

---

# Zero Knowledge

---

- ❖ Invented by Goldwasser, Micali and Rackoff in 1982 (publication in 1985).



- ❖ How to prove you know a secret **without disclosing it, nor any information about it.**

---

# Toy Zero Knowledge

---

- ❖ Vous voulez prouver à une personne daltonienne que vous n'êtes pas daltonien.
- ❖ Il y a deux billes identiques sauf leur couleur : une verte et une rouge. Vous voulez montrer que vous savez les différencier mais sans révéler laquelle est la verte.



---

# Solution

---

- ❖ Le daltonien choisit une bille au hasard et vous la montre, puis la cache.
- ❖ Ensuite, il tire à pile ou face :
  - ❖ Si c'est pile, il vous remontre la même bille.
  - ❖ Sinon, il vous montre l'autre bille.
- ❖ Il vous demande si vous avez vu la même bille.
  - ❖ Il peut déterminer si votre réponse est correcte ou non.
  - ❖ Si vous ne savez pas distinguer les billes, vous avez exactement une chance sur deux de répondre correctement.

---

# Zero Knowledge of Discrete Log

## [Schnorr 1989]

---

- ❖ Let  $G$  be a cyclic group by some  $g$  of prime order  $q$ .
  - ❖  $g$  and  $q$  are public.
- ❖  $y = g^x$  where  $x \in \{0, \dots, q-1\}$ .
- ❖ The prover wants to show that he knows  $x$  without disclosing anything else.

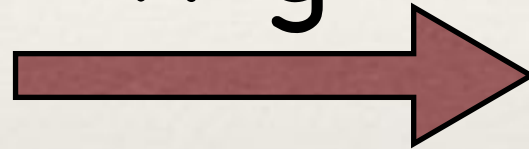
# Protocole

Prouveur

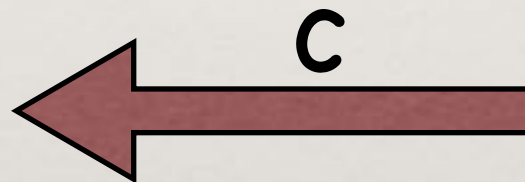
Vérifieur

Choisit  $r \in \{0, \dots, q-1\}$   
au hasard

$$R = g^r$$



Choisit  $c \in \{1, \dots, q-1\}$   
au hasard



$$a = r - cx \text{ mod } q$$



Vérifie que  $R = g^a y^c$



---

# Remarques

---

- ❖ Extraction : Si un observateur voit deux exécutions  $(R, c, a)$  et  $(R, c', a')$  utilisant le même  $r$ , alors il peut retrouver le secret  $x$ .
- ❖ Zero Knowledge : Quelqu'un qui ne connaît pas le secret  $x$  peut générer des triplets  $(R, c, a)$  corrects et qui ont la même distribution que les vrais  $(R, c, a)$  !

---

# Signatures

---

- ❖ On peut transformer heuristiquement toute identification zero-knowledge en une signature : comment ?
- ❖ C'est la transformation de Fiat-Shamir.
- ❖ Les signatures El Gamal, Schnorr, DSA, ECDSA utilisent toutes Fiat-Shamir.