

Zeki Optimizasyon Teknikleri Ödev #3

Erdem Korhan Akçay

14783108990

1 Soru:

Eşitlikteki U değerini minimum yapan x_1 ve x_2 değerlerini bulun. (k_1, k_2, k_3 ve P pozitif sabit)

$$U = [(1/2) * k_2 * x_1^2 + (1/2) * k_3 * (x_2 - x_1)^2 + (1/2)k_1 * x_2^2] - P * x_2$$

Çözüm:

$$\frac{dU}{dx_1} = k_2x_1 - k_3(x_2 - x_1) = 0$$

$$\frac{dU}{dx_2} = k_3(x_2 - x_1) + k_1x_2 - P = 0$$

$$x_1 = \frac{Pk_3}{k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3}$$

$$x_2 = \frac{P(k_2 + k_3)}{k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3}$$

Hessian Matrisini hesaplayalım;

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \cdot & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} k_2 + k_3 & -k_3 \\ -k_3 & k_1 + k_3 \end{bmatrix}$$

$$|J_1| = k_2 + k_3 > 0,$$

$$|J_2| = \begin{vmatrix} k_2 + k_3 & -k_3 \\ -k_3 & k_1 + k_3 \end{vmatrix}$$

$$= k_1k_2 + k_1k_3 + k_2k_3 > 0.$$

olduğundan Hessian Matrisi pozitif tanımlıdır. Yani diferansiyeli alınmış x_1 ve x_2 değerlerinde fonksiyon minimum değere sahiptir.