

Domácí úkol 6

Úloha 1 (12 bodů). Rozhodněte, zda tvoří vektorový prostor

- (a) posloupnosti reálných čísel $\mathbb{R}^{\mathbb{N}} = \{(a_1, a_2, \dots); a_i \in \mathbb{R}, i \in \mathbb{N}\}$ nad \mathbb{R} ,
- (b) $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ nad \mathbb{C} ,
- (c) \mathbb{R}^2 nad \mathbb{R} s operacemi $u \oplus v := u + v$ a $\alpha \odot v := (\alpha v_1, 2\alpha v_2)^T$,
- (d) \mathbb{R}^n nad \mathbb{R} s operacemi $u \oplus v := o$ (nulový vektor) a $\alpha \odot v := \alpha v$,
- (e) kladná reálná čísla \mathbb{R}^+ nad \mathbb{R} s operacemi $u \oplus v = u \cdot v$, $\alpha \odot u = u^\alpha$,
- (f) množina všech rotací (kolem fixního bodu) v \mathbb{R}^2 nad \mathbb{R} , kde součet rotací je definován jako jejich složení a α -násobek jako rotace o α -násobný úhel.

Úloha 2 (5 bodů). Nad \mathbb{Z}_3 najděte množinu řešení soustavy rovnic a určete její mohutnost (počet řešení):

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 2x_3 + x_4 \\ 2x_1 + x_3 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= 0. \end{aligned}$$