

Domácí úkol 8

Úloha 1 (3 body). Rozhodněte, zda $\{(s, t) \in \mathbb{R}^2; |s| = |t|\}$ tvoří podprostor \mathbb{R}^2 .

Úloha 2 (7 bodů). Ukažte, že vektory $v_1, v_2, \dots, v_n \in V$ jsou lineárně nezávislé právě tehdy, když $v_1, v_1 + v_2, \dots, \sum_{i=1}^n v_i$ jsou lineárně nezávislé.

Úloha 3 (6 bodů). Buď $M = \{a, b, c, d, e\}$ a uvažujme vektorový prostor 2^M , tj. prostor všech podmnožin množiny M nad tělesem \mathbb{Z}_2 , kde sčítání je chápáno jako exkluzivní disjunkce (tedy symetrický rozdíl: $u \oplus v = (u \setminus v) \cup (v \setminus u)$). Násobky fungují přirozeně ($1 \odot v = v$, $0 \odot v$ je nulový vektor).

- (a) Najděte nulový vektor.
- (b) Najděte $-v$ pro $v = \{a, b, c\}$.
- (c) Vyhodnoťte lineární kombinaci $u + v - w - z$, kde $u = \{a, d\}$, $v = \{b, e\}$, $w = \{c, e\}$, $z = \{a, b, c\}$.
- (d) Rozhodněte, zda vektor $\{a, b, c, d, e\}$ lze vyjádřit jako lineární kombinaci výše definovaných vektorů u, v, w, z .