12.02.

Задача 15. Алгебра логики. Упрощение выражений.

№10.

$\neg(A \wedge \neg B) \wedge \neg(A \vee \neg(\neg B \wedge A))$ $\boxed{\neg(\neg A) = A}$

$B \vee \bar{A}$

$\bar{A} \vee B$

$(\bar{A} \vee B) \wedge \neg(A \vee B \vee \bar{A})$

$\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge A$

$(\bar{A} \vee B) \wedge \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge A$

$(\bar{A} \vee B) \wedge \bar{A} \wedge A \wedge \bar{B}$

0

$\bar{A} \wedge \bar{A} \wedge A \wedge \bar{B} \vee B \wedge \bar{A} \wedge A \wedge \bar{B}$

0

№11. $(A+B)(C+D+E) = A+B+C+D+E$

$(\neg A \wedge \neg B) \vee ((\neg A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B))$

$\bar{A} \wedge \bar{B} \vee \bar{A} \wedge \bar{B} \vee A \wedge B$

$\boxed{\bar{A} \wedge \bar{B} \vee A \wedge B = A \equiv B}$

№132.

ДЕЛ(n, m) <=> "n:m"

(ДЕЛ(x, A) ∧ ДЕЛ(x, 16)) → (¬ДЕЛ(x, 16) ∨ ДЕЛ(x, 40)) = 1

min A : ∀x (такое, что; для любого) = 1 ?

X_y <=> ДЕЛ(x, y)

$(X_A \wedge X_{16}) \rightarrow (\overline{X_{16}} \vee X_{40}) = 1$

$\overline{(X_A \wedge X_{16})} \vee (\overline{X_{16}} \vee X_{40}) = 1$

$\overline{X_A} \vee \overline{X_{16}} \vee \overline{X_{16}} \vee X_{40} = 1$

$\overline{X_A} \vee \overline{X_{16}} \vee X_{40} = 1$

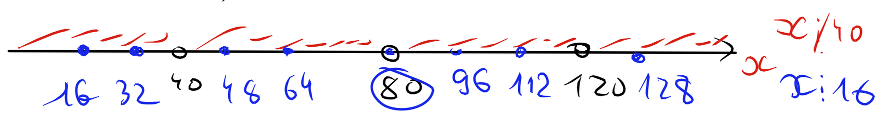
Если $\begin{cases} x \not\vdots 40 & x_{40}=0 \\ x \vdots 16 & \overline{x_{16}}=0 \end{cases}$ то выражение = 1

тогда и только тогда, когда

$\overline{X_A} = 1$

$x_A = 0$

$x \not\vdots A$.



$40 = 5 \cdot 8$ $A = 5$

$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$16 \cdot 5 \cdot K = 2 \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}_{40} \cdot K$

Если возьмем A : 40⋮̸A, то сущ. X вида

X = A · 16 · K, K – нат.

X⋮16 – да
X⋮̸40 – да (напр. при K = 1)   } выражение = 0
X⋮A – да

Если возьмем A : 40⋮A, A – или 2, или 4, или 8, то X вида

X = 16 · K ⋮ 2, ⋮ 4, ⋮ 8

и выражение = 0

Берем A : 40⋮A, но A содержит в разл. на множители 5

$A_{min} = 5$

№15 (9322)

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула

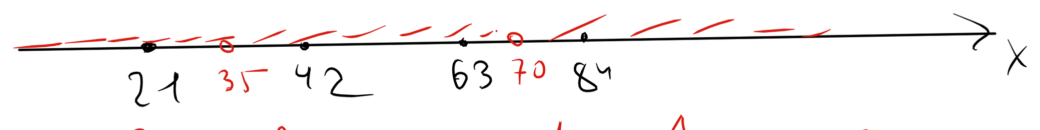
ДЕЛ(x, A) → (¬ДЕЛ(x, 21) + ДЕЛ(x, 35))

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

$X_A \rightarrow (\overline{X_{21}} + X_{35})$

$\overline{X_A} \vee \overline{X_{21}} \vee X_{35} = 1$

Если $\begin{cases} X_{21} = 1 \\ X_{35} = 0 \end{cases}$, то $X_A = 0$ <=> выражение = 1



Если возьмем $A = A_0$, то сущ. много чисел, которые ⋮ A, это x = A, 2A, 3A, ...

и усл. для таких чисел x выполняется, только если

x ⋮ 35 или x ⋮̸ 21

Но мы всегда можем подобрать

X : X ⋮ 21 и x ⋮ A, это x = 21AK, K – натур.

означает, что A подходит, только если x ⋮ A → x ⋮ 35.

Если число x ⋮ 21 и x ⋮ A, то → x = 21A · ..... = 7 · 3 · A · ......

x ⋮ 7 и, чтобы x ⋮ 35 => A = 5K, K – натуральное → 7 · 3 · 5K · .....

= 35K · 3 · ...

~~$A_{min} = 5$~~.

(15, 7763)

№2

На числовой прямой даны два отрезка: P = [5, 30] и Q = [14, 23]. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула

((x ∈ P) ≡ (x ∈ Q)) → ¬(x ∈ A)

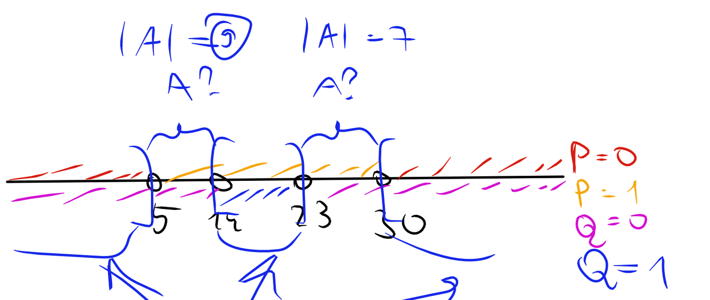
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

$(P \equiv Q) \rightarrow \bar{A} = 1$

$\overline{P \equiv Q} \vee \bar{A} = 1$

$0 = \overline{(P \wedge Q \vee \bar{P} \wedge \bar{Q})} \vee \bar{A} = 1$

(= 1)



вот здесь

$\overline{P \equiv Q} = 0 \Rightarrow \bar{A} = 1$

$A = 0$

Ответ: 9.

Created with iDroo.com