

Teoria dei Modelli - Primo foglio di esercizi

Esercizio 2.20

La formula $\psi = \forall x, y, u, v (r(x, y) \wedge r(u, v) \Rightarrow \neg r(x, u) \wedge \neg r(y, v))$ soddisfa le richieste dell'esercizio. La verifica è diretta e immediata per entrambi i versi dell'implicazione.

Esercizio 3.43

Per trovare K , è sufficiente ripetere la dimostrazione del teorema di Löwenheim-Skolem, con la seguente modifica: per assicurarci che venga soddisfatta anche la richiesta $K \cap M \preceq N$, è necessario imporre che, nel caso in cui la formula $\varphi_k(x)$ contenga solo parametri in M , allora anche a_k appartiene ad M . Questo è sempre possibile, in quanto per ipotesi abbiamo che $M \preceq N$.

La verifica che $K \preceq N$ è identica a quella della dimostrazione originale. Anche la verifica che $K \cap M \preceq N$ è analoga; infatti, $K \cap M$ soddisfa le ipotesi del criterio di Tarski-Vaught, poiché le formule esistenziali a parametri in $K \cap M$ possiedono testimoni in $K \cap M$ per costruzione.