31 ~~Mit komplexen Widerständen:~~

(b) $$E = \int P\,dt = \int_0^\infty U \cdot I\,dt = \int_0^\infty R[I(t)]^2\,dt$$

$$= \left[R \cdot I_0^2 \left(-\frac{L}{2(R+R_i)} \right) e^{-\frac{2(R+R_i)}{L} t} \right]_0^\infty = \frac{R I_0^2 L}{2(R+R_i)}$$

Die Energie war im B-Feld der Spule gespeichert.

(c) Vermutlich klackt ein Schalter an einer Spule ständig auf und zu, wodurch die Spannung starke Peaks aufweist. Diese Peaks sind für die Kühe schmerzhaft.

32

(a) In ~~dem~~ der Kreisscheibe wird durch Induktion ein Kreiselstrom erzeugt. Er baut ~~sich~~ ein B-Feld auf, welches nach Lenz entgegen dem äußeren B-Feld „gepolt" ist.

$$\Phi_B = \int_A \underline{B}\,d\underline{A} \overset{\text{da } \underline{B} \perp d\underline{A} \Rightarrow \langle \underline{B} | d\underline{A} \rangle = B \cdot dA}{=} \int_A B\,dA$$

Parametrisiere A: $\underline{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{r} \cos\varphi \\ \hat{r} \sin\varphi \end{pmatrix}$ $\varphi \in [0; 2\pi]$; $\hat{r} \in [0, r]$; $y = \hat{r}$

$$\Phi_B = \int_0^r d\hat{r} \int_0^{2\pi} d\varphi \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ bz \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{r}\cos\varphi \\ \hat{r}\sin\varphi \end{pmatrix} \right\rangle$$

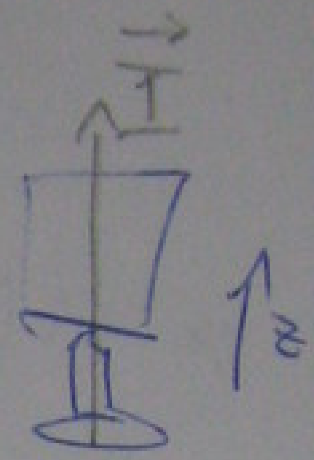
$$= \int_0^r d\hat{r} \int_0^{2\pi} d\varphi\, \underbrace{bz \cdot (z + \hat{r} \sin\varphi)}_{bz^2 + bz\hat{r}\sin\varphi} =$$

$$= \int_0^r d\hat{r} \int_0^{2\pi} d\varphi\, bz^2 + \underbrace{\int_0^r d\hat{r} \int_0^{2\pi} d\varphi\, bz\hat{r}\sin\varphi}_{0}$$

$$= 2\pi r b z^2$$

Exphys I6 (9)

$\boxed{30}$ Ug. $R=\frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{1.5V}{0{,}1\Omega} = 15A$



fließt Strom durch den Nagel & Baterie. Der Effekt ist maximal wenn $\underline{B} \perp \underline{I} \Rightarrow F_L = q\cdot(v \times \underline{B})$

$I = \frac{d}{dt}q = \frac{d}{dt}\big(q_0 n \underbrace{\Delta x \Delta y \Delta z}_{V,\ \text{const.}}\big) \Rightarrow \frac{d}{dt}\ q_0 n \underbrace{\Delta x \Delta y}_{A} \underbrace{\dot{\Delta z}}_{v_z}$

$\Rightarrow v_z = \frac{I}{q_0 n A} \Rightarrow F_L = q \cdot \frac{I}{q_0 n A} B = I \cdot z \cdot B$

Betrachte Drehmoment bezügl. z:

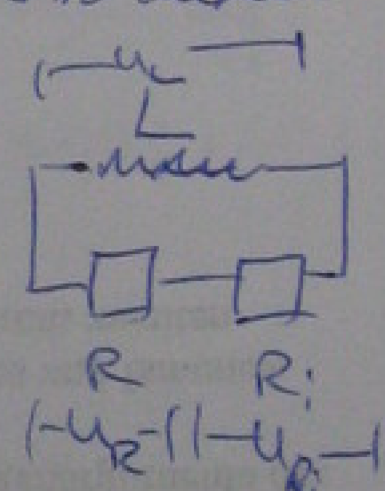
$M = r \times F = z \cdot F_L = I z^2 B.$

$\rightarrow$ da $F_L \perp z$.

$\Rightarrow$ ~~$\|M\| \leq I z^2 B$~~ $0 \leq \|M\| \leq I z^2 B.$

$\boxed{31}$

(a) Bei S geschlossen floss Strom. Nach Lenz ist L jetzt selbst Spannungsquelle um Ausschalten entgegenzuwirken.



Nach Maschenregel: $U_R + U_{R_i} = U_L$

Nach Ohm: $U_R = I_R \cdot R$;

I_R an jeder Stelle gleich ; $U_L = U_i = -L\dot{I}$

$\Rightarrow RI + R_i I = -L\dot{I}$

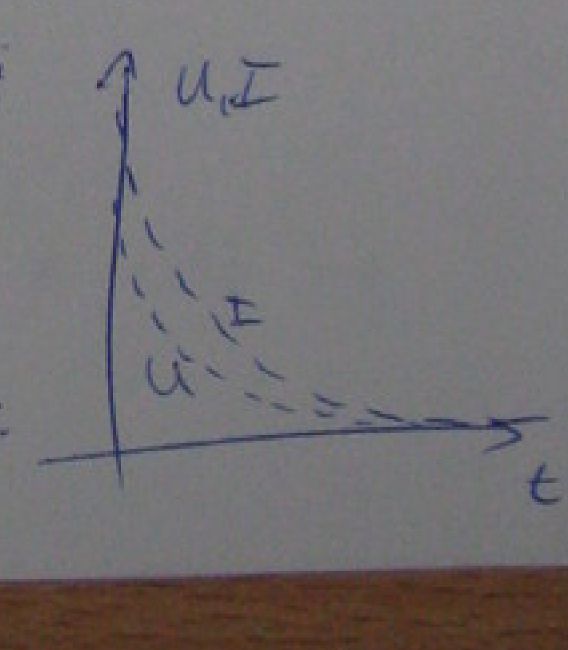
$(R+R_i) I = -L\dot{I}$ $\qquad I = Ae^{\lambda t} \quad \dot{I} = A\lambda e^{\lambda t}$

$\left(-\frac{R+R_i}{L}\right) I = \dot{I} \Rightarrow \lambda = -\frac{R+R_i}{L}$

$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R+R_i}{L} \cdot t}$

$U(t) = R \cdot I(t)$

Bild:



$\boxed{32}$ (a)

$$d\underline{A} = \underline{n}\cdot dA = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\cdot \hat r \, d\hat r \cdot d\varphi$$

$$\Phi_B = \int_0^r\int_0^{2\pi} \underline{B}(r)\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \hat r \, d\hat r \, d\varphi = \int_0^r\int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} b\cdot(z+\hat r\sin\varphi)\\0\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \hat r \, d\hat r \, d\varphi$$

$$= \int_0^r\int_0^{2\pi} bz \, \hat r \, d\hat r \, d\varphi + \underbrace{\int_0^r\int_0^{2\pi} \hat r^2 \sin\varphi \, d\hat r \, d\varphi}_{0}$$

$$= 2\pi \frac{1}{2} r^2 bz = \pi r^2 \cdot bz$$

Oder auch einfach: $\Phi_B = B\cdot A = bz\cdot \pi r^2$

Nach Lenz: $U_i = -n\dot\Phi = -\mu\cdot b\pi r^2\cdot \dot z$ $(n=1!)$

Nach Ohm: $I_i = \frac{U_i}{R} = \frac{-\pi r^2 \mu b}{R}\dot z$

I: gegen Uhrz.sinn

Es wirkt

I_i ist im ganzen Kreisring gleich groß.

$$\underline{F}_L = l\cdot(\underline{I}\times\underline{B})$$

F_L zeigt unten nach oben und oben nach unten, ist unten aber stärker (hier ist B größer).

Wg. Symmetrie heben sich die seitlichen Kräfte weg:

$$\underline{F}_R = \oint_{\text{Kreisring}} (\underline{I}\times\underline{B}(r))\, dl = \int_0^{2\pi} I_i\cdot(z+r\sin\varphi)\cdot b\cdot(-r\sin\varphi)\, d\varphi$$

$l = r\cos\varphi \Rightarrow dl = -r\sin\varphi \, d\varphi$

$\hookrightarrow l \parallel e_y$

$$= \pi b r^2 I_i$$

Und damit

$$F_R = \pi b r^2\cdot\left(\frac{-\pi r^2 b}{R}\dot z\right) = -\frac{(\pi r^2 b)^2}{R}\dot z$$

$$\|F_R\| = \frac{(\pi r^2 b)^2}{R}\cdot\dot z$$

(b) $F = m\cdot a = m\ddot z = g - \|F_R\|$ $(= g + F_R)$

$$m\ddot z = g - \underbrace{\frac{(\pi r^2 b)^2}{R}}_{A}\dot z = g - A\dot z \Rightarrow m\ddot z + A\dot z = g$$

32 (b)

Ansatz: $z = K e^{\lambda t}$; $\dot{z} = \lambda z$, $\ddot{z} = \lambda^2 z$.

Homogen: $m\lambda^2 + A\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0$ (trivial),

$m\lambda + A = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{A}{m}$

$\Rightarrow z_h = z_h(t) = K e^{-A/m\, t}$

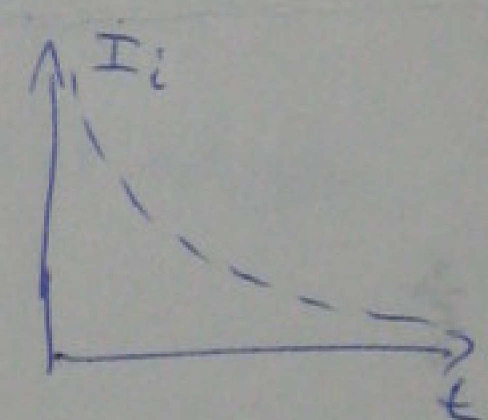
Partikulär: $z_p = \Omega \cdot t \Rightarrow \dot{z}_p = \Omega$, $\ddot{z}_p = 0 \Rightarrow$

$0 + \Omega A = g \Rightarrow \Omega = g/A$

Lösung: $z = z(t) = z_h + z_p = K e^{-A/m\, t} + g/A \cdot t$

Da $A/m > 0$ wird der Ring für $t \to \infty$ mit $v_\infty = \frac{g}{A}$ fallen, also ohne Beschleunigung.

$$I(t) = -\frac{\pi r^2 B}{R} \cdot \dot{z} = + \underbrace{\frac{\pi r^2 B}{R} \cdot \frac{A}{m} \cdot K}_{\Gamma = \text{const.}} e^{-A/m\, t} \sim e^{-A/m\, t}$$



(c) für $R \to 0$ geht $I \to \infty$: Schon bei einer kleinen Bewegung wird sich ein so großer Ringstrom bilden, dass das Gegen-B-Feld so stark ist, dass der Ring sich nicht weiter bewegt.

$\boxed{33}$

(a) $$A(t) = 2\int_0^{vt} \sqrt{y}\, dy = 2\left[\frac{2}{3} y^{3/2}\right]_0^{vt} = \frac{4}{3}(vt)^{3/2}$$

$$\Phi_B = B\cdot A(t) = B\cdot \frac{4}{3} v^{3/2} t^{3/2}$$

$$U_i = -n\cdot \dot{\Phi}_B = -2B\, v^{3/2}\sqrt{t}$$

$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{R} \Rightarrow$$

$$I_i = -\frac{2B}{R} v^{3/2}\sqrt{t}$$

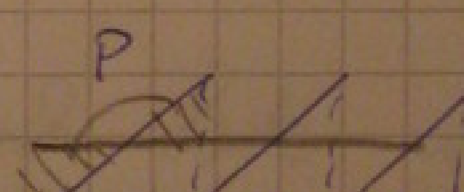
(b) $$\underline{F_L} = \cancel{Q\times}(\underline{I}\times\underline{B})\cdot l = I\cdot B\cdot \overset{2\sqrt{vt}}{l}$$

$$= \frac{2B^2}{R} v^{3/2}\sqrt{t}\cdot 2\sqrt{vt} = \frac{4B^2}{R} v^2 t$$

F_L wirkt v entgegen! (→ nach hinten)

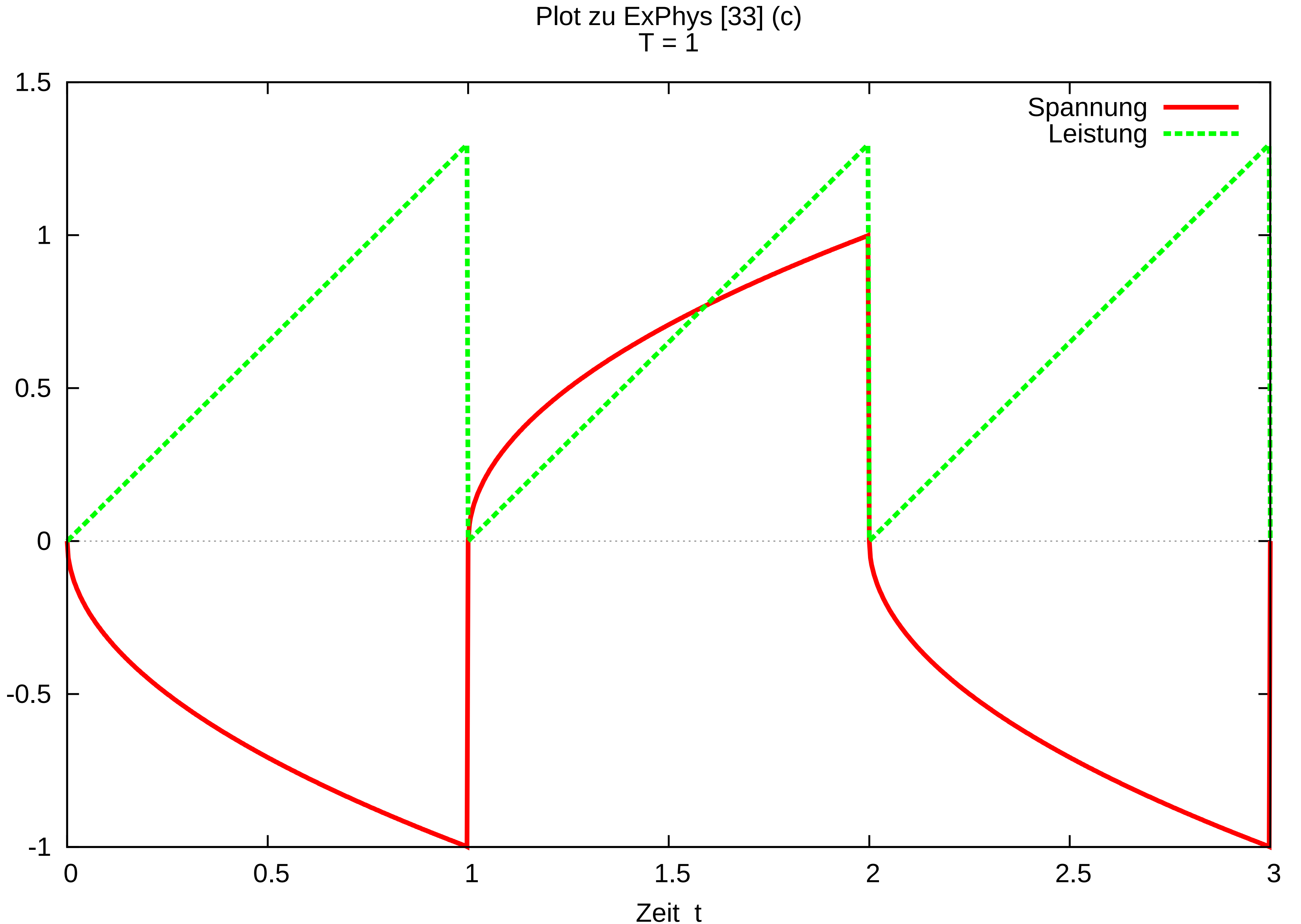
(c) Aus Symmetriegründen ist U_e einfach genau negativ wie in (a). (→ Skizze)

Die durchschn. Leistung bekommt man aus Geom. Überlegung:



$\overline{P} = \frac{1}{2}\hat{P}$ / max Wert

Der Wert ist abhängig von der Periode T weil $U \sim \sqrt{t}$ ist.


Plot zu ExPhys [33] (c)
T = 1
Spannung
Leistung
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
Zeit t