

给你一个 只包含正整数 的 非空 数组 `nums` 。请你判断是否可以将这个数组分割成两个子集，使得两个子集的元素和相等。（416）

分析：

1. 分成两个子集，和相等，那么数组的和一定能够被2整除；记 `target = sum / 2`
2. 目标变为从一个数组中选中一组数使其值为 `target`，换个角度为：给定一组重量，一个背包可以放置 `target` 的重量，能否选择一组重量使得和为 `target`，类似于0-1背包问题。
3. 和0-1背包的区别为：此处只能选择数据放入或不放入，无需计算价值，且最后重量一定等于 `target`。

```
class Solution {
public:
    bool canPartition(std::vector<int>& nums) {
        int sum = getSum(nums);
        if (0 != sum % 2) {
            return false;
        }

        int target = sum / 2;
        std::vector<std::vector<bool>> dp =
            std::vector<std::vector<bool>>(nums.size() + 1,
                std::vector<bool>(target + 1,
false));
        // base case
        for (int i = 0; i <= nums.size(); i++) {
            dp[i][0] = true;
        }

        // dp 数组计算
        for (int i = 1; i <= nums.size(); i++) {
            for (int j = 1; j <= target; j++) {
                if (j - nums[i - 1] < 0) { // 不能放下nums[i-1]
                    dp[i][j] = dp[i - 1][j];
                } else {
                    dp[i][j] = dp[i - 1][j] | dp[i - 1][j - nums[i - 1]];
                }
            }
        }

        return dp[nums.size()][target];
    }

private:
    int getSum(std::vector<int>& nums) {
        int sum = 0;
        for (auto item : nums) {
            sum += item;
        }
    }
}
```

```

    return sum;
}
};

```

## 完全背包问题

有n种重量和价值分别为 $w_i$ 和 $v_i$ 的物品。从这些物品中挑选总重量不超过W的物品，求出挑选物品价值总和的最大值，每种物品可以挑选多样。

分析：

1. 设 $dp[i][j]$ 表示从前i个物品中选中最大重量为j时的最大价值。
2. 此时的dp计算公式为： $dp[i][j] = \max(dp[i][j], dp[i][j - k * w[i-1]] + k * v[i-1])$

```

class Solution {
public:
    int CompletePackage(std::vector<int> &weight,
                        std::vector<int> &val,
                        int w,
                        int n) {
        std::vector<std::vector<int>> dp =
            std::vector<std::vector<int>>(n + 1, std::vector<int>(w + 1, 0));
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            for (int j = 1; j <= w; j++) {
                for (int k = 0; k * weight[i - 1] <= j; k++) {
                    dp[i][j] =
                        std::max(dp[i][j],
                                dp[i - 1][j - k * weight[i - 1]] + k * val[i - 1]);
                }
            }
        }

        return dp[n][w];
    }
};

```

## 多重部分和问题

有n种不同大小的数字 $a_i$ ，每个数字各有 $m_i$ 个。判断是否能从这些数字中挑选出若干使之和为K。

分析：完全背包变形

```
class Solution {
public:
    bool MultiPartSum(std::vector<int> &nums, std::vector<int> &m, int n,
int K) {
        std::vector<std::vector<bool>> dp =
            std::vector<std::vector<bool>>(n + 1, std::vector<bool>(K + 1,
false));
        dp[0][0] = true;

        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            for (int j = 1; j <= K; j++) {
                for (int k = 0; k <= m[i - 1] && k * nums[i - 1] <= j; k++) {
                    dp[i][j] = dp[i][j] | dp[i - 1][j - nums[i - 1] * k];
                }
            }
        }

        return dp[n][K];
    }
};
```