

Domácí úkol 9

Úloha 1 (4 body). Najděte matici A nad \mathbb{R} , která má

- (a) dimenzi $\text{Ker}(A)$ rovnu 1 a dimenzi $\mathcal{S}(A)$ rovnu 3.
- (b) dimenzi $\text{Ker}(A)$ rovnu 1 a dimenzi $\mathcal{R}(A)$ rovnu 3.

Úloha 2 (4 body). Rozhodněte, zda jsou následující zobrazení $\mathcal{F} \rightarrow \mathcal{F}$ lineární (\mathcal{F} značí prostor reálných funkcí, takže zobrazení „přijímají funkci a vrací jinou funkci“).

- (a) $f(x) \mapsto \alpha \cdot f(x)$, kde $\alpha \in \mathbb{R}$ je libovolné pevné,
- (b) $f(x) \mapsto x^2 \cdot f(x)$.

Úloha 3 (9 bodů). Zjistěte, zda následující tvoří vektorový prostor a pokud ano, najděte jeho bázi a určete dimenzi:

- (a) Vektory o n složkách nad \mathbb{R} , které mají nulový součet všech složek,
- (b) Funkce $\mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_3$ nad \mathbb{Z}_3 se standardním součtem funkcí a násobením skalárem ze \mathbb{Z}_3 ,
- (c) Polynomy p stupně nanejvýš 4 nad \mathbb{R} takové, že $p(2) = 0$ a $p(3) = 0$.