ExPhys
31.10.08

Eigenschaften der Schwerkraft

- $F_G \sim m_1 \cdot m_2$
- immer attraktiv (anziehend)
- Abhängig vom Abstand: $F_G \sim \frac{1}{r^2}$ Aus Beobachtungen von Planetenbahnen

$F_G = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ γ: Gravitationskonstante

$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

r: Abstand der Massenmittelpunkte

Bsp.: Masse von 1kg auf Erdoberfläche:

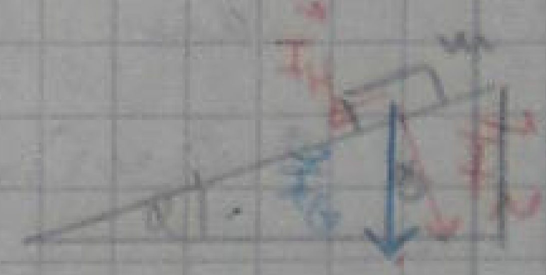
$F_G = \gamma \frac{m \cdot m_E}{r_E^2}$ $m_E = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,kg$; $r_E = 6{,}37 \cdot 10^{6}\,m$

$= \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{(6{,}37 \cdot 10^{6})^2} = 9{,}81\,N$

$\Rightarrow$ Die Masse von 1kg wird mit der Kraft von 9,81 N zum Erdmittelpunkt gezogen.

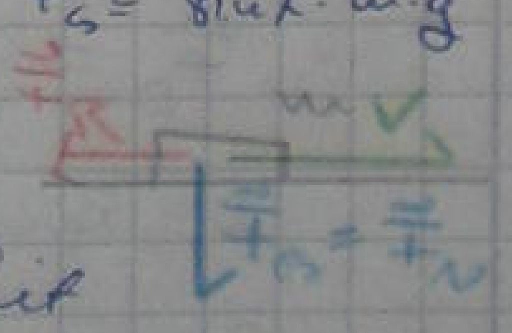
Schreibweise: $F_G = m \cdot \underbrace{\left(\frac{m_E}{r_E^2} \gamma\right)}_{\text{Erdbeschleunigung}} = m \cdot g$

Verschiedene Arten von Kräften:



- Gewichts-/Schwerkraft $F_G = m \cdot g$

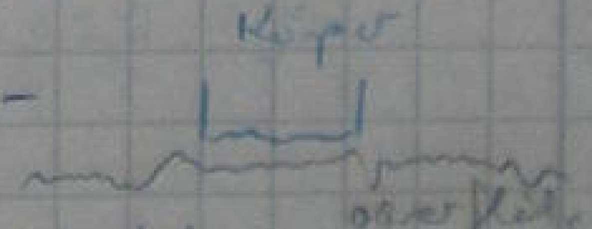
  $\vec{F}_G = \vec{F}_H + \vec{F}_N$ $\sin\alpha = \frac{\vec{F}_H}{\vec{F}_G}$ $\Rightarrow$ $\vec{F}_H = \sin\alpha \cdot F_G = \sin\alpha \cdot m \cdot g$



5.11.08

- Reibungskräfte $\vec{F}_R$

  wirken entgegengesetzt zur Geschwindigkeit



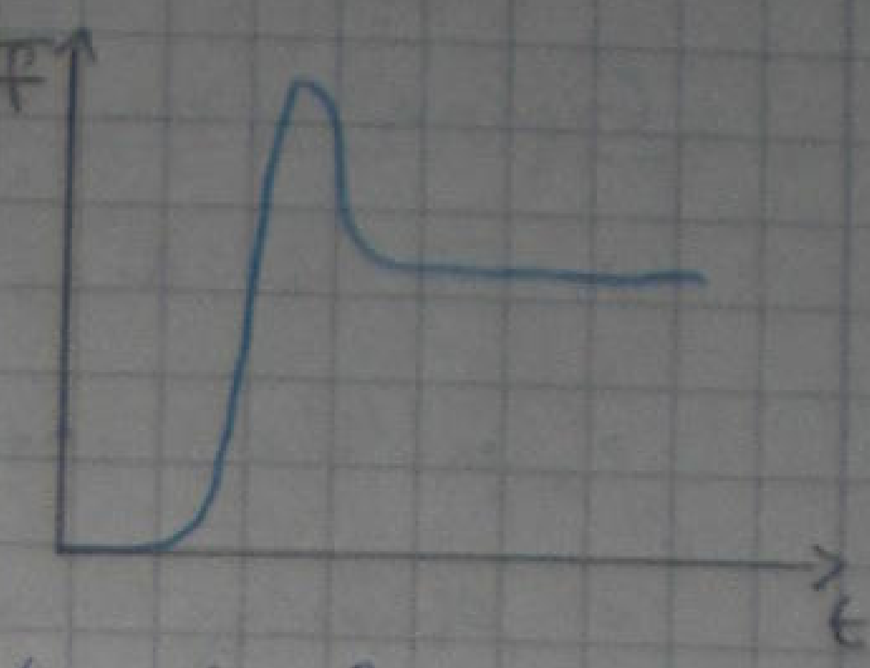
  Mikroskopische Ursache für Reibung: Oberfläche & Körper sind auf atomarer Ebene nicht glatt. → „Verzahnung" $\Rightarrow$ Reibung

  - Haftreibung: $F_{Haft} = \mu_{Haft} \cdot F_N$ — F_{Haft} muss aufgebracht werden, um m zu beschleunigen
  - Gleitreibung: $F_{Gleit} = \mu_R \cdot F_N = F_R$ — F_R muss aufgebracht werden, um m mit v = const. zu bewegen

5.11.08

Aus experimentellen Beobachtungen:

1) $\mu_R < \mu_{Haft}$

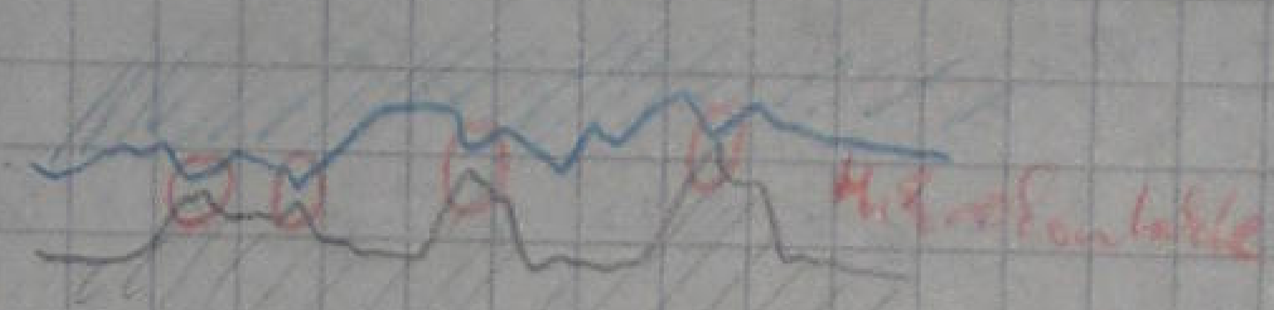


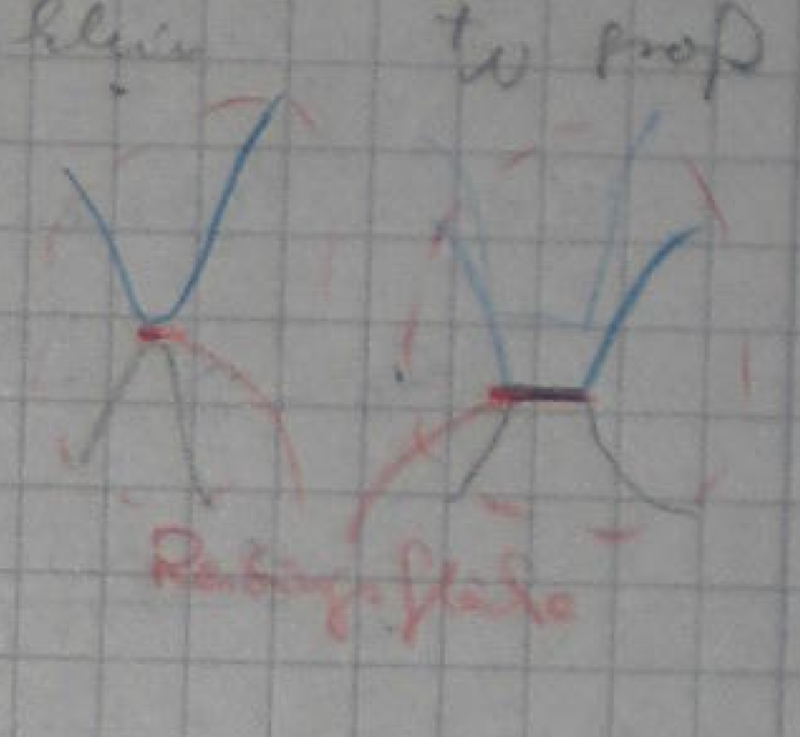
2) μ_R : unabhängig von der Geschwindigkeit (gilt nur innerhalb bestimmter Grenzen)

3) μ_R, μ_{Haft}: ~~Stoff~~ materialabhängig

4) μ_R, μ_{Haft} unabhängig von der geometr. Kontaktfläche

Im mikroskop. Modell:





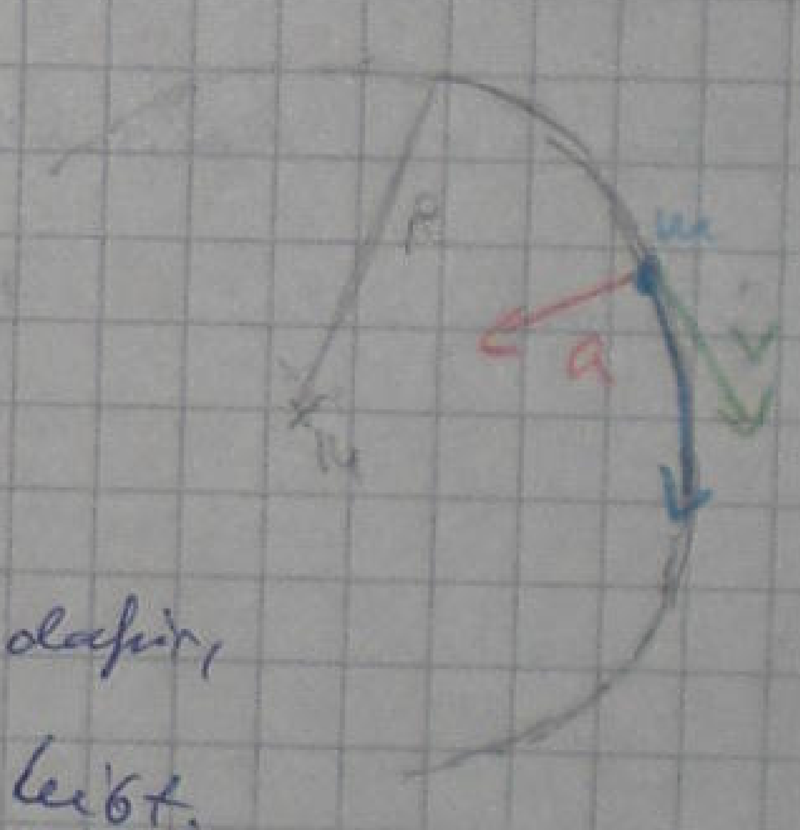
Die echte Reibungsfläche $\sim F_N$

→ unabh. von geometr. Fläche

° Zentripetalkraft

$|\vec{a}| = \omega^2 R \Rightarrow |\vec{F}| = m|\vec{a}| = m\omega^2 R$

$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{mv^2}{R}$



Wirkt nach innen gerichtet, sorgt dafür, dass m auf der Kreisbahn bleibt.

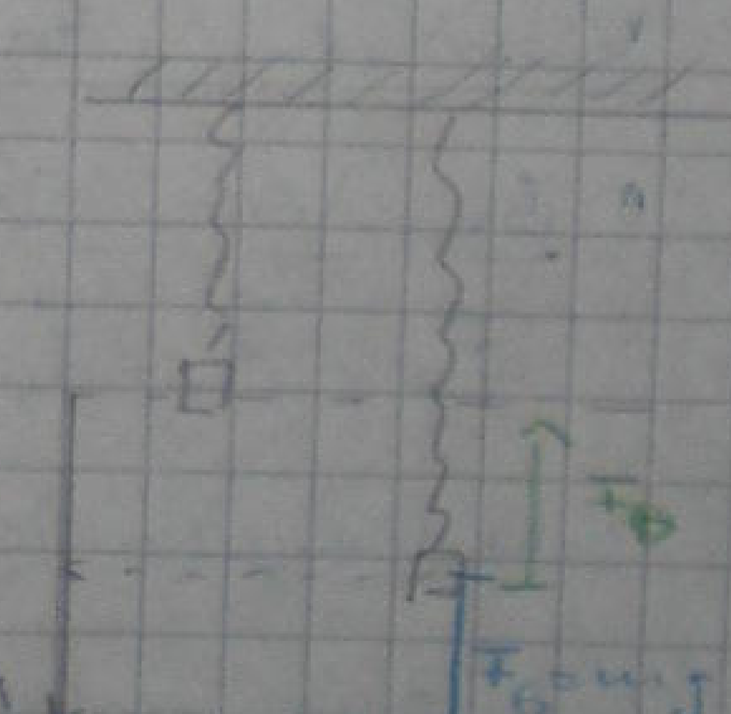
° Federkraft

$x \sim F = m \cdot g$

$\vec{F}_D = -D \cdot \vec{x}$: Hooke'sches Gesetz

D: Federkonstante $[D] = \frac{N}{m}$

F_D: Rückstellkraft



Ex Phys.
5.11.08

3.3 Scheinkräfte

Bisher noch keine Aussage über Bezugssysteme, in dem Beschleunigungen oder Kräfte gemessen werden.

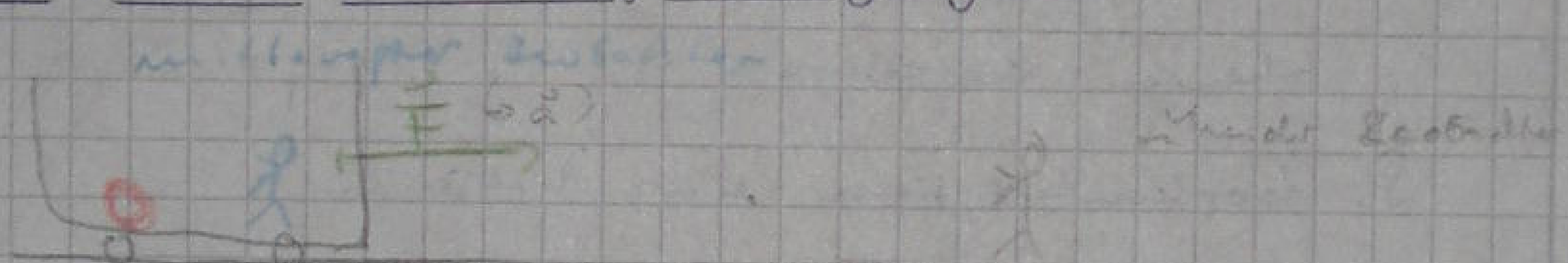
Inertialsystem

Wenn Bezugsystem so gewählt ist, dass keine Beschleunigungen auftreten, wenn keine Kräfte wirken (I. Newt. Axiom erfüllt) → Inertialsystem

Befindet man sich dagegen in einem beschleunigten Bezugssystem, so scheinen die Newt. Ax. verletzt.

3.3.1 geradlinig beschleunigte Bewegung

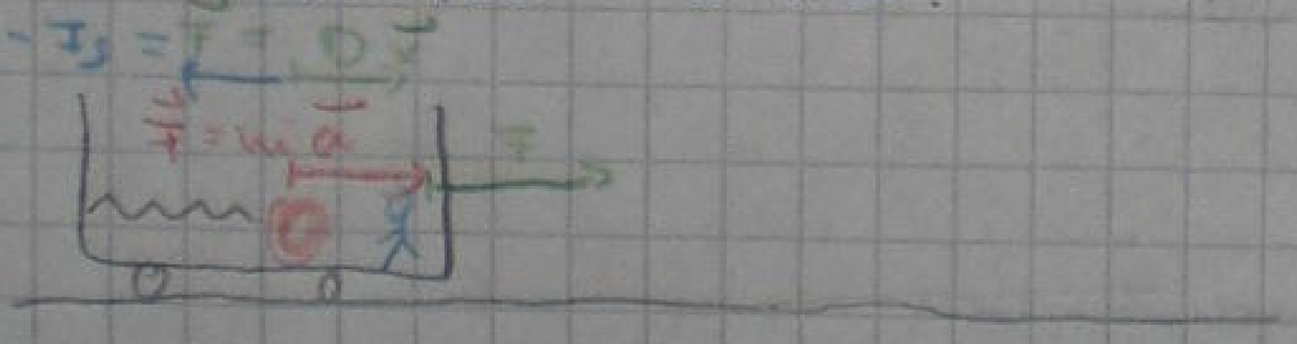
a)



- Ruhender Beobachter: K bleibt in Ruhe, weil (fast) keine Kraft auf ihn ~~abge~~ einwirkt.
- Mitbewegter Beobachter: Körper bewegt sich nach links: Es muss eine Kraft wirken:

$F_S = -m \cdot a = -F$ F_S: Scheinkraft; scheint mitbewegtem Beobachter wirklich.

b)



Die Feder wird zunächst zusammen gedrückt und bleibt dann bei konst. Spannung stehen.

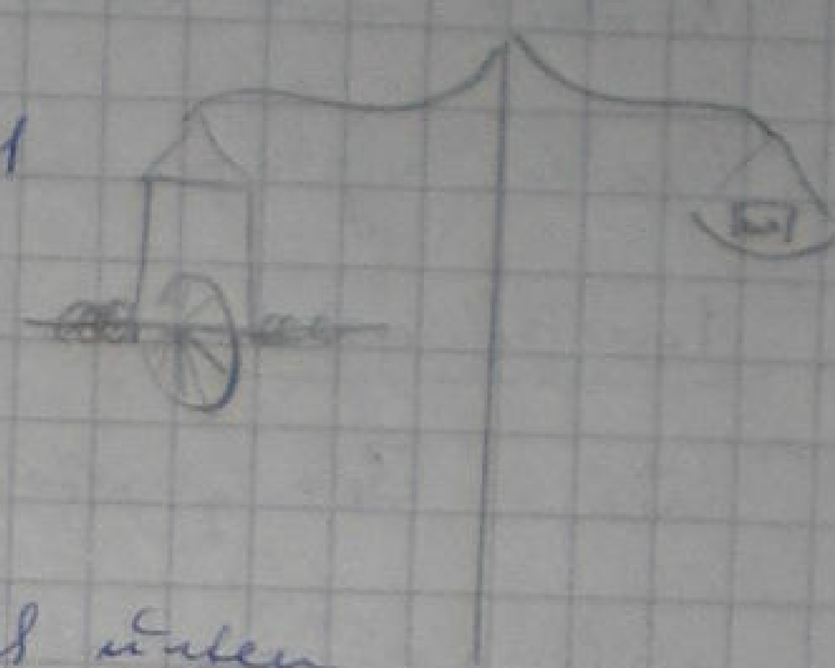
Ruhender Beobachter: Der Körper K bewegt sich mit ~~kfta~~ $\vec{a}$ nach rechts: $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}_D = D \cdot \vec{x}$

Beschleunigter Beobachter: Körper bleibt in Ruhe: $\Sigma F = 0$ aber es existiert $\vec{F}_D$ nach rechts $\Rightarrow$ $\vec{F}_S = -\vec{F}_D$ $(\vec{F}_S - (-\vec{F}_D) = 0)$

5.11.08

F_D muss durch Scheinkraft kompensiert werden.

<u>Maxwell'sches Rad</u>

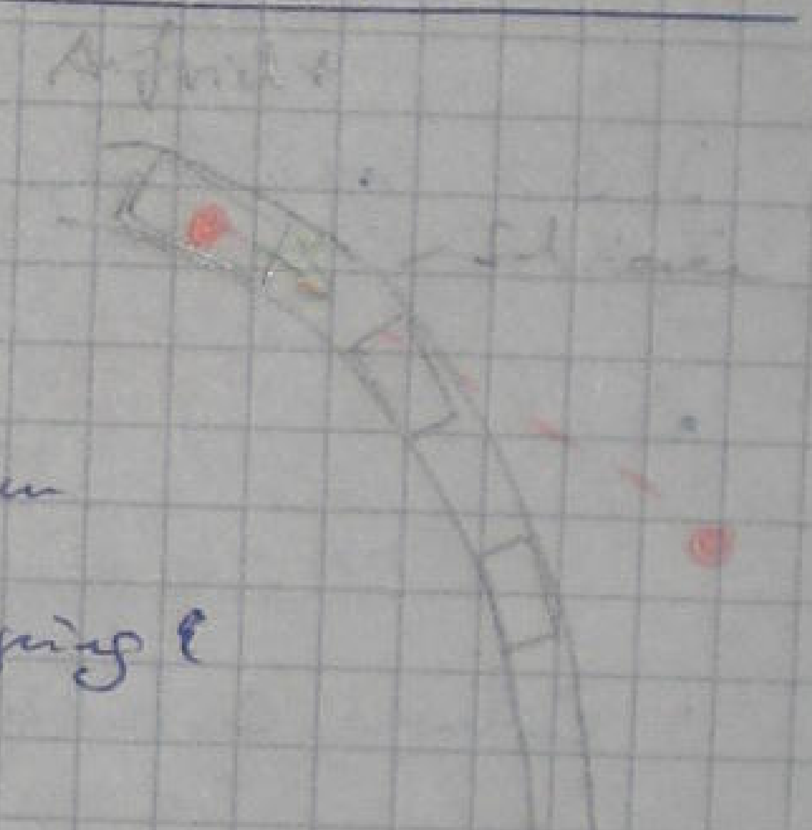


Beobachtung: Wenn das Rad sich nach oben ($^{\delta}$) oder unten bewegt, scheint das Rad leichter

Rad macht beschleunigte Bewegung nach unten

$\rightarrow F_S$ entgegen beschleunigter Bewegung

3.3.2 Scheinkräfte in rotierenden Bezugssystemen



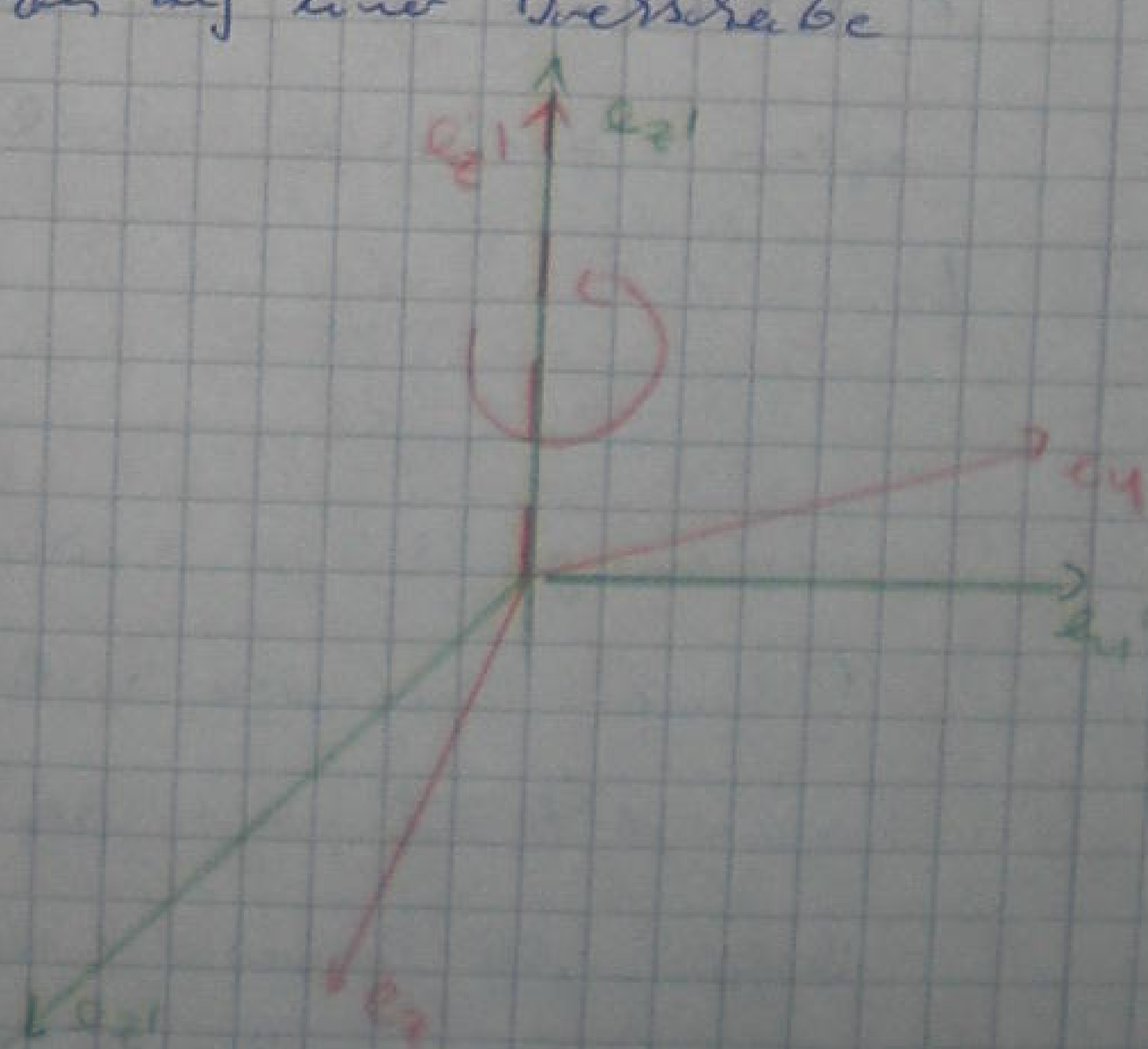
S': Koordinatensystem eines ruhenden Beobachters

S: Koordinatensystem eines Mitreisenden

S' ∢: geradlinige, gleichförmige Bewegung (keine angreifenden Kräfte)

S ∢: Masse fliegt zur Seite weg → (<u>fiktive</u> Kraft schleudert Masse)

7.11.08 Bsp. Bewegung eines Massenpunktes auf einer Drehscheibe



S'(x', y', z') ruhendes Bezugssystem

S(x, y, z) rotierendes Bezugsystem (um z-Achse mit ω)

Körper der Masse m bewegt sich in S'.

=

ExPhys

7.11.08

Körper der Masse m in S':

$\vec r\,'(t) = x'(t)\,\vec e_{x'} + y'(t)\,\vec e_{y'} + z'(t)\,\vec e_{z'}$

identische Bahn von S aus:

$\vec r\,'(t) = \vec r(t)$

$\vec r(t) = x(t)\,\vec e_x + y(t)\cdot\vec e_y + z(t)\,\vec e_z$

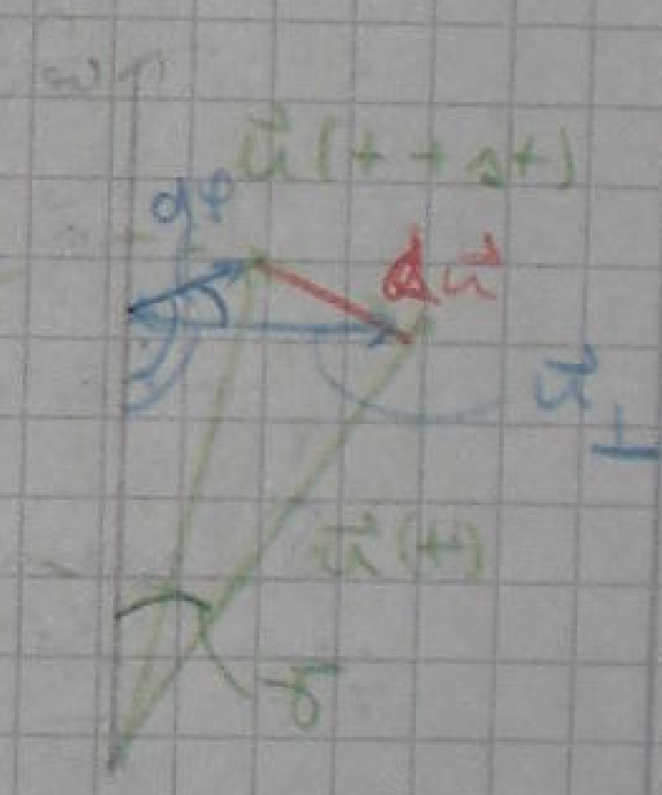
$$\frac{d\vec r\,'(t)}{dt} = \frac{d\vec r(t)}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}\vec e_x + \frac{dy}{dt}\vec e_y + \frac{dz}{dt}\vec e_z\right) + \left(\frac{d\vec e_x}{dt}\cdot x + \frac{d\vec e_y}{dt}y + \frac{d\vec e_z}{dt}z\right)$$

Geschwindigkeit im rotierenden System

Drehung des rotierenden Koordinatensystems

Mathemat. Grundlage: Zeitliche Ableitung eines rotierenden Vektors:

$\vec u$ rotiert um $\vec\omega$ ($\vec\omega$ steht senkrecht auf der Kreisbahn). Es gilt:



$\sin d\varphi \approx \cancel{\frac{d\varphi}{dt}}\ \frac{|d\vec u|}{u_\perp}$ für $d\varphi \to 0$

$\Rightarrow d\varphi \approx \frac{|d\vec u|}{u_\perp}$ (für kleine Winkel $\sin\alpha \approx \alpha$)

$\Rightarrow |d\vec u| = d\varphi \cdot u_\perp$

$$\left|\frac{d\vec u}{dt}\right| = \frac{d\varphi}{dt}\cdot u_\perp = |\vec\omega|\,u_\perp = |\vec\omega|\,|\vec u|\sin\vartheta$$

Richtung von $\frac{d\vec u}{dt}$: $\frac{d\vec u}{dt} \perp \vec\omega, \vec u$ da $d\vec u \perp \vec\omega, \vec u$

$\Rightarrow \boxed{\frac{d\vec u}{dt} = \vec\omega \times \vec u}$

Kreuzpr.: $\vec\omega \times \vec u = |\vec\omega|\,|\vec u|\sin\vartheta$

$(\vec\omega \times \vec u) \perp \vec\omega, \vec u$

Rechte Hand:

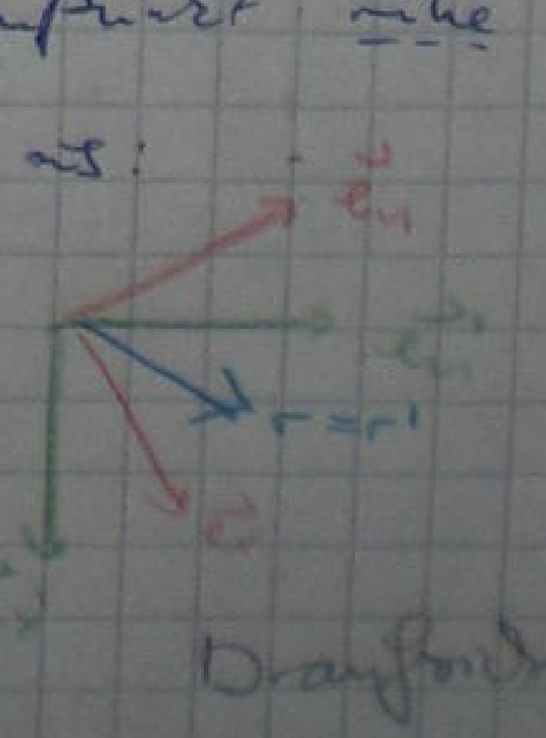
$\vec\omega$: Daumen
$\vec u$: Zeigefinger
$\vec\omega\times\vec u$: Mittelf.

Spezialfall zur Überprüfung: Ein Massenpunkt ruhe in S' $\rightarrow \vec v\,' = 0$. Bewegung von S aus:

$$\frac{d\vec r\,'}{dt} = \frac{d\vec r}{dt} = 0 = \vec v + \underbrace{\frac{d\vec e_x}{dt}x + \frac{d\vec e_y}{dt}y + \frac{d\vec e_z}{dt}z}_{\vec\omega\times\vec r}$$

Drehung der Einheitsvektoren von System S

$\vec v = -\vec\omega \times \vec r$



Draufsicht

da $\vec{r}$ in xy-Ebene $\Rightarrow \vec{\omega} \perp \vec{r}$

$\vec{v} = -|\vec{\omega}|\,|\vec{r}|$ $\quad\Rightarrow\quad$ $v = -\omega r$ (Kreisbewegung in Gegenrichtung)

$\Rightarrow$ Vom rotierenden System aus betrachtet, rotiert der Massenpunkt mit $v = -\omega r$ d.h. mit Kreisfrequenz entgegen der Drehung von S

Bewegung rotierender Vektoren:

$$\frac{dr}{dt} = \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r} \qquad (I)$$

$$\frac{dv}{dt} = \vec{a} + \vec{\omega} \times \vec{v} \qquad (II)$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) \qquad \text{mit } \omega = \text{const.}$$

$$= \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \qquad \text{mit I, II:}$$

$$= \vec{a} + \vec{\omega} \times \vec{v} + \vec{\omega} \times (\vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$= \vec{a} + 2(\vec{\omega} \times \vec{v}) + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \qquad (III)$$

In S gelten nach Newton:

$$\vec{F}' = \frac{d^2\vec{r}'}{dt^2} \cdot m \qquad \text{da } \vec{r}' = \vec{r} \Rightarrow \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \frac{d^2\vec{r}'}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\vec{F}' = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \cdot m \qquad \text{mit (III):}$$

$$\vec{F}' = m\vec{a} + 2m(\vec{\omega} \times \vec{v}) + m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$\vec{F}' \underbrace{- 2m(\vec{\omega} \times \vec{v}) - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\text{Scheinkräfte}} = m\vec{a} = \vec{F}$$

Kraft im rotierenden System

Kraft im Inertialsystem

Schein-Kraft besteht aus:

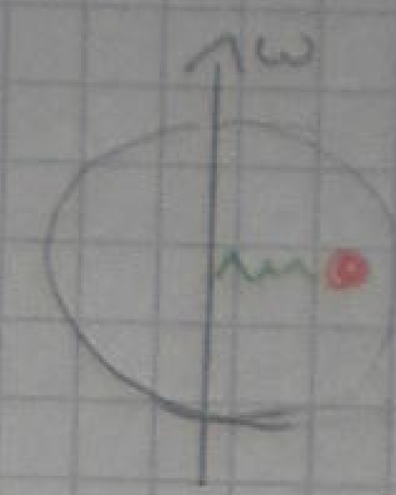
$\vec{F}_z = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ (Zentrifugalkraft)

$\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$ (Corioliskraft)

Exphys
7.11.08

Zur Zentrifugalkraft

- Ruhender Beobachter: Körper auf Kreisbahn. Ursache: Feder erzeugt eine nach innen gerichtete Kraft $\vec{F}_D = -D \cdot \vec{x}$ (Zentripetalkraft): $|\vec{F}| = m\omega^2 r$

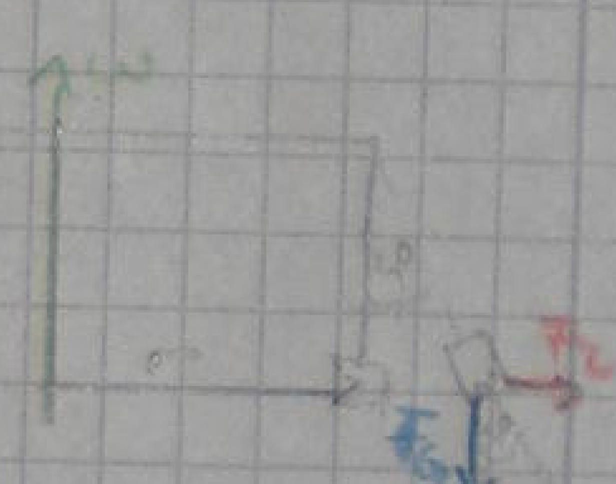


- Mitrotierender Beobachter: Körper ist in Ruhe $\Rightarrow \vec{F} = 0$

Die Feder ist aber gespannt. Die Federkraft muss durch irgendeine Scheinkraft kompensiert werden $\Rightarrow F_D + F_Z = 0$

$\vec{F}_Z = -m\vec{\omega}\times\vec{\omega}\times\vec{r}$ für $\vec{\omega} \perp \vec{r}$: $F_Z = -m\omega^2 r$

Bsp. für Zentrifugalkräfte:



- Kettenkarussell

$\vec{\omega} \perp \vec{r}$ $\quad F_Z = m\omega^2 r$

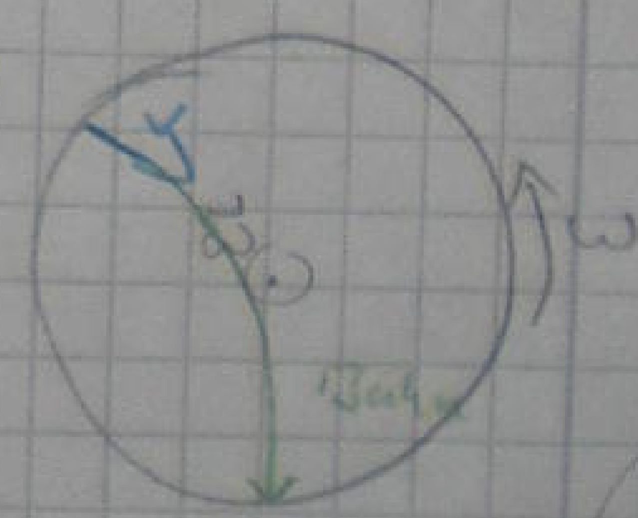
$$\tan\varphi = \frac{F_Z}{F_G} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

Bsp. für Corioliskraft

Tritt nur auf, wenn Relativgeschwindigkeit im ~~rot~~ rotierenden Bezugsystem. $F_C \perp \vec{\omega}, \vec{v}$

$\vec{F}_C = -2m(\vec{\omega}\times\vec{v})$

[illegible] – auf linke Hand bei [illegible] auf rechte Hand



- Ostverlagerung von Flüssen: Wasser- teilchen fließen. Wasser fließt nach Norden