

# Analysis I

## Übung 12

Leonard Kopp

Website:

<https://koppleo.github.io/>



# Aufgabe 1e Serie

$$\text{e. } \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\arcsin\left(\sqrt{1-4x^2}\right)}{\sqrt{\frac{1}{4}-x^2}} dx \quad \text{Hinweis: Substituieren Sie } 2x = \cos u.$$

# Aufgabe 3 Serie

## Aufgabe 3

*Ziel: Anwendung des Integrals zur Flächenberechnung, Umsetzung geometrischer Beschreibung*

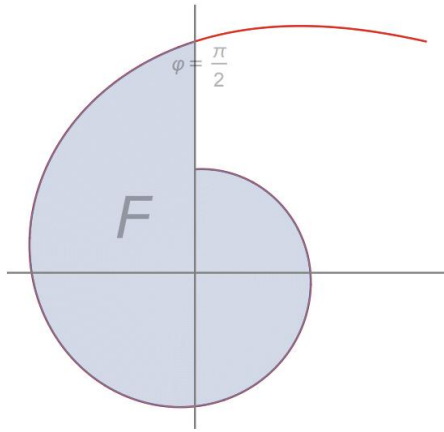
Bestimmen Sie die Menge aller Parabeln der Form  $y = -ax^2 + b$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ , welche mit der  $x$ -Achse die Fläche  $\frac{4}{3}$  einschliessen.

# Theorie...

# Prüfungsaufgabe

A1 Die Lituus-Spirale zum Parameter  $a > 0$  ist gegeben durch die Polardarstellung

$$\rho(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{\varphi}}, \quad \varphi > 0.$$



a) Man bestimme den Parameter  $a$  so, dass die in der Skizze markierte Fläche  $F$  den Inhalt 1 hat.

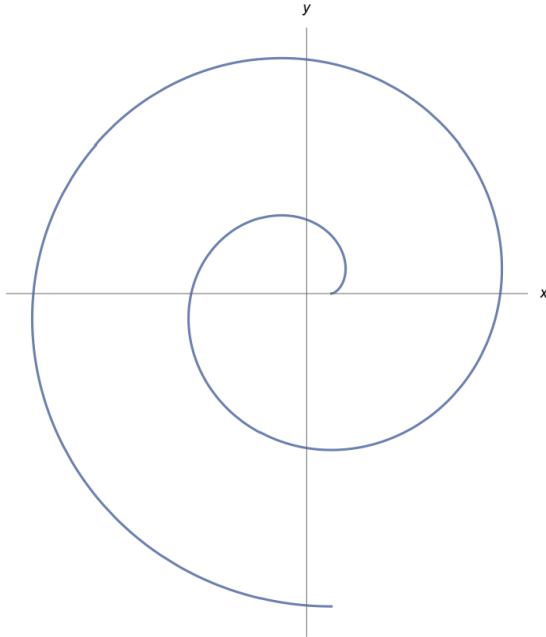
# Prüfungsaufgabe

## Offene Aufgaben

**A1** Wir betrachten die *Evolvente des Einheitskreises*. Sie entsteht, wenn man den Endpunkt eines Fadens beim Abwickeln vom Einheitskreis verfolgt. Die entstehende Kurve wird durch die Parametrisierung

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \sin t \\ -\cos t \end{pmatrix}, \quad t > 0$$

beschrieben.



- ~~(a) (3 Punkte) Die Kurve hat beim erstmaligen Durchlaufen des dritten Quadranten einen Punkt mit vertikaler Tangente. Man bestimme die Koordinaten dieses Punkts.~~
- ~~(b) (4 Punkte) Man bestimme die Krümmung der Kurve  $k(t)$  für ein allgemeines  $t > 0$ .~~
- (c) (3 Punkte) Man bestimme die Bogenlänge der Kurve für  $t$  von 0 bis  $2\pi$ .