Вычислим явно $M[P](\bar{x})$ для P1 и P2, пройдя по блок схеме от каждого HALT к START:

$$M[P1](\bar{x}) = y = \begin{cases} y, & -2^{31} \le y \le 2^{31}-1 \\ \omega, & \text{иначе} \end{cases} = \begin{cases} y+x_2, & -2^{31} \le y+x_2 \le 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \le y \le 2^{31}-1 \\ \omega, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} (x_1-x_3)+x_2, & -2^{31} \le x_1-x_3+x_2 \le 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \le x_1-x_3 \le 2^{31}-1 \\ \omega, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$M[P2] = \begin{cases} y_1, & -2^{31} \le y_1 \le 2^{31}-1 \\ y_2, & -2^{31} \le y_2 \le 2^{31}-1 \\ y_3, & -2^{31} \le y_3 \le 2^{31}-1 \\ \omega, & \text{иначе} \end{cases} = \begin{cases} y_1+x_2, & -2^{31} \le y_1 \le 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \le y_1+x_2 \le 2^{31}-1 \\ y_2-x_3, & -2^{31} \le y_2 \le 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \le y_2-x_3 \le 2^{31}-1 \\ y_3+x_1, & -2^{31} \le y_3 \le 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \le y_3+x_1 \le 2^{31}-1 \\ \omega, & \text{иначе} \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} (x_1-x_3)+x_2, & -2^{31} \le x_1-x_3 \le 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \le (x_1-x_3)+x_2 \le 2^{31}-1 \wedge (x_1 \ge 0) \equiv (x_3 \ge 0) \quad (1) \\ (x_1+x_2)-x_3, & -2^{31} \le x_1+x_2 \le 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \le (x_1+x_2)-x_3 \le 2^{31}-1 \wedge \neg((x_1 \ge 0) \equiv (x_3 \ge 0)) \wedge \quad (2) \\ & \wedge \neg((x_1 \ge 0) \equiv (x_2 \ge 0)) \\ (x_2-x_3)+x_1, & -2^{31} \le x_2-x_3 \le 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \le (x_2-x_3)+x_1 \le 2^{31}-1 \wedge \neg((x_1 \ge 0) \equiv (x_3 \ge 0)) \wedge \quad (3) \\ & \wedge (x_1 \ge 0) \equiv (x_2 \ge 0) \\ \omega, & \text{иначе} \end{cases}$$

Объединим (1), (2) и (3):

$$M[P2](\bar{x}) = \begin{cases} x_1-x_3+x_2, & -2^{31} \le x_1-x_3+x_2 \le 2^{31}-1 \wedge \\ & \wedge\big(((x_1 \ge 0) \equiv (x_3 \ge 0) \wedge -2^{31} \le x_1-x_3 \le 2^{31}-1) \vee \\ & \vee (\neg((x_1 \ge 0) \equiv (x_3 \ge 0)) \wedge \neg((x_1 \ge 0) \equiv (x_2 \ge 0)) \wedge -2^{31} \le x_1+x_2 \le 2^{31}-1) \vee \\ & \vee (\neg((x_1 \ge 0) \equiv (x_3 \ge 0)) \wedge (x_1 \ge 0) \equiv (x_2 \ge 0) \wedge -2^{31} \le x_2-x_3 \le 2^{31}-1)\big) \\ \omega, & \text{иначе} \end{cases}$$

Проверим корректность:

1). P1, T1, частичная корректность
$\varphi_1(\bar{x}) \wedge M[P1](\bar{x}) \ne \omega \Rightarrow M[P1](\bar{x}) = x_1-x_3+x_2$ (из найденного выше) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \psi_1(\bar{x}, M[P1](\bar{x}))$. Таким образом $\{\varphi_1\}\ P1\ \{\psi_1\}$.

2). P2, T1, частичная корректность
$\varphi_1(\bar{x}) \wedge M[P2](\bar{x}) \ne \omega \Rightarrow M[P2](\bar{x}) = x_1-x_3+x_2$ (из найденного выше) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \psi_2(\bar{x}, M[P2](\bar{x}))$. Таким образом $\{\varphi_1\}\ P2\ \{\psi_1\}$.

3). P1, T2, частичная корректность
$\varphi_2(\bar{x}) \wedge M[P1](\bar{x}) \ne \omega \Rightarrow M[P1](\bar{x}) = x_1-x_3+x_2$ (из найденного выше) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \psi_2(\bar{x}, M[P1](\bar{x}))$. Таким образом $\{\varphi_2\}\ P1\ \{\psi_2\}$.

4). P2, T2, частичная корректность
$\varphi_2(\bar{x}) \wedge M[P2](\bar{x}) \ne \omega \Rightarrow M[P2](\bar{x}) = x_1-x_3+x_2$ (из найденного выше) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \psi_2(\bar{x}, M[P2](\bar{x}))$. Таким образом $\{\varphi_2\}\ P2\ \{\psi_2\}$.

5). P1, T1, полная корректность

Условие $\varphi_1(\bar{x})$ обеспечивает $M[P1](\bar{x}) = x_1 - x_3 + x_2$ (из найденного выше), из чего в свою очередь следует $M[P1](\bar{x}) \neq \omega \wedge \psi_1(\bar{x}, M[P1](\bar{x}))$. Таким образом $\langle \varphi_1 \rangle P1 \langle \psi_1 \rangle$.

6). P2, T1, полная корректность

$\varphi_1(\bar{x}) \Rightarrow M[P2](\bar{x}) \neq \omega \wedge \psi_1(\bar{x}, \bar{z})$ в данном случае равносильно $\varphi_1(\bar{x}) \Rightarrow M[P2](\bar{x}) \neq \omega$.

Докажем:

$$-2^{31} \leq x_1 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_2 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_3 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_1 - x_3 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_1 - x_3 + x_2 \leq 2^{31}-1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -2^{31} \leq x_1 - x_3 + x_2 \leq 2^{31}-1 \wedge \big(((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0) \wedge -2^{31} \leq x_1 - x_3 \leq 2^{31}-1) \vee$$
$$\vee (\neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0)) \wedge \neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_2 \geq 0)) \wedge -2^{31} \leq x_1 + x_2 \leq 2^{31}-1) \vee$$
$$\vee (\neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0)) \wedge (x_1 \geq 0) \equiv (x_2 \geq 0) \wedge -2^{31} \leq x_2 - x_3 \leq 2^{31}-1)\big)$$

Очевидно, что $-2^{31} \leq x_1 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_3 \leq 2^{31}-1 \wedge ((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0)) \Rightarrow -2^{31} \leq x_1 - x_3 \leq 2^{31}-1$

Аналогично $-2^{31} \leq x_1 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_2 \leq 2^{31}-1 \wedge \neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_2 \geq 0)) \Rightarrow -2^{31} \leq x_1 + x_2 \leq 2^{31}-1$

и $-2^{31} \leq x_2 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_3 \leq 2^{31}-1 \wedge \neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0)) \wedge (x_1 \geq 0) \equiv (x_2 \geq 0) \Rightarrow -2^{31} \leq x_2 - x_3 \leq 2^{31}-1$.

Поэтому, достаточно доказать:

$$-2^{31} \leq x_1 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_2 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_3 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_1 - x_3 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_1 - x_3 + x_2 \leq 2^{31}-1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -2^{31} \leq x_1 - x_3 + x_2 \leq 2^{31}-1 \wedge ((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0) \vee$$
$$\vee (\neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0)) \wedge \neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_2 \geq 0))) \vee$$
$$\vee (\neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0)) \wedge (x_1 \geq 0) \equiv (x_2 \geq 0)))$$

Рассмотрим выражение, выделенное синим:

$$\underbrace{(x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0)}_{A} \vee (\underbrace{\neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0))}_{\neg A} \wedge \underbrace{\neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_2 \geq 0))}_{\neg B}) \vee (\underbrace{\neg((x_1 \geq 0) \equiv (x_3 \geq 0))}_{\neg A} \wedge \underbrace{(x_1 \geq 0) \equiv (x_2 \geq 0)}_{B}) =$$
$$= A \vee (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) = A \vee (\neg A \wedge (\neg B \vee B)) = A \vee \neg A = T$$

Таким образом, достаточно доказать:

$$-2^{31} \leq x_1 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_2 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_3 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_1 - x_3 \leq 2^{31}-1 \wedge -2^{31} \leq x_1 - x_3 + x_2 \leq 2^{31}-1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -2^{31} \leq x_1 - x_3 + x_2 \leq 2^{31}-1,$$

что очевидно верно, следовательно $\langle \varphi_1 \rangle P2 \langle \psi_2 \rangle$, ч.т.д.

Поскольку в доказательстве не использовалась часть предусловия $-2^{31} \leq x_1 - x_3 \leq 2^{31}-1$, то доказано также и $\langle \varphi_2 \rangle P2 \langle \psi_2 \rangle$.

7). P1, T2, полная корректность отсутствует

Контрпример: $x_1^* = -2^{31}$, $x_2^* = 2^{31}-1$, $x_3^* = 1$.

$\varphi_2(\bar{x}^*) = T$, однако $M[P1](\bar{x}^*) = \omega$, поскольку $x_1^* - x_3^* = -2^{31} - 1 < -2^{31}$.

8). P2, T2, полная корректность

Доказательство идентично пункту 6).