

## Domácí úkol 8

**Úloha 1 (3 body).** Rozhodněte, zda  $\{(s, t) \in \mathbb{R}^2; |s| = |t|\}$  tvoří podprostor  $\mathbb{R}^2$ .

**Úloha 2 (7 bodů).** Ukažte, že vektory  $v_1, v_2, \dots, v_n \in V$  jsou lineárně nezávislé právě tehdy, když  $v_1, v_1 + v_2, \dots, \sum_{i=1}^n v_i$  jsou lineárně nezávislé.

**Úloha 3 (6 bodů).** Buď  $M = \{a, b, c, d, e\}$  a uvažujme vektorový prostor  $2^M$ , tj. prostor všech podmnožin množiny  $M$  nad tělesem  $\mathbb{Z}_2$ , kde sčítání je chápáno jako exkluzivní disjunkce (tedy symetrický rozdíl:  $u \oplus v = (u \setminus v) \cup (v \setminus u)$ ). Násobky fungují přirozeně ( $1 \odot v = v$ ,  $0 \odot v$  je nulový vektor).

- (a) Najděte nulový vektor.
- (b) Najděte  $-v$  pro  $v = \{a, b, c\}$ .
- (c) Vyhodnoťte lineární kombinaci  $u + v - w - z$ , kde  $u = \{a, d\}$ ,  $v = \{b, e\}$ ,  $w = \{c, e\}$ ,  $z = \{a, b, c\}$ .
- (d) Rozhodněte, zda vektor  $\{a, b, c, d, e\}$  lze vyjádřit jako lineární kombinaci výše definovaných vektorů  $u, v, w, z$ .