Inferencia causal

Niveles del razonamiento causal. El efecto de las intervenciones. Contrafactuales. Estimación de efecto causal mediante el control del flujo de inferencia. Buenos y malos controles.

Unidad 5

Bibliografía Unidad 5

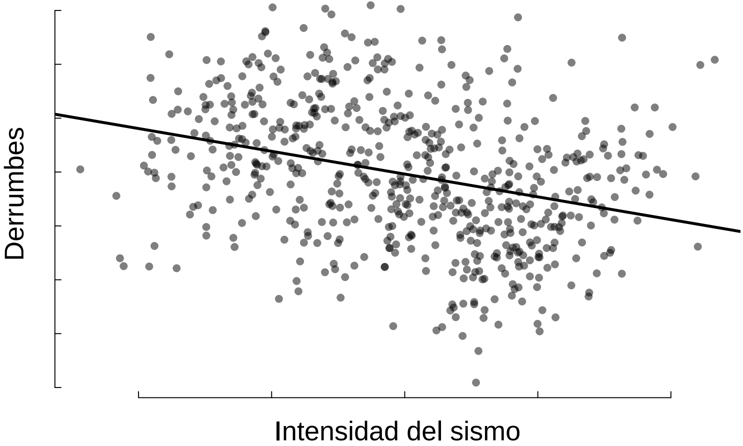
- Neal. *Introduction to causal inference*. (Draft) 2020 (Descargar).
- Cinelli. *A crash course in good and bad controls*; Sociological Methods & Research. 2022- (Descargar). (lectura paper)

Otros:

- Pearl et al. **Causal inference in statistics: A primer**. John Wiley & Sons Ltd; 2016 (Descargar). (lecturas 2 a 4)
- Hernán. *Causal inference: What if*. CRC Boca Raton, FL. 2020. (Descargar).

Estimación de efecto causal

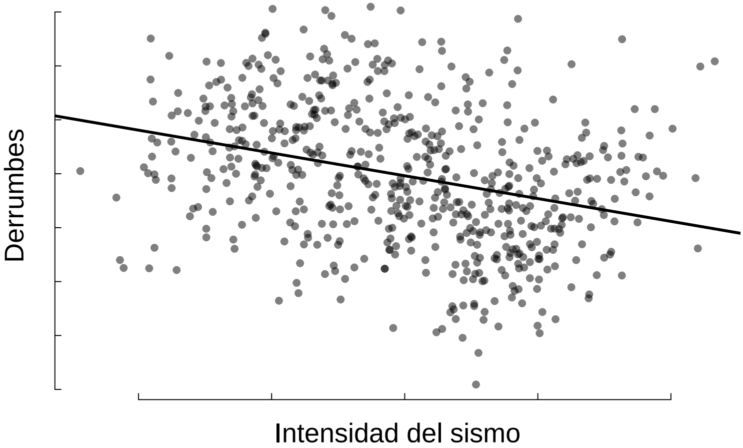
Paradoja de Simpson



Estimación de efecto causal

Paradoja de Simpson

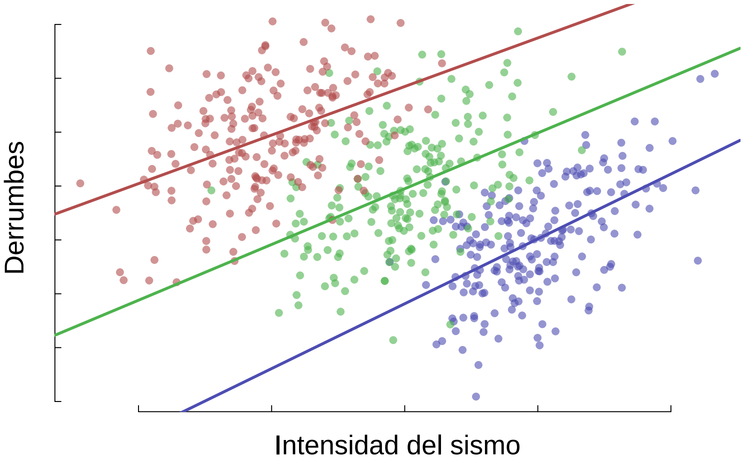
$P(\text{Derrumbes}|\text{Intensidad del sismo})$



Estimación de efecto causal

Paradoja de Simpson

$$P(\text{Derrumbes}|\text{Intensidad del sismo}, \text{Ciudad})$$



Estimación de efecto causal
Paradoja de Simpson

¿Cómo determinar efecto causal
entre dos variables x e y?

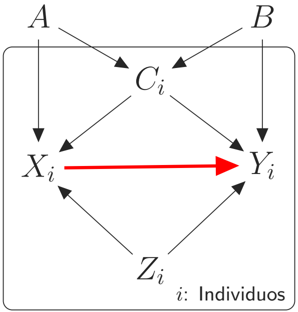
Estimación de efecto causal

Experimentos aleatorizados, do(x).

Los **experimentos aleatorizados** sigue siendo el principal enfoque para evaluar el efecto causal.

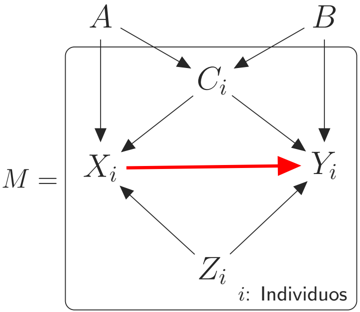
Estimación de efecto causal

Experimentos aleatorizados, do(x).

$M =$ 

Estimación de efecto causal

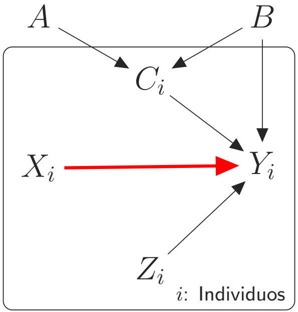
Experimentos aleatorizados, do(x).



Un experimento es *aleatorizado* cuando el tratamiento x se elije independientemente del resultado que genere en la variable objetivo y

Estimación de efecto causal

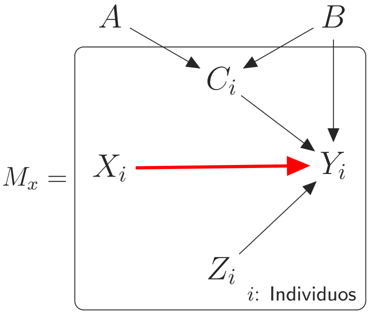
Experimentos aleatorizados, do(x).

$M_x =$ 

do(X_i)

Estimación de efecto causal

Experimentos aleatorizados, do(x).

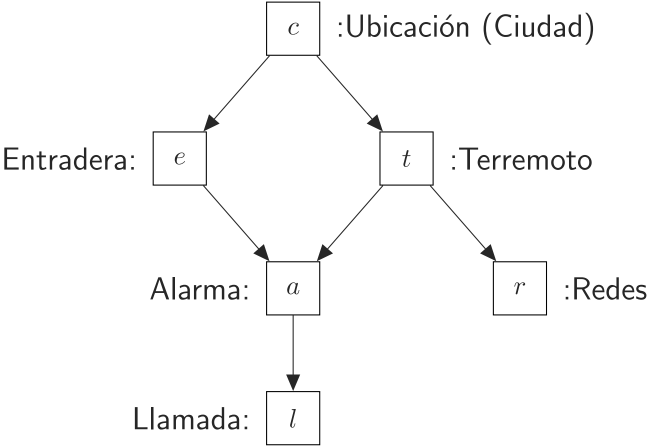


$$P(y_i|\text{do}(x_i), M) = P(y_i|x_i, M_x)$$

La intervención modifica la realidad causal subyacente

Efecto de las intervenciones

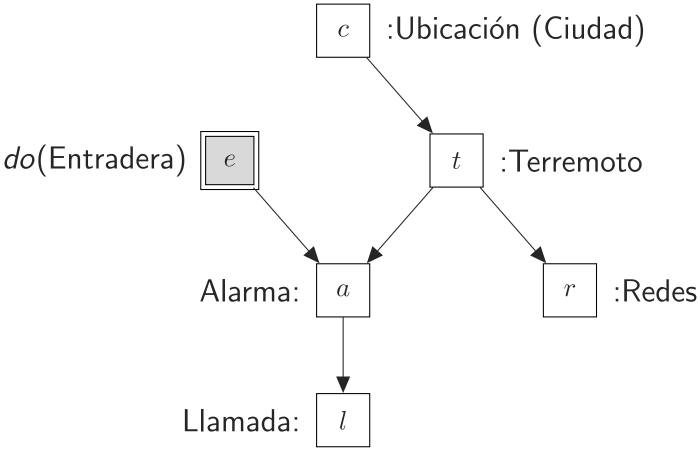
do-operator



$P(a)$

Efecto de las intervenciones

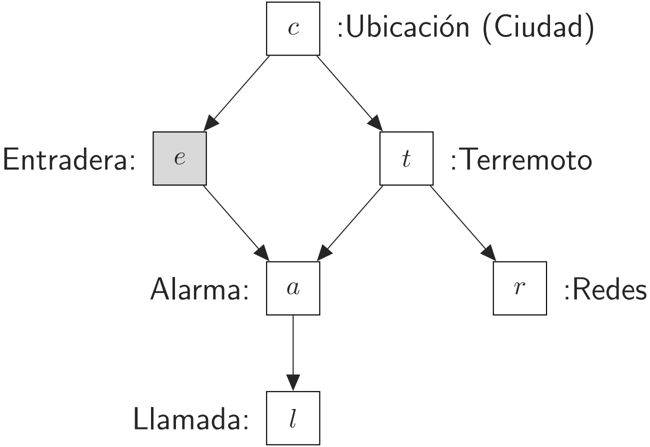
do-operator



$$P(a) \neq P(a|\textit{do}(e = 0))$$

Efecto de las intervenciones

do-operator



$$P(a) \neq P(a|\mathit{do}(e=0)) \neq P(a|e=0)$$

Inferencia causal

Los **niveles** del razonamiento causal

1. **Asociacional**: $P(y \,|\, x, \text{Modelo Causal})$ y $P(\text{Modelo Causal} \,|\, x)$
   Permite evaluar el efecto y el modelo causal sólo si se cumplen ciertas condiciones

Inferencia causal

Los **niveles** del razonamiento causal

1. **Asociacional**: $P(y \,|\, x, \text{Modelo Causal})$ y $P(\text{Modelo Causal} \,|\, x)$
   Permite evaluar el efecto y el modelo causal sólo si se cumplen ciertas condiciones

2. **Intervencional**: $P(y \,|\, \text{do}(x), \text{Modelo Causal})$ y $P(\text{Modelo Causal} \,|\, y, \text{do}(x))$
   Permite evaluar tanto el efecto causal y el modelo causal

Inferencia causal

Los **niveles** del razonamiento causal

1. **Asociacional**: $P(y \,|\, x, \text{Modelo Causal})$ y $P(\text{Modelo Causal} \,|\, x)$
   Permite evaluar el efecto y el modelo causal sólo si se cumplen ciertas condiciones

2. **Intervencional**: $P(y \,|\, \text{do}(x), \text{Modelo Causal})$ y $P(\text{Modelo Causal} \,|\, y, \text{do}(x))$
   Permite evaluar tanto el efecto causal y el modelo causal

3. **Contrafactual**: $P(\overbrace{y \,|\, \text{do}(x),}^{\text{Contrafactual}} \overbrace{y', \text{do}(x'),}^{\text{Factual}} \text{Modelo Causal})$
   Permite evaluar el efecto causal contrafactual (no permite evaluar el modelo causal)

Inferencia causal

Los **niveles** del razonamiento causal

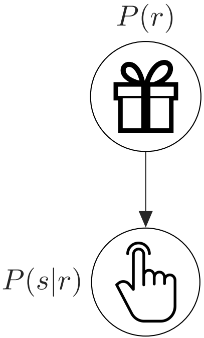
Estos niveles surgen naturalmente
del proceso generativo de lo datos

Monty Hall Causal

Los **niveles** del razonamiento causal

Monty Hall Causal

Asociación

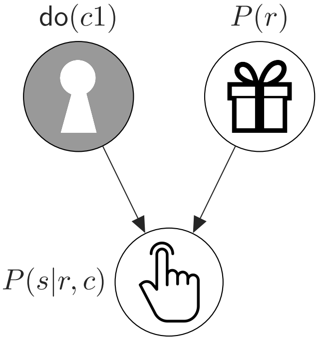


Asociación

$$P(r, s)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	$1/6$	$1/6$
$s2$	$1/6$	0	$1/6$
$s3$	$1/6$	$1/6$	0

Monty Hall Causal
Intervención



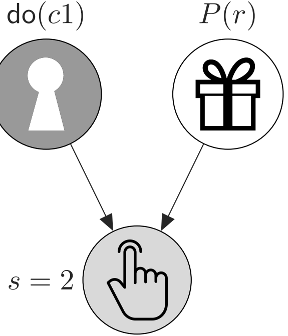
Intervención

$$P(r, s|\text{do}(c1))$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	0	0
$s2$	1/6	0	1/3
$s3$	1/6	1/3	0

Monty Hall Causal

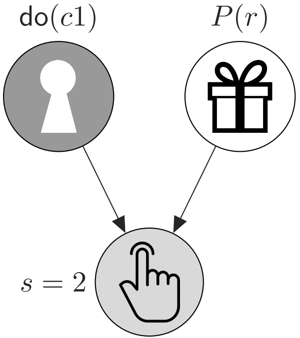
Contrafáctico



¿Que caja hubiera señalado si hubieramos elegido la caja 2, dado que elegimos la caja 1 y señaló la caja 2?

Monty Hall Causal

Contrafáctico



Factual

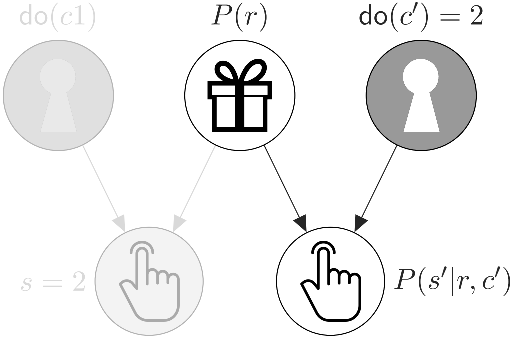
$$P(r|\mathrm{do}(c1), s2)$$

$r1$	$r2$	$r3$
$1/3$	0	$2/3$

¿Que caja hubiera señalado si hubieramos elegido la caja 2,
dado que elegimos la caja 1 y señaló la caja 2?

Monty Hall Causal

Contrafáctico

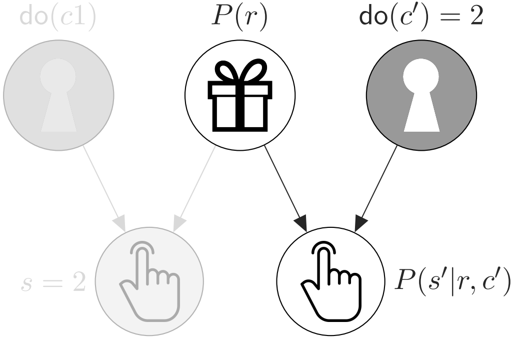


Contra factual

$$P(s', r|\mathsf{do}(c1), s2, \mathsf{do}(c'2))$$

¿Que caja hubiera señalado si hubieramos elegido la caja 2, dado que elegimos la caja 1 y señaló la caja 2?

Monty Hall Causal
Contrafáctico



Contra factual

$$P(s', r|\text{do}(c1), s2, \text{do}(c'2))$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s'1$	0	0	$2/3$
$s'2$	0	0	0
$s'3$	$1/3$	0	0

¿Que caja hubiera señalado si hubieramos elegido la caja 2, dado que elegimos la caja 1 y señaló la caja 2?

Monty Hall Causal

Los **niveles** del razonamiento causal

Asociación

$$P(r, s)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	$1/6$	$1/6$
$s2$	$1/6$	0	$1/6$
$s3$	$1/6$	$1/6$	0

Monty Hall Causal

Los **niveles** del razonamiento causal

Asociación

$$P(r, s)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	$1/6$	$1/6$
$s2$	$1/6$	0	$1/6$
$s3$	$1/6$	$1/6$	0

Intervención

$$P(r, s|\mathsf{do}(c1))$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	0	0
$s2$	$1/6$	0	$1/3$
$s3$	$1/6$	$1/3$	0

Monty Hall Causal

Los **niveles** del razonamiento causal

Asociación

$$P(r, s)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	$1/6$	$1/6$
$s2$	$1/6$	0	$1/6$
$s3$	$1/6$	$1/6$	0

Intervención

$$P(r, s|\mathsf{do}(c1))$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	0	0
$s2$	$1/6$	0	$1/3$
$s3$	$1/6$	$1/3$	0

Contra factual

$$P(s', r|\mathsf{do}(c'2), \mathsf{do}(c1), s2)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s'1$	0	0	$2/3$
$s'2$	0	0	0
$s'3$	$1/3$	0	0

Monty Hall Causal

Los **niveles** del razonamiento causal

Asociación

$$P(r, s)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	$1/6$	$1/6$
$s2$	$1/6$	0	$1/6$
$s3$	$1/6$	$1/6$	0

Intervención

$$P(r, s|\mathsf{do}(c1))$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	0	0
$s2$	$1/6$	0	$1/3$
$s3$	$1/6$	$1/3$	0

Contra factual

$$P(s', r|\mathsf{do}(c'2), \mathsf{do}(c1), s2)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s'1$	0	0	$2/3$
$s'2$	0	0	0
$s'3$	$1/3$	0	0

Efecto causal

$$\underbrace{P(r, s|\mathsf{do}(c1), \text{Modelo Causal})}_{\text{Intervención 1}} - \underbrace{P(r, s|\mathsf{do}(c2), \text{Modelo Causal})}_{\text{Intervención 2}}$$

Monty Hall Causal

Los **niveles** del razonamiento causal

Asociación

$$P(r, s)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	$1/6$	$1/6$
$s2$	$1/6$	0	$1/6$
$s3$	$1/6$	$1/6$	0

Intervención

$$P(r, s|\text{do}(c1))$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s1$	0	0	0
$s2$	$1/6$	0	$1/3$
$s3$	$1/6$	$1/3$	0

Contra factual

$$P(s', r|\text{do}(c'2), \text{do}(c1), s2)$$

	$r1$	$r2$	$r3$
$s'1$	0	0	$2/3$
$s'2$	0	0	0
$s'3$	$1/3$	0	0

Efecto causal

Suponemos que el modelo causal es correcto!

(está en el condicional)

¿Cómo **determinar el efecto causal** entre dos variables basados en datos **sin experimentos aleatorizados**?

Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{\text{Leve } (0), \text{ Severo } (1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{\text{Básico } (0), \text{ Especial } (1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{\text{Leve } (0), \text{ Severo } (1)\}$

Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

¿El Tratamiento es efectivo para mejorar el estado del paciente?

Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$			
$T = 1$			

Estimación de efecto causal
Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	$P(E_1 = 1 \| T = 0, E_0 = 0)$		
$T = 1$	$P(E_1 = 1 \| T = 1, E_0 = 0)$		

Estimación de efecto causal
Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	$P(E_1 = 1 \mid T = 0, E_0 = 0)$		
$T = 1$	$P(E_1 = 1 \mid T = 1, E_0 = 0)$		
	$P(E_1{=}1 \mid \boldsymbol{T{=}0}, E_0{=}0)$ $-P(E_1{=}1 \mid \boldsymbol{T{=}1}, E_0{=}0)$		

Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0, E_0 = 0)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0, E_0 = 1)$	
$T = 1$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1, E_0 = 0)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1, E_0 = 1)$	
	$P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}0}, E_0{=}0)$ $-P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}1}, E_0{=}0)$		

Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0, E_0 = 0)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0, E_0 = 1)$	
$T = 1$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1, E_0 = 0)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1, E_0 = 1)$	
	$P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}0}, E_0{=}0) - P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}1}, E_0{=}0)$	$P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}0}, E_0{=}1) - P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}1}, E_0{=}1)$	

Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0, E_0 = 0)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0, E_0 = 1)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0)$
$T = 1$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1, E_0 = 0)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1, E_0 = 1)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1)$
	$P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}0}, E_0{=}0) - P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}1}, E_0{=}0)$	$P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}0}, E_0{=}1) - P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}1}, E_0{=}1)$	

Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0, E_0 = 0)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0, E_0 = 1)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 0)$
$T = 1$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1, E_0 = 0)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1, E_0 = 1)$	$P(E_1 = 1 \vert T = 1)$
	$P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}0}, E_0{=}0)$ $-P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}1}, E_0{=}0)$	$P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}0}, E_0{=}1)$ $-P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}1}, E_0{=}1)$	$P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}0})$ $-P(E_1{=}1 \vert \boldsymbol{T{=}1})$

Estimación de efecto causal

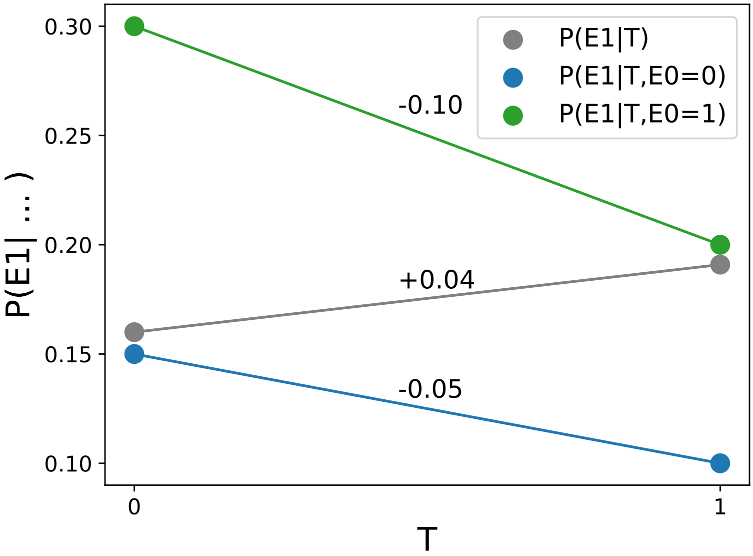
Datos sin experimentos aleatorizados

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	15% 210/1400	30% 30/100	16% 240/1500
$T = 1$	10% 5/50	20% 100/500	19% 105/550
	-5%	-10%	$+4\%$

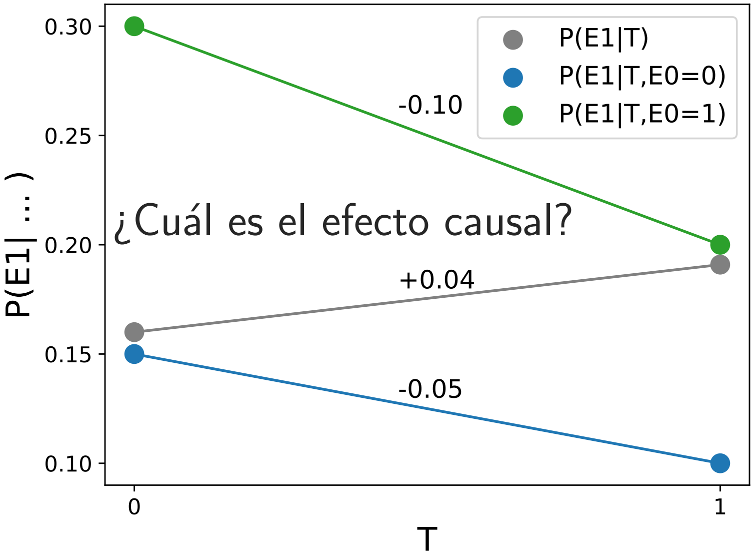
Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados



Estimación de efecto causal

Datos sin experimentos aleatorizados



Estimación de efecto causal
Datos sin experimentos aleatorizados

El efecto causal depende del modelo causal

Estimación de efecto causal

Modelo causal (M)

- Estado inicial: $E_0 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$
- Tratamiento: $T \in \{$Básico (0), Especial $(1)\}$
- Estado final: $E_1 \in \{$Leve (0), Severo $(1)\}$

Estimación de efecto causal

Modelo causal (M)

$$
\begin{tikzcd}
& E_0 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
T \arrow[rr] & & E_1
\end{tikzcd}
$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal (M)

$$\begin{tikzcd}
 & E_0 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
T \arrow[rr] & & E_1
\end{tikzcd}$$

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	15% 210/1400	30% 30/100	16% 240/1500
$T = 1$	10% 5/50	20% 100/500	19% 105/550

Estimación de efecto causal

Modelo causal (M)

$P(E_0)$

$E_0 = 0$	$E_0 = 1$
1450/2050	600/2050

$$
\begin{tikzcd}
 & E_0 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
T \arrow[rr] & & E_1
\end{tikzcd}
$$

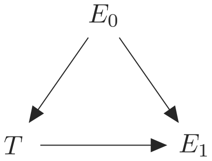
	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	15% 210/1400	30% 30/100	16% 240/1500
$T = 1$	10% 5/50	20% 100/500	19% 105/550

Estimación de efecto causal

Modelo causal (M)

$P(E_0)$

$E_0 = 0$	$E_0 = 1$
1450/2050	600/2050



$P(T|E_0)$

	$T = 0$	$T = 1$
$E_0 = 0$	1400/1450	50/1450
$E_0 = 1$	100/600	500/600

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	15% 210/1400	30% 30/100	16% 240/1500
$T = 1$	10% 5/50	20% 100/500	19% 105/550

Estimación de efecto causal

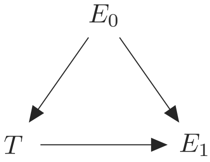
Modelo causal (M)

$P(E_0)$

$E_0 = 0$	$E_0 = 1$
1450/2050	600/2050

$P(T|E_0)$

	$T = 0$	$T = 1$
$E_0 = 0$	1400/1450	50/1450
$E_0 = 1$	100/600	500/600



$P(E_1|T, E_0)$

$(E_0 = 0)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.85	**0.15**
$T = 1$	0.90	**0.10**

$(E_0 = 1)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.70	**0.30**
$T = 1$	0.80	**0.20**

	$E_0 = 0$	$E_0 = 1$	
$T = 0$	15% 210/1400	30% 30/100	16% 240/1500
$T = 1$	10% 5/50	20% 100/500	19% 105/550

Estimación de efecto causal

Modelo causal (M)

$P(E_0)$

$E_0 = 0$	$E_0 = 1$
1450/2050	600/2050

$P(T|E_0)$

	$T = 0$	$T = 1$
$E_0 = 0$	1400/1450	50/1450
$E_0 = 1$	100/600	500/600

$$\begin{tikzcd} & E_0 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ T \arrow[rr] & & E_1 \end{tikzcd}$$

$P(E_1|T, E_0)$

$(E_0 = 0)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.85	$\mathbf{0.15}$
$T = 1$	0.90	$\mathbf{0.10}$

$(E_0 = 1)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.70	$\mathbf{0.30}$
$T = 1$	0.80	$\mathbf{0.20}$

$$P(E_1|\text{do}(T))$$

Estimación de efecto causal

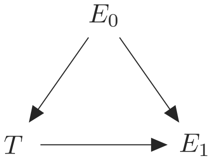
Modelo causal (M)

$P(E_0)$

$E_0 = 0$	$E_0 = 1$
1450/2050	600/2050

$P(T|E_0)$

	$T = 0$	$T = 1$
$E_0 = 0$	1400/1450	50/1450
$E_0 = 1$	100/600	500/600



$P(E_1|T, E_0)$

$(E_0 = 0)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.85	$\mathbf{0.15}$
$T = 1$	0.90	$\mathbf{0.10}$

$(E_0 = 1)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.70	$\mathbf{0.30}$
$T = 1$	0.80	$\mathbf{0.20}$

$$P(E_1|\mathsf{do}(T)) \neq P(E_1|T)$$

Estimación de efecto causal

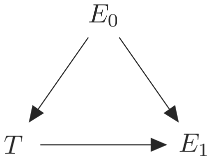
Modelo causal (M)

$P(E_0)$

$E_0 = 0$	$E_0 = 1$
1450/2050	600/2050

$P(T|E_0)$

	$T = 0$	$T = 1$
$E_0 = 0$	1400/1450	50/1450
$E_0 = 1$	100/600	500/600



$P(E_1|T, E_0)$

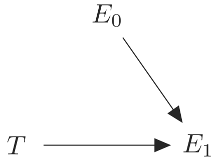
$(E_0 = 0)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.85	**0.15**
$T = 1$	0.90	**0.10**

$(E_0 = 1)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.70	**0.30**
$T = 1$	0.80	**0.20**

$$P(E_1|\mathsf{do}(T)) \neq P(E_1|T) \neq P(E_1|T, E_0)$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)



Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$P_{M_T}(T) = \text{Bern}(0.5)$

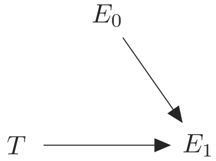
$$\begin{tikzcd} & E_0 \arrow[d] \\ T \arrow[r] & E_1 \end{tikzcd}$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$

$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$



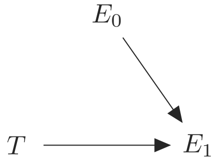
Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \text{Bern}(0.5)$$

$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$

$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$



Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$

$$\begin{tikzcd}
 & E_0 \arrow[d] \\
T \arrow[r] & E_1
\end{tikzcd}$$

$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t)$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$

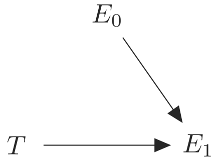
$$\begin{tikzcd}
 & E_0 \arrow[dr] & \\
T \arrow[rr] & & E_1
\end{tikzcd}$$

$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)}$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$



$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0, t, e_1)}{P_{M_T}(t)}$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \text{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$

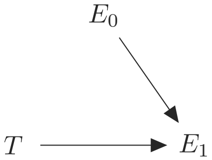
$$\begin{tikzcd} & E_0 \arrow[dr] & \\ T \arrow[rr] & & E_1 \end{tikzcd}$$

$$P(e_1|\text{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0)\, P_{M_T}(t)\, P_{M_T}(e_1|t, e_0)}{P_{M_T}(t)}$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$

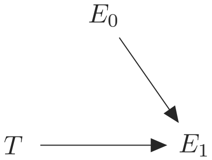


$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0)\, \cancel{P_{M_T}(t)}\, P_{M_T}(e_1|t, e_0)}{\cancel{P_{M_T}(t)}}$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$



$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0)\cancel{P_{M_T}(t)}P_{M_T}(e_1|t, e_0)}{\cancel{P_{M_T}(t)}}$$

$$= \sum_{e0} P_{M_T}(e_0)P_{M_T}(e_1|t, e_0)$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$

$$\begin{tikzcd}
 & E_0 \arrow[d] \\
T \arrow[r] & E_1
\end{tikzcd}$$

$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0)\cancel{P_{M_T}(t)}P_{M_T}(e_1|t, e_0)}{\cancel{P_{M_T}(t)}}$$

$$= \sum_{e0} P(e_0)P(e_1|t, e_0)$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$

$$\begin{tikzcd} & E_0 \arrow[d] \\ T \arrow[r] & E_1 \end{tikzcd}$$

$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0)\cancel{P_{M_T}(t)}P_{M_T}(e_1|t, e_0)}{\cancel{P_{M_T}(t)}}$$

$$= \underbrace{\sum_{e0} P(e_0)P(e_1|t, e_0)}_{\text{Adjustment formula}}$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T,E_0) = P(E_1|T,E_0)$$

$$\begin{tikzcd} & E_0 \arrow[d] \\ T \arrow[r] & E_1 \end{tikzcd}$$

$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1,t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0)\cancel{P_{M_T}(t)}P_{M_T}(e_1|t,e_0)}{\cancel{P_{M_T}(t)}}$$

$$= \underbrace{\sum_{e0} P(e_0)P(e_1|t,e_0)}_{\text{Adjustment formula}}$$

- Encontramos los efectos causales en cada subgrupo $P(e_1|t,\boldsymbol{e_0})$
- Y los ponderamos por el tamaño de cada subgrupo $P(\boldsymbol{e_0})$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$

$$\begin{tikzcd}
 & E_0 \arrow[d] \\
T \arrow[r] & E_1
\end{tikzcd}$$

$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0)\cancel{P_{M_T}(t)}P_{M_T}(e_1|t, e_0)}{\cancel{P_{M_T}(t)}}$$

$$= \sum_{e0} P(e_0)P(e_1|t, e_0)$$

$$\underbrace{P(E_1 = 1|\mathsf{do}(T = 1)) - P(E_1 = 1|\mathsf{do}(T = 0))}_{\text{Efecto causal general}}$$

Estimación de efecto causal

Modelo causal intervenido (M_T)

$$P_{M_T}(T) = \mathsf{Bern}(0.5)$$
$$P_{M_T}(E_0) = P(E_0)$$
$$P_{M_T}(E_1|T, E_0) = P(E_1|T, E_0)$$

$$\begin{tikzcd}
 & E_0 \arrow[d] \\
T \arrow[r] & E_1
\end{tikzcd}$$

$$P(e_1|\mathsf{do}(t)) = P_{M_T}(e_1|t) = \frac{P_{M_T}(e_1, t)}{P_{M_T}(t)} = \frac{\sum_{e0} P_{M_T}(e_0)\cancel{P_{M_T}(t)}P_{M_T}(e_1|t, e_0)}{\cancel{P_{M_T}(t)}}$$

$$= \sum_{e0} P(e_0)P(e_1|t, e_0)$$

$$\underbrace{P(E_1 = 1|\mathsf{do}(T = 1)) - P(E_1 = 1|\mathsf{do}(T = 0))}_{\text{Efecto causal general}} = -0.0646$$

Estimación de efecto causal

Otros ejemplos

$$\begin{tikzcd}
 & Z \arrow[dr] & \\
X \arrow[ur] \arrow[rr] & & Y
\end{tikzcd}$$

Estimación de efecto causal

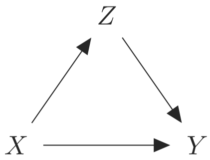
Otros ejemplos

$$
\begin{tikzcd}
 & Z \arrow[dr] & \\
X \arrow[ur] \arrow[rr] & & Y
\end{tikzcd}
$$

$$P(y|\mathsf{do}(x)) =$$

Estimación de efecto causal

Otros ejemplos



$$P(y|\mathsf{do}(x)) = P(y|x)$$

Estimación de efecto causal

Otros ejemplos

$$\begin{tikzcd} & Z \arrow[dr] & \\ X \arrow[ur] \arrow[rr] & & Y \end{tikzcd}$$

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = P(y|x)$$

¿Cuándo hay que ajustar y cuándo no?

Estimación de efecto causal

Adjustment formula general

La regla del efecto causal. *Dado un DAG en el que el conjunto de variables* $\boldsymbol{K}_x$ *que causan* X*, el efecto causal entre* X *e* Y *es*

$$P(Y = y|\text{do}(X = x)) = \sum_{\kappa} P(Y = y|X = x, \boldsymbol{K}_x = \kappa)P(\boldsymbol{K}_x = \kappa)$$

Estimación de efecto causal

Adjustment formula general

La regla del efecto causal. *Dado un DAG en el que el conjunto de variables* $\boldsymbol{K}_x$ *que causan* X*, el efecto causal entre* X *e* Y *es*

$$P(Y = y|\mathsf{do}(X = x)) = \sum_{\kappa} P(Y = y|X = x, \boldsymbol{K}_x = \kappa)P(\boldsymbol{K}_x = \kappa)$$

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = \left(\frac{P(x|\kappa)}{P(x|\kappa)}\right) \sum_{\kappa} P(y|x, \kappa)P(\kappa)$$

Estimación de efecto causal

Adjustment formula general

La regla del efecto causal. *Dado un DAG en el que el conjunto de variables* $\boldsymbol{K}_x$ *que causan* X*, el efecto causal entre* X *e* Y *es*

$$P(Y = y|\mathsf{do}(X = x)) = \sum_{\kappa} P(Y = y|X = x, \boldsymbol{K}_x = \kappa)P(\boldsymbol{K}_x = \kappa)$$

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = \sum_{\kappa} \frac{P(y|x, \kappa)P(x|\kappa)P(\kappa)}{P(x|\kappa)}$$

Estimación de efecto causal

Adjustment formula general

La regla del efecto causal. *Dado un DAG en el que el conjunto de variables* $\boldsymbol{K}_x$ *que causan* X*, el efecto causal entre* X *e* Y *es*

$$P(Y = y|\mathsf{do}(X = x)) = \sum_{\kappa} P(Y = y|X = x, \boldsymbol{K}_x = \kappa)P(\boldsymbol{K}_x = \kappa)$$

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = \sum_{\kappa} \frac{P(y|x, \kappa)P(x|\kappa)P(\kappa)}{P(x|\kappa)} = \sum_{\kappa} \frac{P(y, x, \kappa)}{P(x|\kappa)}$$

Estimación de efecto causal
Adjustment formula general

La regla del efecto causal. *Dado un DAG en el que el conjunto de variables* $\boldsymbol{K}_x$ *que causan* X*, el efecto causal entre* X *e* Y *es*

$$P(Y = y|\text{do}(X = x)) = \sum_{\kappa} P(Y = y|X = x, \boldsymbol{K}_x = \kappa)P(\boldsymbol{K}_x = \kappa)$$

$$P(y|\text{do}(x)) = \sum_{\kappa} \frac{P(y|x,\kappa)P(x|\kappa)P(\kappa)}{P(x|\kappa)} = \sum_{\kappa} \frac{P(y,x,\kappa)}{\boldsymbol{P(x|\kappa)}}$$

$$\text{Propensity Score} := P(x|\kappa)$$

Estimación de efecto causal

Adjustment formula general

La regla del efecto causal. *Dado un DAG en el que el conjunto de variables $\boldsymbol{K}_x$ que causan X, el efecto causal entre X e Y es*

$$P(Y = y|\text{do}(X = x)) = \sum_{\kappa} P(Y = y|X = x, \boldsymbol{K}_x = \kappa)P(\boldsymbol{K}_x = \kappa)$$

$$P(y|\text{do}(x)) = \sum_{\kappa} \frac{P(y|x,\kappa)P(x|\kappa)P(\kappa)}{P(x|\kappa)} = \sum_{\kappa} \frac{P(y,x,\kappa)}{P(x|\kappa)}$$

¿Y si no podemos ajustar por las causas κ del tratamiento x?

Variables de control

Exchangeability

Necesitamos un contexto W que permita interpretar al tratamiento observado T como un experimento aleatorizado: que su elección sea independiente del resultado potencial

Variables de control

Exchangeability

Necesitamos un contexto W que permita interpretar al tratamiento observado T como un experimento aleatorizado: que su elección sea independiente del $\underbrace{\text{resultado potencial}}_{\text{Contrafactual}}$

Notación Neyman-Rubin:

$$\underbrace{Y_i(t)}_{\substack{\text{Potential}\\ \text{outcome}}} \quad := \quad \Big(Y_i | \mathit{do}(T_i = t)\Big)$$

Variables de control

Exchangeability

Necesitamos un contexto W que permita interpretar al tratamiento observado T como un experimento aleatorizado: que su elección sea independiente del resultado potencial

$$\Big(\underbrace{Y'|\text{do}(T'=0)}_{Y(0)}\Big), \Big(\underbrace{Y'|\text{do}(T'=1)}_{Y(1)}\Big) \perp\!\!\!\perp T \,|\, W$$

Variables de control

Exchangeability

Necesitamos un contexto W que permita interpretar al tratamiento observado T como un experimento aleatorizado: que su elección sea independiente del resultado potencial

$$\underbrace{\Big(Y'|\text{do}(T'=0)\Big), \Big(Y'|\text{do}(T'=1)\Big)}_{\text{Contra-factuales}} \perp\!\!\!\perp T \,|\, W$$

Variables de control

Exchangeability

Necesitamos un contexto W que permita interpretar al tratamiento observado T como un experimento aleatorizado: que su elección sea independiente del resultado potencial

$$\underbrace{\Big(Y'|\text{do}(T'=0)\Big), \Big(Y'|\text{do}(T'=1)\Big)}_{\text{Contra-factuales}} \perp\!\!\!\perp T \,|\, W$$

¿Cómo se puede probar esta independencia?

Variables de control

Exchangeability

Necesitamos un contexto W que permita interpretar al tratamiento observado T como un experimento aleatorizado: que su elección sea independiente del resultado potencial

$$\underbrace{\Big(Y'|\text{do}(T'=0)\Big), \Big(Y'|\text{do}(T'=1)\Big)}_{\text{Contra-factuales}} \perp\!\!\!\perp T \,|\, W$$

Sabemos que

$$Y \perp\!\!\!\perp X \iff P(Y,X) = P(Y)P(X)$$

Variables de control

Exchangeability

Necesitamos un contexto W que permita interpretar al tratamiento observado T como un experimento aleatorizado: que su elección sea independiente del resultado potencial

$$\underbrace{\Big(Y'|\text{do}(T'=0)\Big), \Big(Y'|\text{do}(T'=1)\Big)}_{\text{Contra-factuales}} \perp\!\!\!\perp T \,|\, W$$

Sabemos que

$$Y \perp\!\!\!\perp X \iff P(Y,X) = P(Y)P(X)$$

¿Pero cuál es la distribución conjunta en este caso?

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales

Twin Network. Un modelo causal con contra-factuales es igual al modelo original salvo que se le añaden las variables contra-factuales.

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales

Twin Network. Un modelo causal con contra-factuales es igual al modelo original salvo que se le añaden las variables contra-factuales.

$$
\begin{tikzcd}
T \arrow[d] & E_0 \arrow[l] \arrow[dl] \\
E_1 &
\end{tikzcd}
$$

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales

Twin Network. Un modelo causal con contra-factuales es igual al modelo original salvo que se le añaden las variables contra-factuales.

$$
\begin{tikzcd}
T \arrow[d] & E_0 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[dr] & T' \arrow[d] \\
E_1 & & E_1'
\end{tikzcd}
$$

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales

Twin Network. Un modelo causal con contra-factuales es igual al modelo original salvo que se le añaden las variables contra-factuales.

$$
\begin{tikzcd}
T \arrow[d] & E_0 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[dr] & T' \arrow[d] \\
E_1 & & E_1'
\end{tikzcd}
$$

$$E_1(t) \perp\!\!\!\perp T|W \iff P(E_1', T \mid T' = t, W) = P(E_1' \mid T' = t, W)P(T \mid T' = t, W)$$

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales

Twin Network. Un modelo causal con contra-factuales es igual al modelo original salvo que se le añaden las variables contra-factuales.

$$
\begin{tikzcd}
T \arrow[d] & E_0 \arrow[l] \arrow[dl] \arrow[dr] & T' \arrow[d] \\
E_1 & & E_1'
\end{tikzcd}
$$

$$E_1(t) \perp\!\!\!\perp T|W \iff P(E_1', T \mid T' = t, W) = P(E_1' \mid T' = t, W)P(T \mid T' = t, W)$$

Ejercicios.
Calcular la conjunta y las marginales y mostrar que $(E_1(t) \not\perp\!\!\!\perp T|\emptyset)$ y $(E_1(t) \perp\!\!\!\perp T|\{E_0\})$

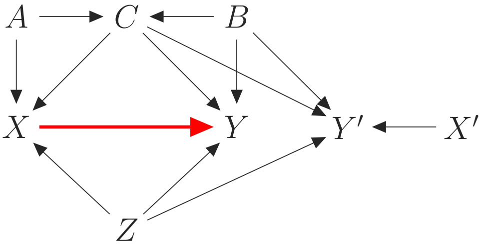
Variables de control

Modelo causal

$$
\begin{tikzcd}
A \arrow[r] \arrow[d] & C \arrow[dl] \arrow[dr] & B \arrow[l] \arrow[d] \\
X \arrow[rr, red] & & Y \\
& Z \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}
$$

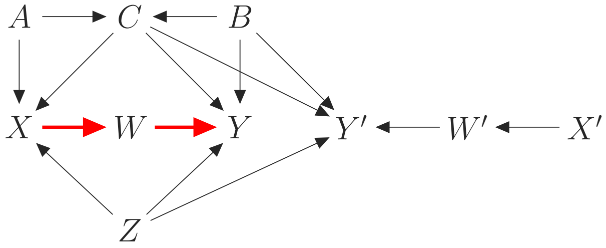
Variables de control

Modelo causal con contra-factuales



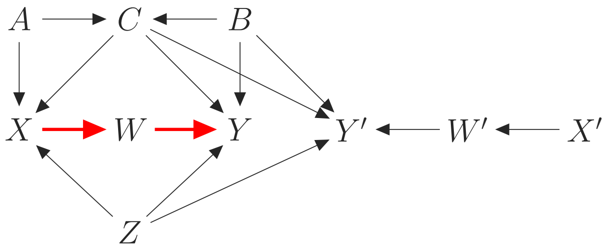
Variables de control

Modelo causal con contra-factuales



Variables de control

Modelo causal con contra-factuales

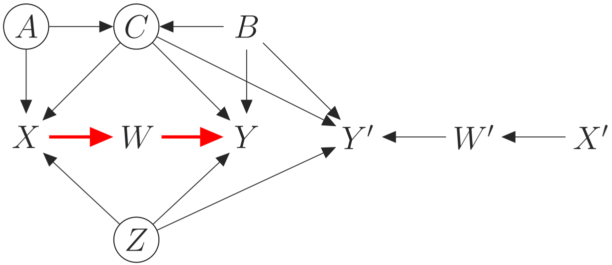


Sabemos que

$$Y(x) \perp\!\!\!\perp X \,|\, \boldsymbol{K}_x \qquad \text{con} \quad \underbrace{\boldsymbol{K}_x = \{A, C, Z\}}_{\text{Causas del tratamiento } X}$$

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales

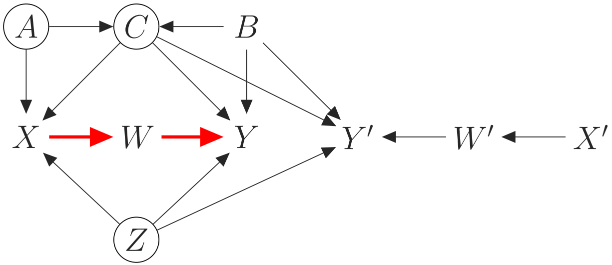


Sabemos que

$$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{K}_x \qquad \text{con} \quad \underbrace{\boldsymbol{K}_x = \{A, C, Z\}}_{\text{Causas del tratamiento } X}$$

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales



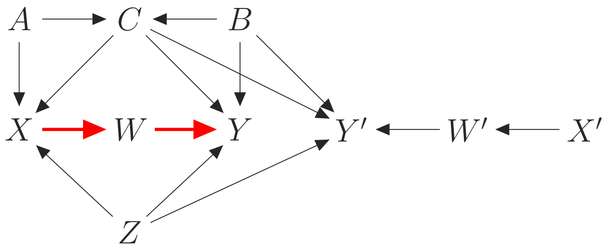
Sabemos que

$$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{K}_x \qquad \text{con} \quad \underbrace{\boldsymbol{K}_x = \{A, C, Z\}}_{\text{Causas del tratamiento } X}$$

Las causas de X, $\boldsymbol{K}_x$, cortan el flujo de inferencia entre X e $Y(x)$

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales



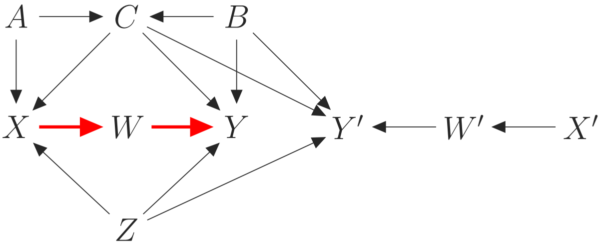
Sabemos que

$$Y(x) \perp\!\!\!\perp X|\boldsymbol{K}_x \qquad \text{con} \quad \underbrace{\boldsymbol{K}_x = \{A, C, Z\}}_{\substack{\text{Causas del} \\ \text{tratamiento } X}}$$

¿Y si no podemos medir (y por lo tanto ajustar) por las causas $\boldsymbol{K}_X$?

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales

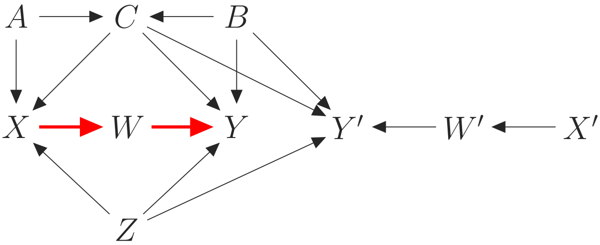


Necesitamos encontrar otro conjunto $\boldsymbol{Q}$ que corte el flujo de inferencia entre X e $Y(x)$

$$Y(x) \perp\!\!\!\perp X|\boldsymbol{Q}$$

Variables de control

Modelo causal con contra-factuales



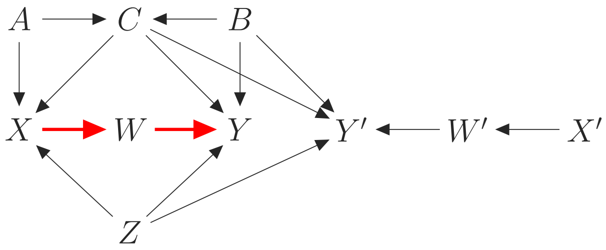
Necesitamos encontrar otro conjunto $\boldsymbol{Q}$ que corte el flujo de inferencia entre X e $Y(x)$

$$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$$

¿Cómo?

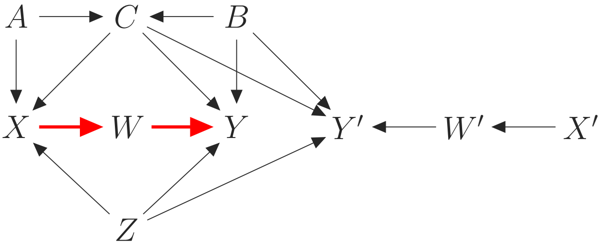
Variables de control

Independencia condicional



Variables de control

Independencia condicional



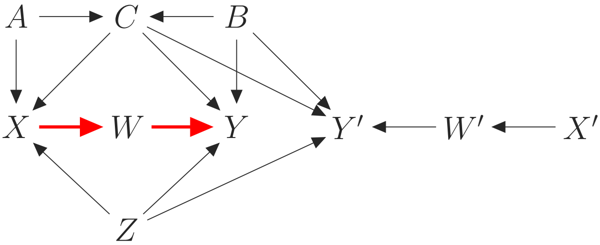
Dos variables $Y(x)$ y X son condicionalmente independientes dado $\boldsymbol{Q}$, $(Y(x) \perp\!\!\!\perp X|\boldsymbol{Q})$

$$\Longleftrightarrow$$

Las variables son independientes en todos los caminos que las conectan

Variables de control

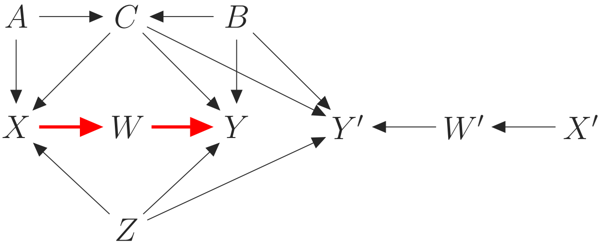
Independencia condicional



¿$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$?

Variables de control

Independencia condicional

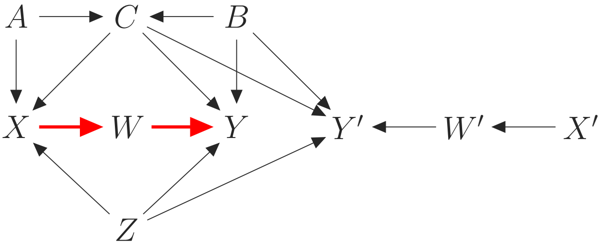


¿$Y(x) \perp\!\!\!\perp X|\boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$?

$$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$$

Variables de control

Independencia condicional



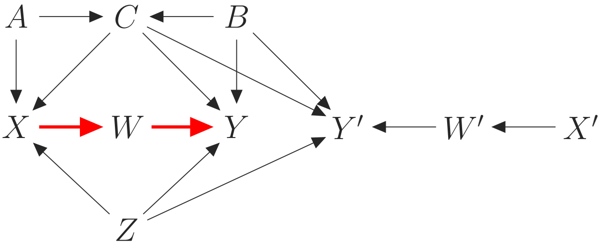
¿$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$?

$$X \leftarrow Z \rightarrow Y'$$

$$X \leftarrow A \rightarrow C \rightarrow Y'$$

Variables de control

Independencia condicional



¿$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$?

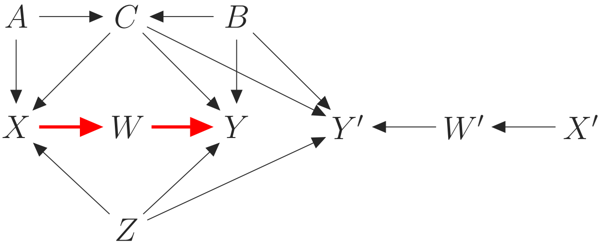
$$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$$

$$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longrightarrow Y'$$

$$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longleftarrow B \longrightarrow Y'$$

Variables de control

Independencia condicional



¿$Y(x) \perp\!\!\!\perp X|\boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$?

$$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$$

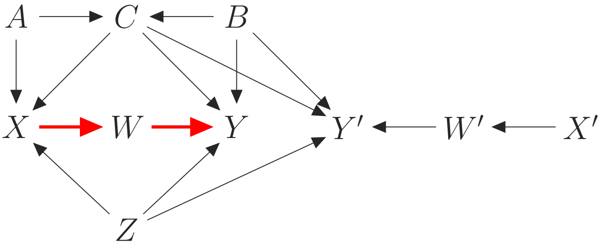
$$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longrightarrow Y'$$

$$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longleftarrow B \longrightarrow Y'$$

Fork

Variables de control

Independencia condicional



¿$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$?

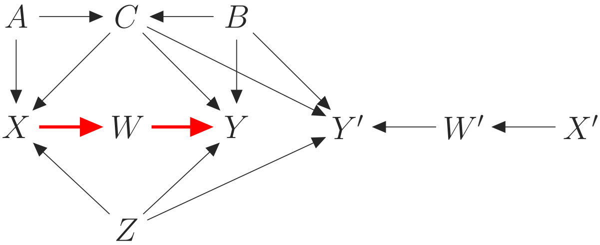
$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$ **Fork**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longrightarrow Y'$ **Fork + Pipe**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longleftarrow B \longrightarrow Y'$

Variables de control

Independencia condicional



$¿Y(x) \perp\!\!\!\perp X|\boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$?

$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$ **Fork**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longrightarrow Y'$ **Fork + Pipe**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longleftarrow B \longrightarrow Y'$ **Fork + Collider + Fork**

Flujo de inferencia

Estructuras complejas (caminos)

Flujo de inferencia

Estructuras complejas (caminos)

$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$	**Fork**
$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longrightarrow Y'$	**Fork + Pipe**
$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longleftarrow B \longrightarrow Y'$	**Fork + Collider + Fork**

Flujo de inferencia

Estructuras complejas (caminos)

Hay flujo de inferencia entre los extremos de una cadena si:
(camino *d-conectado*)

- Todas las consecuencias comunes (o sus descendientes) son observables
- Ninguna otra variable es observable

Flujo de inferencia
Estructuras complejas (caminos)

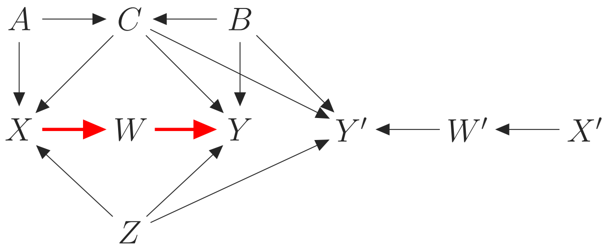
Hay flujo de inferencia entre los extremos de una cadena si:
(camino *d-conectado*)

- Todas las consecuencias comunes (o sus descendientes) son observables
- Ninguna otra variable es observable

Se cierra el flujo si está $\underbrace{\text{no } \textit{d-conectado}}_{\text{d-separado}}$

Variables de control

Independencia condicional



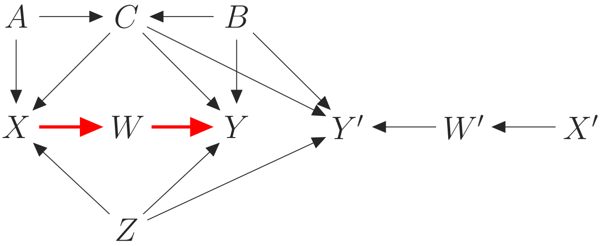
¿$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$?

$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$ **Fork**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longrightarrow Y'$ **Fork + Pipe**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longleftarrow B \longrightarrow Y'$ **Fork + Collider + Fork**

Variables de control
Independencia condicional



$Y(x) \not\perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z\}$

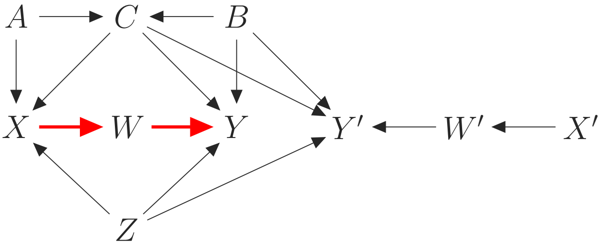
$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$ **Fork**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longrightarrow Y'$ **Fork + Pipe**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longleftarrow B \longrightarrow Y'$ **Fork + Collider + Fork**

Variables de control

Independencia condicional



$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z, B\}$

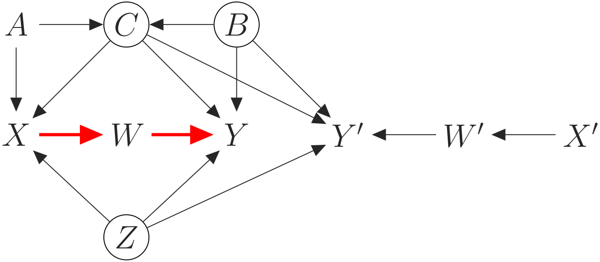
$X \longleftarrow Z \longrightarrow Y'$ **Fork**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longrightarrow Y'$ **Fork + Pipe**

$X \longleftarrow A \longrightarrow C \longleftarrow B \longrightarrow Y'$ **Fork + Collider + Fork**

Variables de control

Independencia condicional

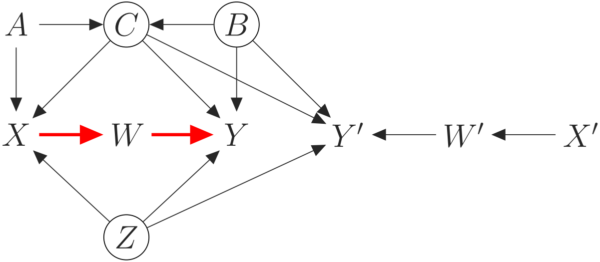


$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z, B\}$

Las variables $\boldsymbol{Q}$ cortan el flujo de inferencia entre X e $Y(x)$

Variables de control

Independencia condicional



$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z, B\}$

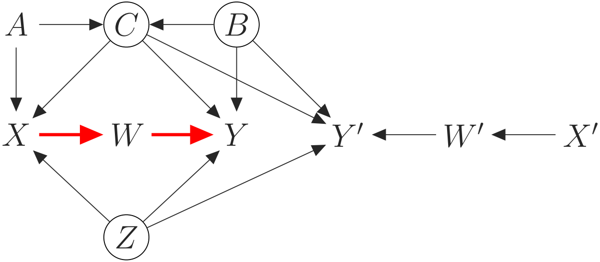
Las variables $\boldsymbol{Q}$ cortan el flujo de inferencia entre X e $Y(x)$

pero

no entre X e Y ($Y \not\!\perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$)

Variables de control

Independencia condicional



$Y(x) \perp\!\!\!\perp X | \boldsymbol{Q}$ con $\boldsymbol{Q} = \{C, Z, B\}$

Las variables $\boldsymbol{Q}$ cortan el flujo de inferencia entre X e $Y(x)$

Solo cortan el flujo trasero entre X e Y

Backdoor criterion

Dado un conjunto de variable Q tal que:

1. Q cierra todos los caminos traseros de T a Y
2. Q no contiene ningún descendiente de T

Variables de control
Backdoor criterion

Backdoor criterion

Dado un conjunto de variable $\boldsymbol{Q}$ tal que:

1. $\boldsymbol{Q}$ cierra todos los caminos traseros de T a Y
2. $\boldsymbol{Q}$ no contiene ningún descendiente de T

$$P(y|\text{do}(t))$$

Variables de control

Backdoor criterion

Backdoor criterion

Dado un conjunto de variable $\boldsymbol{Q}$ tal que:

1. $\boldsymbol{Q}$ cierra todos los caminos traseros de T a Y
2. $\boldsymbol{Q}$ no contiene ningún descendiente de T

$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_{q \in \boldsymbol{Q}} P(y, q|\mathsf{do}(t))$$

Backdoor criterion

Dado un conjunto de variable $\boldsymbol{Q}$ tal que:

1. $\boldsymbol{Q}$ cierra todos los caminos traseros de T a Y
2. $\boldsymbol{Q}$ no contiene ningún descendiente de T

$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_{q \in \boldsymbol{Q}} P(y|\mathsf{do}(t), q) P(q|\mathsf{do}(t))$$

Backdoor criterion

Dado un conjunto de variable $\boldsymbol{Q}$ tal que:

1. $\boldsymbol{Q}$ cierra todos los caminos traseros de T a Y
2. $\boldsymbol{Q}$ no contiene ningún descendiente de T

$$P(y|\text{do}(t)) = \sum_{q \in \boldsymbol{Q}} P(y|\text{do}(t), q) P(q|\text{do}(t))$$

1. Porque $\boldsymbol{Q}$ corta el flujo trasero vale: $P(y|\text{do}(t), q) = P(y|t, q)$

Variables de control
Backdoor criterion

Backdoor criterion

Dado un conjunto de variable $\boldsymbol{Q}$ tal que:

1. $\boldsymbol{Q}$ cierra todos los caminos traseros de T a Y
2. $\boldsymbol{Q}$ no contiene ningún descendiente de T

$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_{q \in \boldsymbol{Q}} P(y|\mathsf{do}(t), q) P(q|\mathsf{do}(t))$$

1. Porque $\boldsymbol{Q}$ corta el flujo trasero vale: $P(y|\mathsf{do}(t), q) = P(y|t, q)$
2. Porque $\boldsymbol{Q}$ no contiene descendientes de T vale: $P(q|\mathsf{do}(t)) = P(q)$

Variables de control
Backdoor criterion

Backdoor criterion

Dado un conjunto de variable $\boldsymbol{Q}$ tal que:

1. $\boldsymbol{Q}$ cierra todos los caminos traseros de T a Y
2. $\boldsymbol{Q}$ no contiene ningún descendiente de T

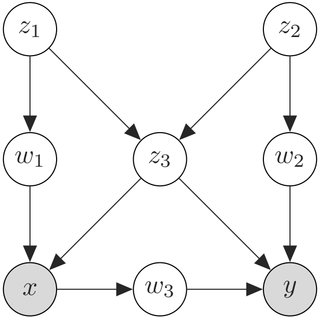
$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_{q \in \boldsymbol{Q}} P(y|\mathsf{do}(t), q) P(q|\mathsf{do}(t)) = \sum_{w} P(y|t, q) P(q)$$

1. Porque $\boldsymbol{Q}$ corta el flujo trasero vale: $P(y|\mathsf{do}(t), q) = P(y|t, q)$
2. Porque $\boldsymbol{Q}$ no contiene descendientes de T vale: $P(q|\mathsf{do}(t)) = P(q)$

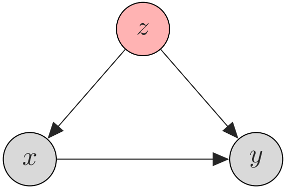
Variables de control

Ejercicio

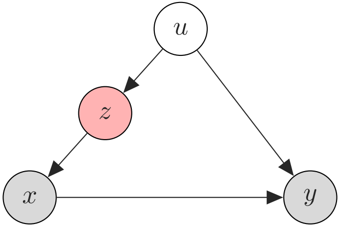
Listar todos los conjuntos de variables que satisfacen el *backdoor criterion*



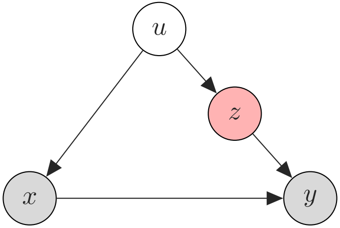
Controles buenos



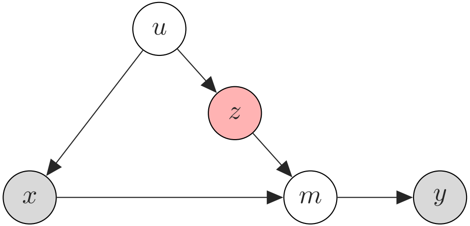
Controles buenos



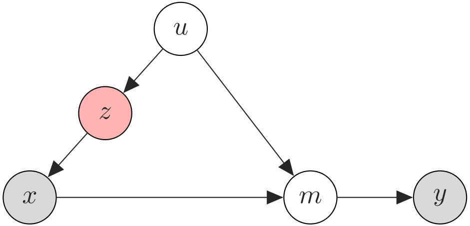
Controles buenos



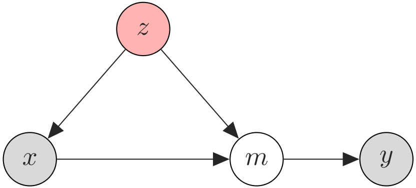
Controles buenos



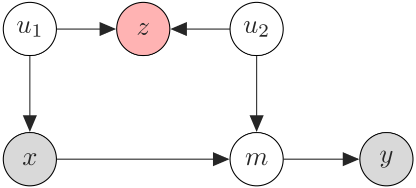
Controles buenos



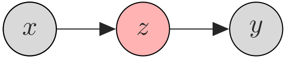
Controles buenos



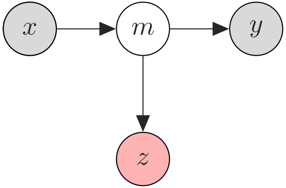
Controles malos



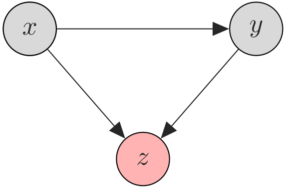
Controles malos



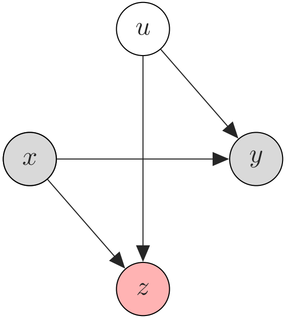
Controles malos



Controles malos

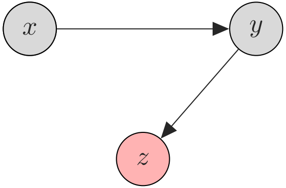


Controles malos



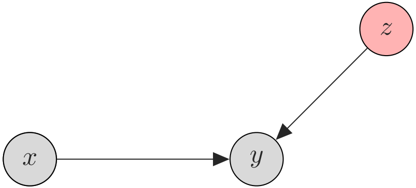
Controles malos

Sesgo de selección



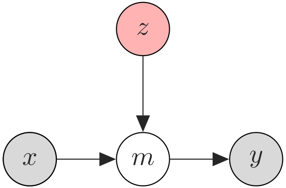
Controles neutrales

Mejoran precisión



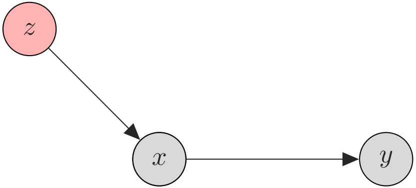
Controles neutrales

Mejoran precisión

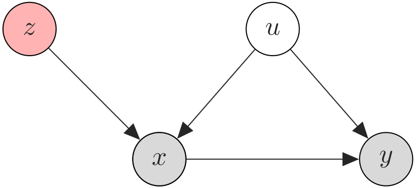


Controles neutrales

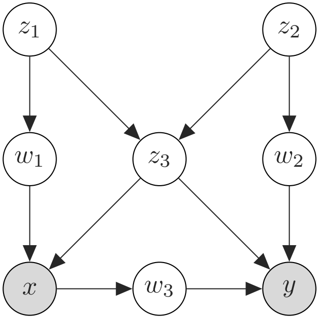
Reducen precisión



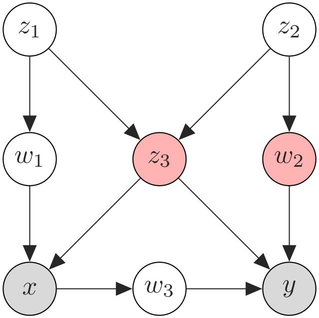
Controles malos



Estimación de efecto causal

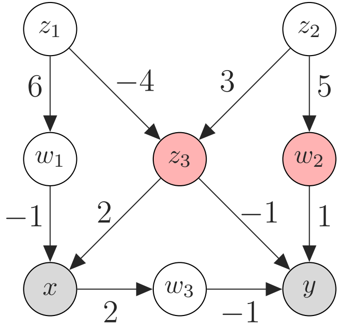


Estimación de efecto causal



Estimación de efecto causal

Modelos lineales



Estimación de efecto causal

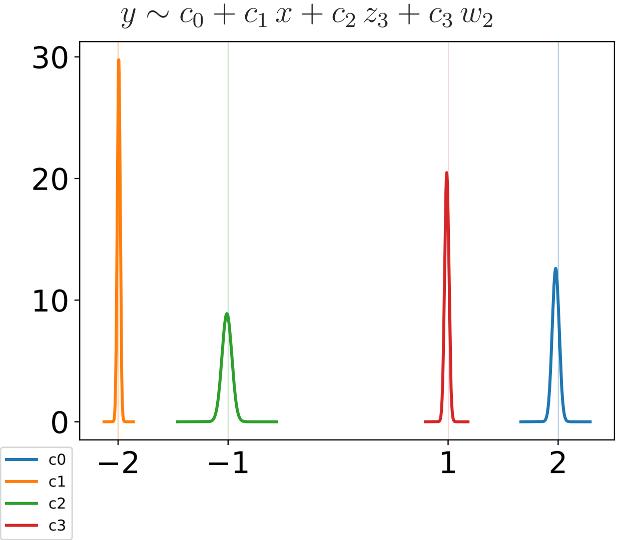
Modelos lineales

```
# https://github.com/glandfried/bayesian-linear-model
from linear_model import BayesianLinearModel
import numpy as np

N = 1000
z1 = np.random.uniform(-3,3, size=N)
w1 = 3*z1 + np.random.normal(size=N,scale=1)
z2 = np.random.uniform(-3,3, size=N)
w2 = 2*z2 + np.random.normal(size=N,scale=1)
z3 = -2*z1 + 2*z2 + np.random.normal(size=N,scale=1)
x = -1*w1 + 2*z3 + np.random.normal(size=N,scale=1)
w3 = 2*x + np.random.normal(size=N,scale=1)
y = 2 - 1*w3 - z3 + w2 + np.random.normal(size=N,scale=1)
```

Estimación de efecto causal

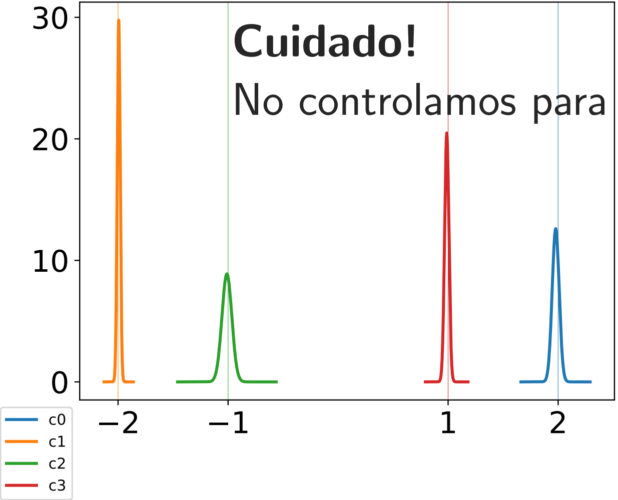
Modelos lineales



Estimación de efecto causal

Modelos lineales

$$y \sim c_0 + c_1\, x + c_2\, z_3 + c_3\, w_2$$



Cuidado!

No controlamos para z_3 ni w_2!

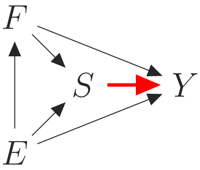
Estimación de efecto causal
Table 2 Fallacy

Es una falacia presentar los coeficientes de los controles también como efectos causales

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

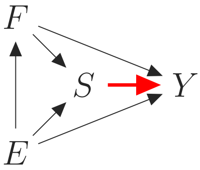
F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma

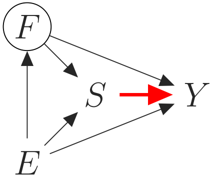


$$S \longleftarrow F \longrightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma

$$
\begin{tikzcd}
F \arrow[dr] \arrow[drr] & & \\
& S \arrow[r, red] & Y \\
E \arrow[uu] \arrow[ur] \arrow[urr] & &
\end{tikzcd}
$$

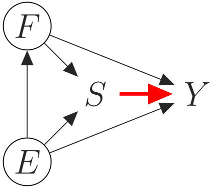
$$S \longleftarrow F \longrightarrow Y$$

$$S \longleftarrow E \longrightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



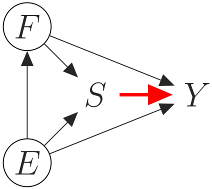
$$S \leftarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



$$S \leftarrow F \rightarrow Y$$

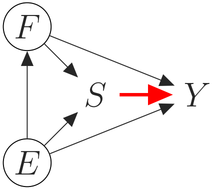
$$S \leftarrow E \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow F \rightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



$$S \leftarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow Y$$

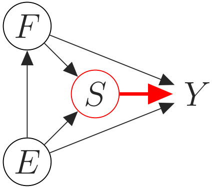
$$S \leftarrow E \rightarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow F \leftarrow E \rightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



$$y \sim c_0 + c_s\, s + c_f\, f + c_e\, e$$

$$S \leftarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow Y$$

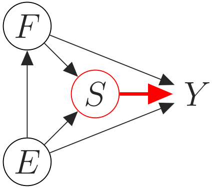
$$S \leftarrow E \rightarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow F \leftarrow E \rightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



$$y \sim c_0 + c_s\, s + \underbrace{c_f\, f + c_e\, e}_{\text{Efectos causales directos}}$$

$$S \leftarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow Y$$

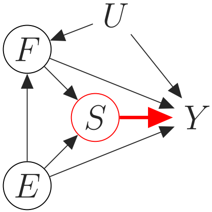
$$S \leftarrow E \rightarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow F \leftarrow E \rightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



$$y \sim c_0 + c_s\, s + c_f\, f + c_e\, e$$

$$S \longleftarrow F \longrightarrow Y$$

$$S \longleftarrow E \longrightarrow Y$$

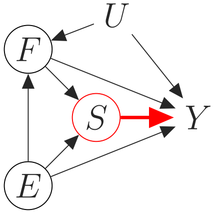
$$S \longleftarrow E \longrightarrow F \longrightarrow Y$$

$$S \longleftarrow F \longleftarrow E \longrightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



$$y \sim c_0 + c_s\, s + c_f\, f + c_e\, e$$

$$S \longleftarrow F \longrightarrow Y$$

$$S \longleftarrow E \longrightarrow Y$$

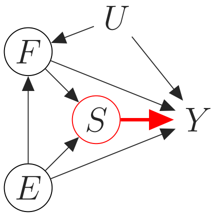
$$S \longleftarrow E \longrightarrow F \longrightarrow Y \qquad S \longleftarrow F \longleftarrow U \longrightarrow Y$$

$$S \longleftarrow F \longleftarrow E \longrightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



$$y \sim c_0 + c_s\, s + c_f\, f + c_e\, e$$

$$S \leftarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow F \leftarrow U \rightarrow Y$$

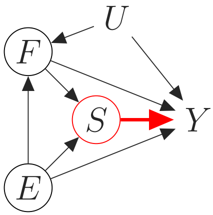
$$S \leftarrow F \leftarrow E \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow F \leftarrow U \rightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Table 2 Fallacy

F: Fuma.
E: Edad.
S: Salud.
Y: Síntoma



$$y \sim c_0 + c_s\, s + \underbrace{c_f\, f + c_e\, e}_{\text{No son efectos causales!}}$$

$$S \leftarrow F \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow E \rightarrow F \rightarrow Y \qquad S \leftarrow F \leftarrow U \rightarrow Y$$

$$S \leftarrow F \leftarrow E \rightarrow Y \qquad S \leftarrow E \rightarrow F \leftarrow U \rightarrow Y$$

Estimación de efecto causal

Cómo publicar artículos científicos

Estimación de efecto causal

Cómo publicar artículos científicos

- Obtener una base de datos con varias variables.

Estimación de efecto causal

Cómo publicar artículos científicos

- Obtener una base de datos con varias variables.

- Buscar un regresión lineal con coeficientes significativos (suele ser el paso más fácil).

Estimación de efecto causal
Cómo publicar artículos científicos

- Obtener una base de datos con varias variables.
- Buscar un regresión lineal con coeficientes significativos (suele ser el paso más fácil).
- Proponer una historia causal a medida de los coeficientes significativos.

Estimación de efecto causal

Cómo publicar artículos científicos

- Obtener una base de datos con varias variables.
- Buscar un regresión lineal con coeficientes significativos (suele ser el paso más fácil).
- Proponer una historia causal a medida de los coeficientes significativos.
- Jamás revelar los secretos que obligarían rechazar la interpretación propuesta.

Estimación de efecto causal

Cómo publicar artículos científicos

- Obtener una base de datos con varias variables.
- Buscar un regresión lineal con coeficientes significativos (suele ser el paso más fácil).
- Proponer una historia causal a medida de los coeficientes significativos.
- Jamás revelar los secretos que obligarían rechazar la interpretación propuesta.
- Incluir en el CV ese fabuloso artículo científico.

Estimación de efecto causal

Cómo hacer inferencia causal

Estimación de efecto causal

Cómo hacer inferencia causal

- Enunciar el problema de conocimiento que se quiere resolver.

Estimación de efecto causal

Cómo hacer inferencia causal

- Enunciar el problema de conocimiento que se quiere resolver.
- Especificar los modelos causales existentes en el conocimiento experto del área.

Estimación de efecto causal

Cómo hacer inferencia causal

- Enunciar el problema de conocimiento que se quiere resolver.
- Especificar los modelos causales existentes en el conocimiento experto del área.
- Simular datos a partir del modelo causal y validarlo sobre los datos sintéticos.

Estimación de efecto causal

Cómo hacer inferencia causal

- Enunciar el problema de conocimiento que se quiere resolver.
- Especificar los modelos causales existentes en el conocimiento experto del área.
- Simular datos a partir del modelo causal y validarlo sobre los datos sintéticos.
- Estimar las variables ocultas y los efectos causales dado los datos.

Estimación de efecto causal

Cómo hacer inferencia causal

- Enunciar el problema de conocimiento que se quiere resolver.
- Especificar los modelos causales existentes en el conocimiento experto del área.
- Simular datos a partir del modelo causal y validarlo sobre los datos sintéticos.
- Estimar las variables ocultas y los efectos causales dado los datos.
- Los fracasos son éxitos que nos sirven para revisar y repetir el proceso.

Inferencia pasiva de efecto causal

Casos especiales y criterio general.

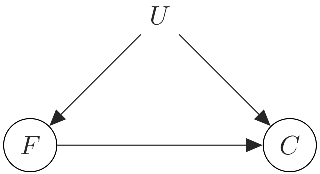
Casos especiales

La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables



Casos especiales

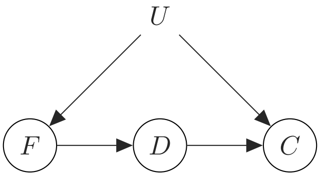
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



Casos especiales

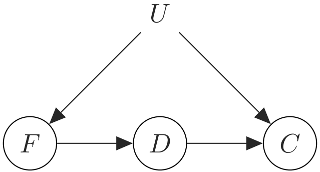
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



	$D = 0$		$D = 1$			
	$F = 0$	$F = 1$	$F = 0$	$F = 1$	$F = 0$	$F = 1$
$C = 0$	10% 38/380	90% 18/20	5% 1/20	85% 323/380	9.75% 39/400	85% 341/400
$C = 1$	90% 342/380	10% 2/20	95% 19/20	15% 57/380	90.25% 361/400	15% 59/400

Casos especiales

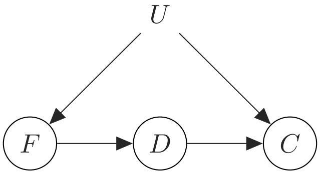
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



	$D=0$		$D=1$			
	$F=0$	$F=1$	$F=0$	$F=1$	$F=0$	$F=1$
$C=0$	10% 38/380	90% 18/20	5% 1/20	85% 323/380	9.75% 39/400	85% 341/400
$C=1$	90% 342/380	10% 2/20	95% 19/20	15% 57/380	$\mathbf{90.25}\%$ 361/400	$\mathbf{15}\%$ 59/400

Casos especiales

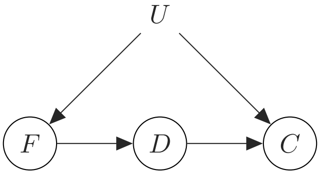
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



	$F=0$		$F=1$			
	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C=1$	90% 342/380	95% 19/20	10% 2/20	15% 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

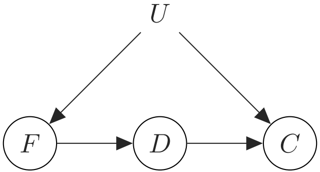
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



	$F=0$		$F=1$			
	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C=1$	$\mathbf{90}\%$ 342/380	$\mathbf{95}\%$ 19/20	10% 2/20	15% 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

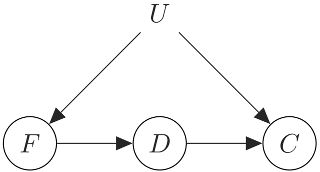
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



	$F=0$		$F=1$			
	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C=1$	90% 342/380	95% 19/20	$\mathbf{10}\%$ 2/20	$\mathbf{15}\%$ 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

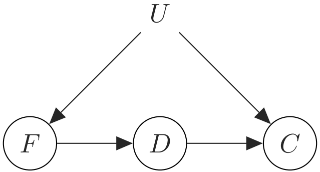
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$		
$F=1$		

	$F=0$		$F=1$			
	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C=1$	90% 342/380	95% 19/20	10% 2/20	15% 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

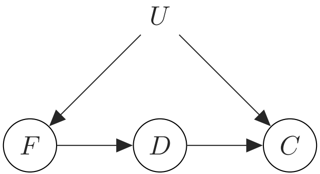
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d \vert f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	380/400	20/400
$F=1$		

	$F=0$		$F=1$			
	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C=1$	90% 342/380	95% 19/20	10% 2/20	15% 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

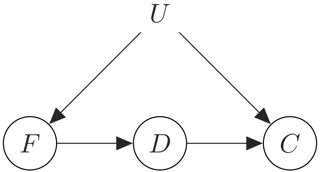
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$		

	$F=0$		$F=1$			
	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C=1$	90% 342/380	95% 19/20	10% 2/20	15% 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

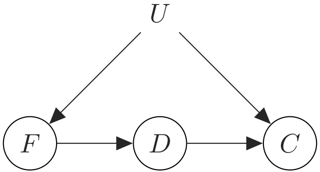
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	$20/400$	$380/400$

	$F=0$		$F=1$			
	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C=1$	90% 342/380	95% 19/20	10% 2/20	15% 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

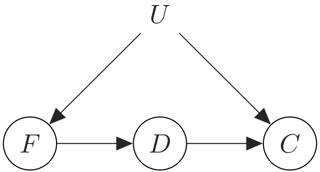
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D = 0$	$D = 1$
$F = 0$	0.95	0.05
$F = 1$	0.05	0.95

	$F = 0$		$F = 1$			
	$D = 0$	$D = 1$	$D = 0$	$D = 1$	$D = 0$	$D = 1$
$C = 0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C = 1$	90% 342/380	95% 19/20	10% 2/20	15% 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

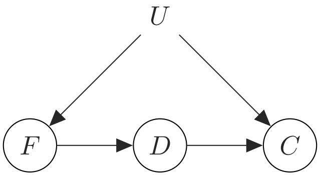
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	**0.05**
$F=1$	0.05	**0.95**

	$F=0$		$F=1$			
	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	10% 38/380	5% 1/20	90% 18/20	85% 323/380	19% 56/400	81% 324/400
$C=1$	90% 342/380	95% 19/20	10% 2/20	15% 57/380	81% 344/400	9% 76/400

Casos especiales

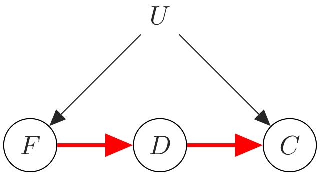
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

¿Podemos evaluar el efecto causal de F en C sin controlar por U?

Casos especiales

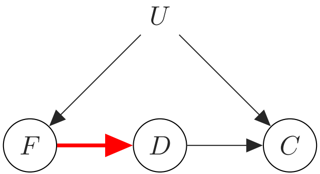
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

$P(d|\text{do}(f)) = \,?$ (se puede controlar?)

Casos especiales

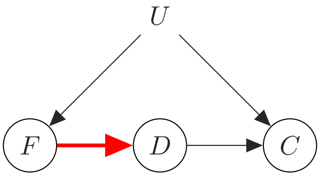
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

$$P(d|\text{do}(f)) = P(d|f)$$

Casos especiales

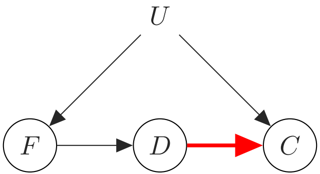
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

$$P(d|\text{do}(f)) = P(d|f)$$

$$P(c|\text{do}(d)) = ?$$

Casos especiales

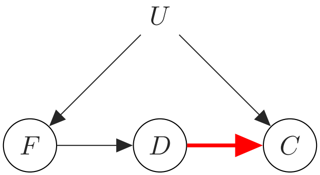
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

$$P(d|\text{do}(f)) = P(d|f)$$

$$P(c|\text{do}(d)) = \sum_f P(c|d,f)P(f)$$

Casos especiales

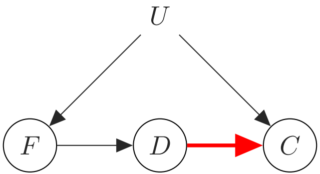
La disputa contra el industria del tabaco

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

$$P(d|\text{do}(f)) = P(d|f)$$

$$P(c|\text{do}(d)) = \sum_f P(c|d,f)P(f)$$

$P(c\|d,f)$	$F=0$, $D=0$	$F=0$, $D=1$	$F=1$, $D=0$	$F=1$, $D=1$
$C=0$	0.1 38/380	0.05 1/20	0.9 18/20	0.85 323/380
$C=1$	0.9 342/380	0.95 19/20	0.1 2/20	0.15 57/380

Casos especiales

La disputa contra el industria del tabaco

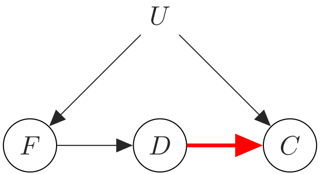
$F=0$	$F=1$
0.5	0.5

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

$$P(d|\text{do}(f)) = P(d|f)$$

$$P(c|\text{do}(d)) = \sum_f P(c|d,f)\color{red}{P(f)}$$

	$F=0$		$F=1$	
$P(c\|d,f)$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	0.1 $38/380$	0.05 $1/20$	0.9 $18/20$	0.85 $323/380$
$C=1$	0.9 $342/380$	0.95 $19/20$	0.1 $2/20$	0.15 $57/380$

Casos especiales

La disputa contra el industria del tabaco

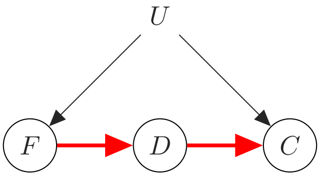
$F=0$	$F=1$
0.5	0.5

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\mid f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

	$F=0$		$F=1$	
$P(c\mid d,f)$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	0.1 $38/380$	0.05 $1/20$	0.9 $18/20$	0.85 $323/380$
$C=1$	0.9 $342/380$	0.95 $19/20$	0.1 $2/20$	0.15 $57/380$

$$P(d|\text{do}(f)) = P(d|f)$$

$$P(c|\text{do}(d)) = \sum_f P(c|d,f)P(f)$$

$$P(c|\text{do}(f)) = ?$$

Casos especiales

La disputa contra el industria del tabaco

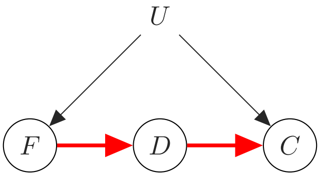
$F=0$	$F=1$
0.5	0.5

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\|f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

	$F=0$		$F=1$	
$P(c\|d,f)$	$D=0$	$D=1$	$D=0$	$D=1$
$C=0$	0.1 38/380	0.05 1/20	0.9 18/20	0.85 323/380
$C=1$	0.9 342/380	0.95 19/20	0.1 2/20	0.15 57/380

$$P(d|\text{do}(f)) = P(d|f)$$

$$P(c|\text{do}(d)) = \sum_f P(c|d,f)P(f)$$

$$P(c|\text{do}(f)) = \sum_d P(c|\text{do}(d))P(d|\text{do}(f))$$

Casos especiales

La disputa contra el industria del tabaco

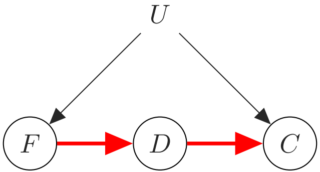
$F=0$	$F=1$
0.5	0.5

F : Fumar

C : Cancer

U : Otras variables

D : Depósitos en pulmones



$P(d\mid f)$	$D=0$	$D=1$
$F=0$	0.95	0.05
$F=1$	0.05	0.95

$$P(d|\mathrm{do}(f)) = P(d|f)$$

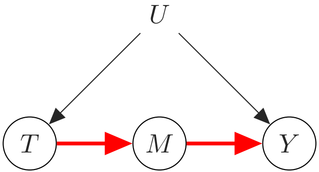
$$P(c|\mathrm{do}(d)) = \sum_f P(c|d,f)P(f)$$

$P(c\mid d,f)$	$F=0$, $D=0$	$F=0$, $D=1$	$F=1$, $D=0$	$F=1$, $D=1$
$C=0$	0.1 38/380	0.05 1/20	0.9 18/20	0.85 323/380
$C=1$	0.9 342/380	0.95 19/20	0.1 2/20	0.15 57/380

$$P(c|\mathrm{do}(f)) = \sum_d P(c|\mathrm{do}(d))P(d|\mathrm{do}(f)) = \sum_d P(d|f)\sum_{f'} P(c|d,f')P(f')$$

Frontdoor criterion

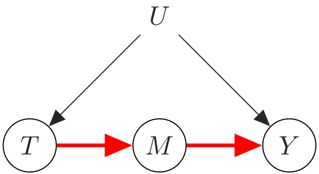
Doble aplicación de backdoor



$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_m P(m|t) \sum_{t'} P(y|m,t')P(t')$$

Frontdoor criterion

Doble aplicación de backdoor



$$P(y|\text{do}(t)) = \sum_m P(m|t) \sum_{t'} P(y|m,t')P(t')$$

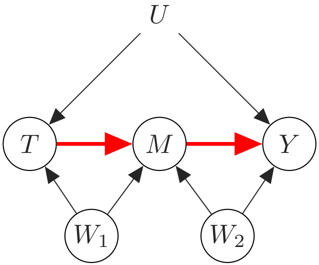
Frontdoor criterion

Un conjunto de variables mediadoras $\boldsymbol{M}$ satisfacen el criterio *frontdoor* entre un tratamiento T y una variable objetivo Y si:

1. $\boldsymbol{M}$ media completamente el efecto causal de T en Y
2. No hay caminos traseros abiertos entre $\boldsymbol{M}$ y T
3. Todos los caminos traseros entre $\boldsymbol{M}$ e Y están bloqueados por T

¿Frontdoor criterion?

Doble aplicación de backdoor



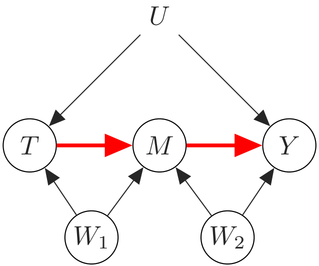
Frontdoor criterion

Un conjunto de variables mediadoras $\boldsymbol{M}$ satisfacen el criterio *frontdoor* entre un tratamiento T y una variable objetivo Y si:

1. $\boldsymbol{M}$ media completamente el efecto causal de T en Y
2. No hay caminos traseros abiertos entre $\boldsymbol{M}$ y T
3. Todos los caminos traseros entre $\boldsymbol{M}$ e Y están bloqueados por T

~~Frontdoor criterion~~

Doble aplicación de backdoor



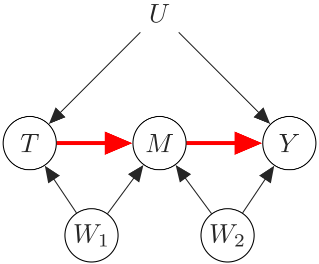
Frontdoor criterion

Un conjunto de variables mediadoras $\boldsymbol{M}$ satisfacen el criterio *frontdoor* entre un tratamiento T y una variable objetivo Y si:

1. $\boldsymbol{M}$ media completamente el efecto causal de T en Y
2. No hay caminos traseros abiertos entre $\boldsymbol{M}$ y T
3. Todos los caminos traseros entre $\boldsymbol{M}$ e Y están bloqueados por T

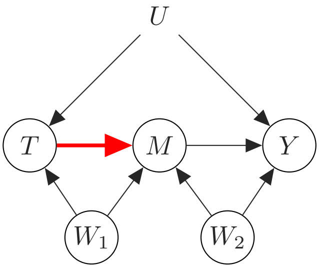
Criterio propio

Doble aplicación de backdoor



Criterio propio

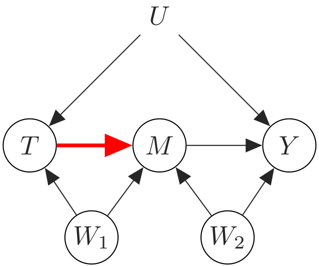
Doble aplicación de backdoor



$P(m|\mathsf{do}(t)) =$

Criterio propio

Doble aplicación de backdoor



$P(m|\mathsf{do}(t)) = ?$ (hay controles?)

Criterio propio

Doble aplicación de backdoor

$$T \longleftarrow U \longrightarrow Y \longleftarrow \cdots$$

$$T \longleftarrow W_1 \longrightarrow M$$

$$\begin{tikzcd}
 & & U \arrow[dll] \arrow[drr] & & \\
T \arrow[rr] & & M \arrow[rr] & & Y \\
 & W_1 \arrow[ul] \arrow[ur] & & W_2 \arrow[ul] \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

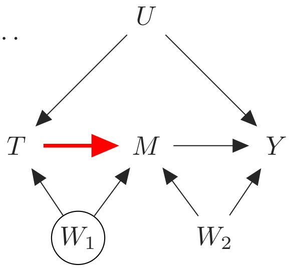
$P(m|\text{do}(t)) = \,?$ (hay controles?)

Criterio propio

Doble aplicación de backdoor

$$T \longleftarrow U \longrightarrow Y \longleftarrow \cdots$$

$$T \longleftarrow W_1 \longrightarrow M$$



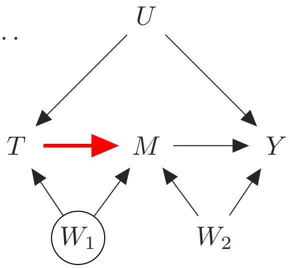
$P(m|\mathsf{do}(t)) = ?$ (hay controles?)

Criterio propio

Doble aplicación de backdoor

$$T \longleftarrow U \longrightarrow Y \longleftarrow \cdots$$

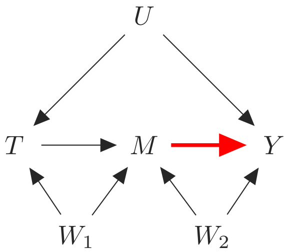
$$T \longleftarrow W_1 \longrightarrow M$$



$$P(m|\mathsf{do}(t)) = \sum_{w_1} P(m|t, w_1)P(w_1)$$

Criterio propio

Doble aplicación de backdoor



$$P(m|\text{do}(t)) = \sum_{w_1} P(m|t, w_1)P(w_1)$$

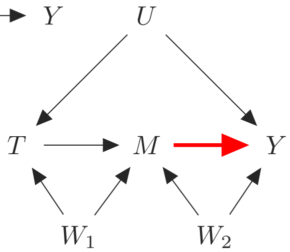
$$P(y|\text{do}(m)) = ?$$

Criterio propio
Doble aplicación de backdoor

$$M \leftarrow W_1 \rightarrow T \leftarrow U \rightarrow Y$$

$$M \leftarrow T \leftarrow U \rightarrow Y$$

$$M \leftarrow W_2 \rightarrow Y$$

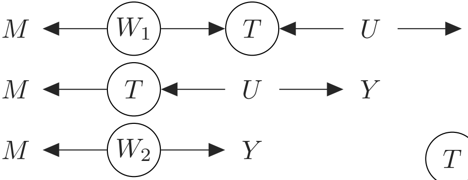


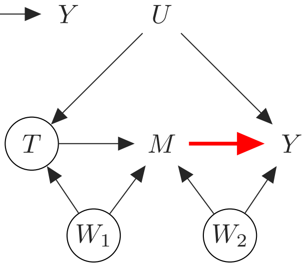
$$P(m|\mathsf{do}(t)) = \sum_{w_1} P(m|t, w_1)P(w_1)$$

$$P(y|\mathsf{do}(m)) = \,?$$

Criterio propio

Doble aplicación de backdoor





$$P(m|\mathsf{do}(t)) = \sum_{w_1} P(m|t, w_1)P(w_1)$$

$$P(y|\mathsf{do}(m)) = \,?$$

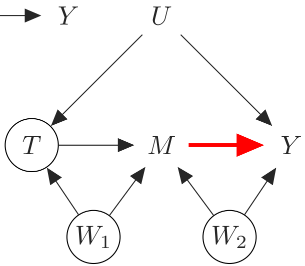
Criterio propio

Doble aplicación de backdoor

$$M \leftarrow W_1 \rightarrow T \leftarrow U \rightarrow Y$$

$$M \leftarrow T \leftarrow U \rightarrow Y$$

$$M \leftarrow W_2 \rightarrow Y$$



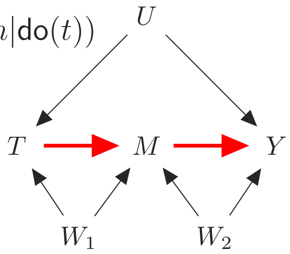
$$P(m|\mathsf{do}(t)) = \sum_{w_1} P(m|t, w_1)P(w_1)$$

$$P(y|\mathsf{do}(m)) = \sum_{t,w_1,w_2,} P(y|m, t, w_1, w_2)P(t, w_1, w_2)$$

Criterio propio

Doble aplicación de backdoor

$$P(y|\text{do}(t)) = \sum_{m} P(y|\text{do}(m))P(m|\text{do}(t))$$



$$P(m|\text{do}(t)) = \sum_{w_1} P(m|t, w_1)P(w_1)$$

$$P(y|\text{do}(m)) = \sum_{t, w_1, w_2,} P(y|m, t, w_1, w_2)P(t, w_1, w_2)$$

do-calculus

Criterio general

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\mathrm{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\mathrm{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(d-separación)}$$

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{z}), \boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{z}), \boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\overline{Z}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(d-separación)}$$

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(d-separación)}$$

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(d-separación)}$$

Regla 2 (Intervención como observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\underline{X}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(no backdoor)}$$

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c})$ si $\boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (d-separación)

Regla 2 (Intervención como observación):

$P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{z}), \text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{z}), \boldsymbol{x}, \boldsymbol{c})$ si $\boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\overline{Z},\underline{X}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (no backdoor)

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(d-separación)}$$

Regla 2 (Intervención como observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\underline{X}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(no backdoor)}$$

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\mathrm{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (d-separación)

Regla 2 (Intervención como observación):

$P(\boldsymbol{v}|\mathrm{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\underline{X}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (no backdoor)

Regla 3 (Ignorar una intervención):

$P(\boldsymbol{c}|\mathrm{do}(\boldsymbol{x})) = P(\boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{C} \perp\!\!\!\perp_{G_{\overline{X}}} \boldsymbol{X}$ (controles $\boldsymbol{c}$)

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (d-separación)

Regla 2 (Intervención como observación):

$P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\underline{X}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (no backdoor)

Regla 3 (Ignorar una intervención):

$P(\boldsymbol{c}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{v}) = P(\boldsymbol{c}|\boldsymbol{v}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{C} \perp\!\!\!\perp_{G_{\overline{X(V)}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{V}$ (controles $\boldsymbol{c}$)

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(d-separación)}$$

Regla 2 (Intervención como observación):

$$P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\underline{X}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C} \qquad \text{(no backdoor)}$$

Regla 3 (Ignorar una intervención):

$$P(\boldsymbol{c}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{v}) = P(\boldsymbol{c}|\boldsymbol{v}) \quad \text{si} \quad \boldsymbol{C} \perp\!\!\!\perp_{G_{\overline{X(V)}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{V} \qquad \text{(controles } \boldsymbol{c}\text{)}$$

Seguro vale para intervenciones que no son ancestros de V, $X(V)$, porque V pude ser collider

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c})$ si $\boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (d-separación)

Regla 2 (Intervención como observación):

$P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c})$ si $\boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\underline{X}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (no backdoor)

Regla 3 (Ignorar una intervención):

$P(\boldsymbol{c}|\text{do}(\boldsymbol{z}), \text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{v}) = P(\boldsymbol{c}|\text{do}(\boldsymbol{z}), \boldsymbol{v})$ si $\boldsymbol{C} \perp\!\!\!\perp_{G_{\overline{Z}, \overline{X(V)}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{V}$ (controles $\boldsymbol{c}$)

Seguro vale para intervenciones que no son ancestros de V, $X(V)$, porque V pude ser collider

do-calculus
Criterio general

Determina el estimador de un efecto causal entre los tratamientos $\boldsymbol{T}$ y los objetivos $\boldsymbol{Y}$ dadas las co-variables $\boldsymbol{Q}$ (siempre que sea identificable).

$$P(\boldsymbol{y}|\text{do}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{q})$$

Regla 1 (Ignorar una observación):

$P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{c}) \quad$ si $\quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_G \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (d-separación)

Regla 2 (Intervención como observación):

$P(\boldsymbol{v}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{c}) = P(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) \quad$ si $\quad \boldsymbol{V} \perp\!\!\!\perp_{G_{\underline{X}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{C}$ (no backdoor)

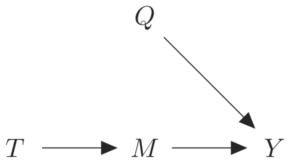
Regla 3 (Ignorar una intervención):

$P(\boldsymbol{c}|\text{do}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{v}) = P(\boldsymbol{c}|\boldsymbol{v}) \quad$ si $\quad \boldsymbol{C} \perp\!\!\!\perp_{G_{\overline{X(V)}}} \boldsymbol{X} \mid \boldsymbol{V}$ (controles $\boldsymbol{c}$)

Seguro vale para intervenciones que no son ancestros de V, $X(V)$, porque V pude ser collider

do-calculus

Regla 3. Ignorar una intervención.

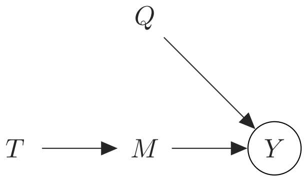


$$P(q|\text{do}(t)) = P(q)$$

Si q son variables ascendentes a t,
q no se ve afectado por la intervención en t

do-calculus

Regla 3. Ignorar una intervención.



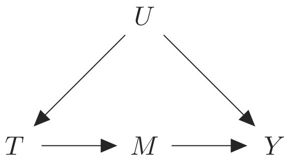
$$P(q|\mathsf{do}(t), y) \neq P(q|y)$$

Si q son variables ascendentes a t,
q no se ve afectado por la intervención en t

salvo que algún collider abra el flujo de inferencia

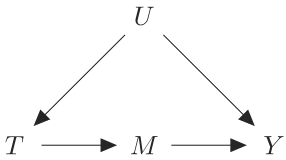
do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor



do-calculus
Derivando frontdoor y backdoor

$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t))$$



do-calculus

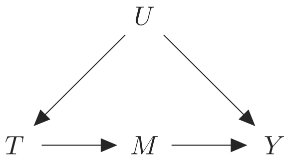
Derivando frontdoor y backdoor

$$\begin{aligned}
P(y|\mathsf{do}(t)) &= \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t)) \\
&= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|\mathsf{do}(t))
\end{aligned}$$

$$\begin{tikzcd}
 & U \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
T \arrow[r] & M \arrow[r] & Y
\end{tikzcd}$$

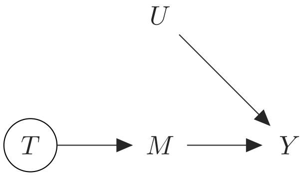
do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor



$$
\begin{aligned}
P(y|\mathsf{do}(t)) &= \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t)) \\
&= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|\mathsf{do}(t))
\end{aligned}
$$

$$P(m|\mathsf{do}(t)) =$$



do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor

$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t))$$
$$= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m)P(m|\mathsf{do}(t))$$

$$\begin{tikzcd} & U \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ T \arrow[r] & M \arrow[r] & Y \end{tikzcd}$$

$$P(m|\mathsf{do}(t)) =$$

Intervención como observación
no backdoor entre t y m

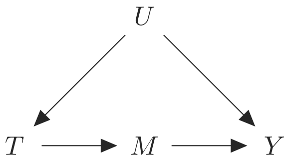
$$T \longleftarrow U \longrightarrow Y \longleftarrow M$$

$$\begin{tikzcd} & U \arrow[dr] & \\ T \arrow[r] & M \arrow[r] & Y \end{tikzcd}$$

do-calculus

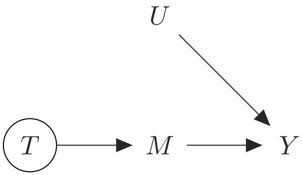
Derivando frontdoor y backdoor

$$P(y|\text{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\text{do}(t))$$
$$= \sum_m P(y|\text{do}(t), m)P(m|\text{do}(t))$$



$$P(m|\text{do}(t)) \stackrel{2}{=} P(m|t)$$

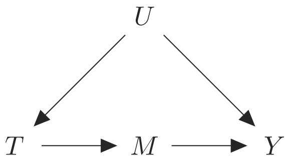
Intervención como observación
no backdoor entre t y m



do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor

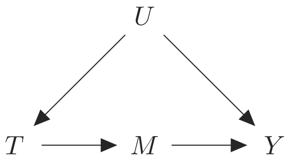
$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t))$$
$$= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|t)$$



$$P(m|\mathsf{do}(t)) \stackrel{2}{=} P(m|t)$$

do-calculus

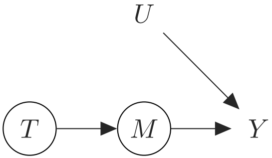
Derivando frontdoor y backdoor



$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t))$$
$$= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|t)$$

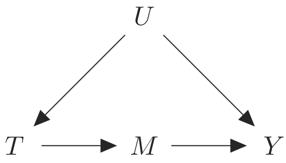
$$P(m|\mathsf{do}(t)) \stackrel{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\mathsf{do}(t), m) =$$



do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor

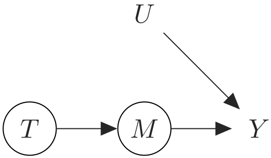


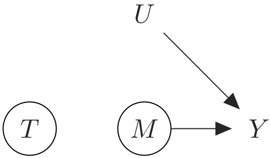
$$P(y|\text{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\text{do}(t))$$
$$= \sum_m P(y|\text{do}(t), m)P(m|t)$$

$$P(m|\text{do}(t)) \overset{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\text{do}(t), m) \overset{2}{=} P(y|\text{do}(t), \text{do}(m))$$

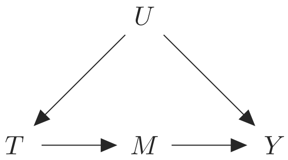
Intervención como observación
No hay backdoor entre m e y dado do(t)





do-calculus

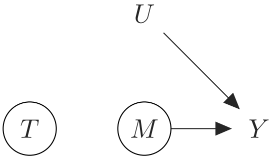
Derivando frontdoor y backdoor



$$
\begin{aligned}
P(y|\mathsf{do}(t)) &= \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t)) \\
&= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|t)
\end{aligned}
$$

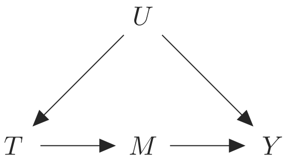
$$P(m|\mathsf{do}(t)) \stackrel{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\mathsf{do}(t), m) \stackrel{2}{=} P(y|\mathsf{do}(t), \mathsf{do}(m)) =$$



do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor

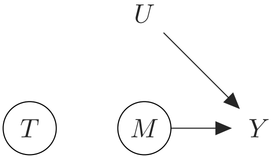


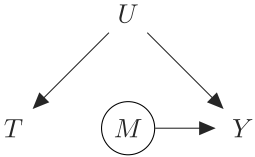
$$P(y|\text{do}(t)) = \sum_m P(y,m|\text{do}(t))$$
$$= \sum_m P(y|\text{do}(t),m)P(m|t)$$

$$P(m|\text{do}(t)) \overset{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\text{do}(t),m) \overset{2}{=} P(y|\text{do}(t),\text{do}(m)) \overset{3}{=} P(y|\text{do}(m))$$

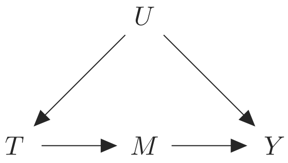
Ignorar una intervención
No hay controles descendentes a t





do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor



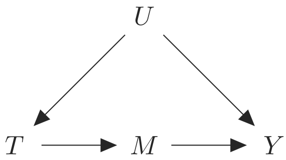
$$
\begin{aligned}
P(y|\mathsf{do}(t)) &= \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t)) \\
&= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|t)
\end{aligned}
$$

$$P(m|\mathsf{do}(t)) \stackrel{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\mathsf{do}(t), m) \stackrel{2}{=} P(y|\mathsf{do}(t), \mathsf{do}(m)) \stackrel{3}{=} P(y|\mathsf{do}(m)) = \sum_{t'} P(y, t'|\mathsf{do}(m))$$

do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor



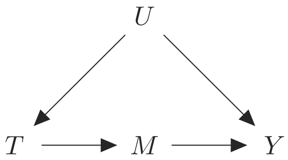
$$
\begin{aligned}
P(y|\mathsf{do}(t)) &= \sum_{m} P(y, m|\mathsf{do}(t)) \\
&= \sum_{m} P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|t)
\end{aligned}
$$

$$P(m|\mathsf{do}(t)) \stackrel{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\mathsf{do}(t), m) \stackrel{2}{=} P(y|\mathsf{do}(t), \mathsf{do}(m)) \stackrel{3}{=} P(y|\mathsf{do}(m)) = \sum_{t'} P(y|\mathsf{do}(m), t') P(t'|\mathsf{do}(m))$$

do-calculus

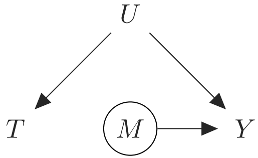
Derivando frontdoor y backdoor



$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t))$$
$$= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|t)$$

$$P(m|\mathsf{do}(t)) \overset{2}{=} P(m|t)$$

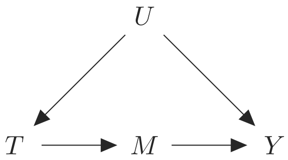
$$P(y|\mathsf{do}(t), m) \overset{2}{=} P(y|\mathsf{do}(t), \mathsf{do}(m)) \overset{3}{=} P(y|\mathsf{do}(m)) = \sum_{t'} P(y|\mathsf{do}(m), t') P(t'|\mathsf{do}(m))$$



do-calculus

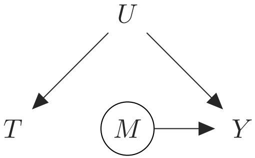
Derivando frontdoor y backdoor

$$
\begin{aligned}
P(y|\text{do}(t)) &= \sum_m P(y, m|\text{do}(t)) \\
&= \sum_m P(y|\text{do}(t), m) P(m|t)
\end{aligned}
$$



$$P(m|\text{do}(t)) \overset{2}{=} P(m|t)$$

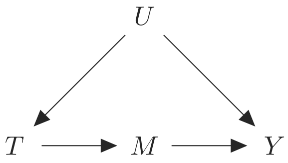
$$P(y|\text{do}(t), m) \overset{2}{=} P(y|\text{do}(t), \text{do}(m)) \overset{3}{=} P(y|\text{do}(m)) \overset{3}{=} \sum_{t'} P(y|\text{do}(m), t') P(t')$$



Ignorar una intervención
Intervenir en m no afecta a t

do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor

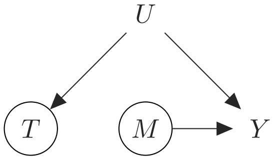


$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t))$$

$$= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|t)$$

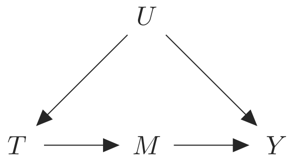
$$P(m|\mathsf{do}(t)) \stackrel{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\mathsf{do}(t), m) \stackrel{2}{=} P(y|\mathsf{do}(t), \mathsf{do}(m)) \stackrel{3}{=} P(y|\mathsf{do}(m)) \stackrel{3}{=} \sum_{t'} P(y|\mathsf{do}(m), t') P(t')$$



do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor



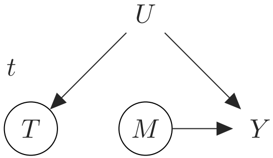
$$\begin{aligned} P(y|\text{do}(t)) &= \sum_m P(y, m|\text{do}(t)) \\ &= \sum_m P(y|\text{do}(t), m) P(m|t) \end{aligned}$$

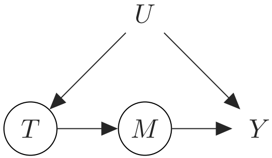
$$P(m|\text{do}(t)) \stackrel{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\text{do}(t), m) \stackrel{2}{=} P(y|\text{do}(t), \text{do}(m)) \stackrel{3}{=} P(y|\text{do}(m)) \stackrel{3}{\underset{2}{=}} \sum_{t'} \color{red}{P(y|m, t')} \color{black} P(t')$$

Intervención como observación

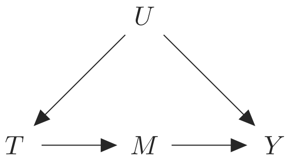
No hay backdoor entre m e y dado t





do-calculus

Derivando frontdoor y backdoor



$$
\begin{aligned}
P(y|\mathsf{do}(t)) &= \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t)) \\
&= \sum_m P(y|\mathsf{do}(t), m) P(m|t)
\end{aligned}
$$

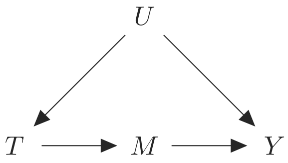
$$P(m|\mathsf{do}(t)) \overset{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\mathsf{do}(t), m) \overset{2}{=} P(y|\mathsf{do}(t), \mathsf{do}(m)) \overset{3}{=} P(y|\mathsf{do}(m)) \overset{3}{\underset{2}{=}} \sum_{t'} P(y|m, t') P(t')$$

Derivamos:

- Dos casos especiales de backdoor, $P(m|\mathsf{do}(t))$ y $P(y|\mathsf{do}(m))$.
- Y un caso especial de frontdoor, $P(y|\mathsf{do}(t))$.

do-calculus
Derivando frontdoor y backdoor



$$P(y|\mathsf{do}(t)) = \sum_m P(y, m|\mathsf{do}(t))$$
$$= \sum_m P(m|t) \sum_{t'} P(y|m, t')P(t')$$

$$P(m|\mathsf{do}(t)) \overset{2}{=} P(m|t)$$

$$P(y|\mathsf{do}(t), m) \overset{2}{=} P(y|\mathsf{do}(t), \mathsf{do}(m)) \overset{3}{=} P(y|\mathsf{do}(m)) \underset{2}{\overset{3}{=}} \sum_{t'} P(y|m, t')P(t')$$

Inverse Probability Weighting

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = \sum_{\kappa} P(y|x,\kappa)P(\kappa)$$

Inverse Probability Weighting

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = \left(\frac{P(x|\kappa)}{P(x|\kappa)}\right) \sum_{\kappa} P(y|x,\kappa)P(\kappa)$$

Inverse Probability Weighting

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = \sum_{\kappa} \frac{P(y|x,\kappa)P(x|\kappa)P(\kappa)}{P(x|\kappa)}$$

Inverse Probability Weighting

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = \sum_{\kappa} \frac{P(y|x,\kappa)P(x|\kappa)P(\kappa)}{P(x|\kappa)} = \sum_{\kappa} \frac{P(y,x,\kappa)}{P(x|\kappa)}$$

Inverse Probability Weighting

$$P(y|\mathsf{do}(x)) = \sum_{\kappa} \frac{P(y|x,\kappa)P(x|\kappa)P(\kappa)}{P(x|\kappa)} = \sum_{\kappa} \frac{P(y,x,\kappa)}{\boldsymbol{P(x|\kappa)}}$$

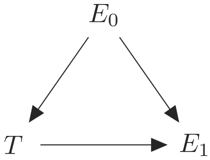
Propensity Score $:= P(x|\kappa)$

(Se usa cuando la combinación de valores de $\boldsymbol{\kappa}$ es algunos órdenes de magnitud mayor a el tamaño de la muestra.)

Inverse Probability Weighting

$P(E_0)$

$E_0 = 0$	$E_0 = 1$
1450/2050	600/2050



$P(T|E_0)$

	$T = 0$	$T = 1$
$E_0 = 0$	1400/1450	50/1450
$E_0 = 1$	100/600	500/600

$P(E_1|T, E_0)$

$(E_0 = 0)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.85	**0.15**
$T = 1$	0.90	**0.10**

$(E_0 = 1)$	$E_1 = 0$	$E_1 = 1$
$T = 0$	0.70	**0.30**
$T = 1$	0.80	**0.20**

Inverse Probability Weighting

$$\begin{tikzcd} & E_0 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ T \arrow[rr] & & E_1 \end{tikzcd}$$

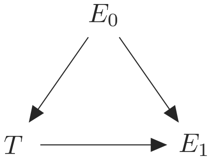
$P(T|E_0)$

	$T=0$	$T=1$
$E_0=0$	1400/1450	50/1450
$E_0=1$	100/600	500/600

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

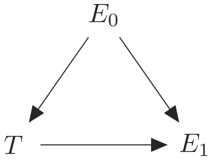
	$T=0$	$T=1$
$E_0=0$	0.9655	0.0345
$E_0=1$	0.1666	0.8333



Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T=0$	$T=1$
$E_0 = 0$	0.9655	0.0345
$E_0 = 1$	0.1666	0.8333

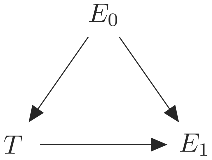


t	e_0	e_1	$P(t, e_0, e_1)$
1	1	1	0.0488
1	1	0	0.1951
1	0	1	0.0024
1	0	0	0.0220
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T = 0$	$T = 1$
$E_0 = 0$	0.9655	0.0345
$E_0 = 1$	0.1666	0.8333



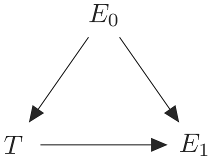
t	e_0	e_1	$P(t, e_0, e_1)$
1	1	1	0.0488
1	1	0	0.1951
1	0	1	0.0024
1	0	0	0.0220
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \vert t = 1)$
1	1	1	$0.0488/P(t = 1)$
1	1	0	$0.1951/P(t = 1)$
1	0	1	$0.0024/P(t = 1)$
1	0	0	$0.0220/P(t = 1)$
			1.0000

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T=0$	$T=1$
$E_0=0$	0.9655	0.0345
$E_0=1$	0.1666	0.8333



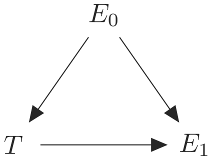
t	e_0	e_1	$P(t,e_0,e_1)$
1	1	1	0.0488
1	1	0	0.1951
1	0	1	0.0024
1	0	0	0.0220
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0,e_1|t=1)$
1	1	1	$0.0488/P(t=1)$
1	1	0	$0.1951/P(t=1)$
1	0	1	$0.0024/P(t=1)$
1	0	0	$0.0220/P(t=1)$
			1.0000

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T=0$	$T=1$
$E_0=0$	0.9655	0.0345
$E_0=1$	0.1666	0.8333



t	e_0	e_1	$P(t,e_0,e_1)$
1	1	1	0.0488
1	1	0	0.1951
1	0	1	0.0024
1	0	0	0.0220
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

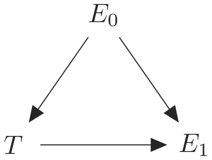
t	e_0	e_1	$P(e_0,e_1|t=1)$
1	1	1	$0.0488/P(t=1)$
1	1	0	$0.1951/P(t=1)$
1	0	1	$0.0024/P(t=1)$
1	0	0	$0.0220/P(t=1)$
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0,e_1|\mathsf{do}(t=1))$
1	1	1	$0.0488/P(t|e_0)$
1	1	0	$0.1951/P(t|e_0)$
1	0	1	$0.0024/P(t|e_0)$
1	0	0	$0.0220/P(t|e_0)$
			1.0000

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T=0$	$T=1$
$E_0=0$	0.9655	0.0345
$E_0=1$	0.1666	0.8333



t	e_0	e_1	$P(t,e_0,e_1)$
1	1	1	**0.0488**
1	1	0	**0.1951**
1	0	1	**0.0024**
1	0	0	**0.0220**
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0,e_1|t=1)$
1	1	1	$0.0488/P(t=1)$
1	1	0	$0.1951/P(t=1)$
1	0	1	$0.0024/P(t=1)$
1	0	0	$0.0220/P(t=1)$
			1.0000

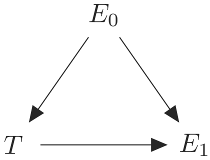
t	e_0	e_1	$P(e_0,e_1|\mathsf{do}(t=1))$
1	1	1	$0.0488/P(t|e_0)$
1	1	0	$0.1951/P(t|e_0)$
1	0	1	$0.0024/P(t|e_0)$
1	0	0	$0.0220/P(t|e_0)$
			1.0000

$$P(t=1)=\sum_t P(t,e_0,e_1)=\mathbf{0.2683}$$

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T=0$	$T=1$
$E_0=0$	0.9655	0.0345
$E_0=1$	0.1666	0.8333



t	e_0	e_1	$P(t, e_0, e_1)$
1	1	1	0.0488
1	1	0	0.1951
1	0	1	0.0024
1	0	0	0.0220
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \mid t=1)$
1	1	1	0.1818
1	1	0	0.7272
1	0	1	0.0909
1	0	0	0.0818
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \mid \mathsf{do}(t=1))$
1	1	1	$0.0488/P(t \mid e_0)$
1	1	0	$0.1951/P(t \mid e_0)$
1	0	1	$0.0024/P(t \mid e_0)$
1	0	0	$0.0220/P(t \mid e_0)$
			1.0000

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T=0$	$T=1$
$E_0=0$	0.9655	$\mathbf{0.0345}$
$E_0=1$	0.1666	$\mathbf{0.8333}$

$$\begin{tikzcd} & E_0 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ T \arrow[rr] & & E_1 \end{tikzcd}$$

t	e_0	e_1	$P(t, e_0, e_1)$
1	1	1	0.0488
1	1	0	0.1951
1	0	1	0.0024
1	0	0	0.0220
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

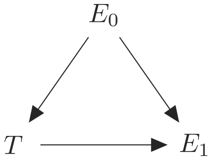
t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \mid t=1)$
1	1	1	0.1818
1	1	0	0.7272
1	0	1	0.0909
1	0	0	0.0818
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \mid \mathsf{do}(t=1))$
1	1	1	$0.0488/P(t\|e_0)$
1	1	0	$0.1951/P(t\|e_0)$
1	0	1	$0.0024/P(t\|e_0)$
1	0	0	$0.0220/P(t\|e_0)$
			1.0000

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T=0$	$T=1$
$E_0=0$	0.9655	**0.0345**
$E_0=1$	0.1666	**0.8333**



t	e_0	e_1	$P(t, e_0, e_1)$
1	1	1	0.0488
1	1	0	0.1951
1	0	1	0.0024
1	0	0	0.0220
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \vert t=1)$
1	1	1	0.1818
1	1	0	0.7272
1	0	1	0.0909
1	0	0	0.0818
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \vert \mathsf{do}(t=1))$
1	1	1	0.0488/0.8333
1	1	0	0.1951/0.8333
1	0	1	0.0024/0.0345
1	0	0	0.0220/0.0345
			1.0000

Inverse Probability Weighting

$P(T|E_0)$

	$T = 0$	$T = 1$
$E_0 = 0$	0.9655	0.0345
$E_0 = 1$	0.1666	0.8333

$$\begin{tikzcd} & E_0 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ T \arrow[rr] & & E_1 \end{tikzcd}$$

t	e_0	e_1	$P(t, e_0, e_1)$
1	1	1	0.0488
1	1	0	0.1951
1	0	1	0.0024
1	0	0	0.0220
0	1	1	0.0146
0	1	0	0.0341
0	0	1	0.1024
0	0	0	0.5805
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \vert t = 1)$
1	1	1	0.1818
1	1	0	0.7272
1	0	1	0.0909
1	0	0	0.0818
			1.0000

t	e_0	e_1	$P(e_0, e_1 \vert \mathsf{do}(t = 1))$
1	1	1	0.0585
1	1	0	0.2341
1	0	1	0.0707
1	0	0	0.6366
			1.0000

Evaluación de modelos causales alternativos

Teorías causales probabilísticas

Notación extendida para de los modelos gráficos (Factor graph)

$P(A)$

$A=0$	$A=1$
0.5	0.5

$P(B|A)$

	$B=0$	$B=1$
$A=0$	0.95	0.05
$A=1$	0.05	0.95

$$\begin{tikzcd} \boxed{A} \arrow[d] \\ \boxed{B} \end{tikzcd}$$

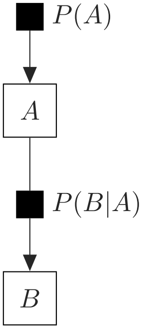
$$P(A, B|\text{Modelo}_{A\to B})$$

Teorías causales probabilísticas

Notación extendida para de los modelos gráficos (Factor graph)

$A=0$	$A=1$
0.5	0.5

	$B=0$	$B=1$
$A=0$	0.95	0.05
$A=1$	0.05	0.95

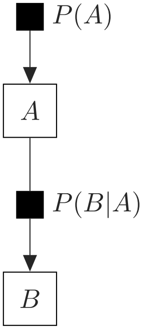


$$P(A, B|\text{Modelo}_{A\to B})$$

Teorías causales probabilísticas

Notación extendida para de los modelos gráficos (Factor graph)

$A=0$	$A=1$
0.5	0.5



	$B=0$	$B=1$
$A=0$	0.95	0.05
$A=1$	0.05	0.95

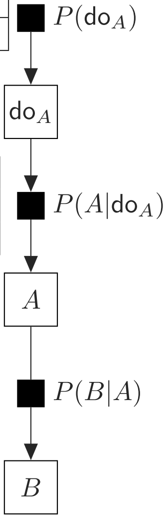
Nodos: Variables y Funciones

Ejes: Variable v es parámetro de la función f

Teorías causales probabilísticas

Notación extendida para de los modelos gráficos (Factor graph)

$\text{do}_A = 0$	$\text{do}_A = 1$
$1 - \delta_A$	δ_A



	$A = 0$	$A = 1$
$\text{do}_A = 0$	0.5	0.5
$\text{do}_A = 1$	$1 - \alpha$	α

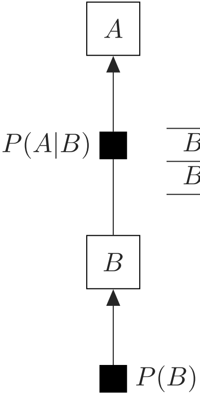
	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0.95	0.05
$A = 1$	0.05	0.95

$$P(A, B, \text{do}_A|\text{Modelo}_{A \to B})$$

Teorías causales probabilísticas

Notación extendida para de los modelos gráficos (Factor graph)

$$P(A, B, \text{do}_A | \text{Modelo}_{B \to A})$$

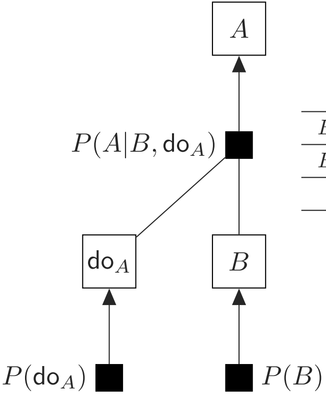


	$A=0$	$A=1$
$B=0$	0.95	0.05
$B=1$	0.05	0.95

$B=0$	$B=1$
0.5	0.5

Teorías causales probabilísticas

Notación extendida para de los modelos gráficos (Factor graph)



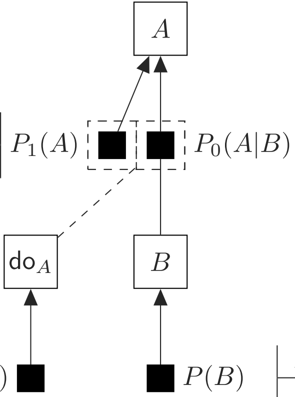
	$A = 0$	$A = 1$
$B = 0$ $\mathsf{do}_A = 0$	0.95	0.05
$B = 1$ $\mathsf{do}_A = 0$	0.05	0.95
$\mathsf{do}_A = 1$	$1 - \alpha$	α

$\mathsf{do}_A = 0$	$\mathsf{do}_A = 1$
$1 - \delta_A$	δ_A

$B = 0$	$B = 1$
0.5	0.5

Teorías causales probabilísticas

Sistemas de modelos causales



$A=0$	$A=1$
$1-\alpha$	α

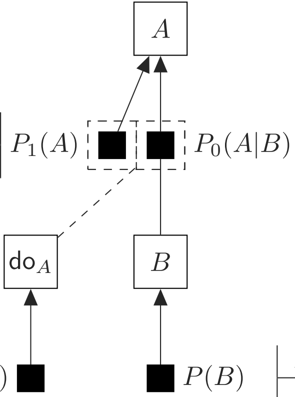
	$A=0$	$A=1$
$B=0$	0.95	0.05
$B=1$	0.05	0.95

$\mathsf{do}_A=0$	$\mathsf{do}_A=1$
$1-\delta_A$	δ_A

$B=0$	$B=1$
0.5	0.5

Teorías causales probabilísticas

Sistemas de modelos causales



$A=0$	$A=1$
$1-\alpha$	α

	$A=0$	$A=1$
$B=0$	0.95	0.05
$B=1$	0.05	0.95

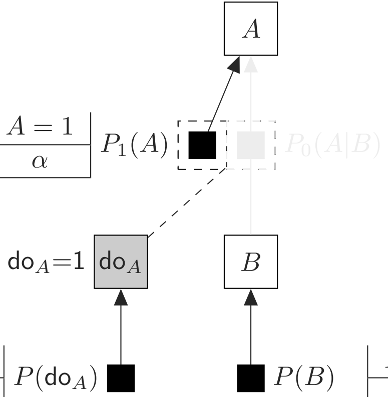
$\mathsf{do}_A=0$	$\mathsf{do}_A=1$
$1-\delta_A$	δ_A

$B=0$	$B=1$
0.5	0.5

$$P(A,B,\mathsf{do}_A|\mathsf{Modelo}_{B\rightarrow A}) = P(B)\,P_0(A|B)^{1-\mathsf{do}_A}\,P_1(A)^{\mathsf{do}_A}\,P(\mathsf{do}_A)$$

Teorías causales probabilísticas

Sistemas de modelos causales



$A = 0$	$A = 1$
$1 - \alpha$	α

	$A = 0$	$A = 1$
$B = 0$	0.95	0.05
$B = 1$	0.05	0.95

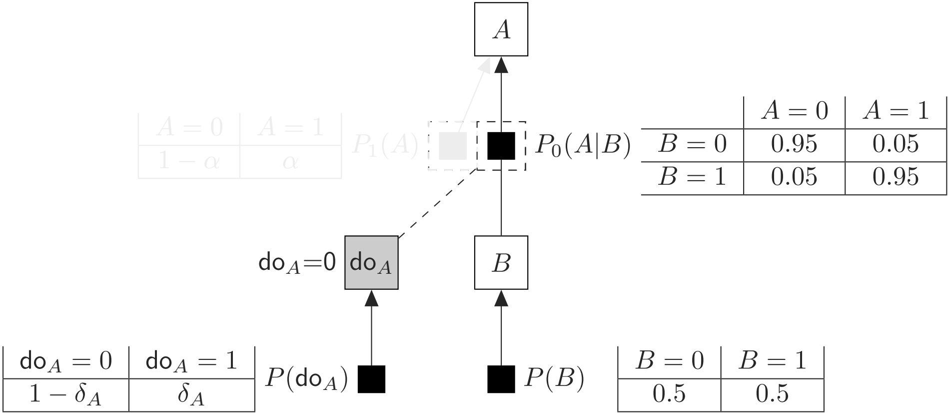
$\mathsf{do}_A = 0$	$\mathsf{do}_A = 1$
$1 - \delta_A$	δ_A

$B = 0$	$B = 1$
0.5	0.5

$$P(A, B | \underbrace{\mathsf{do}_A = 1, \mathsf{Modelo}_{B\to A}}_{\text{Intervención}}) = P(B)\, P_1(A)$$

Teorías causales probabilísticas

Sistemas de modelos causales



$A=0$	$A=1$
$1-\alpha$	α

	$A=0$	$A=1$
$B=0$	0.95	0.05
$B=1$	0.05	0.95

$\mathsf{do}_A=0$	$\mathsf{do}_A=1$
$1-\delta_A$	δ_A

$B=0$	$B=1$
0.5	0.5

$$P(A,B|\underbrace{\mathsf{do}_A=0,\mathsf{Modelo}_{B\to A}}_{\text{Sin intervención}}) = P(B)\,P_0(A|B)$$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
1	0	1	1
$\dots$	0	$\dots$	$\dots$
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
$\dots$	1	$\dots$	$\dots$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

$$P(\text{Modelo}_{B\rightarrow A}|\text{Datos}) = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\rightarrow A})\, P(\text{M}_{B\rightarrow A})}{P(\text{Datos})}$$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
1	0	1	1
$\ldots$	0	$\ldots$	$\ldots$
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
$\ldots$	1	$\ldots$	$\ldots$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\rightarrow A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\rightarrow B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\rightarrow A})\, P(\text{M}_{B\rightarrow A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\rightarrow B})\, P(\text{M}_{A\rightarrow B})}$$

Datos:

i	do$_{Ai}$	A_i	B_i
1	0	1	1
$\dots$	0	$\dots$	$\dots$
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
$\dots$	1	$\dots$	$\dots$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\to A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\to B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\to A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\to B})}$$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
1	0	1	1
...	0	...	...
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
...	1	...	...

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\to A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\to B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\to A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\to B})}$$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
1	0	1	1
...	0	...	...
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
...	1	...	...

$$= \frac{\prod_i^n P(B_i, A_i, \text{do}_{A_i}|\text{M}_{BA})}{\prod_i^n P(B_i, A_i, \text{do}_{A_i}|\text{M}_{AB})}$$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do($\cdot$)

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
1	0	1	1
$\dots$	0	$\dots$	$\dots$
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
$\dots$	1	$\dots$	$\dots$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\to A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\to B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\to A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\to B})}$$

$$= \frac{\prod_i^n P(B_i|\text{M}_{BA})P_0(A_i|B_i,\text{M}_{BA})^{1-\text{do}_A}P_1(A_i|\text{M}_{BA})^{\text{do}_A}P(\text{do}_A|\text{M}_{BA})}{\prod_i^n P(A_i|\text{do}_A,\text{M}_{AB})P(B_i|A_i,\text{M}_{AB})P(\text{do}_A|\text{M}_{AB})}$$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
1	0	1	1
$\dots$	0	$\dots$	$\dots$
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
$\dots$	1	$\dots$	$\dots$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\to A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\to B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\to A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\to B})}$$

$$= \frac{\prod_i^n P(B_i|\text{M}_{BA})P_0(A_i|B_i,\text{M}_{BA})^{1-\text{do}_A}P_1(A_i|\text{M}_{BA})^{\text{do}_A}}{\prod_i^n P(A_i|\text{do}_A,\text{M}_{AB})P(B_i|A_i,\text{M}_{AB})}$$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\to A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\to B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\to A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\to B})}$$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
11	1	0	1
12	1	1	0
$\dots$	1	$\dots$	$\dots$

$$= \frac{\prod_i^n P(B_i|\text{M}_{BA})P_0(A_i|B_i,\text{M}_{BA})^{1-\text{do}_A}P_1(A_i|\text{M}_{BA})^{\text{do}_A}}{\prod_i^n P(A_i|\text{do}_A,\text{M}_{AB})P(B_i|A_i,\text{M}_{AB})}$$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
11	1	0	1
12	1	1	0
$\dots$	1	$\dots$	$\dots$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\rightarrow A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\rightarrow B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\rightarrow A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\rightarrow B})}$$

$$= \prod_{i=11}^{n} \frac{P(B_i|\text{M}_{_{BA}})P_1(A_i|\text{M}_{_{BA}})}{P(B_i|A_i,\text{M}_{_{AB}})P(A_i|\text{do}_A = 1, \text{M}_{_{AB}})}$$

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

Datos:

$$\frac{P(\mathsf{Modelo}_{B\to A}|\mathsf{Datos})}{P(\mathsf{Modelo}_{A\to B}|\mathsf{Datos})} = \frac{P(\mathsf{Datos}|\mathsf{M}_{B\to A})}{P(\mathsf{Datos}|\mathsf{M}_{A\to B})}$$

$$= \prod_{i=11}^{n} \frac{P(B_i|\mathsf{M}_{_{BA}})\alpha^{A_i}\,(1-\alpha)^{1-A_i}}{P(B_i|A_i,\mathsf{M}_{_{AB}})\alpha^{A_i}\,(1-\alpha)^{1-A_i}}$$

i	do$_{Ai}$	A_i	B_i
11	1	0	1
12	1	1	0
...	1	...	...

Identificación de modelo causal

A través de intervenciones do$(\cdot)$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
11	1	0	1
12	1	1	0
$\ldots$	1	$\ldots$	$\ldots$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\to A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\to B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\to A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\to B})}$$

$$= \prod_{i=11}^{n} \frac{P(B_i|\text{M}_{BA})}{P(B_i|A_i, \text{M}_{AB})}$$

Identificación de modelo causal

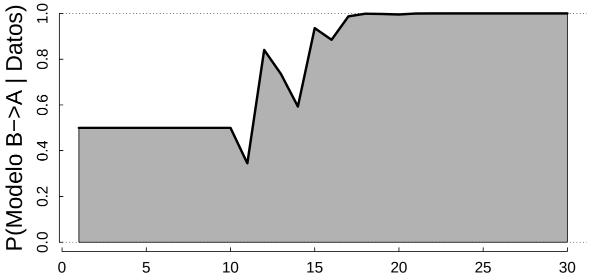
A través de intervenciones do$(\cdot)$

$$\frac{P(\text{Modelo}_{B\to A}|\text{Datos})}{P(\text{Modelo}_{A\to B}|\text{Datos})} = \frac{P(\text{Datos}|\text{M}_{B\to A})}{P(\text{Datos}|\text{M}_{A\to B})}$$

Datos:

i	do_{Ai}	A_i	B_i
11	1	0	1
12	1	1	0
...	1	...	...

$$= \prod_{i=11}^{n} \frac{P(B_i|\text{M}_{BA})}{P(B_i|A_i, \text{M}_{AB})}$$



Identificación de modelo causal
El conocimiento experto

La principal fuente de información para la identificación modelos causales alternativos es el conocimiento experto.

$p = b$

Laboratorios de
Métodos Bayesianos