Bulanık Mantık

Bulanık mantık yaklaşımı, makinelere insanların özel verilerini işleyebilme ve onların deneyimlerinden ve önsezilerinden yararlanılarak çalışabilme yeteneği verebilmektedir. Bu yetenek kazandırılırken sayısal ifadeler yerine sembolik ifadeler kullanılabilmekte ve bu sembolik ifadelerin makinelere aktarılması ise matematiksel bir temele dayandırılmaktadır. İşte bu matematiksel temel bulanık küme kuramı ve buna dayanan bulanık mantık olmaktadır. Genel özellikleriyle bulanık mantık ifade edilmek istenirse,

- Bulanık mantıkta kesin değerlere dayanan düşünme yerine yaklaşık düşünme kullanılmaktadır.
- Bulanık mantıkta her şey [0,1] aralığında belirli bir derece ile gösterilmektedir.
- Bulanık mantıkta bilgi büyük, küçük, çok az gibi dilsel ifadeler şeklindedir.
- Bulanık çıkarım işlemi dilsel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılmaktadır.
- Her mantıksal sistem bulanık olarak ifade edilebilmektedir.
- Bulanık mantık matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için oldukça uygun olmaktadır.
- Bulanık mantık tam olarak bilinmeyen veya eksik girilen bilgilere göre işlem yapma yeteneğine sahiptir

Üyelik Fonksiyonları

Bulanık kümeler üzerine kurulan matematiksel yapı, klasik matematikten daha fazla açıklayıcı bir güce sahip olmasına karşın bulanık kümelerin kullanılabilirliği, uygulama alanlarında ortaya çıkan kavramlar için uygun üyelik fonksiyonlarının belirlenebilmesine bağlı olmaktadır. Bulanık bir kümeyi ifade etmede üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır. Bu sebeple üyelik fonksiyonlarının şekilleri ve bu fonksiyonların geliştirilmesi bulanık küme teorisi içinde önemli bir yer tutmaktadır.

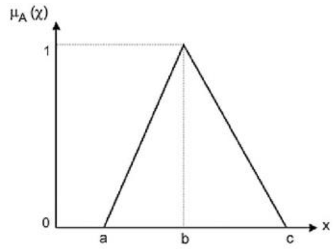
Bulanık küme teorisinde üyelik fonksiyonlarının değer aralığı daha önce de belirtildiği üzere [0,1] aralığı olmaktadır. İşte bir bulanık kümenin elemanlarını bu aralıktaki bir sayıya karşılık getiren fonksiyon da “üyelik fonksiyonu” olarak adlandırılmaktadır. Başka bir tanımla ifade etmek gerekirse, 0 ile 1 arasındaki değişimin her bir öğe için değeri üyelik derecesi olarak adlandırılırken, üyelik derecelerinin bir alt küme içindeki değişimleri ise üyelik fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır. Böylece üyelik fonksiyonu altında toplanan öğeler önem derecelerine göre birer üyelik derecesine sahip olmaktadırlar.

Onlarca Üyelik Fonksiyonları literatürde kullanılırken en çok kullanılan birkaç tanesini söyleyecek olursak, ilk olarak;

Üçgen Üyelik Fonksiyonu

Üçgen üyelik fonksiyonu, bulanık mantıkta hem giriş (input) hem de çıkış (output) parametrelerini tanımlamak için kullanılabilmektedir ve {a,b,c} olmak üzere üç parametre ile özelleştirilmiştir. Üyelik fonksiyonunun denklemi ise,

$$üçgen(x;a,b,c)=\begin{cases} 0, & x\le a. \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a\le x\le b. \\ \dfrac{c-x}{c-b} & b\le x\le c. \\ 0, & c\le x. \end{cases}$$

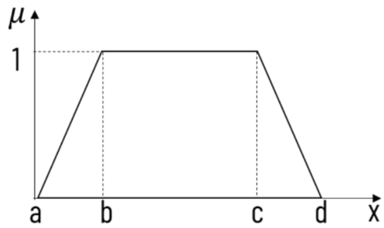


Olarak tanımlanır ve şeklinde gösterilir.

Yamuk Üyelik Fonksiyonu

Yamuk üyelik fonksiyonu, üçgen üyelik fonksiyonu gibi hem giriş hem de çıkış parametrelerini tanımlamak için kullanılabilmektedir. {a,b,c,d} olmak üzere dört parametre ile özelleştirilmiştir. Yamuk üyelik fonksiyonunun denklemi ise,

$$yamuk(x;a,b,c,d)=\begin{cases} 0, & x\le a. \\ \dfrac{x-a}{b-a} & a\le x\le b. \\ 1, & b\le x\le c. \\ \dfrac{d-x}{d-c} & c\le x\le d. \\ 0, & d\le x. \end{cases}$$



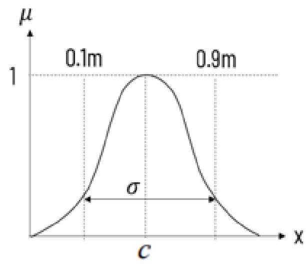
Olarak tanımlanır ve şeklinde gösterilir.

Fonksiyonun açıklığına bağlı olarak iki özel trapez fonksiyonu vardır. R-fonksiyonu (Sağ açık) ve L-fonksiyonu (Sol açık) olarak bilinirler.

Gauss Üyelik Fonksiyonu

Gauss üyelik fonksiyonu, {c,σ} gibi iki parametre ile özelleştirilmiştir. Denetlenecek olan süreçlerde hem giriş hem de çıkış parametrelerini tanımlamak için kullanılabilmektedir. Gauss üyelik fonksiyonunun ifadesi ise,

$$gauss(x;c,\sigma)=e^{\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2}$$



İmplikasyon Fonksiyonları

Bulanık sistemlerde ve bulanık kontrol sistemlerinde insan bilgisi büyük çoğunlukla EĞER-O HALDE (IF-THEN) bulanık kuralları ile sunulmaktadır. Bulanık EĞER-O HALDE kuralı EĞER <bulanık söylem >, O HALDE < bulanık söylem > şeklinde koşullu cümledir (söylem-proposition). Bulanık söylem iki tür olmaktadır: atomik ve bileşik (compound).

Atomik bulanık söylem; " x A dır (x ise A) " Şeklin de olmaktadır. Burada x dilsel değişken, A ise dilsel değerdir. A x'in fiziksel alanında belirlenmiş bir bulanık kümedir.

Bileşik bulanık söylem; "VE", "VEYA" ve "DEĞİL" ilişkilerini kullanan atomik bulanık kompozisyonudur ve bu ilişkiler uygun olarak bulanık kesişme, birleşme ve tümlemeyi ifade etmektedirler. Örneğin eğer x arabanın hızı ise o zaman aşağıdakilerin t bulanık söylem olduğu söylenebilir. (Burada S-yavaş (slow), M-orta (middle), ve F-hızlı (fast) bulanık kümeleri göstermektedir):

x S' tir.

x M' dir.

x F' tir.

x S' tir veya x M değildir x S değildir ve x F değildir (x S tir ve x F değildir) veya x M' dir.

Burada son üç söylem bileşik bulanık iddialardır. Bir bileşik söylemin içeriğindeki atomik iddialar özerktirler ve aynı bir söylemdeki x çeşitli değerler alabilmektedir. Yani bileşik söylemdeki dilsel değişkenler genelde aynı olmayabilirler. Örneğin x arabasının hızı ve y = x' arabasının ivmesi (accelaration) ise ve eğer biz ivme için (L) bulanık kümesini belirlemek istersek, o halde aşağıdaki bulanık söylemi elde ederiz.

x F'tir ve y L'dir.

Buradan bileşik bulanık söyleme bir bulanık bağıntı gibi bakılabildiği görülmektedir. Böyle bir bulanık bağıntının üyelik fonksiyonlarını belirlemek için neler yapılması gerektiğine bakalım. "VE" ilişkisi için bulanık kesişme kullanılmaktadır. x ve y'nin U ve V'nin fiziksel alanlarında dilsel değerler olduğunu ve A ve B'nin uygun olarak U ve V'de bulanık kümeler olduğunu varsayarsak o zaman;

x A'dır ve y B'dir Bileşik bulanık söylemi U x V'de

$\mu_{A\cap B(}x,y) = t\ [\mu_A(x),\mu_B(y)]$

üyelik fonksiyonlu A∩B^-1 bulanık bağıntısı olarak yorumlanabilir. t-norm olarak min kullanırsak;

$\mu_{A\cap B}(x,y) = \min[\mu_A(x),\mu_B(y)]$

"VEYA" ilişkisi için bulanık birleşme kullanılmaktadır. Yani

x A'dır veya y B'dir, bileşik bulanık söylemi U x V'de

$\mu_{A\cup B}(x,y) = s[\mu_A(x),\mu_B(y)]$ olarak ele alınır. Burada $s{:}[0,1]x[0,1]\rightarrow[0,1]$ herhangi bir

s- normudur. Örneğin s-norm olarak max kullanırsak,

$\mu_{A\cup B}(x,y) = \max[\mu_A(x),\mu_B(y)]$ “DEĞİL” ilişkisi için bulanık tümleme kullanılmaktadır. Aşağıda bulanık implikasyonları ve bu implikasyonlara ait açıklamalar gösterilmektedir.

- **Zadeh implikasyonu :**

$$\mu_{Q_Z}(x,y) = \max\{\min[\mu_{FP_1}(x), \mu_{FP_2}(y)], 1-\mu_{FP_1}(x)\}$$

- **Gödel implikasyonu :**

$$\mu_{Q_G}(x,y) = \begin{cases} 1 & eger \quad \mu_{FP_1}(x) \le \mu_{FP_2}(y) \\ \mu_{FP_2}(y) & diger \quad durumlarda \end{cases}$$

- **Dienes – Rescher implikasyonu:**

$$\mu_{Q_D}(x,y) = \max[1-\mu_{FP_1}(x), \mu_{FP_2}(y)]$$

- **Lukasiewicz implikasyonu:**

$$\mu_{Q_L}(x,y) = \min[1, 1-\mu_{FP_1}(x) + \mu_{FP_2}(y)]$$