Analysis - Blatt 12 - Aufgabe 3
Michael Kopp

Linkes Istgleich

Induktionsanfang $n = 1$

$$sin(2x) = sin(2x)$$

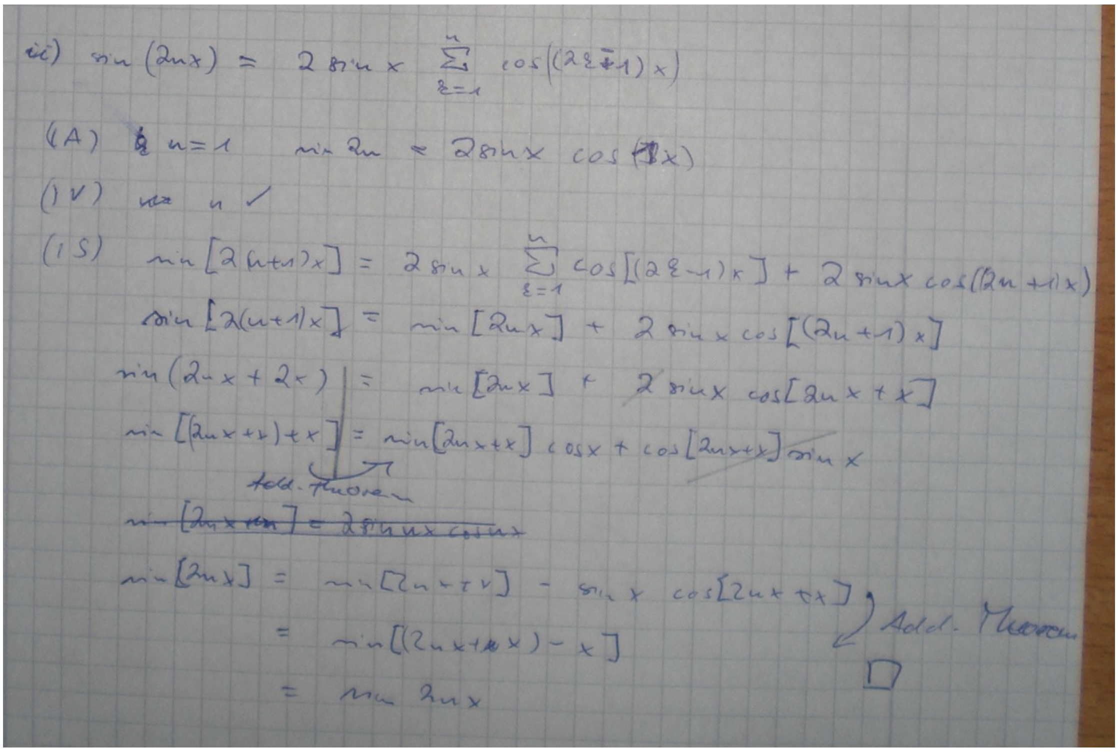
Induktionsvoraussetzung Siehe Blatt... sei wahr für n

Induktionsschluss Zu Zeigen für $n + 1$

$$\begin{aligned}
sin(2nx + 2x) &= \underbrace{\sum_{k=1}^{n} sin(2kx - sin((2k-2)x)}_{\text{IV}} \quad + sin(2(n+1)x) - sin(2nx) && (1)\\
sin(2xn + 2x) &= \overbrace{sin(2nx)} \quad + sin(2nx + 2) - sin(2nx) && (2)\\
0 &= sin(2xn) \quad - sin(2nx) && (3)
\end{aligned}$$

Fertig...

Rechter Term ist linker Term


ii) $\sin(2nx) = 2 \sin x \sum_{k=1}^{n} \cos((2k-1)x)$

(A) $n=1$ $\sin 2x = 2 \sin x \cos(x)$

(IV) n ✓

(IS) $\sin[2(n+1)x] = 2 \sin x \sum_{k=1}^{n} \cos[(2k-1)x] + 2 \sin x \cos((2n+1)x)$

$\sin[2(n+1)x] = \sin[2nx] + 2 \sin x \cos[(2n+1)x]$

$\sin(2nx + 2x) = \sin[2nx] + 2 \sin x \cos[2nx + x]$

$\sin[(2nx+x)+x] = \sin[2nx+x] \cos x + \cos[2nx+x] \sin x$

Add.-Theorem

~~$\sin[2nx + x] = 2 \sin x \cos x$~~

$\sin[2nx] = \sin[2nx+x] \cos x - \sin x \cos[2nx+x]$ Add.-Theorem

$= \sin[(2nx+x) - x]$

$= \sin 2nx$

□

Aufgabenteil b)

$$\int \frac{sin(2nx)}{sin(x)} dx = \int 2 \sum_{k=1}^{n} cos((2k-1)x) dx = 2 \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2k-1} sin((x(2k-1))$$

Die erste Umformung ergibt sich aus dem Rechten „=“ und $sin(x)$ kürtz sich weg.