23.1.09

Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$$

Mit T: Zeit, die die Welle braucht, um eine Wellenlänge voranzuschreiten

Mit λ: Wellenlänge

c wird auch als „Phasengeschwindigkeit" bezeichnet. Mit dieser Geschwindigkeit bewegt sich ein bestimmter Schwingungszustand fort.

Transport

Es wird nur Energie transportiert. Die einzelnen Massenteilchen bleiben am Ort und gehen hoch & runter.

28.1.09

Differenzielle Form der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} y = c^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} y$$

Ansatz: Wellengleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} y = -y_0 \, \omega^2 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = -\omega^2 \cdot y$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y = -y_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = -\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot y$$

$$-\omega^2 y = -c^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot y \Rightarrow c = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \lambda = \lambda \nu$$

$\Rightarrow$ Unsere Lösung stimmt also!

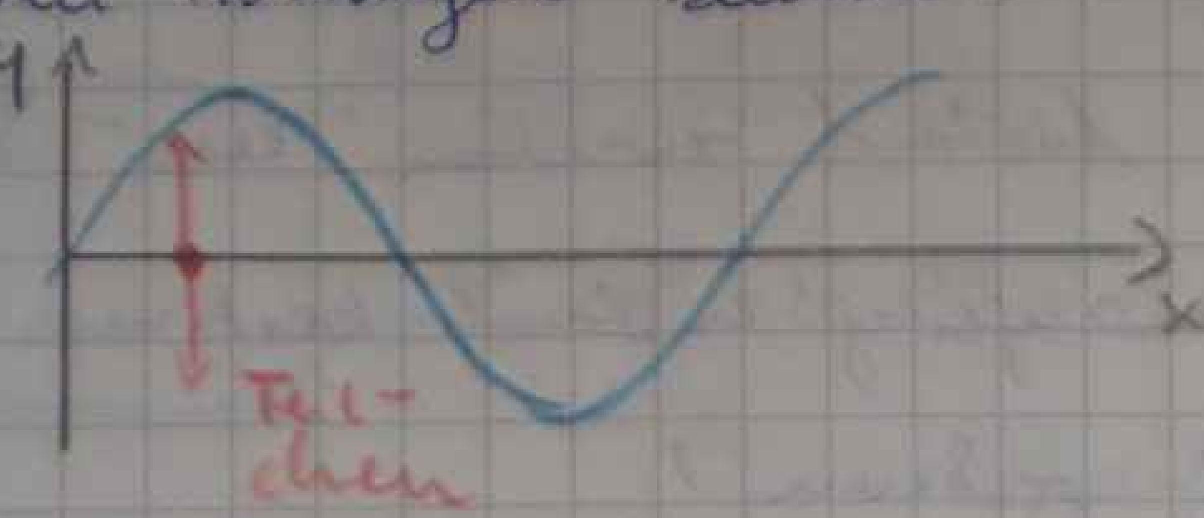
ExPhys

28.1.09

2 Typen von Wellen:

a) **Transversalwellen**

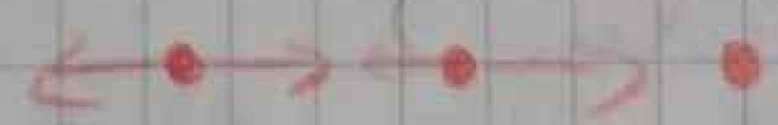
Teilchen schwingen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung



Bspw.: Seilwelle, elektromag. Welle

b) **Longitudinalwelle**

Teilchen schwingen in Ausbreitungsrichtung



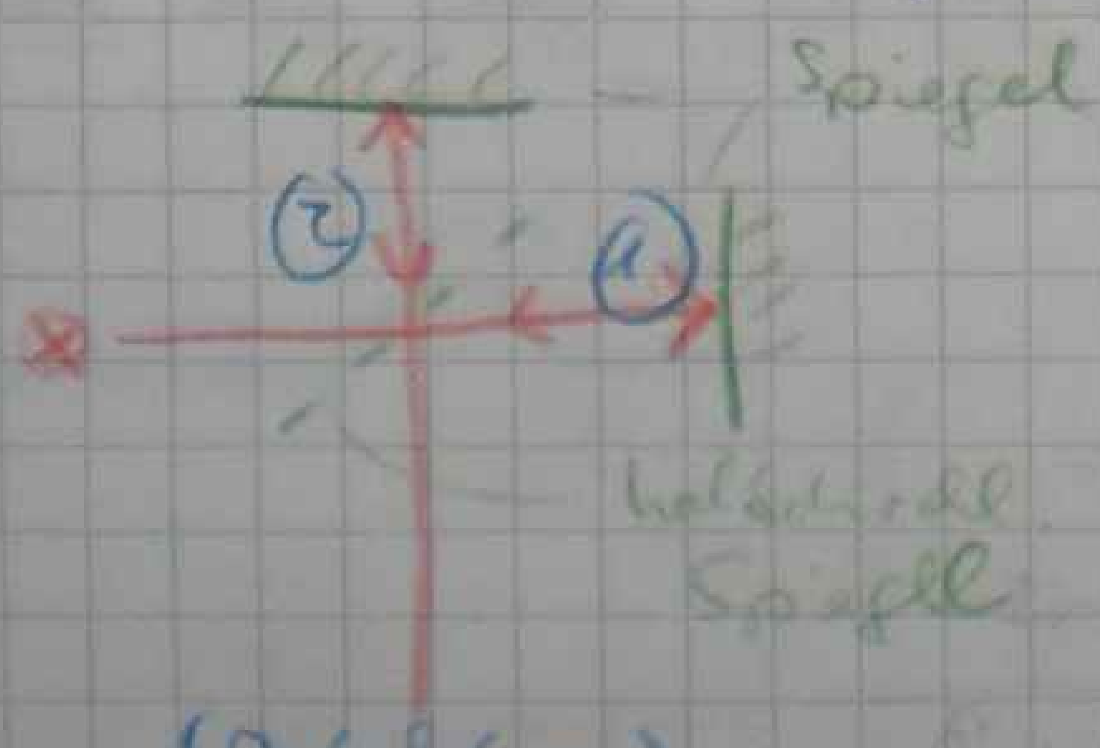
Es gibt lokal Verdichtungen und Verdünnungen

Bspw. Schallwellen in Flüss., Gasen

Interferenz

Zwei Wellen mit der selben Frequenz ν gelangen auf unterschiedlichen Wegen zum selben Ort; sie überlagern sich.

Bsp.: Michelson-Interferometer

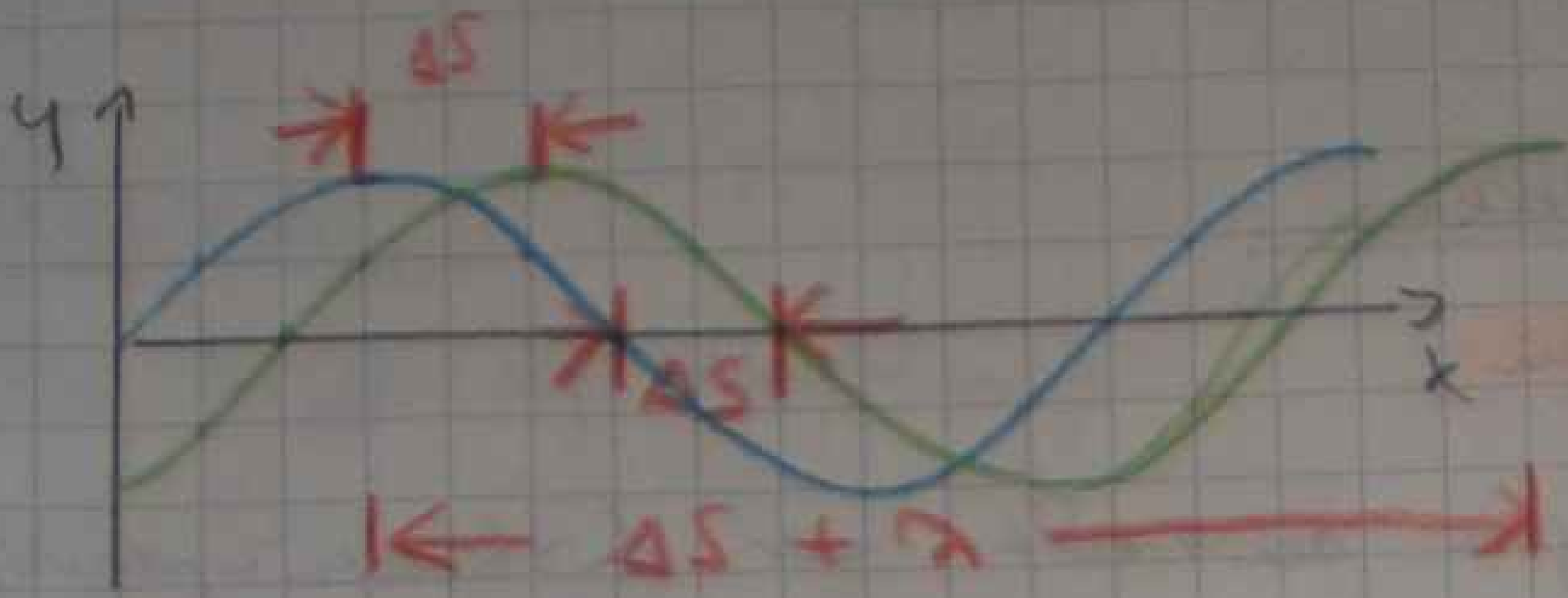


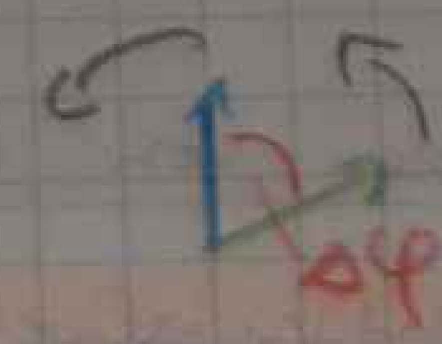
Je nach Länge von 1 und 2 nimmt der Detektor unterschiedliche Wellen wahr.

Gangunterschied

$\Delta s = s_2 - s_1$ Abstand (räumlich) zwischen zwei Maxima

28.1.'09





(Zeigerdiagramm)

(Man kann den Abstand zwischen zwei Stellen mit gleichem Schwingungszustand bestimmen und modulo λ rechnen)

Phasendifferenz

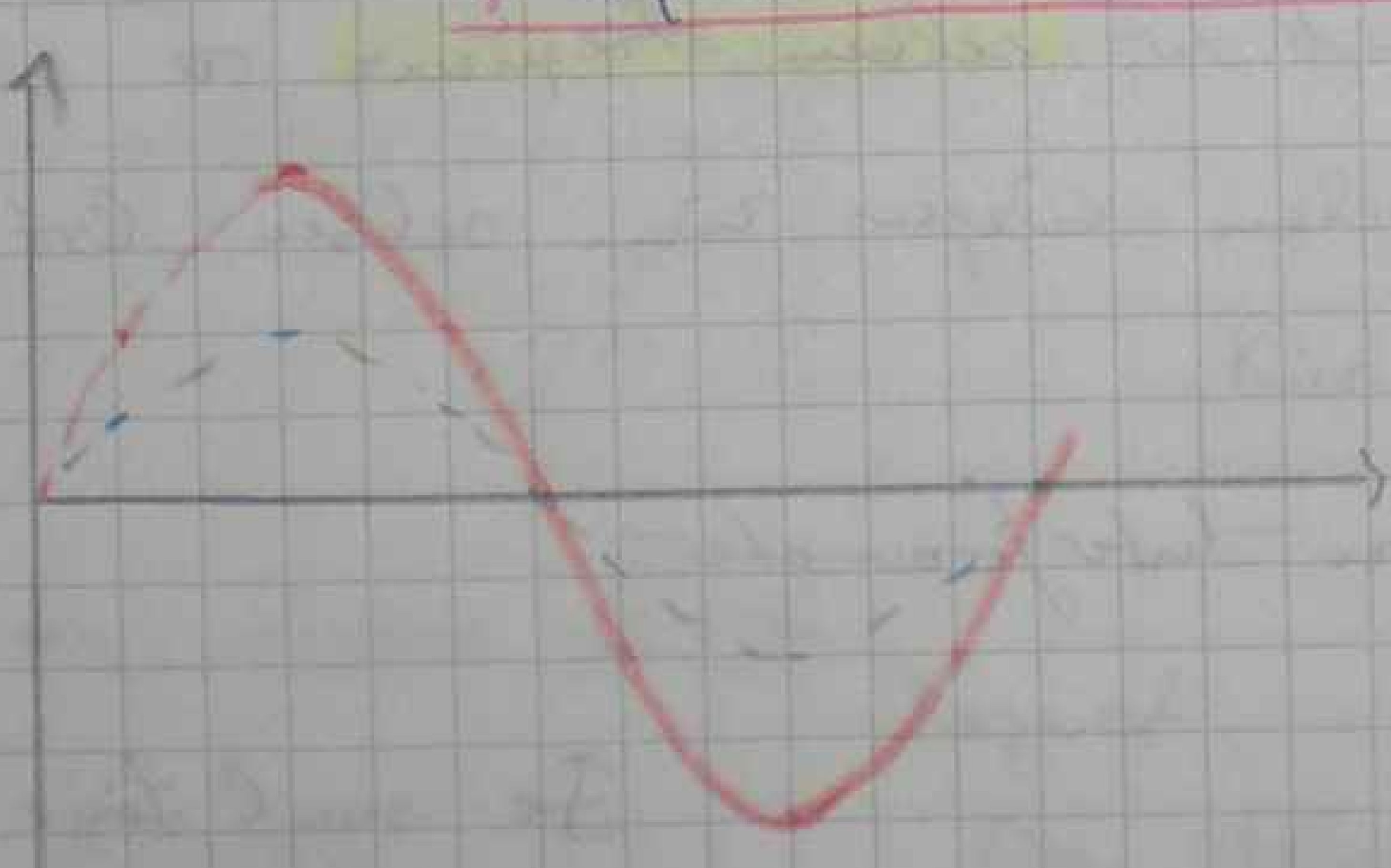
$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta s$ (Unterschied in der Phase der Schwingung an einem Teilchen.)

2 besondere Arten von Interferenz

a) **konstruktive Interferenz**

maximale Verstärkung

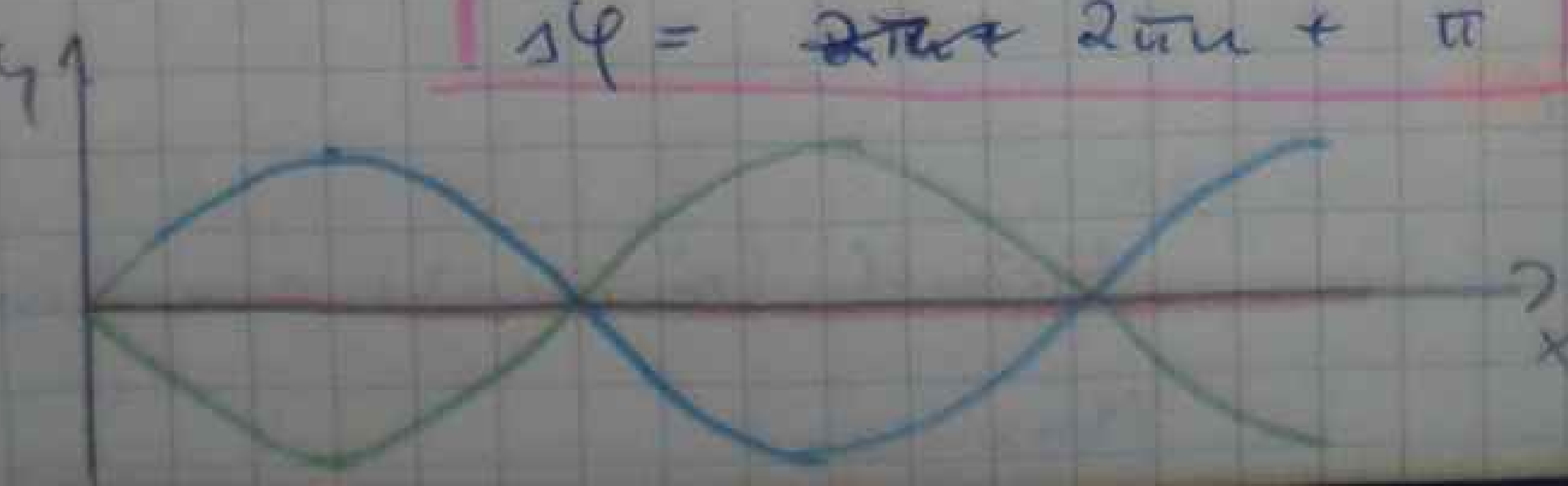
Bedingung: $\boxed{\begin{array}{ll} \Delta s = n\lambda & n \in \mathbb{Z} \\ \Delta\varphi = 2\pi n & n \in \mathbb{Z} \end{array}}$



b) **destruktive Interferenz**

Wellen löschen sich aus

Bedingung: $\boxed{\begin{array}{l} \Delta s = n\lambda + \frac{\lambda}{2} \\ \Delta\varphi = \cancel{2\pi n} \; 2\pi n + \pi \end{array}}$

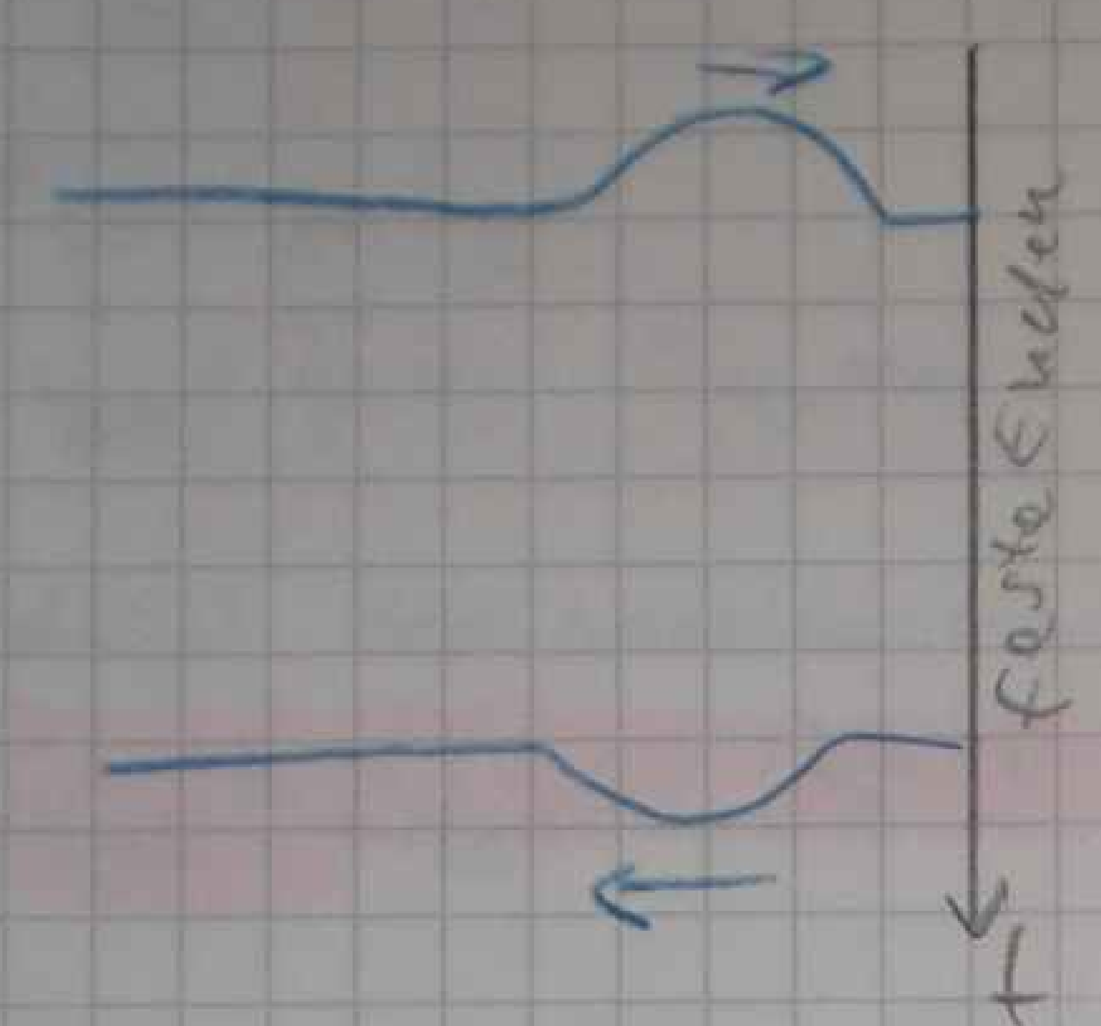


Refelexion

28.1.09

Welle trifft auf Hindernis:

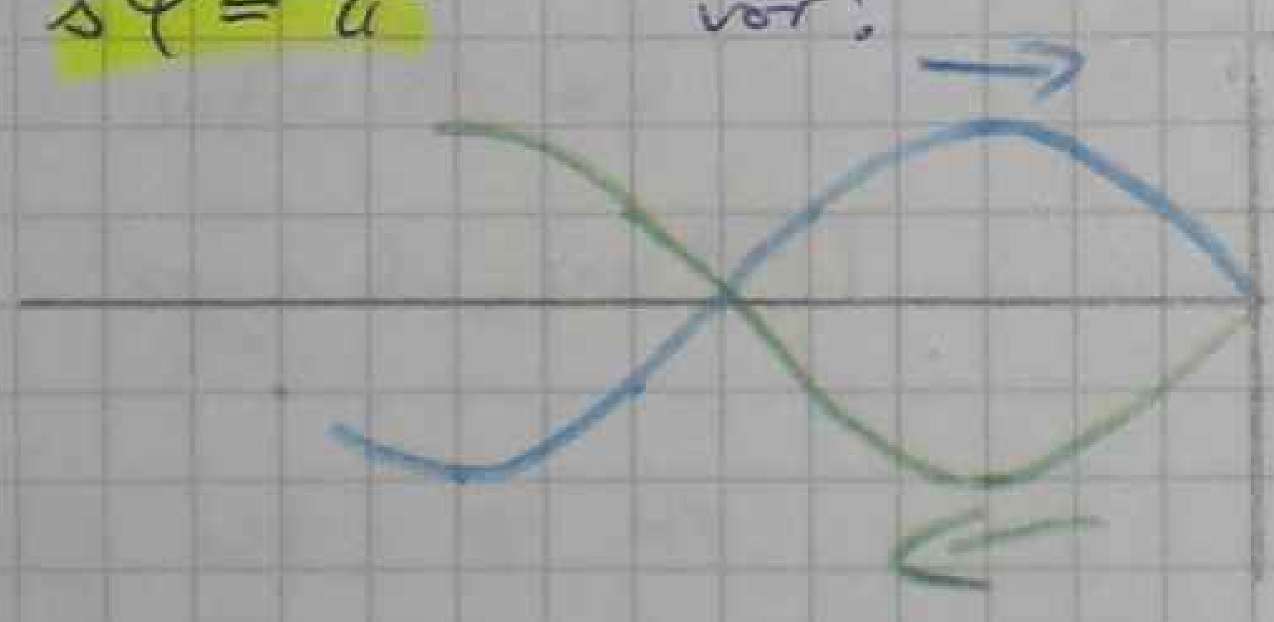
Reflexion am festen Ende



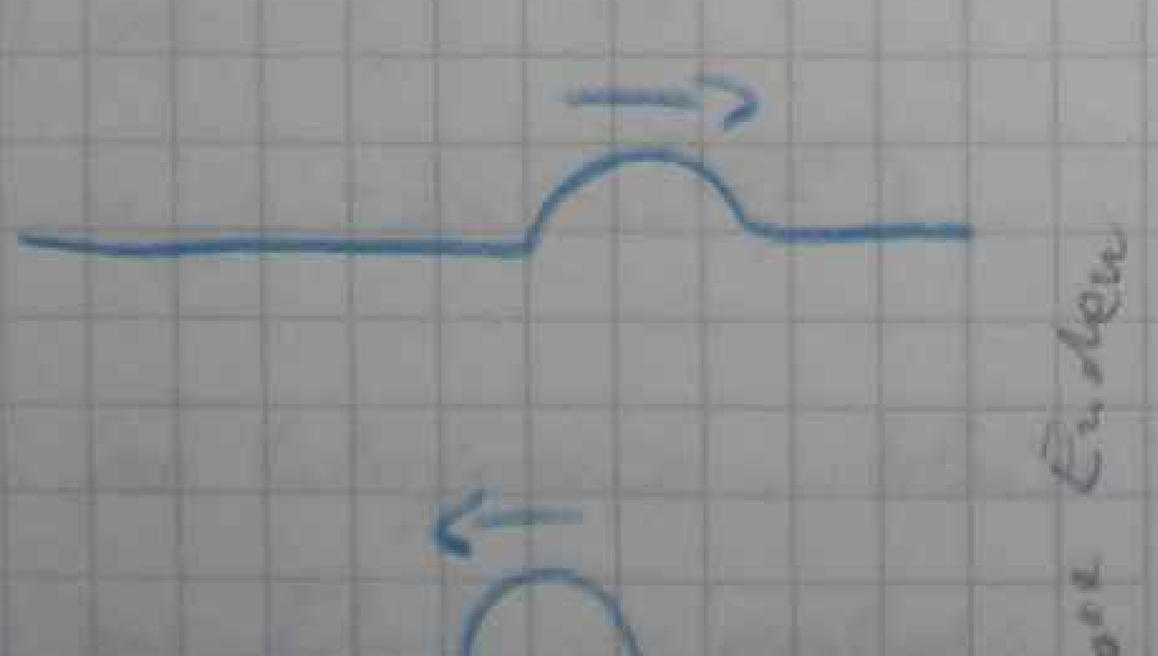
Die Wand kann nicht schwingen, also keine Schwingungsenergie aufnehmen. Die Energie der Welle wird zurück auf die Welle geworfen:

Die Welle will ~~d~~ die Wand mit der Kraft F bewegen → durch actio = reactio bewegt die Wand die Welle in Gegenrichtung.

An der Wand liegt ein Phasensprung um $\Delta\varphi = \pi$ vor!



Reflexion am losen Ende:



Das Teilchen an der Wand kann seine Schwingungsenergie nicht abgeben und führt deshalb seine Schwingung „ungestört" weiter. Es liegt kein Phasensprung ($\Delta\varphi = 0$) vor!

Exphys

28.1.'09

6.6 Stehende Welle

Welle ① $\longrightarrow$ $\longleftarrow$ Welle ②

① $y_1 = y_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

② $y_2 = y_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

} gleiche Frequ. 2

Überlagerung:

$$y_{ges} = \sum_i y_i = y_1 + y_2 = y_0 \left[\sin\left(\underbrace{\omega t}_{\alpha} - \underbrace{\frac{2\pi x}{\lambda}}_{\beta}\right) + \sin\left(\underbrace{\omega t}_{\alpha} + \underbrace{\frac{2\pi x}{\lambda}}_{\beta}\right)\right]$$

durch Additionstheoreme ergibt sich: $\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta) = 2\cos\beta \sin\alpha$

$$y_{ges} = 2y_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cdot \sin(\omega t)$$

Betrachtung dieser Überlagerungsformel zu verschiedenen Zeiten:

i) $\omega t = 0 \Rightarrow y_{ges} = 0.$

ii) $\omega t = \pi/2 \Rightarrow$

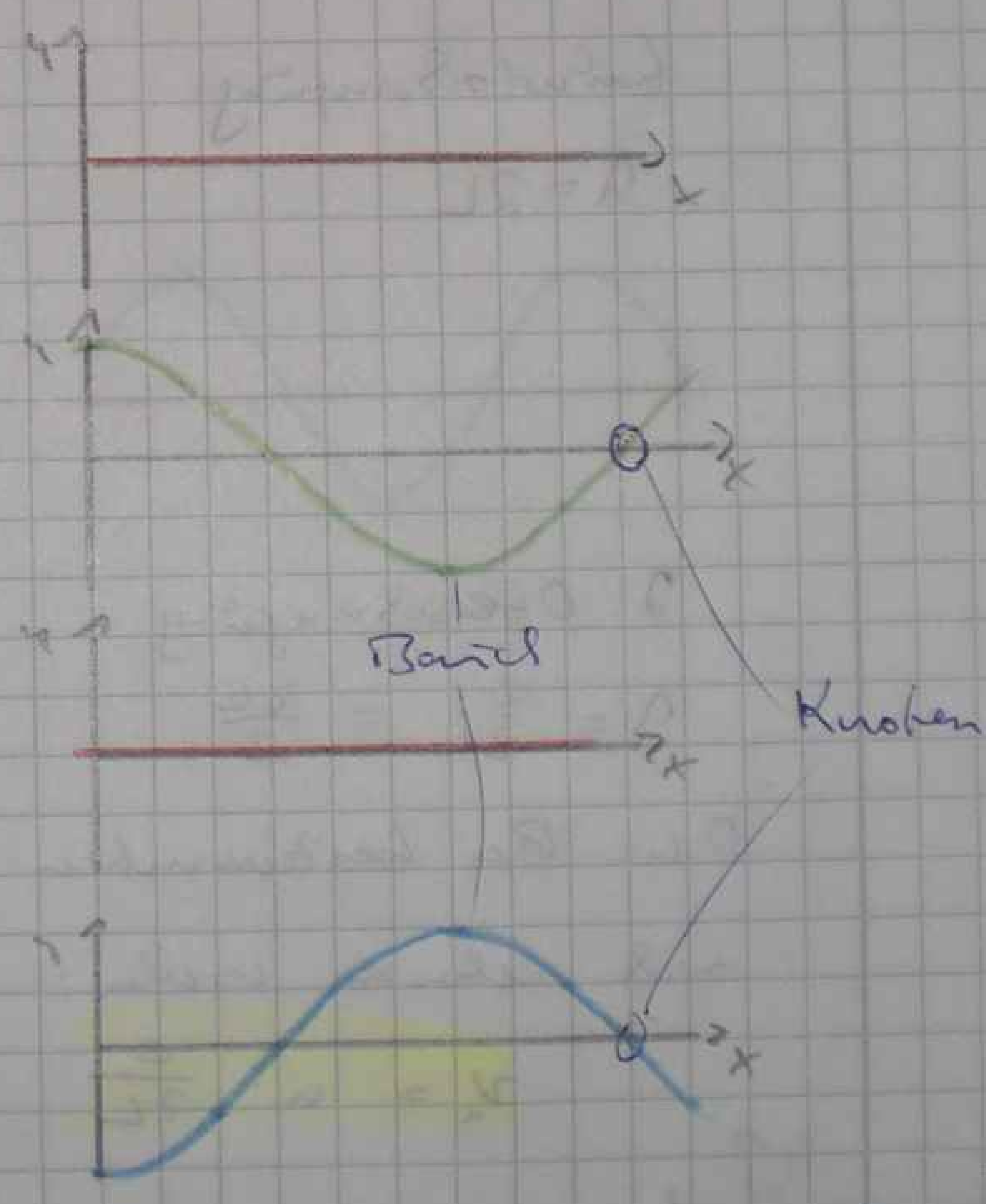
$y_{ges} = 2y_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

iii) $\omega t = \pi \Rightarrow$

$y_{ges} = 0$

iv) $\omega t = \frac{3}{2}\pi \Rightarrow$

$y_{ges} = -2y_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

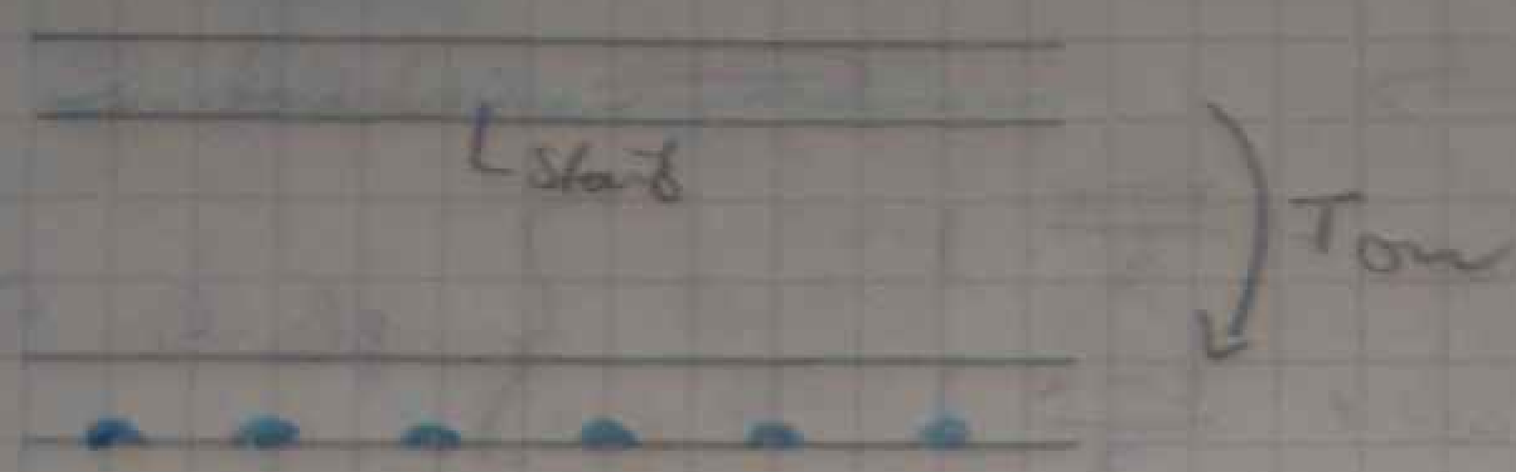


Bei der Interferenz bleibt das Maximum auf dem selben Fleck – deshalb spricht man von „Stehender" Welle. Die Bäuche / Knoten sind ortsfest.

Das ist der Unterschied zu einer laufenden Welle.

Hier: Phasengeschw. $= 0$

Visualisierung von Bäuchen & Knoten



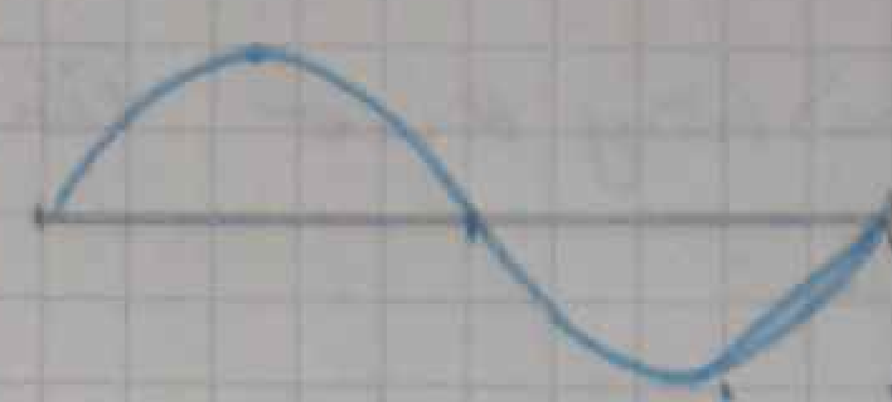
Der Staub ordnet sich so an, dass er bei Bewegungsknoten zum liegen kommt – hier wird der Staub nicht „weggeschubst“.

Beispiel

1) Schwingende Saite

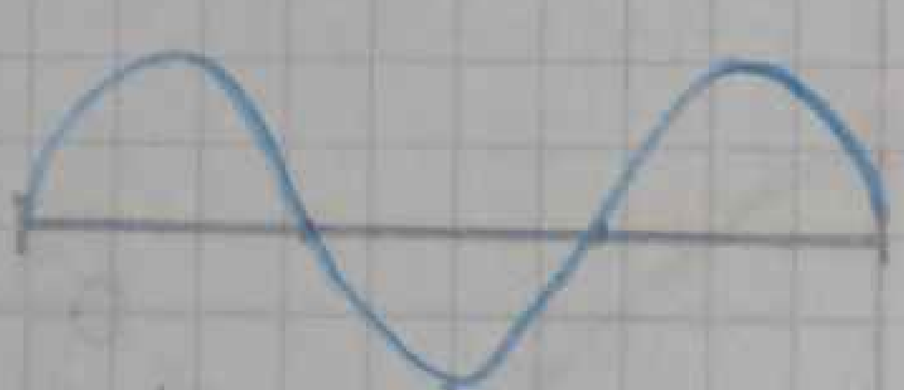
Grundschwingung:

$\lambda = 2L$



1. Oberschwingung

$\lambda = L = \frac{2L}{2}$



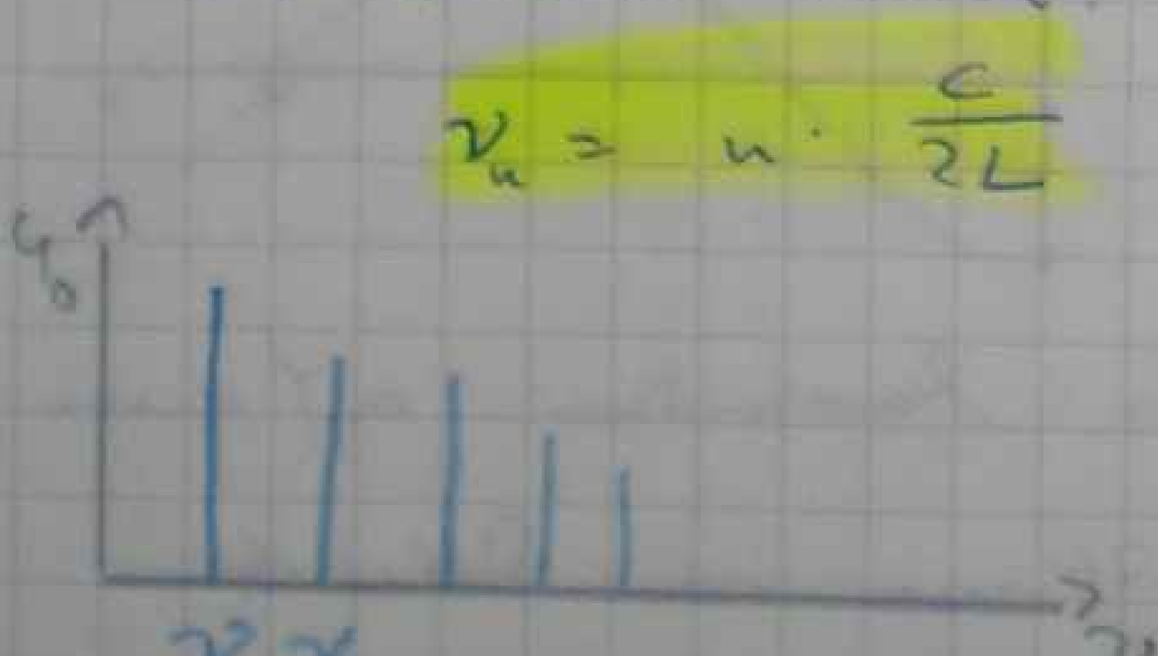
2. Oberschwingung

$\lambda = \frac{2}{3}L = \frac{2L}{3}$

Stehende Wellen ergeben sich mit $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ $n \in \mathbb{N}$

D.h. Bei bestimmten „Eigenfrequenzen“ ergeben sich stehende Wellen:

$$\nu_n = n \cdot \frac{c}{2L}$$



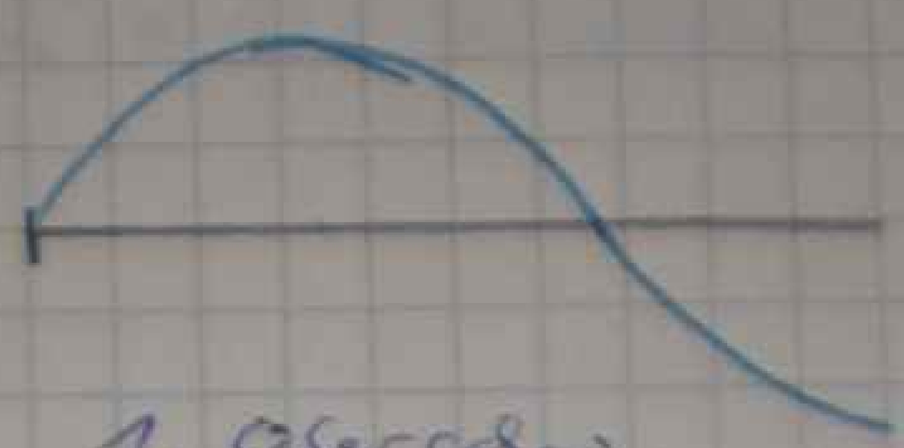
Das Verhältnis der Längen im Diagramm bestimmt die Klangfarbe!

2) Schwingender Stab

beim losen Ende muss sich ein Bauch ergeben!

Grundschwingung

$\lambda = 4L$



1. Oberschw.

$\lambda = \frac{4}{3}\lambda = \frac{4\lambda}{3}$

Stehende Wellen ergeben sich mit $\lambda_n = \frac{4\lambda}{2n-1}$

Den entspr. Frequenzen $\nu_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{c\,(2n-1)}{4L}$

6.7. Schallwellen (→ Akustik)

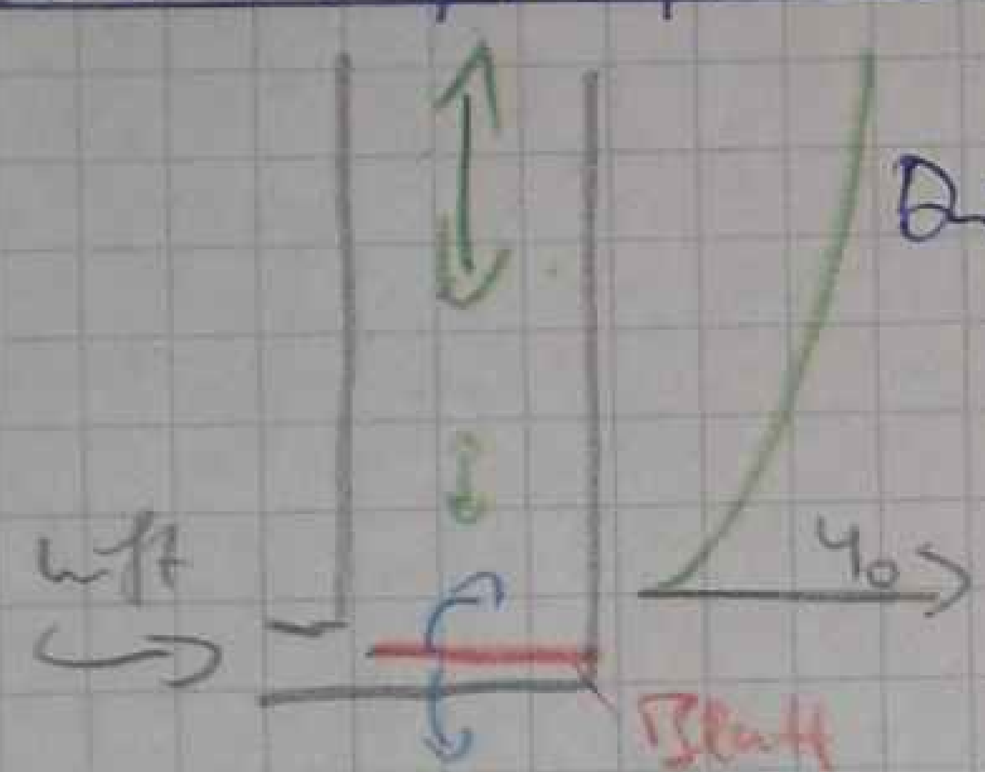
28.1.09

Für Menschen wahrnehmbar: $20\,Hz \le \nu \le 20.000\,Hz$

Schallquellen:

- schwingender Stab
- Saite (schwingend)
- Membran ('')
- Luftsäule ('')

Funktionsprinzip von Flöten:



Durch Lufteinblasen wird ein Blatt / Schneide in Schwingung versetzt. Sie regt die Luftsäule in der Flöte an. Je näher am Blatt die Luft ist, desto weniger Bewegungsfreiheit hat sie und schwingt deshalb hier weniger und entfernt vom Blatt mehr.

→ Gedeckte Pfeifen: Ein Ende offen, eines zu.