

# H3Dc Erzwungene Schwingung

Verfasser : Fahim Stumay , Bsc. Physik

Hilfsarbeiter: Nicolai Lang , Bsc. Physik

Gruppennr: 4-030

Betreuer : Matthias Zimmer

Datum : 29. October 2009

## Aufgabenstellung

Im folgenden Versuch geht es darum, am Beispiel eines Drehpendels sowohl die freie als auch die erzwungene Schwingungen zu untersuchen. Ziel des Versuchs ist es, die Resonanzkurven der Amplitude und Phasenverschiebung sowie die  $x(t)$ -Diagramme der gedämpften und ungedämpften Schwingung zu ermitteln.

## 1. Grundlagen

In diesem Abschnitt bezeichnet  $I^o$  das Trägheitsmoment,  $D$  die Richtgröße und  $B$  die Dämpfungskonstante.

### 1.1. Die ungedämpfte harm. Schwingung

Die Bewegungsgleichung eines ungedämpften Drehpendels wird mittels folgende Gleichung beschrieben

$$I^o \frac{d\varphi^2}{dt^2} + D\varphi = 0 \quad (1)$$

Diese DGL ist eine homogene, linear Differentialgleichung 2. Ordnung, die sich mittels allgemeine Lösung  $\varphi = \alpha \cdot e^{i\omega t} + \beta \cdot e^{-i\omega t}$  lösen lässt. Die Lösung wird mithilfe des komplexen Lösungsansatzes  $\varphi = A \cdot e^{i\omega t}$  geliefert.

Die Bedingung  $\varphi = \bar{\varphi}$  lässt die Gleichung  $\varphi = \alpha \cdot e^{i\omega t} + \beta \cdot e^{-i\omega t}$  schreiben als  $\varphi = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ .

Durch die Anfangsbedingungen  $\varphi(0)=0$  und  $\dot{\varphi}(0)=\varphi_0 \cdot w_0$  kann die Gleichung wie folgt geschrieben werden

$$\varphi = \varphi_0 \cdot \sin(w_0 t) \quad (2)$$

Weiterhin folgt  $w_0$  die Eigenkreisfrequenz des Systems, die mit Eigenfrequenz  $v_0$  und Periodendauer  $T_0$  die Gleichung

$$w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi \cdot v_0 = \sqrt{\frac{D}{I}} \text{ erfüllt.} \quad (3)$$

### 1.2. Die gedämpfte harmonische Schwingung

Wird dem System eine zusätzliche, Winkelgeschwindigkeitsabhängige Dämpfung eingeführt, dann hat das System folgende DGL

$$I^0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + B \frac{d}{dt} \varphi + D \varphi = 0 \quad (4)$$

Die allgemeine Lösung:

$$\varphi = e^{-\delta t} [\alpha \cdot e^{i\omega_1 t} + \beta \cdot e^{-i\omega_1 t}] \text{, dabei ist}$$

$\delta = \frac{B}{2I}$  die Abklingkonstante und  $\omega_1$  die Kreisfrequenz mit  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \sqrt{w_0 - \delta^2}$ . Durch das Dämpfungsverhältnis lässt sich das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Maximalauschläge charakterisieren.

Das Dämpfungsverhältnis lautet dabei  $\frac{\varphi_u}{\varphi_{u+1}} = e^{\frac{B}{2I^0} T_1} = e^{\delta T_1}$

Das Logarithmische Dekrement ist dann definiert als

$$\lambda := \ln \frac{\varphi_u}{\varphi_{u+1}} = \delta T_1$$

### 1.3. Die erzwungene Schwingung

Wird das System durch externe Kräfte gestört, dann führt er nicht mehr eine homogene DGL, sondern eine inhomogene DGL der Form

$$I^0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + B \frac{d}{dt} \varphi + D \varphi = M(t) \text{ mit} \quad (5)$$

$M(t) = M_0 \cdot \cos(\omega t)$ . Die Partikulär Lösung wird aufgrund eines dem Treiber angepassten Ansatzes geliefert, die wie folgt geschrieben wird

$$\varphi = \frac{\omega_0}{\sqrt{I^0(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \delta^2 \omega^2}} \cos(\omega t - \varphi) \quad (6)$$

mit  $\varphi$  als Phasenverschiebung.

$\Rightarrow$  Die Lösung =  $\sum$  homogene Lösung + Partikularlösung ✓

## 2. Aufgaben

### 2.1. Aufgabe 1

Das ungedämpfte Drehpendel erreicht seine maximale kinetische Energie dadurch, wenn seine potentielle Energie der Torsionsfeder minimal wird. Dieser Fall wird für  $\varphi=0$  erreicht.

Die Schwingung hat die Gleichung  $\ddot{\varphi} = \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow$  für  $\dot{\varphi} = \omega_0 \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Die kinetische Energie lautet

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} \omega_0 \cdot \omega_0 \cdot \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \cdot I^0 \Rightarrow$$

$$\hat{E}_{\text{kin}} = \max_{t \in [0, \infty]} E_{\text{kin}}(t) = \frac{1}{2} I^0 \cdot \omega_0^2 \cdot \omega_0^2 \quad (7) \quad \checkmark$$

### 2.2. Aufgabe 2.

$$I^0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \mathcal{D} \varphi = 0 \quad (8)$$

$$\text{Ansatz: } \varphi(t) = \alpha \cdot e^{-i\omega_0 t} + \beta \cdot e^{-i\omega_0 t}$$

eingesetzt in (8) mit  $\omega_0 = \sqrt{\frac{\mathcal{D}}{I}}$  liefert

$$I^0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \mathcal{D} \varphi = -I^0 \cdot \omega_0^2 \cdot \alpha \cdot e^{-i\omega_0 t} - I^0 \cdot \omega_0^2 \cdot \beta \cdot e^{-i\omega_0 t} + \mathcal{D} \cdot \alpha \cdot e^{-i\omega_0 t} + \mathcal{D} \cdot \beta \cdot e^{-i\omega_0 t} = 0$$

$\Rightarrow \varphi(t)$  ist eine Lösung von DGL (8). ✓

### 2.3. Aufgabe 3.

a) In einer Reihenschaltung bilden Widerstand ( $R$ ), Spule ( $L$ ) und der Kondensator ( $C$ ) einen elektrischen Schwingkreis. Die DGL kann mit Hilfe der Maschenregel hergeleitet werden.

$$\sum \text{Spannungsabfälle} = 0 \Rightarrow U_L + U_R + U_C = 0$$

$$U_L = L \cdot \dot{I}, \quad U_R = R \cdot I, \quad U_C = \frac{Q}{C}$$

$$\text{mit } I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow L \cdot \ddot{Q} + R \cdot \dot{Q} + \frac{Q}{C} = 0 \text{ oder}$$

$$\text{mit } \frac{dI}{dt} \Rightarrow L \cdot \ddot{I} + R \cdot \dot{I} + \frac{I}{C} = 0 \quad (9)$$

b) Falls  $R=0$ , dann beschreibt die DGL  $L \cdot \ddot{I} + \frac{I}{C} = 0$  eine ungedämpfte, harmonische Schwingung, d.h., dass nur der Widerstand zu zeitlichen Abnahme der Amplitude führt.

c) Die DGL (9) und (4) weisen dieselbe Form auf, wodurch die folgenden Beziehungen sich einführen lassen

$$L \triangleq I^0, \quad R \triangleq B \quad \text{und} \quad \frac{1}{C} \triangleq D \quad (10)$$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$  für den Fall, für den  $R=0$ , d.h. die Periodendauer für den ungedämpften Schwingkreis

$$\Rightarrow \Lambda = \frac{RT_0}{\omega L} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

d) Der aperiodische Grenzfall beschreibt allgemein den Grenzfall zwischen gedämpfter und überdämpfter Schwingung, d.h., dass die Amplitude in diesem Dämpfungszustand am schnellsten abklingt, was dazu führt, dass keine Oszillation mehr auftritt.

In der DGL (3) hat  $\omega$ , die Lösung  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{D}{I^0} - \frac{B^2}{4I^0}}$

Falls  $\frac{D}{I^0} > \frac{B^2}{4I^0}$   $\Rightarrow$  Oszillierende Lösung

Falls  $\frac{D}{I^0} < \frac{B^2}{4I^0}$   $\Rightarrow \operatorname{Re} \omega_0 = 0$  aber  $\operatorname{Im} \omega_0 \neq 0$ , d.h. wir haben erst dann einen aperiodischen Fall, wenn  $\frac{D}{I^0} = \frac{B^2}{4I^0}$  und dies ist äquivalent zu  $D = \frac{B^2}{4I^0}$ .

$\Rightarrow$  In unserem Fall des elektrischen Schwingkreises  $D = \frac{4L}{R^2}$ .

## 2.4. Aufgabe 4

Wir wissen bereits, dass

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I^0}{D}} \quad \text{und} \quad T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

Wir setzen sie ineinander, sodass

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{T_0^2} - \delta^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\delta^2}{4\pi^2}}} \quad (11)$$

Wenn  $\delta \rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \omega_0 \Rightarrow T_1 \rightarrow \infty$  führt zum aperiod.-  
ischen Grenzfall  $\Rightarrow$

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{I^0}{D} \sqrt{\frac{D}{I^0} - \frac{B^2}{4I^0}} = \sqrt{1 - \frac{B^2}{4I^0 D}} \quad (12) \quad \checkmark$$

### 3. Messprinzip und Versuchsablauf

#### 3.1. Aufbau

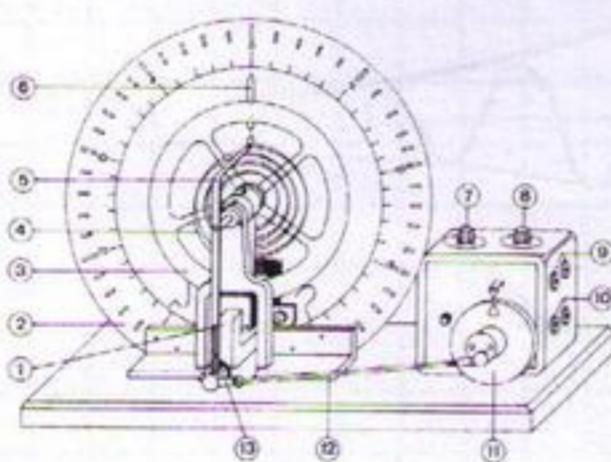


Abb. M30-1: Drehpendel nach Pohl

1. Elektromagnet
2. Skala
3. schwingendes System
4. Spiralfeder
5. Übertragungshebel
6. Zeiger des schwingenden Systems
7. Drehzahlinstellung, fein
8. Drehzahlinstellung, grob
9. Buchsen für Motorspannung
10. Meßbuchsen für Erregerspannung
11. Antriebsrad und Exzenter
12. Schubstange
13. Führungsschlitz zur Einstellung der Amplitude

Das schwingende System besteht aus einem kugelgelagerten Kupferrad (3), das über eine Spiralfeder (4) mit dem Erregergestänge (12) verbunden ist. Die Anregung erfolgt über einen Exzenter (11) durch einen Elektromotor mit grob und fein einstellbarer Drehzahl (7.8). Die Dämpfung des schwingenden Systems wird durch einen als Wirbelstrombremse wirkenden Elektromagneten (1) bewirkt, zwischen dessen Polen das Rad läuft. Über die Stromstärke lässt sich das Maß der Dämpfung kontinuierlich regeln.

#### 3.2. Messung der Periodendauer des freien Systems

(a) Motor und Dämpfung werden beide deaktiviert. Die Dauer für 10 Schwingungen des Systems werden bestimmt. Die mittlere Periodendauer lässt sich aus 3 solchen Messungen mit gleichen Anfangsauslenkungen bestimmen. Diese Messungen werden mit 5 verschiedenen Anfangsauslenkungen durchgeführt, d.h. für  $\varphi < 90^\circ$ . Insgesamt werden 15 Messungen à 10 Sekunden durchgeführt.

(b) Nun wird das ganze mit einer Wirbelstrombremse für zwei verschiedenen Stromstärken betrieben dabei ändert sich die Vorgehensweise bei der Messung nicht, d.h. die Periodendauer wird analog wie bei (a) bestimmt. Die Anfangsauslenkung wird aufgrund der Dämpfung auf  $\varphi > 90^\circ$  eingestellt.

### 3.3. Messung des Logarithmischen Dekrement

Die beiden Dämpfungen aus (b) nacheinander eingestellt.  
Um das Logarithmische Dekrement zu bestimmen, werden jeweils 10 bis 15 Amplituden  $\varphi_n$  auf einer Seite der Skala abgelesen. Aus der Steigung von  $\ln \varphi_n$  lässt sich nun das Logarithmische Dekrement über die Perioden  $T_1$  ermitteln.

### 3.4. Messung der Resonanzkurven von Amplituden und Phasenverschiebung

Für jede der beiden Dämpfungsstromstärken werden nach dem Eigenschwingvorgang die Amplitude  $\varphi(\omega)$  für je 5 Erregerfrequenzen  $\omega$  vor und nach der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  gemessen.

Es werden also mindestens 20 Amplitudemessungen vorgenommen. Die Resonanzkurve der Phasenverschiebung kann dann errechnet werden (bitte siehe Kap. 4). Die Frequenz des Erregers lässt sich durch die Erregerspannung festlegen und messen.

### 3.5 Erstellung von $\varphi$ -t für ungedämpfte und gedämpften Oszillationen

Mit Hilfe einer Kamera werden die Auslenkung im gedämpften- und ungedämpften Fall der freien Schwingung aufgezeichnet und in zwei Diagramme eingetragen.

#### 4. Formeln

##### 4.1. Berechnung der Periodendauer

Die 3 gemessenen Zeiten  $\Delta T_{i,j}$  für 10 Schwingungen bei 5 verschiedenen Anfangsauslängungen  $\varphi_j$  ergeben die gemittelte Periodendauer des Dreifeders:

$$\bar{T}(\delta) = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{\Delta T_{i,j}(\delta)}{10} = \frac{1}{150} \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^3 \Delta T_{i,j}(\delta) \quad (13)$$

Die Eigenfrequenz gibt sich dann zu

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}(\delta=0)} \quad \text{im ungedämpften Fall.} \quad (14)$$

##### 4.2. Berechnung des Logarithmischen Dekrementts

Das Logarithmische Dekrement ist gegeben als

$$\Lambda = \ln \frac{\varphi_u}{\varphi_{u+1}} = \delta T \text{ mit } \varphi_u := (t + uT)$$

Nun gilt:

$$\begin{aligned} \ln \frac{\varphi(t)}{\varphi(t+uT)} &= \ln \frac{e^{-\delta t}}{e^{-\delta(t+uT)}} = \ln e^{\delta uT} = \delta uT = u\Lambda \\ \Rightarrow \Lambda &= \frac{\varphi(t) - \varphi(t+uT)}{u} \end{aligned} \quad (15)$$

Die Werte  $\varphi(t)$  und  $\varphi(t+uT)$  lassen sich aus dem in der Messung erstellten Diagramm ablesen.

##### 4.3. Berechnung der Resonanzkurve für die Phasenverschiebung

Bei der erzwungenen Schwingung gilt für die Phasenverschiebung

$$\varphi = \arctan \frac{B\omega}{J(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad \text{Mit der Beziehung } \Lambda = \frac{BT_1}{2J} \Leftrightarrow$$

$$B = \frac{2A\vartheta}{T_1} \text{ folgt}$$

$$\varphi = \arctan \frac{2\lambda\omega}{T_1(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (16)$$

Sowohl  $T_1$  und  $\lambda$  als auch  $\omega_0$  werden experimentell bestimmt ✓

## 5. Messwerte

Tabelle 1

2

## Schwingungsdauer über 10 Schwingungen (ungedämpft)

| Auslenkung | 1<br>ungeräumt<br>12 | 2<br>11 | 3<br>10 | 4<br>9 | 5<br>8 |
|------------|----------------------|---------|---------|--------|--------|
| Messung    |                      |         |         |        |        |
| 1          | 18s,60               | 18s,62  | 18s,62  | 18s,81 | 18s,56 |
| 2          | 18s,63               | 18s,71  | 18s,70  | 18s,35 | 18s,51 |
| 3          | 18s,58               | 18s,59  | 18s,52  | 18s,72 | 18s,59 |

Schwingungsdauer über 10 Schwingungen (gedämpft 1)  
(200 mA)

| Auslenkung | 1<br>13 | 2<br>14 | 3<br>15 | 4<br>16 | 5<br>17 |
|------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Messung    |         |         |         |         |         |
| 1          | 18s,64  | 18s,56  | 18s,56  | 18s,61  | 18s,56  |
| 2          | 18s,49  | 18s,61  | 18s,63  | 18s,56  | 18s,56  |
| 3          | 18s,56  | 18s,55  | 18s,52  | 18s,59  | 18s,52  |

Schwingungsdauer über 10 Schwingungen (gedämpft 2)  
(400 mA)

| Auslenkung | 1<br>13 | 2<br>14 | 3<br>15 | 4<br>16 | 5<br>17 |
|------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Messung    |         |         |         |         |         |
| 1          | 18s,74  | 18s,56  | 18s,49  | 18s,61  | 18s,74  |
| 2          | 18s,68  | 18s,58  | 18s,63  | 18s,56  | 18s,63  |
| 3          | 18s,63  | 18s,55  | 18s,64  | 18s,59  | 18s,63  |

## Logarithmisches Dekrement

| Amplitude | 0     | 1       | 2         | 3         | 4         |
|-----------|-------|---------|-----------|-----------|-----------|
| Dämpfung  |       |         |           |           |           |
| 1         | 18/18 | 14,3/14 | 12,4/11,1 | 9/9       | 8,7/7,1   |
| 2         | 18/18 | 17/16,4 | 15,3/15,4 | 14,3/14,3 | 12,3/13,3 |
| Amplitude | 5     | 6       | 7         | 8         | 9         |

Tabelle 1

|           |                 |                 |                 |               |             |
|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|-------------|
| 1         | 6/5,6           | 5,3/4,9         | 4,7/3,8         | 3/2,8         | 2/2         |
| 2         | 11,3/12,5<br>10 | 11,5/11,5<br>11 | 10,5/10,5<br>12 | 9,6/2,5<br>13 | 9/8<br>14   |
| Amplitude |                 |                 |                 |               |             |
| 1         | 2/1,8           | 2,4/1,9/0,8     | —               | —             | —           |
| 2         | 8,8/7<br>15     | 7,8/7<br>16     | 7,8/7<br>17     | 6,3/6,3<br>18 | 5/6,2<br>19 |
| Amplitude |                 |                 |                 |               |             |
| 1         | —               | —               | —               | —             | —           |
| 2         | 4/6,1           | 4/5,8           | 4/5,1           | 3/4,8         | 4,1         |

$$\omega_{\text{krit}} =$$

$$\omega_{\text{krit}} = 7,1 \text{ V}$$

Resonanzkurve der Amplituden

Resonanzfrequenz:  $f = 0,540 \text{ Hz}$   $\omega = 8,6 \text{ V}$ 

| Erregerfrequenz | -5    | -4     | -3     | -2     | -1      |
|-----------------|-------|--------|--------|--------|---------|
| Dämpfung        | ↑     | ↑      | ↑      | ↑      | ↑       |
| 1               | 5/0,4 | 6/0,7  | 7/1,4  | 7,5/2  | 8/4,2   |
| 2               | 0,4   | 0,6    | 1,2    | 2      | 3,6     |
| Amplitude       | 1     | 2      | 3      | 4      | 5       |
| 1               | 9/4,4 | 12/0,2 | 15/0,1 | 12/2,2 | 8,9/5,4 |
| 2               | 3,4   | 0,2    | 0,1    | 5      | 4       |

\psi-t-Diagramm

(Achtung: Nullpunkt bei  $-0,81$ )

| t                 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  |
|-------------------|---|---|---|---|----|
| \psi (\delta = 0) |   |   |   |   |    |
| \psi (\delta_1)   |   |   |   |   |    |
| \psi (\delta_2)   |   |   |   |   |    |
| t                 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| \psi (\delta = 0) |   |   |   |   |    |
| \psi (\delta_1)   |   |   |   |   |    |

## 6. Auswertung

### 6.1. Berechnung der Periodendauer / Kreisfrequenz

$$\bar{T}_0 = \frac{1}{150} \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^3 T_{cji}(s) = \frac{279,115}{150} = \underline{\underline{1,86 \text{ s}}}$$

Für die Eigenkreisfrequenz folgt mit

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\bar{T}_0} = \frac{2\pi}{1,86 \text{ s}} = \underline{\underline{3,38 \frac{1}{\text{s}}}}$$

Analog folgt auch die Werte bei Dämpfung 1 (200 mA)

$$\bar{T}_1 = 1,86 \text{ s} \Rightarrow \omega_1 = 3,38 \frac{1}{\text{s}}$$

und bei Dämpfung 2 (400 mA)

$$\bar{T}_2 = 1,86 \text{ s} \Rightarrow \omega_2 = 3,37 \text{ s } (\times)$$

(\*) Die Abweichung von  $\omega_2$  zu  $\omega_1$  kommt durch die Berechnung von mehr Nachkommastellen, als hier angegeben.

### 6.2. Berechnung des Logarithmischen Dekrements

Man liest aus der Abbildung 6.1 für die Ausgleich bzw. Extrema/geraden folgende Werte ab

#### a) Dämpfung 1

$$\varphi_1(0) = 18$$

$$\bar{\varphi}_1(0) = 19$$

$$\underline{\varphi_1(0)} = 17,2$$

$$\varphi_1(15T_1) = 5,6$$

$$\bar{\varphi}_1(15T_1) = 5,4$$

$$\underline{\varphi_1(15T_1)} = 6,4$$

#### b) Dämpfung 2

$$\varphi_2(0) = 18$$

$$\bar{\varphi}_2(0) = 19$$

$$\underline{\varphi_2(0)} = 17$$

$$\varphi_2(15T_2) = 0,72$$

$$\bar{\varphi}_2(15T_2) = 0,47$$

$$\underline{\varphi_2(15T_2)} = 0,93$$

Nach Gleichung (15) für die Logarithmischen Dekremente:

$$\lambda_1 = \frac{Q_u \varphi_1(0) - Q_u \varphi_1(15T_1)}{15} = Q_u \left( \frac{18 \text{ SKt}}{5,6 \text{ SKt}} \right) \cdot \frac{1}{15} = 0,78$$

$$\bar{\lambda}_1 = 0,084, \quad \underline{\lambda}_1 = 0,065$$

$$\lambda_2 = \frac{Q_u \varphi_2(0) - Q_u \varphi_2(15T_2)}{15} = Q_u \left( \frac{18 \text{ SKt}}{9,72 \text{ SKt}} \right) \cdot \frac{1}{15} = 0,21$$

$$\bar{\lambda}_2 = 0,25 \quad \underline{\lambda}_2 = 0,19$$

Damit folgt unter Berücksichtigung der Abweichungen oder Mittelwerte von Extremwerten in grober Näherung:

$$\underline{\lambda}_1 = 0,08 \pm 0,02$$

$$\underline{\lambda}_2 = 0,21 \pm 0,04$$

### 6.3. Darstellung der Resonanzkurve für Amplitude und Phasenverschiebung

Für die Darstellung der Resonanzkurve der Amplitude gegen wir eine Ablagegenauigkeit von  $\pm 0,2 \text{ SKt}$ . Zu Grunde.

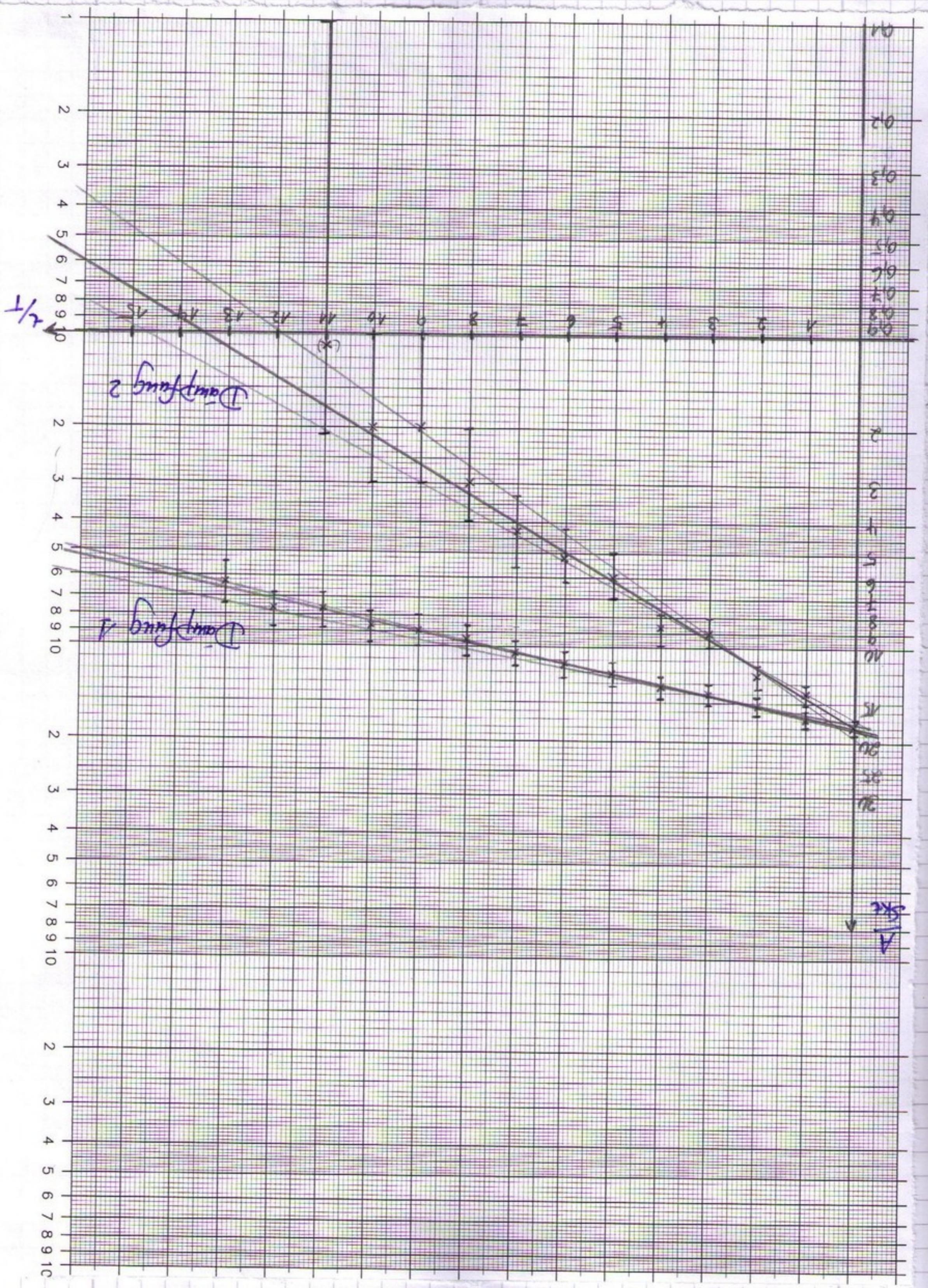
Siehe Abbildung

Die Darstellung der Resonanzkurve für die Phasenverschiebung erfolgt mit der Gleichung (16):

$$\varphi_1 = \arctan \frac{2\lambda_1 w}{T_1(w_0^2 - w^2)} = \frac{2 \cdot 0,8 \cdot w}{1,86 \text{ s} \cdot [(3,38 \frac{1}{s})^2 - w^2]}$$

$$\varphi_2 = \arctan \frac{2\lambda_2 w}{T_2(w_0^2 - w^2)} = \frac{2 \cdot 0,21 \cdot w}{1,86 \text{ s} \cdot [(3,37 \frac{1}{s})^2 - w^2]}$$

Ab6. 6.1



Resonanzkurve der Amplitude

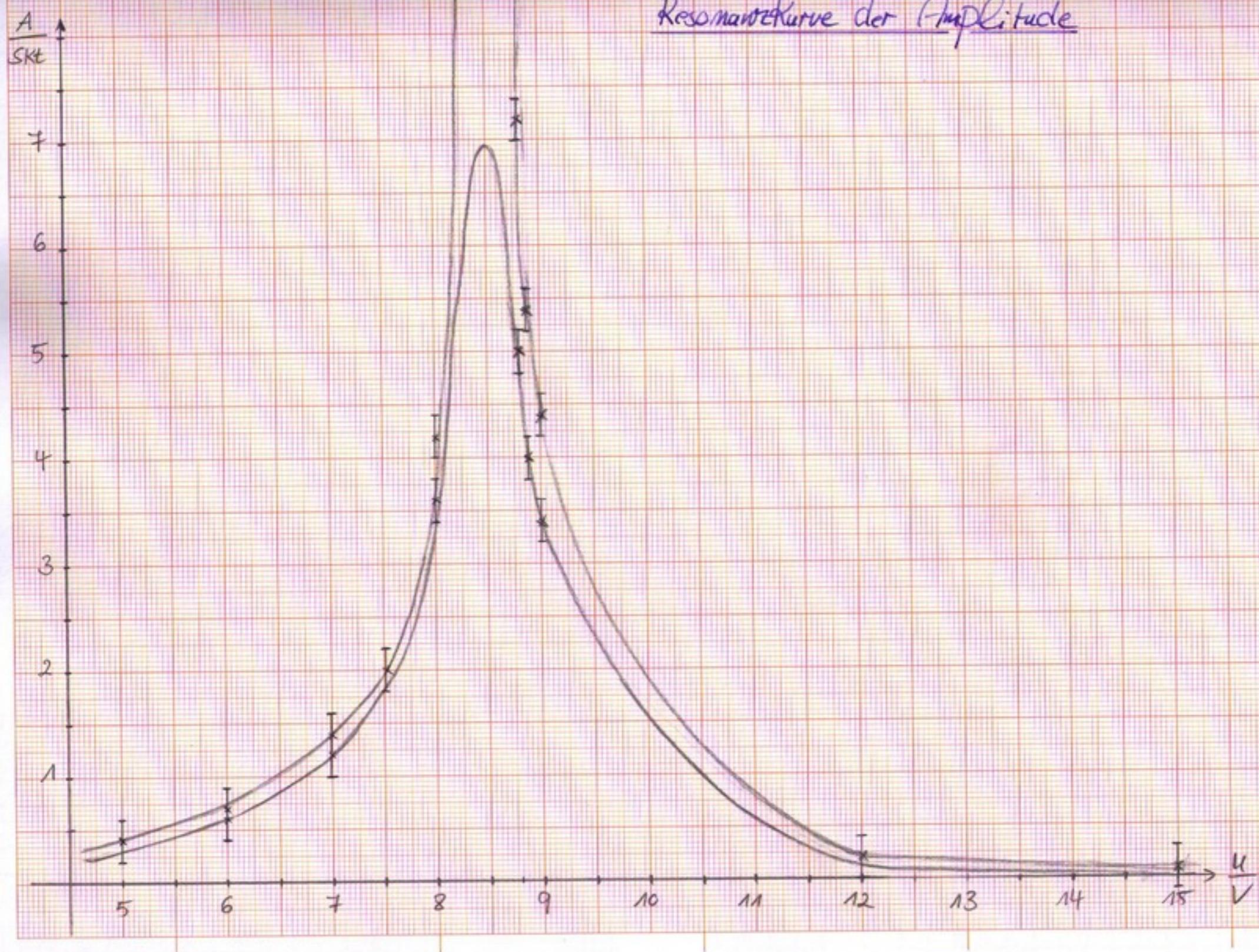
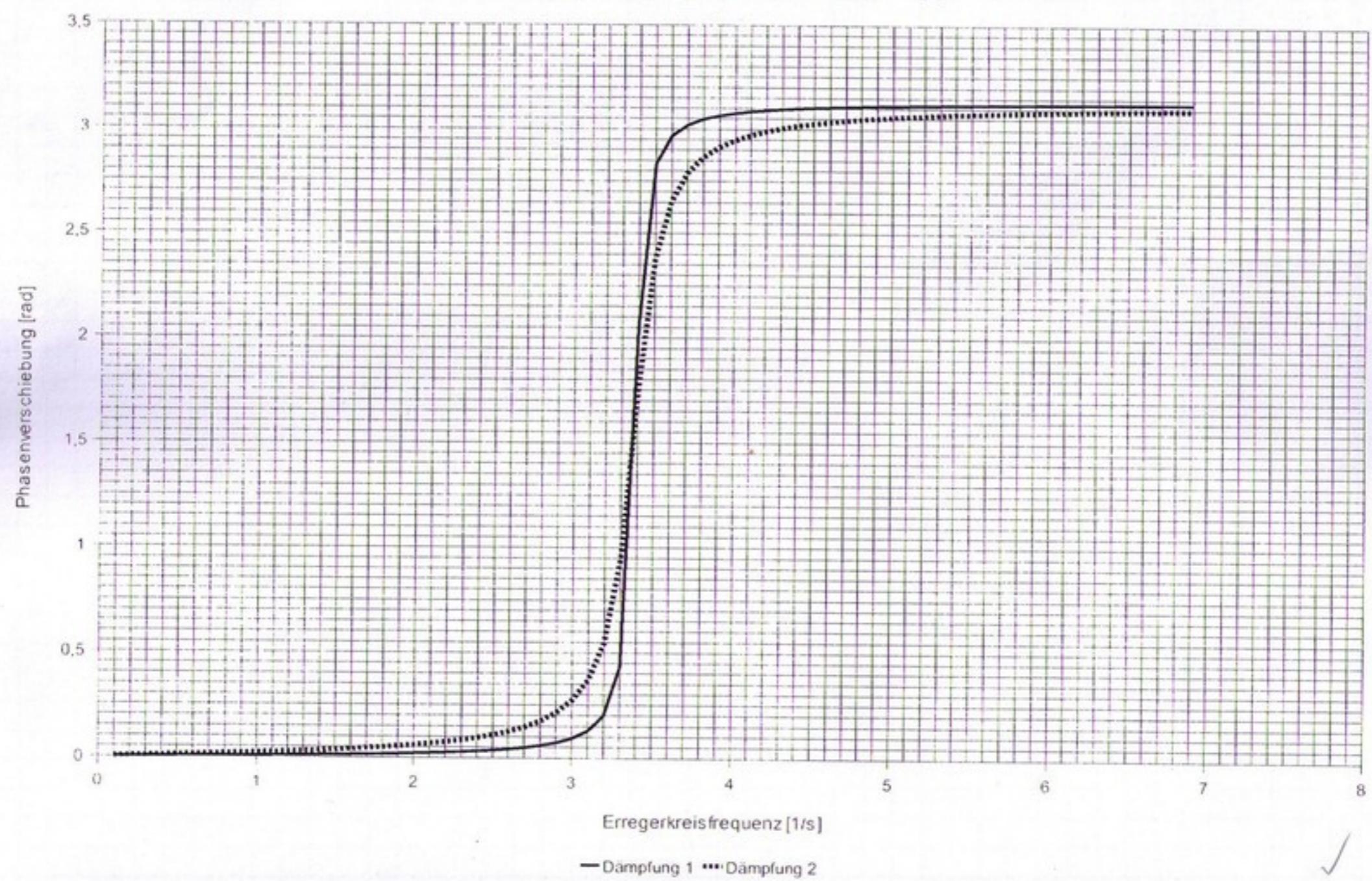


Abb. 6.2 ✓

### Resonanzkurve der Phasenverschiebung



## 7. Fehlerrechnung

### 7.1. Fehler bei der Bestimmung der Periodendauer

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

die Standardabweichung

Die Standardabweichung der Amplitude ergibt sich zu

$$\Delta \bar{x} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

dabei bezeichnet  $n$  die Anzahl der Messungen. Es ergibt sich aus den errechneten Mittelwerte aus Einzelmessungen (siehe bitte 5.)

$$s_0 = 0,011s$$

$$\Delta \bar{T}_0 = \frac{s_0}{\sqrt{15}} \approx 0,003s$$

$$\Rightarrow s_{\omega_0} = \left| \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{2\pi}{T} \right) \right| \cdot s_0 = s_0 \cdot \frac{2\pi}{T_0^2} = 0,02 \frac{1}{s}$$

$$s_1 \approx 0,004s$$

$$\Delta \bar{T}_1 \approx \frac{s_1}{\sqrt{15}} \approx 0,001s$$

$$s_2 = 0,007s$$

$$\Delta \bar{T}_2 = \frac{s_2}{\sqrt{15}} \approx 0,002s$$

✓

### 7.2. Fehler bei der Berechnung von Logarithmischen Dekrement

Aus dem Schaubild (Q.1) werden die extremalen Steigungen abgelesen. Diese liefert eine Fehlerabschätzung in grober Näherung. Berechnungen bitte wende an Kapitel 6.2.

Als Genauigkeit wurde  $\pm 1$  Skt eingesetzt. Die Abweichung bestimmt die Fehlerbalken in Abb. Q.1.

✓

### 7.3. Fehler bei der Resonanzkurve der Amplitude

Den Fehlerbalken in Abb. (6.2) wurde eine Ablesegenaugigkeit von  $\pm 1$  Markierung  $\approx \pm 0,2$  skt zugrunde gelegt.

✓

### 8. Zusammenfassung

Für die Periodendauer der ungedämpften Schwingung ergibt sich zu

$$\bar{T}_0 = 1,86 \text{ s} \quad \Delta \bar{T}_0 = 0,0038 \text{ s}$$

$$\bar{T}_1 = 1,86 \text{ s} \quad \Delta \bar{T}_1 = 0,011 \text{ s}$$

$$\bar{T}_2 = 1,86 \text{ s} \quad \Delta \bar{T}_2 = 0,002 \text{ s}$$

✓

Da die Stoppuhr nur auf 2 Dezimalstellen nach der Komma Werte liefert, folgt:

$$T_0 = \bar{T}_0 \pm \Delta \bar{T}_0 = (1,86 \text{ s} \pm 0,0038 \text{ s}) \approx 1,86 \text{ s}$$

$$T_1 = \bar{T}_1 \pm \Delta \bar{T}_1 = (1,86 \text{ s} \pm 0,011 \text{ s}) \approx 1,86 \text{ s}$$

$$T_2 = \bar{T}_2 \pm \Delta \bar{T}_2 = (1,86 \text{ s} \pm 0,002 \text{ s}) \approx 1,86 \text{ s}$$

✓

Angesichts der geringen Abweichung der Standardabweichung der Messwerte ist die Anomalie, dass  $T_0 = T_1 = T_2$  kaum zu erklären.

Beim Logarithmischen Dekrement ergibt sich

$$\lambda_1 = \underline{\lambda}_1 + \bar{\lambda}_1 = ?$$

$$\lambda_2 = \underline{\lambda}_2 + \bar{\lambda}_2 = ?$$

5.11.2009 91.7