zwar von $\Delta\varphi = \pi$ bis $\Delta\varphi = 0$; also um genau π - hatten logischerweise die Punkte an denen vorher ein Minimum lag nun ein Maximum, weil die Phasendifferenz zwischen der MiSe und dem Vorherigen Minimum sich um π änderte; jetzt ebenso, und damit bei gegenphasig schwingenden Lautsprechern die Phasendifferenz auf (ein ganzzahliges Vielfaches von) $2 \cdot \pi$ erhöht wurde, woraus wiederum ein Gangunterschied von $\delta = 0$ resultierte, der für das Entstehen eines Maximums verantwortlich ist. :-)

D.2 Radarfalleneffekt

Eine Radarfalle misst auf diese Art die Geschwindigkeit von Verkehrsteilnehmern

D.2.1 Versuch

Auf einem Wagen, der mit der Geschwindigkeit v_0 von einem Elektromotor bewegt wird, der mit einer konstanten Spannung von $U = 0,4V$ betrieben wird, ist eine Platte senkrecht zur Fahrtrichtung montiert. Hinter dem Wagen wird ein Lautsprecher aufgestellt und vor dem Lautsprecher ein Mikrophon, das an ein Oszilloskop gekoppelt ist. Mit dem Oszilloskop wird gemessen, wie oft (n) in einer bestimmten Zeit t_0 ein Druckbauch registriert wird. (→ Abb. D.2, S. 117)

Wie in Kapitel D.1.1 auf S. 114 muss zuerst wieder die Wellenlänge bestimmt werden. In diesem Falle ergibt sich eine Periodendauer von $T = 8,75\mu s$ und somit nach Formel D.1 die Wellenlänge $\lambda = 5,95mm$.

t [sek]	n	v [$\frac{mm}{s}$]	prozentuale Abweichung
37	68	5,47	4,3
17	30	5,25	-2,8

Tabelle D.3: Messwerte zum Versuch des Radarfalleneffekts

D.2.2 Beobachtung

Das Mikrophon registriert abwechselnd Druckminima und -maxima. In Tabelle D.3 auf S. 118 sind die Messwerte der verschiedenen Durchläufe festgehalten.

D.2.3 Auswertung

Während sich der Wagen bewegt, ergibt sich ständig eine stehende Welle aus der zum Wagen hinlaufenden Welle und der vom Wagen reflektierten Welle. Dabei wird der Schalldruck an der Platte des Wagens stets ohne Phasensprung reflektiert und somit bildet sich an der Platte des Wagens stets ein Druckbauch. Von Druckbauch zu Druckbauch liegt der Abstand $\frac{\lambda}{2}$. Zwischen den Druckbäuchen liegen Druckknoten, ebenfalls im Abstand $\frac{\lambda}{2}$.

Misst man mit dem Oszilloskop in der Zeit t_0 also n Druckknoten, so hat sich der Wagen dabei um $s_0 = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ bewegt, woraus sich die Geschwindigkeit

$$v_0 = \frac{s_0}{t_0} = \frac{n \cdot \frac{\lambda}{2}}{t_0} \quad [v_0] = \frac{mm}{s} \quad (D.8)$$

errechnen lässt. Führt man diese Rechnung für unsere Messwerte durch, so erhält man die Ergebnisse, wie sie in Tabelle D.3 auf S. 118 aufgeführt sind.

festgehalten sind. Zur Kontrolle wurde die Geschwindigkeit ebenfalls bestimmt, indem die Zeit t_1 gemessen wurde, die das Fahrzeug braucht, um die Strecke $s_1 = 20cm$ zu überwinden. Demnach ist

$$v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{20cm}{37sek} \approx 5,4 \frac{mm}{s}$$

Die Abweichung unserer Werte ist ebenfalls in der Tabelle zu finden. Als Durchschnittswert für die aus unseren Messwerten berechnete Geschwindigkeit ergibt sich $v_{0,durchschnitt} = 5,35 \frac{mm}{s}$, was mit einer Abweichung von $-0,9\%$ als sehr präzise angesehen werden kann.

Mögliche Ursachen für die Abweichung könnten sein:

verzählen bei Minima Es ist bei dem Versuchsaufbau sehr einfach, dass man sich bei den Minima verzählt, weil sie so schnell auftraten und wieder verschwanden.

Zeit stoppen Außerdem musste man die Zeit, die der Wagen für die durchfahrenen $20cm$ von Hand möglichst genau stoppen bzw. für das Durchlaufen der Minima, wobei ja immer reaktionsbedingte und augenmaßbedingte¹ Fehler einschleichen.

¹Man konnte das Maßband nicht direkt an das Fahrzeug anlegen

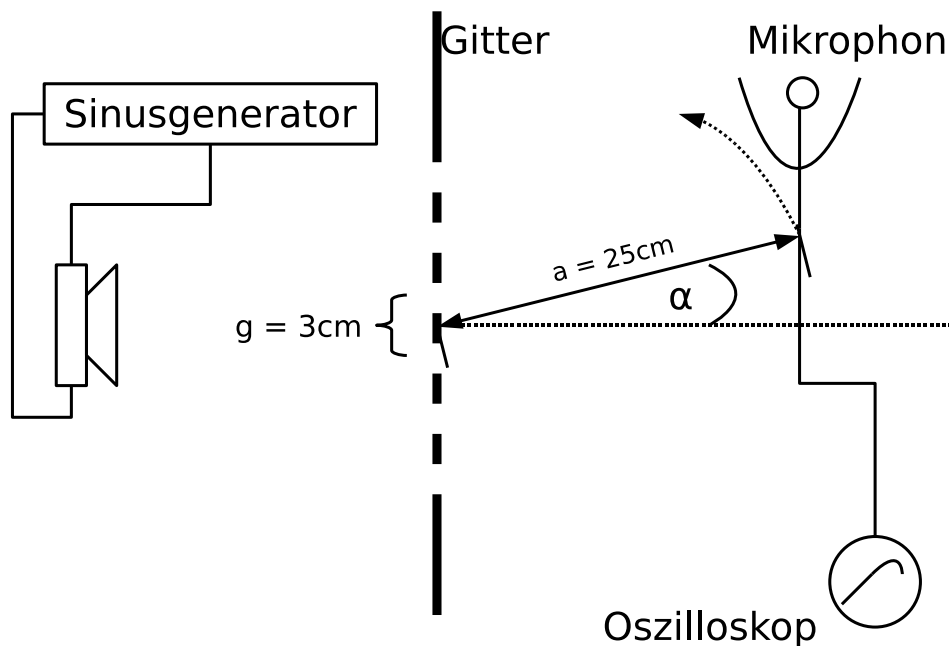


Abbildung D.3: Versuchsaufbau zu Beugung am Gitter

Unregelmäßige Fahrt Außerdem ist nicht auszuschließen, dass der Wagen nicht ganz regelmäßig auf der Schiene fuhr bzw. das Seil, welches sein Gegengewicht hielt nicht ganz regelmäßig durch die Halterung rutschte.

D.3 Beugung am Gitter

D.3.1 Versuch

Hinter einem Gitter mit der Gitterkonstanten $g = 3\text{ cm}$ wird ein Lautsprecher, der von einem Sinusgenerator betrieben wird, aufgestellt. In einem festen Abstand $a = 25\text{ cm}$ vom Gittermittelpunkt wird hinter dem Gitter ein Mikrophon halbkreisförmig bewegt. Das Mikrophon ist an ein Oszilloskop angeschlossen. Es registriert die Druckveränderungen. Erkennt man auf dem Oszilloskop ein Druckmaximum, so misst man den Winkel, den das Mikrophon von einer gedachten Senkrechten zum Gitter durch den Gittermittelpunkt überstrichen hat. (→ Abb. D.3, S. 119)

Beim bestimmen der Wellenlänge ergab sich eine Periodendauer von $T = 21\mu\text{s}$ und damit eine Wellenlänge von $\lambda = 7,14\text{ mm}$.

D.3.2 Beobachtungen

In unserem Versuch ergaben sich Druckmaxima für

$$\alpha_k = \{0^\circ; 12^\circ; 28^\circ; 58^\circ\}$$

k	α [°]	λ [mm]	prozentuale Abweichung
0	0		0
1	12	6,24	-12,64
2	28	7,04	-1,37
3	58	8,48	18,77

Tabelle D.4: Berechnungen für die Wellenlänge bei Beugung am Gitter

D.3.3 Auswertung

Auch in diesem Falle darf man die erste FRAUNHOFER-Näherung anwenden (siehe Kap. D.1.3 auf S. 115), da $a \gg g$ gilt. Somit kann man die Wellenlänge berechnen, indem man Formel D.3 mit Formel D.4 gleichsetzt und nach λ auflöst:

$$\lambda_k = \frac{g \cdot \sin(\alpha_k)}{k} \quad (\text{D.9})$$

In Tabelle D.4 auf S. 120 sind die Ergebnisse der Rechnung mit der jeweiligen Abweichung von der Realität aufgeführt. Durchschnittlich ergibt sich bei unserer Messung eine Wellenlänge von $\lambda_{\text{durchschnitt}} = 7,25\text{mm}$ bei einer Varianz von $V(\lambda) = 1,29\text{mm}^2$ und so mit einer Standardabweichung von $\sigma = 1,14\text{mm}$.

Gründe für die Abweichung können sein (vgl. und siehe Praktikum 9):

Winkelmessen Die Winkel mussten mit einem zu kurzen Geodreieck gemessen oder besser abgeschätzt werden

Punkte ausmachen Es war nicht ohne weiteres möglich, die Punkte, zwischen denen die Winkel zu messen waren, auszumachen, weil dort, wo sie theoretisch sein müssten, das Stativmaterial war

Frequenz bestimmen Die Frequenz bzw. Periodendauer zu bestimmen war nicht ganz einfach; es mussten wieder Striche auf dem Oszilloskop gezählt werden, aber manchmal war der Strahl auf dem Oszilloskop breiter aber auch so ließ sich die Periodendauer nicht besonders präzise ablesen, weil die Skala (die Markierungen auf dem Oszilloskop) zu groß gewählt war.

Maximum bestimmen Es war nicht ganz einfach, eindeutig zu sagen, wann genau man das Maximum erreicht bzw. schon über- oder noch unterschritten hatte.

E Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums

E.1 Versuch

Zur Bestimmung des PLANCK'schen *Wirkungsquantums* h benötigen wir die Wellenlänge λ bzw. Frequenz f untersuchten Lichts sowie die damit transportierte Energie W . Über den Zusammenhang $W = h \cdot f$ lässt sich dann das PLANCK'sche Wirkungsquantum errechnen:

$$h = \frac{W}{f} \quad (\text{E.1})$$

Wir verwenden in unseren Versuchen Leuchtdioden. Einerseits weil ihr Licht weitgehend *monochromatisch* ist, andererseits aber auch, weil die abgestrahlte Energie dabei leicht bestimmt werden kann.

E.1.1 Bestimmung der Abgestrahlten Energie

Bei Leuchtdioden muss jedes Elektron energetisch vom Valenzband auf ein Leitungsband angehoben werden. Von dort kann es wieder zurückfallen und bei diesem Zurückfallen ein Photon emittieren. Entscheidend ist dabei, dass ein Elektron eine bestimmte Mindestenergie braucht, um den *Bandwechsel* vollziehen zu können. Diese Mindestenergie ist dann auch genau die Energie, die es wieder abgibt, wenn es vom energetisch höheren Leitungsband wieder in das Valenzband zurückfällt – unabhängig davon, mit wie viel Energie *hochgehievt* wurde.

Bestimmt man nun also die Energie, die zum Wechsel vom Valenz- ins Leitungsband von jedem Elektron aufgebracht werden muss, so ist diese Energie gleich der, die ein Elektron beim Übergang vom Leitungs- ins Valenzband in Form eines Photons abgibt. Wird an eine Diode die Spannung U angelegt, so erhält ein einzelnes Elektron die Energie

$$W = U \cdot e \quad (\text{E.2})$$

Um nun die Energie zum Bandwechsel zu bestimmen, bestimmt man die *kleinste mögliche* Spannung U , bei der Elektronen den Wechsel ins Leiterband schaffen. Dies äußert sich dann dadurch, dass die Diode überhaupt erst Strom leitet – unterhalb dieser Spannung sitzen die Elektronen ja im Valenzband „fest“. Aus diesem Grund wird diese Spannung auch als *Durchlassspannung* U_D bezeichnet.

Praktisch verwendet man den in Abb. E.1 skizzierten Aufbau. Dabei wird eine Leuchtdiode über einen Widerstand in Durchlassrichtung mit einer regelbaren Spannungsquelle

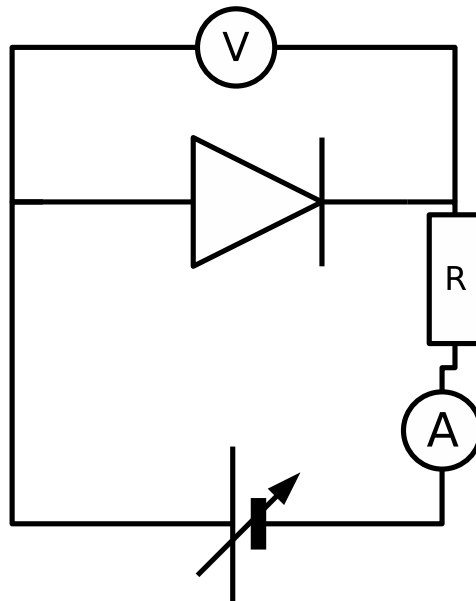


Abbildung E.1: Aufbau um eine I - U -Kennlinie von Leuchtdioden aufzunehmen.

verbunden. Der fließende Strom wird gemessen ebenso wie die Spannung, die zwischen den Enden der Leuchtdiode – und damit auch innerhalb der Leuchtdiode – besteht. Die Spannung wird nun schrittweise erhöht und die Werte für Stromstärke und Spannung tabelliert.

E.1.2 Bestimmung der Wellenlänge

Zur Bestimmung der Wellenlänge von Licht verwendet man die Beugung von Licht am Gitter. Eine Leuchtdiode sendet als Lichtquelle Licht aus, welches in einem Gitter gebeugt wird. *Hinter* dem Gitter steht ein Beobachter. Auf seine Netzhaut fällt das gebeugte Licht. Nimmt das Auge ein Maximum wahr, so geht das Gehirn davon aus, dass das Licht des Maximums sich senkrecht zur Gitterebene ausgebreitet hat. Das Gehirn spiegelt dem Beobachter also vor, er sähe zwei erste Maxima links und rechts¹ der Lichtquelle. In Abb. E.2 ist dies im unteren Teil zu sehen.

Um nun aber die Wellenlänge von Licht bestimmen zu können, benötigt man theoretisch ein Maximum bekannter Ordnung auf einem Schirm. Der Schirm ist in diesem Falle unser Gehirn. Unterhalb der LED wird eine Schiene befestigt, auf der Klammern rechts und links befestigt sind. Diese werden so gestellt, dass sie die Maxima 1. Ordnung seitlich „berühren“. So kann man den Abstand zwischen den beiden Maxima festhalten.

Als Distanz a vom Gitter zum Schirm im klassischen Versuch wird in diesem Aufbau die Distanz a_2 vom Gitter zu der Schiene mit den Klammern verwendet. Hier kann man den Abstand d_1 zwischen zwei Maxima 1. Ordnung abmessen – der Abstand vom Maximum 0. Ordnung zu einem 1. Ordnung beträgt somit $\frac{d_1}{2}$. Dieses Licht wird also um den

¹Wenn die Gitterstriche senkrecht verlaufen.

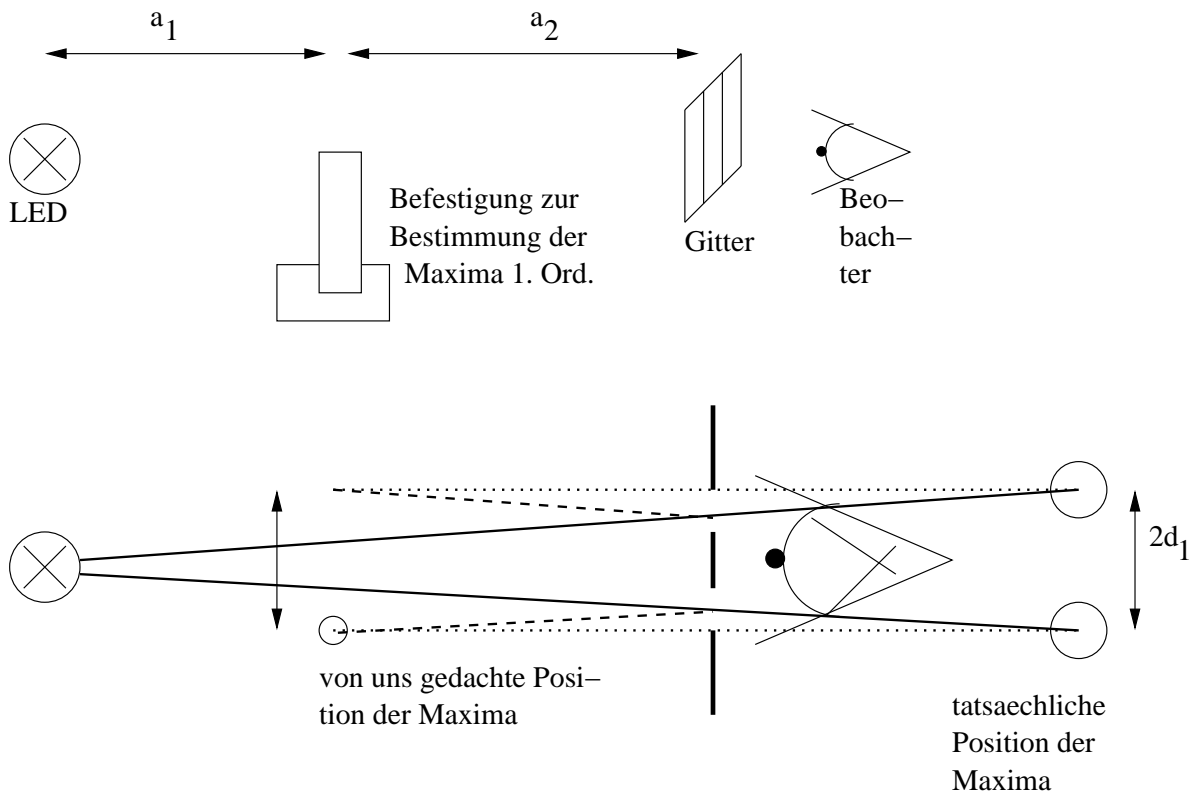


Abbildung E.2: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Wellenlänge von Licht

Winkel α_1 gebeugt:

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{d_1}{a}\right) \quad (\text{E.3})$$

Bei Licht darf man die FRAUNHOFER'sche *Näherung* anwenden, weil $a_2 \gg g$ gilt. Somit ergibt sich für ein Maximum 1. Ordnung unter den Winkel α_1 die Wellenlänge

$$\lambda = g \cdot \sin(\alpha_1) = g \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{d_1}{a}\right)\right) \quad (\text{E.4})$$

E.2 Messwerte

E.2.1 Ermittlung der Durchschlagspannung

Für verschiedene Leuchtdioden kamen wir auf die in Tabelle E.1 auf S. 124 zusammengestellten Ergebnisse. In Abb. E.3 auf S. 125 sind diese Werte zusammengefasst in Form von sog. *I-U-Kennlinien*. In Tabelle E.1(f) auf S. 124 sind die einzelnen Durchschlagspannungen aufgelistet.

Tabelle E.1: Messwerte zur Bestimmung der Durchschlagspannung der einzelnen Leuchtdioden

(a) Messwerte der blauen Leuchtdiode		(b) Messwerte der grünen Leuchtdiode		(c) Messwerte der gelben Leuchtdiode	
I [mA]	U [V]	I [mA]	U [V]	I [mA]	U [V]
0	0	0	0	0	0
0	1.6	0	1.65	0	1.52
0.01	1.64	1.38	1.85	0.1	1.65
1.18	3.26	3.31	1.91	0.51	1.71
2.04	3.34	5.35	1.96	1.66	1.77
2.98	3.39	7.5	2	3.12	1.82
5.31	3.47	9.29	2.03	3.35	1.83
6.92	3.51	10.6	2.05	7.06	1.91
8.04	3.54	13.12	2.09	7.94	1.93
10.18	3.58	14.7	2.12	11.8	2
10.98	3.59	16.51	2.14	15.03	2.05
12.05	3.62	18.5	2.17	16.61	1.98
13.03	3.63			19.8	2.12
13.51	3.64				
14.16	3.65				
15.02	3.66				
15.14	3.66				
17.37	3.7				

(d) Messwerte der roten Leuchtdiode		(e) Messwerte der infraroten Leuchtdiode		(f) Durchschlagspannungen der einzelnen Leuchtdioden	
I [mA]	U [V]	I [mA]	U [V]	Farbe der LED	U_D [V]
0	0	0	0	Blau	1,6
0	1.3	0	0.81	Grün	1,65
0.18	1.46	0.17	0.95	Gelb	1,52
1.43	1.55	0.67	1.01	Rot	1,3
3.14	1.58	1.54	1.04	Infrarot	0,81
7.16	1.61	2.57	1.06		
9.78	1.62	3.57	1.08		
11.75	1.63	5.71	1.09		
14.15	1.64	6.3	1.1		
16.25	1.65	8.18	1.11		
17.88	1.65	12.86	1.13		
		13.95	1.13		
		14.97	1.14		

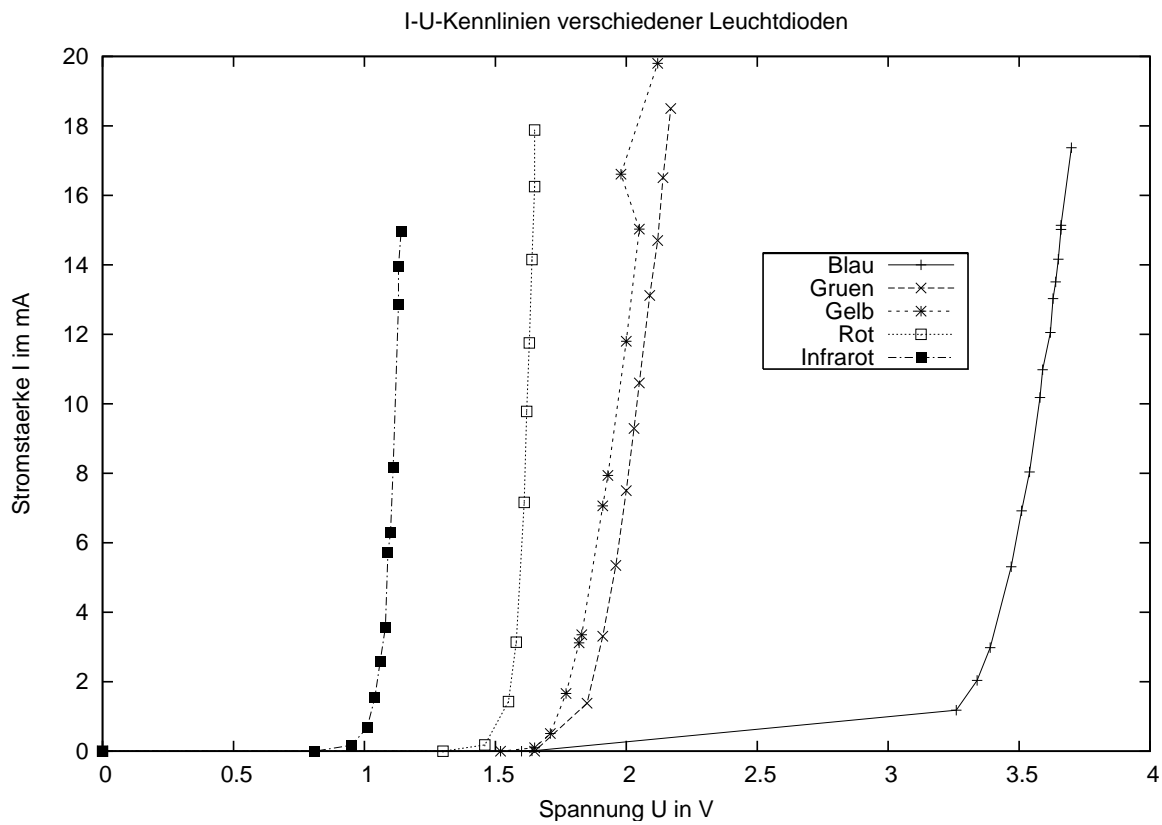


Abbildung E.3: Die Daten aus Tabelle E.1 in einem Schaubild zusammengefasst.

E.2.2 Bestimmung der Wellenlänge

Für unseren Aufbau gilt (nach Abb. E.2):

$$a_2 = 0,80m = 80cm$$

$$g = 1 \cdot 10^{-5}$$

Die Messwerte für die einzelnen Abstände sind in Tabelle E.2 festgehalten.

Farbe der LED	d_1
Blau	8,6cm
Grün	9,8cm
Gelb	10,5cm
Rot	11,4cm

Tabelle E.2: Messwerte zur Bestimmung der Wellenlänge der einzelnen LEDs

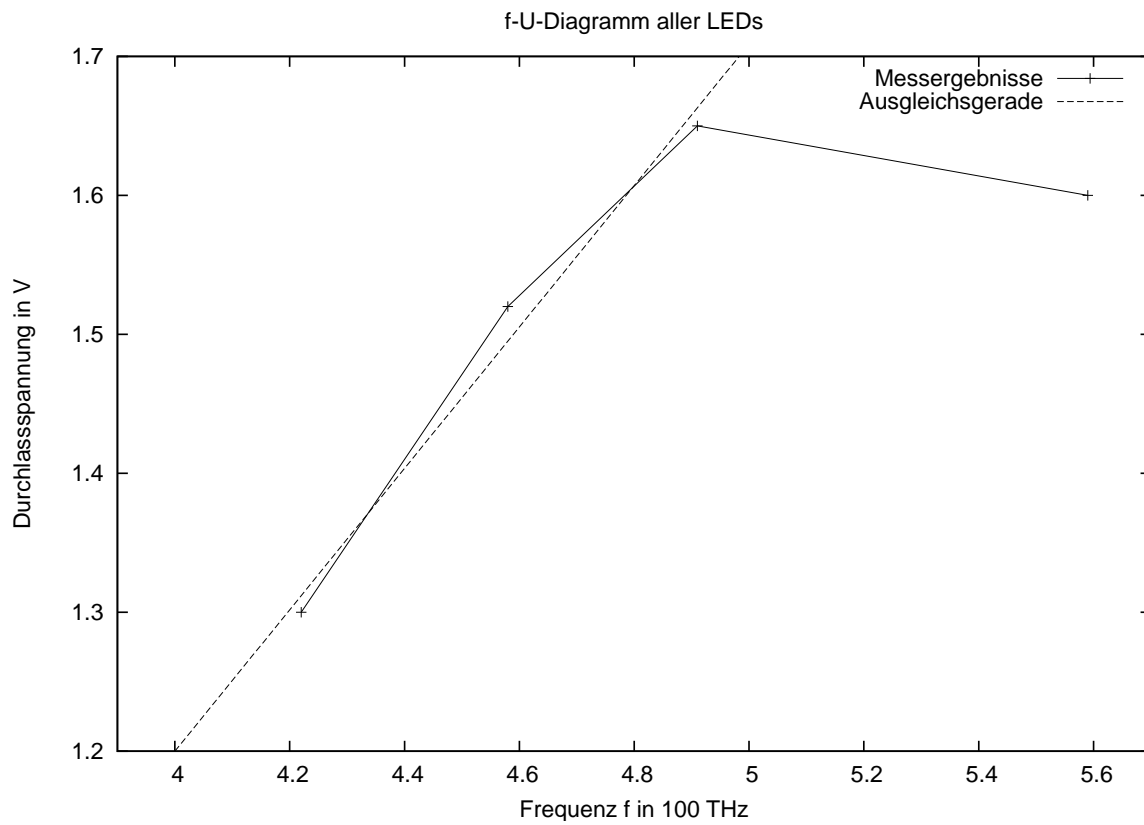
E.3 Auswertung

Für die einzelnen LEDs ergeben sich somit Energien (berechnet aus den Durchschlagsspannungen aus Tab. E.1(f) mit Gleichung E.2) und Wellenlängen (berechnet aus der Lage der Maxima und Gleichung E.4) wie sie in Tabelle E.3 festgehalten sind. Die Abweichung vom Literaturwert ist direkt dahinter angegeben – für uns ergibt sich also eine Abweichung vom Literaturwert von durchschnittlich $-23,8\%$.

Farbe der LED	W [J]	λ [m]	f [Hz]	h [Js]	Abweichung
Blau	$2,56E - 19$	$5,37E - 07$	$5,59E + 14$	$4,59E - 34$	$-3,08E - 01$
Grün	$2,64E - 19$	$6,11E - 07$	$4,91E + 14$	$5,39E - 34$	$-1,88E - 01$
Gelb	$2,44E - 19$	$6,55E - 07$	$4,58E + 14$	$5,32E - 34$	$-1,98E - 01$
Rot	$2,08E - 19$	$7,11E - 07$	$4,22E + 14$	$4,93E - 34$	$-2,56E - 01$

Tabelle E.3: Die Messergebnisse aus der Bestimmung der abgestrahlten Energie und der Bestimmung der Wellenlänge werden hier zusammengesetzt und es wird das – eigentlich gesuchte – PLANCK'sche Wirkungsquantum errechnet.

Bestimmung von h näherungsweise aus einem f-D-Schaubild In Abb. E.4 auf S. 127 ist ein $f-U_D$ -Diagramm für alle LEDs gezeichnet. Hier ist die Ablösespannung, die ja proportional zur Energie des Lichts ist über der Frequenz aufgetragen. Die Steigung ($m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$) sollte nun eigentlich das PLANCK'sche Wirkungsquantum wiedergeben. Für die ersten drei Datenpunkte (der 4. wird als Ausreißer eingestuft) ergab sich $m = 0,508816$ und somit für $\Delta x = 100 \cdot 10^{14}$ $\Delta y = 0,508816 \cdot 100 \cdot 10^{14} = 5,08816 \cdot 10^{16}$. Somit ergibt sich für $h = 0,508816 \frac{eV}{100THz} = 8,15 \cdot 10^{-34} Js$ und damit eine Abweichung von $22,9\%$.

Abbildung E.4: Ein f - U_D -Diagramm der LEDs

E.3.1 Fehlerquellen

- Vermutlich haben wir einfach die Distanz vom Gitter zum „Schirm“ falsch bestimmt: Bspw. ergibt sich für $a_2 = 120\text{cm}$ eine durchschnittliche Abweichung von 1,51%.
- Dadurch dass wir digitale Messinstrumente verwendet haben, könnte es gut sein, dass bei einer bestimmten Spannung schon ein Strom floss, dieser aber nicht angezeigt werden konnte, weil die Zahl so klein war, dass sie hinter dem Komma „verschwand“ – dass wir diesen Strom also schlicht nicht ablesen konnten
- Das Licht der LEDs ist keinesfalls völlig monochromatisch – das Maximum hatte schon einen „Regenbogenrand“ der auf Zerlegung mehrerer Farben hindeutet. Den Abstand der Maxima so zu bestimmen war nicht ganz einfach.
- Beim Festsetzen der Klammern zum Markieren der einzelnen Maxima war ein Versuchsteilnehmer auf den anderen angewiesen: Einer beobachtete und dirigierte, der andere stellte ein. Verrutschte der Beobachter, so wurde die Messung zunehmend ungenau, weil sich so auch die Punkte der subjektiv wahrgenommenen Maxima verschoben.
- Bei dem Aufbau verrutschte Der Ständer der Diode beim wechseln der einzelnen Dioden – die Abstände sind weniger genau
- Zur Bestimmung verwenden wir eine Näherung (erste FRAUNHOFER'sche Näherung) – deswegen können unsere Versuchsergebnisse nicht völlig korrekt sein
- Widerstände in den Leitern verfälschen die Spannungsmessung: An der Sperrschicht in der Diode fällt weniger Spannung ab, als wir messen.

E.4 Leuchtdioden, Photodioden & Photozellen

Leuchtdiode Eine Leuchtdiode [...] ist ein elektronisches Halbleiter-Bauelement. Fließt durch die Diode Strom in Durchlassrichtung, so strahlt sie Licht, Infrarotstrahlung oder auch Ultraviolettstrahlung mit einer vom Halbleitermaterial abhängigen Wellenlänge ab. [...]

Der Halbleiter einer LED bildet eine Diode. Durch Anlegen einer Spannung in Durchlassrichtung wandern Elektronen zur Rekombinationsschicht am p-n-Übergang. Auf der n-dotierten Seite bevölkern sie das Leitungsband, um nach Überschreiten der Grenzfläche auf das energetisch günstigere p-dotierte Valenzband zu wechseln, sie rekombinieren mit den dort vorhandenen Löchern. Bei Silizium-Dioden erfolgt der Übergang strahlungslos durch Phononenanregung, indem das Gitter den Impuls der Teilchen aufnimmt. Der direkte Übergang bei Gallium-Arsenid (GaAs) geht mit der Aussendung eines Photons einher. Ein weiterer Ursprung der Photonen besteht in einer plasmonisch-polaronischen

Wechselwirkung, die durch einen spinfreien Übergang direkt zur Emission eines Auger-Photoelektrons führt. Dieser Mechanismus spielt insbesondere bei excitonischer Emission in grünen GaP-Leuchtdioden eine Rolle. — Quelle: WIKIPEDIA

Fotodiode Photodioden sind Halbleiter-Dioden, die sichtbares Licht, in manchen Ausführungen auch IR-, UV- oder Röntgenstrahlen, an einem p-n-Übergang oder pin-Übergang durch den Inneren Fotoeffekt in einen elektrischen Strom umwandeln. Sie werden unter anderem verwendet, um Licht in ein Spannungssignal umzusetzen, oder um mit Licht übertragene Informationen weiterverarbeiten zu können. [...]

Treffen Photonen auf das Material der Diode, so werden in der Raumladungszone Ladungsträger (Elektron-Loch-Paare) erzeugt, was zu einem Stromfluss führt, da die Ladungsträger durch die Diffusionsspannung in die jeweils entgegengesetzt dotierten Zonen wandern. Die Photonen müssen eine höhere Energie als die des Bandabstandes aufweisen, um diesen Effekt hervorzurufen (bei Silizium z. B. mehr als 1,1 eV). Der Fotostrom ist über viele Größenordnungen linear zum Lichteinfall, wenn keine Sättigung eintritt. Im Idealfall trägt jedes Lichtquant, das eine Energie besitzt, die größer als die charakteristische Energielücke (Bandabstand) des Halbleiters ist, zum Stromfluss bei. Praktisch ist der Wert jedoch kleiner und wird als Quantenausbeute bezeichnet. Die Reaktionszeit ist bei geeigneter Beschaltung sehr kurz; sie kann bis herab zu Bruchteilen einer Nanosekunde betragen. Auch bei Dunkelheit fließt ein temperaturabhängiger, kleiner Strom - der sog. Dunkelstrom (I_D). Die Dunkelstromkennlinie ist ein wichtiges Qualitätsmerkmal von Fotodioden. — Quelle: WIKIPEDIA

Fotozelle Eine Fotozelle [...] ist ein Strahlungsdetektor. Sie zählt insofern zu den Elektronenröhren, als sich auch bei ihr in einem evakuierten Glasgefäß eine Anode und eine Kathode (Fotokathode) befinden.

Die Fotokathode besteht aus einem Metall (z.B. Caesium mit besonders geringer Austrittsarbeit), aus dem durch Licht Elektronen freigesetzt werden können (Äußerer Photoelektrischer Effekt).

Ist zwischen Anode (+) und Kathode (-) eine Spannung angelegt, so werden die vom Licht freigesetzten Elektronen zur Anode hin beschleunigt, ein elektrischer Strom (Fotostrom) kann gemessen werden. Ist die angelegte Spannung klein, so ist der Fotostrom proportional zur angelegten Spannung, der Proportionalitätsfaktor hängt von der Belichtungsintensität ab. Dieser Fotostrom geht bei höheren Spannungen in eine Sättigung über, d.h. der Strom steigt bei weiterer Erhöhung der angelegten Spannung nicht weiter an. Dies liegt daran, dass bei geringen Spannungen die elektrische Feldstärke nicht ausreicht, um alle durch den Fotoeffekt an der Kathode austretenden Elektronen in Richtung Anode zu beschleunigen und damit zum Fotostrom beitragen zu lassen. Allerdings können natürlich nicht mehr Elektronen zwischen Kathode und Anode fließen als durch das Licht freigesetzt werden, weshalb die Sättigung auftritt. Auch wenn keine Spannungsquelle mit der Fotozelle verbunden ist, bildet sich zwischen Anode und Kathode bei Belichtung eine Spannung aus - die Anode lädt sich negativ auf. Diese Spannung ist proportional zur Frequenz des eingestrahltten Lichts und kann zur Ermittlung des

Planckschen Wirkungsquantums genutzt werden.

Die Spannung bildet sich aus, weil das Licht (genügend hohe Frequenz und damit Energie vorausgesetzt) Elektronen aus der Fotokathode herausschlägt. Diese Elektronen besitzen eine Energie, die der Differenz zwischen Quantenergie des Lichtes und Austrittsarbeit des Elektrons aus dem Kathoden-Metall entspricht. Die freien Elektronen treffen (teilweise) auch auf die Anode und laden diese negativ auf. Dadurch bildet sich eine elektrische Spannung zwischen den Elektroden aus. Weitere Elektronen müssen nun das sich ausbildende elektrische Feld durchlaufen, um auf die Anode aufzutreffen, wozu sie Energie benötigen. Schließlich ist die Spannung so groß, dass die Energie der neu herausgelösten Elektronen nicht mehr ausreicht, die Platte zu erreichen - die Spannung bleibt konstant. — Quelle: WIKIPEDIA

Teil VII

Index

ε_0 Elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm}$

$\frac{q}{m}$ bezeichnet die *Spezifische Ladung* eines Teilchens. Für Elektronen gilt:
 $\frac{e}{m} = 1,7588 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$

μ_r bezeichnet die *Permeabilitätszahl*, die festlegt, um wie viel stärker das Magnetfeld wird, wenn man einen Materiekern einführt.

h steht für das *Planck'sche Wirkungsquantum*, welches für die Quantenphysik eine bedeutende Rolle spielt. $h = 6,62606896(33) \cdot 10^{-34} Js = 4,13566733(10) \cdot 10^{-15} eVs$

Index

- Abbe'sche Abbildungsbedingungen, 77
- Ablösearbeit, 80
- Absolute Brechzahl, 62
- Ampère, 10
- Amplitude, 33, 39
- Aperiodischer Grenzfall, 40
- Auflösung, 77
- Ausbreitungsgeschwindigkeit, 43, 70
- Ausfallswinkel, 62
- Beobachtung von Quanten, 77
- Beugung, 55
 - Am Doppelspalt, 55
 - Einzelspalt, 58
 - Gitter, 59
 - Mehrfachspalt, 59
 - Quanten, 75
- Brechung, 62
- Brechzahlen, 62
- Brewster-Winkel, 65
- DeBroglie-Wellenlänge, 79
- Destruktive Interferenz, 50
- Dielektrikum, 16, 18
- Dielektrizitätszahl, 17
- Differentialgleichung, 34
- Differenzialgleichung, 37
- diskret, 80
- Dispersion, 43, 63
- Druckbauch, 67
- E-Feld
 - Homogenes, 15, 16
- Eigenfrequenz, 68
- Einfallswinkel, 62
- Einschaltvorgang, 30
- Elektromagnetische Welle, 68
 - Definition, 69
- Elektromagnetischen Induktion, 27
- Elementarwellen, 55
- Elongation, 33
- Empfangsdipol, 68
- Erdbeben, 66
- Erdung, 10
- Ersatzwiderstand, 12
- Erzwungene Schwingung, 41
- Fadenpendel, 35
- Feder-Massen-Modell, 44
- Felderzeugende Ladung, 14
- Feldlinien, 14
- Festes Ende, 48
- Fortschreitende Welle, 45
- Fraunhofer-Näherung
 - Erste, 56
 - Zweite, 56
- Frequenz, 33
- Gangunterschied, 50
- Gedämpfte Schwingung, 39
- gequantelt, 73, 81
- Geschwindigkeitsfilter, 26
- Grenzwinkel, 63
- Grundschwingung, 54
- Hall-Effekt, 24
- Hall-Sonde, 24
- Harmonische, 54
- Harmonische Schwingung, 33
- Harmonische Welle, 45
- Hertz'scher Dipol, 68
- Hook'sches Gesetz, 36
- Huygen'sches Prinzip, 55, 62
- Induktionsgesetz, 28
- Induktionsspannung, 37
- Induktivität, 36
 - allgemein, 29
 - langgestreckte Spulen, 30
- Intensität von Licht, 80
- Interferenz, 50, 55, 58, 59
 - Destruktive, 50
 - Konstruktive, 50
- Quanten, 73, 77
- Wahrscheinlichkeitswellen, 73
- Kapazität, 16
- Knotenstellen, 52
- Komplementarität, 74
- Komplexe Zahlen, 79
- Kondensator, 16, 36
- Konstruktive Interferenz, 50
- Kreiswellen, 51
- Kriechfall, 40
- Kugelwellen, 51
- Längswellen, 43
- Ladungsbauch, 69
- Leistung
 - Elektrische, 11
- Lenz'sche Regel, 29, 37
- Linear polarisiert, 64
- Linke-Hand-Regel, 23, 27
- Lokalisationsenergie, 81
- Longitudinalwellen, 43
- Lorentzkraft
 - Auf Ladungsträger, 25
 - Definition, 25
- Loses Ende, 48
- Lot, 62
- Magnetische Flussdichte, 23
- Magnetischer Fluss, 28
- Maxwell-Gleichungen, 70
- Mechanische Welle, 43
- Monochromatisch, 61
- Näherung für eine langgestreckte Spule, 23
- Nomenklatur von Wellen, 54, 55
- Oberflächenwellen, 66
- Oberschwingung, 54
- Ohm'sches Gesetz, 12

Index

- Optisch dichter bzw. dünner, 62
- Parallelschaltung, 12
- Peak, 30
- Permeabilitätszahl, 23
- Phasendifferenz, 50
- Phasensprung, 63
- Phasenverschiebung, 34, 46
- Photoeffekt, 80
- Photon, 82
- Plack'sches Wirkungsquantum, 73
- Polarisation, 64, 76
 - Brewster-Winkel, 65
 - Durch Brechung, 64
 - Durch Streuung, 65
- Polarisationsfilter, 64
- Potential, 10
- Probeladung, 14
- Psi (Ψ), 73, 79
 - Psi-Welle, 79
- Quantenphysik, 73
- Quantenradierer, 76
- Querwellen, 43
- Rückstellkraft, 33
- Randbedingungen, 53
- Rechte-Hand-Regel, 71
- Reflexion, 48, 62, 67, 70
- Reihenschaltung, 12
- Resonanz, 41
- Richtgröße, 36
- Schallwellen, 67
- Schnelle, 43
- Schnellenbauch, 67
- Schwingfall, 40
- Schwingkreis, 36, 68
- Schwingungsbäuche, 52
- Schwingungsknoten, 52
- Selbstinduktion, 29
- Spannung, 10
- Spektrale Zerlegung, 61
 - Vergleich Doppelspalt
 und Prisma, 63
- spezifische Ladung, 25
- Spule, 36
- Störung, 43
- Stehende Welle, 52
- Strom, 10
- Stromkreis, 10
- Stromstärke, 10
- Totalreflexion, 63
- Transversalwellen, 43
- Überlagerung von Wellen, 50
- Unbestimmtheitsrelation, 81
- Unschärferelation, 81
- Volt, 10
- Wahrscheinlichkeitsverteilung, 73
- Wahrscheinlichkeitswelle, 73
- Wasserspendel, 36
- Welle
 - mechanische, 43
- Wellenfront, 51
- Wellengleichung
 - Mechanische Welle, 45
 - Quanten, 79
- Wellenträger, 43
- Widerstand
 - Elektrischer, 12
 - Ohm'scher, 12
- Winkelgeschwindigkeit, 33
- Wirbelstrombremse, 39
- Wirkungsquantum, 73
- Zeiger-Formalismus
 - Stehende Welle, 52
- Zeigerformalismus, 45
 - Definition, 47
 - Reflexion, 49