

## Cvičení 3

**Kvíz:** Uvažme matice následujících rozměrů:

$$A \in \mathbb{R}^{m \times n}, \quad B \in \mathbb{R}^{n \times o}, \quad C \in \mathbb{R}^{o \times p}, \quad D \in \mathbb{R}^{p \times q}.$$

Jaký rozměr bude mít součin  $A \cdot B \cdot C \cdot D$ ?

**Úloha 1.** Spočtěte  $(-1)A + 2BC^T$ , kde  $A, B, C$  jsou následující matice:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Úloha 2.** Vyjádřete elementární řádkové úpravy pomocí násobení matic. Jak bychom násobením vyjádřili analogicky definované sloupcové úpravy?

**Úloha 3.** Najděte příklad nekomutativnosti násobení matic  $2 \times 2$  (chceme tedy dvě matice  $A, B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , tž.  $A \cdot B \neq B \cdot A$ ).

**Úloha 4.** Dokažte:

- (a)  $(ABC)^T = C^T B^T A^T$ ,
- (b)  $A^T A$  je symetrická matice pro každé  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$

**Úloha 5.** Buď  $A$  matice řádu  $10 \times 5$ ,  $B$  matice řádu  $5 \times 20$  a  $C$  matice řádu  $20 \times 1$ . Pokud chceme získat součin  $ABC$ , v jakém pořadí bychom měli matice násobit, abychom počítali co nejméně aritmetických operací?

**Úloha 6.** Jakou hodnotu má matice  $A = bc^T$ , kde  $b, c \in \mathbb{R}^n$ ?

**Úloha 7.** Najděte inverzní matice k maticím

(a)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 10 \end{pmatrix}$

(c)  $\begin{pmatrix} d_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_n \end{pmatrix}$

**Úloha 8. (pro zájemce, z minule)** Vyřešte soustavu s parametrem  $a \in \mathbb{R}$ .

$$\left( \begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & a & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & a & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & a & 3 \end{array} \right)$$

**Úloha 9. (pro zájemce)** Najděte soustavu lineárních rovnic se zadaným řešením.

- (a)  $t \cdot (2, 1, 2) + s \cdot (3, 2, 1),$
- (b)  $(1, 1, 0) + t \cdot (2, 4, 1).$