21.01.

№23

Исполнитель преобразует число на экране.
У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:
1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 3
Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает его на 2, третья – умножает на 3.
Программа для исполнителя – это последовательность команд.
Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 30, и при этом траектория вычислений содержит число 9 и не содержит чисел 11 и 12?
Траектория вычислений – это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 213 при исходном числе 4 траектория будет состоять из чисел 6, 7, 21.

+1 +2 ×3 без 11, 12 через 9

1	1	1
2	1	1
3	3	12
4	4	23
5	7	34
6	12	254
7	19	56
8	31	67
9	53	873
10	53	
11	0	
12	0	
13	0	
14	0	
15	0	
27	53	9
28	53	
29	106	27 28
30	212 +	

№19–21.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, пусть в одной куче 7камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (7, 9). За один ход из позиции (7,9) можно получить любую из четырёх позиций: (8,9), (28, 9), (7, 10), (7, 36). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.
Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 151. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 151 или больше камней.
В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче – S камней, 1 ≤ S ≤ 141.
Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.
Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно. ← 19

Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.
Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания. ← 20

Для игры, описанной в задании 19, укажите такое значение S, при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. ← 21

19

П1 (9; S)

(10; S) (36; S) (9; S+1) (9; 4S)

$10+S \le 150$, $36+S \le 150$, $9+S+1 \le 150$, $9+4S \le 150$

$S \le 140$, $S \le 114$, $S \le 140$, $4S \le 141$ ⇒ $S \le 35$

(9; 9)

П1 (10; 9) (9; 10) (36; 9) (9; 36)

В1 (144; 9) (9; 144)

при S = 9 все ок

при S ≤ 8

(9; 8)

(36; 8) (9; 32)

(144; 8)

$9 \quad 16+S \ge 151$

$S \ge 7$

7 +

20

(9; 5)

П1 (36; 5)

В1 (144; 5) (36; 20) (37; 5) (36; 6)

П2 (144; 20) (144; 20) (148; 5) (144; 6) выиграл! нет

[9, 22, 35]

(9; 6)

(36; 6)

(144; 6) (36; 24) (37; 6) (36; 7)

(144; 24) (144; 24) (148; 6) (144; 7) выиграл!

(9; 22)

П1 при S > 22 это хода нет

(10; 22) (9; 23) (36; 22) (9; 88)

В1 (144; 22) (9; 352)

(11; 22) (10; 23) (40; 23) (10; 88)

здесь победы нет.

Заметим, что при S≥23 надо расс. только 2 хода } (меньше работы)

[23...35] → сер. 29

П1 (10; 29) (9; 30)

В1 (11; 29) (10; 30) (40; 29) (10; 116) (9; 120) (36; 30) (10; 30) (9; 31)

П2 (11; 116) (10; 120) (160; 29) (10; 464) (9; 480) (144; 30) (10; 120) (9; 124)

(9; S)

(10; S) (9; S+1)

(10; S+1)

(10; 4S+4)

$10+4+4S \ge 151$

$4S \ge 137$

$S \ge 35$

(9; 35)

(10; 35) ~~(9; 36)~~

(40; 35) (10; 140) (10; 36) (11; 35) (10; 36) (9; 37) (36; 36) (9; 144)

6 35

21 S ≥ 22, два хода контр. 1 ход два других (9; S)

П1 (10; S) (9; S+1)

В1 (10; S+1)

П2 (10; 4S+4) (40; S+1) (11; S+1) (10; S+2)

В2 (10; 16S+16) (40; 4S+4) (11; 4S+4) (10; 4S+8)

$10+4S+4 \le 150$

$S \le 34$

$10+16S+16 \ge 151$, $40+4S+4 \ge 151$, $11+4S+4 \ge 151$, $10+4S+8 \ge 151$

$S \ge 8$, $S \ge 26$, $S \ge 34$, $S \ge 33$

⇒ 34

Время на ЕГЭ

$\frac{5}{3}$ 5 1, 8

1 – 13 | 14, 16, 22, 23, [15-27], 15 (17, 18) | [8-11] [17] 24 – 27

Created with IDroo.com