Praktikum 31. Mai 2010

Auswertung von A20

Michael Kopp

Formeln

Die Energiedifferenz ΔE zwischen zwei Niveaus im Atom wird durch ein Photon der Frequenz ν bzw. ω ausgeglichen; es gilt der Zusammenhang

$$\Delta E = \omega \hbar = \nu h \tag{1}$$

mit dem Planck'schen Wirkungsquantum h und $\hbar = h/2\pi$.

Für die Wellenlänge gilt

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{2}$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c und der Frequenz ν.

Mit (1) und (2) folgt

$$\lambda = \frac{h\,c}{\Delta E}\,. \tag{3}$$

Auswertung

Kurvendiskussion

Bei den beiliegenden Diagrammen auf der x-Achse stets die Beschleunigungsspannung U_1 in Volt und auf der y-Achse der Strom I in Nano-Ampére angegeben; alle weiteren Parameter sind im Diagramm gegeben.

Die Kurve, die in den Diagrammen mit Γ bezeichnet ist, ist vermutlich nicht aussagekräftig: Sie passt in allen Diagrammen deutlich nicht in ein logisches Schema. Dies war die Kurve der allerersten Messung beim Hg-Aufbau; möglicherweise war die Maschine noch nicht richtig eingelaufen und so wurde diese „falsche“ Linie produziert.

Allgemeines Die Maxima und Minima der Kurven scheinen stets mit wachsender Beschleunigungsspannung *exponentiell* anzusteigen (→ `Bild 0`), wobei kleine Spannungen systematisch nicht dazu passen wollen. Dieser Verlauf stimmt mit dem Verlauf einer Kennlinie bei einer Glimmentladung überein. In diesem Sinne könnte der exponentielle Anstieg auf zunehmende Ionisierung hinweisen, wie sie sich bei der Plasmabildung einer Glimmentladung einstellt.

Der exponentielle Anstieg von sowohl Minima als auch Maxima lässt sich (auch) dadurch erklären, dass die Elektronen nach k inelastischen Stößen noch eine gewissen Strecke zurücklegen, auf denen sie beschleunigt werden, aber nicht mehr stoßen. Mit steigender Beschleunigungsspannung nimmt die Zahl k zu und besagte freie Lauflänge nimmt ab. Dadurch, dass die freie Strecke immer kürzer wird, sind hier weniger Atome, mit denen die Elektronen stoßen könnten, und dadurch erreichen mehr den Detektor. Auch wenn ein Elektron seine k Stöße noch nicht absolviert hat – also eigentlich noch einen machen müsste – sinkt so mit steigender Spannung die Wahrscheinlichkeit, diesen letzten Stoß nachzuholen und damit erreichen mehr Elektronen den Detektor mit weniger absolvierten Stößen und sorgen für einen „Grundstrom“.

Variation der Temperatur (Hg) Erhöht man die Temperatur des Hg-Aufbaus, vermindert sich der Strom (→ `Bild 1`).

Das liegt vermutlich daran, dass sich zwischen dem flüssigen und dem gasförmigen Quecksilber ein gewisses Gleichgewicht einstellt, welches sich für höhere Temperaturen eher in Richtung gasförmig verlagert[1]. Dadurch, dass mehr Gasteilchen vorhanden sind, nimmt die Stoßwahrscheinlichkeit für die Elektronen zu.

Man kann die Betrachtungen auch über die Mittlere freie Weglänge λ aufziehen: Ein Elektron wird so lange beschleunigt, bis es die nötige Energie E_a für eine Anregung hat – doch dann kann es diese nicht sofort abgebeb, sondern muss zuerst stoßen. Dabei legt es *im Mittel* die Strecke λ zurück. Ist λ groß, ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron seine Energie durch Stöße verliert, kleiner und bei steigender Termperatur sinkt die freie Weglänge.[2]

Weiter kann man beobachten, dass die Minima der einzelnen Linien nicht genau übereinanderliegen – und dass der Unterschied temperaturabhängig ist. Bei kleiner Beschleunigungsspannung sind die Minima der „kalten“ Linien stärker gegenüber den „warmen“ Linien nach links (weniger Spannung) verschoben als bei hoher Spannung (→ `Bild 1,` blaue Striche).

[1] Prinzip von Braun und Le Chatellier

[2] Vermutlich nicht nur aufgrund des Mehr an Teilchen, sondern auch, weil die Atome sich auch stärker (thermisch) bewegen.

Dies könnte daran liegen, dass die Elektronen bei den tiefen Temperaturen eine so große freie Weglänge λ zusätzlich beschleunigt werden, dass ihre Energie ausreicht, um ein nächst höheres Niveau als das Grundniveau anzuregen: Der „normale" Zustandswechsel $6s \to 6p_0$ hat eine Energiedifferenz von 4.67 eV, der nächst höhere $6s \to 6p_1$ die Differenz 4.89 eV.[3] Bei[4] $E \sim 30\,\mathrm{V}/0.75\,\mathrm{cm}$ wäre dies bei $\lambda \sim 55\,\mu\mathrm{m}$ erreicht. Dadurch verlieren die Elektronen mehr Energie, können also vergleichsweise weniger gut gegen die Bremsspannung ankommen.

Bei großen Spannungen relativiert sich dies wieder, weil dann auch bei kleineren λ durch das stärkere E-Feld die höhere Anregungsenergie erreicht werden kann.[5]

Variation der Heizspannung (Hg) bzw. Saugspannung (Ne) Erhöht man die Heitzspannung steigt der Strom (→ `Bild 3`).

Die Erklärung dürfte einfach die sein, dass mehr Elektronen aus der Kathode ausgelöst werden und so wegen Ladungserhaltung auch ankommen müssen...

Auch hier verschieben sich wieder die Maxima großer Heitzspannungen für kleine Beschleunigungsspannungen stärker nach links (→ `Bild 3,` blaue Linien `)`, was damit begründet werden könnte, dass mehr Elektronen da sind, die die freie Weglänge ausnutzen könenn, um Energie für eine höhere Anregung zu sammeln; es machen also mehr Elektronen eine etwas höherenergetische Anregung und kommen so weniger gut gegen die Bremsspannung an.

Den selben Effekt finden man auch bei der Ne-Anordnung (→ `Bild 5a`) (besser in (→ `Bild 5b`), wobei hier durch die Darstellung auf 2 Achsen die Übersichtlichkeit nicht die beste ist ...) – auch wenn es hier keine Heitzspannung gibt, sondern eine Saugspannung, die aber den selben Zweck erfüllt; eine höhere Saugspannung sorgt für mehr Elektronen. Die Effekte sind also genau analog.

Variation der Bremsspannung (Hg und Ne) Für größere Bremsspannung wird der Strom kleiner (→ `Bild 4`), (→ `Bild 6`).

[3] Der nächst, $6s \to 6p_3$ hätte 5.46 eV, was ich schon für zu hoch halte...

[4] Der Effekt tritt bei 30 V auf, ich schätze den Abstand Gitter-Kathode mit 0.75 cm ab.

[5] Ganz allgemein sorgt ebendieser Effekt, dass Elektronen ein Mehr an Energie auf dem Weg λ ansammeln können dazu, dass für höhere Ordnungen die Abstände zwischen den Maxima/Minima immer größer werden (→ `Bild 2`): Bei Ordnung k hatten die Elektronen k mal die Gelegenheit, zusätzliche Energie auf der Strecke λ zu sammeln und höhere Niveaus anzuregen. Mit der Spannung steigt dadurch die Wahrscheinlichkeit, die höheren Zustände anzuregen, was mehr Energie „kostet".

Das ist wieder einfach und logisch, weil weniger Elektronen die Barriere überwinden können und registriert werden können. Die Elektronen, die an die Anode kommen, sind in ihrer Energie verteilt. Senkt man die Bremsspannung, erlaubt man es zusätzlich den Elektronen mit etwas weniger Energie, zu passieren. Deshalb ist auch die Stromänderung für eine Beschleunigungsspannung und zwei verschiedene Bremsspannungen abhängig vom Absolutbetrag des Stromes an der entsprechenden Stelle.

Interessant ist, wie beim Ne-Aufbau beim vorletzten sichtbaren Minimum für die maximale Bremsspannung die Strom-Intensität wirklich auf 0 absinkt, für geringere Bremsspannungen jedoch stets deutlich positiv bleibt; genau hier beginnt der unter „Allgemeines“ besprochene Effekt.

Zusätzlich sieht man noch schön, wie die Schaubilder um genau die Spannung auf der Abszisse verschoben werden, um die die Bremsspannung geändert wird `(→ Bild 7)`, einfach weil wenn die Bremsspannung um 0.5 V erhöht wird, die Elektronen noch 0.5 V mehr Beschleunigungsspannung brauchen, um das selbe Intensitätsniveau zu erreichen.

Anregungsenergien

Wie man in `(→ Bild 2)` sieht, ist es eigentlich wenig sinnvoll, die Anregungsenergie als Mittelwert der Abstände aller bestimmten Maxima zu nehmen...

Tut man es dennoch, bekommt man, wenn man für eine Linie den Mittelwert der Abstände der Maxima bildet und aus diesen Mittelwerten wiederum einen Mittelwert:

$$E_a^{\mathrm{Hg}} = (4.89 \pm 0.22)\,\mathrm{eV} \quad . \tag{4}$$

Der Literaturwert[6] beträgt 4.67 eV...

Auf die gleiche weise erhält man

$$E_a^{\mathrm{Ne}} = (17.91 \pm 1.10)\,\mathrm{eV} \quad . \tag{5}$$

Der Literaturwert[7] beträgt 16.6 eV für die erste Anregung.

Anregungswellenlängen

Die Energien E_a^{Hg} und E_a^{Ne} entsprechen den Wellenlängen[8]

$$\lambda_a^{\mathrm{Hg}} = (253 \pm 11.4)\,\mathrm{nm} \tag{6}$$

[6] Haken Wolf

[7] C.E. Moore: Atomic Energy Levels

[8] Aus der Fehlerfortpflanzung $\Delta f = \partial_i f \Delta x_i$ ergibt sich $\Delta\lambda = \left|\frac{h\,c}{E^2}\right| \Delta E$.

und

$$\lambda_a^{\mathrm{Ne}} = (69,2 \pm 4.25)\,\mathrm{nm}\ . \tag{7}$$

Leuchtschichten

Im Ne-Aufbau bilden sich orange leuchtende Schichten senkrecht zum Elektronenfluss aus: Steigert man die Beschleunigungsspannung, so bildet sich eine Leuchtschicht knapp vor dem zweiten Gitter (also vor der Anode). Dieses wandert beim Erhöhen der Spannung weiter in Richtung Elektronenquelle, bis es die Mitte zwischen den beiden Gittern erreicht hat. Wenn das passiert, bildet sich sofort eine zweite Schicht direkt am Gitter G_2, die auch wider wandert. Wenn sie ein Drittel des Gitterabstandes zurückgelegt hat, entsteht wieder eine Schicht und so weiter.

Man muss jedoch vorsichtig sein: Wenn zu viele Schichten entstanden sind, so kann es zu einer Glimmentladung kommen: Alle Schichten vereinigen sich dann und man sieht nur ein helles oranges Leuchten in der Röhre. Dies beschädigt die Apperatur und der Elektronenstrom muss abgebrochen werden.

Zu erklären sind diese Leuchterscheinungen dadurch, dass in diesen leuchtenden Zonen die Elektronen gerade ihren Stoß ausführen. Die verschiedenen Schichten bilden sich nämlich immer genau dann, wenn die Spannung wieder einem vielfachen der Anregungsenergie entspricht. Man sieht hier auch, dass die Elektronen in der ersten Leuchtschicht genug Energie gesammelt haben um einmal zu stoßen, dann beschleunigen müssen, um in der zweiten Leuchtschicht wieder stoßen zu können usw.

Das orangene Licht hat eine Wellenlänge in der Größenordnung von $\lambda^{\mathrm{orange}} \sim 600 - 630\,\mathrm{nm}$, unsere Messungen legen eine ungefähr 8.9 mal höhere Energiedifferenz für den Übergang Grundzustand–Anregegter-Zustand nahe; es ist also nicht möglich, dass wir hier tatsächlich diesen Übergang sehen.

Die Anzahl der Schichten ist damit ungefähr gegeben durch[9]

$$m = \lfloor \frac{U_1}{E_a} \rfloor \tag{8}$$

und deren Position durch

$$x = \frac{L}{U_1/E_a} \cdot k \text{ mit } k = 1, 2, ..., m\ , \tag{9}$$

wobei L der Abstand der beiden Gitter ist.

[9] $\lfloor x \rfloor$ beschreibt die nächst kleinere Ganzzahl

Fehlerrechnung

Anregungsenergien

Wie erwartet lagen beide ermittelten Durchschnittswerte zu hoch. In (→ `Bild 8`) sind die Maxima graphisch aufgetragen, zusammen mit einer mutigen Ausgleichsgerade. Mit dieser kann man den Fehler möglicherweise abschätzen, den die Zunahme der Differenzen der Maximaabszissen verursachen. Der Durchschnitt liegt irgendwo in der Mitte des Punktehaufens – die Gerade soll auch hier durchlaufen. Man erhält also eine sehr grobe Abschätzung für den Fehler, wenn man sich anschaut, wo die Gerade $n = 1$ berührt. Mit der Steigung 0.2 eV /5Ordnungen ergibt sich eine Differenz von der Größenordnung 0.2 eV – diese würde unser Ergebnis näher an den Literaturwert rücken.

Bei Neon ist der Unterschied der Differenzen im Mittel bei 1.51 eV; da wir hier für die Bestimmung der Anregungsenergie die Differenzen der 3,4,5,... Stoßordnungen verwendet haben, erhalten wir eine Korrektur in der Größenordnung 1.5 eV.

Hier macht eine Graphik keinen Sinn, weil wir meist nur drei oder vier Maxima auswerten konnten; die Rechnung wurde in einer Tabelle angestellt.

Einfluss der Saugspannung

Beim Ne-Aufbau ist auch dann ein Strom messbar, wenn dies eigentlich nicht möglich sein sollte: In (→ `Bild 9`) sieht man, dass wir die Bremsspannung auf $U_2 = 7\,\mathrm{V}$ gesetzt haben, aber auch dann Elektronen detektiert wurden, wenn die Beschleunigungsspannung unter dieser Spannung liegt (→ `Bild 9,` Bleistift). Bei kleinen Saugspannungen ist der Effekt klein, bei großen groß. Deswegen vermute ich, dass die Saugspannung die Elektronen schon vorbeschleunigt – und diese Vorbeschleunigung geht nicht in unsere Rechnungen ein (auch wenn sie einmalig ist und bei höheren Ordnungen nur wenig ins Gewicht fallen dürften).

Dass die Saugspannung unabdingbar ist, sieht man jedoch in (→ `Bild 10`): Hier ist der Strom vernachlässigbar klein selbst für die maximale Beschleunigungsspannung, wenn nur die Saugspannung klein gewählt wird. Ohne Saugspannung wäre der Versuch damit nicht durchführbar.

Die (für mich bisher) einleuchtendste Erklärung dafür ist, dass sich eine negative „Ladungswolke“ hinter der Kathode bildet und die Elektronen sich nicht wirklich in die Röhre bewegen, wo sie beschleunigt werden. Durch das Gitter G_1 wird diese Ladungswolke gezielt abgesaugt.

Zusammenfassung

Wir konnten schön das Wechselspiel von beinahe äquidistanten Minima und Maxima der Kurven beobachten – jedoch auch, dass die Maxima eben nicht *ganz genau* äquidistant sind, sondern der Abstand linear mit der Ordnung der Maxima zunimmt, was vermutlich an der zusätzlichen Beschleunigung auf der freien Weglänge liegt.

Wir konnten die Abhängigkeit der Kurven von verschiedenen Versuchsparametern beobachten und mit unserem Modell begründen.

Als Anregungsenergien ergeben sich mit den Korrekturen aus der Fehlerrechnung

$$\begin{aligned} E_a^{\mathrm{Hg}} &= (4.69 \pm 0.42)\,\mathrm{eV} \\ E_a^{\mathrm{Ne}} &= (16.41 \pm 2.60)\,\mathrm{eV}\ , \end{aligned}$$

was eine relative Abweichung[10] von den Literaturwerten von

$$\begin{aligned} F(E_a^{\mathrm{Hg}}) &\approx 0.4\% \\ F(E_a^{\mathrm{Ne}}) &\approx -1.1\% \end{aligned}$$

bedeutet.

Was ich an dem Versuch unheimlich reizvoll fand, war, dass er oberflächlich betrachtet sehr einfach ist, er aber gleichzeitig viel Raum für tiefergehende Überlegungen und Detailanalysen bietet. Was leider weniger spannend war, ist die Versuchsdurchführung an sich...

[10] $F(x) = (x - \bar{x})/\bar{x}$ mit Literaturwert $\bar{x}$