Laborator 5

Cuprins

Problema 1

Relativ la populația C se cercetează caracteristica X privind media teoretică $E(X) = m$. Știind că dispersia teoretică a caracteristicii X este $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = 0.35$, să se stabilească un interval de încredere pentru media teoretică m, corespunzător probabilității de încredere $1 - \alpha = 0.95$, utilizând distribuția empirică de selecție

$$X\begin{pmatrix} 22.7 & 22.8 & 22.9 & 23.0 & 23.1 & 23.2 & 23.3 & 23.4 \\ 1 & 3 & 7 & 4 & 6 & 7 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

```
X = [22.7 22.8 22.8 22.8 22.9 22.9 22.9 22.9 22.9 22.9 22.9 ...
     23.0 23.0 23.0 23.0 23.1 23.1 23.1 23.1 23.1 23.1 23.2 ...
     23.2 23.2 23.2 23.2 23.2 23.2 23.3 23.3 23.3 23.3 23.3 ...
     23.4 23.4]';
n = 35;
x_m = mean(X);
var_x = var(X);
ab_x = std(X);
sigma = sqrt(var_x);
P = 0.95;
z1 = norminv(P);
m1 = x_m - z1 .* (sigma ./ sqrt(n));
m2 = x_m + z1 .* (sigma ./ sqrt(n));
fprintf("Intervalul de încredere pentru media teoretică m este " + ...
        "(%f, %f) \n", m1, m2);
```

```
Intervalul de încredere pentru media teoretică m este (23.025309, 23.128976)
```

Problema 2

Pentru recepționarea unei mărfi ambalată în cutii, se efectuează un control, prin sonda, privind greutatea X a cutiilor. Pentru 22 de cutii cântărite, s-a obținut distribuția empirică de selecție:

$$X\begin{pmatrix} 2.7 & 2.8 & 2.9 & 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 1 & 2 & 5 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Folosind probabilitatea de încredere 0.98, să se determine un interval de încredere pentru valoarea medie a greutății cutiilor, presupunând că X urmează legea normală $N(m, \sigma)$.

```
X = [2.7 2.8 2.8 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 3.0 3.0 3.0 ...
     3.1 3.1 3.1 3.1 3.1 3.2 3.2 3.2 3.2 3.3 3.3]';
n = 22;
x_m = mean(X);
```

```
var_x = var(X);
ab_x = std(X);
P = 0.98;
t1 = inv(P);
m1 = x_m - t1 .* (ab_x ./ sqrt(n));
m2 = x_m + t1 .* (ab_x ./ sqrt(n));
fprintf("Intervalul de încredere pentru valoarea medie este " + ...
        "(%f, %f) \n", m1, m2);
```

```
Intervalul de încredere pentru valoarea medie este (2.995423, 3.068213)
```

Problema 3

Fie X caracteristica ce reprezintă timpul de producere a unei reacții chimice, măsurat în secunde. Dacă X urmează legea normală $N(m, \sigma)$ și având o selecție repetată cu datele de selecție:

$4.21,\ 4.03,\ 3.99,\ 4.05,\ 3.89,\ 4.01,\ 3.92,\ 4.23,\ 3.85,\ 4.20$

să se determine un interval de încredere pentru dispersia $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X)$ și pentru abaterea standard $\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$, cu probabilitatea de încredere 0.95

```
X = [4.21 4.03 3.99 4.05 3.89 4.01 3.92 4.23 3.85 4.20]';
n = 10;
x_m = mean(X);
var_x = var(X);
ab_x = std(X);
P = 0.95;
h1 = chi2inv(P,n);
h0 = chi2inv(1-P,n);
d1 = ((n-1) .* var_x) ./ h1;
d2 = ((n-1) .* var_x) ./ h0;
fprintf("Intervalul de încredere pentru dispersie este " + ...
        "(%f, %f) \n", d1, d2);
```

```
Intervalul de încredere pentru dispersie este (0.009131, 0.042423)
```

```
fprintf("Intervalul de încredere pentru abaterea standard este " + ...
        "(%f, %f) \n", sqrt(d1), sqrt(d2));
```

```
Intervalul de încredere pentru abaterea standard este (0.095556, 0.205969)
```

Problema 4

Se consideră două aparate de îmbuteliat apă plată în sticle de 1000 ml. Fie caracteristica X_1 ce reprezintă cantitatea de apă plată (în ml) îmbuteliată de primul aparat într-o sticlă, respectiv X_2 aceeași caracteristică pentru al doilea aparat. Pentru compararea modului de îmbuteliere pentru cele două aparate, se consideră câte o selecție din sticlele îmbuteliate de acestea și se obșin datele de selecție:

X_1 : 1010 993 992 1008 1006 998 1008 994 996 1006 1005 1002 997 1004 1002 1010 1003

X_2 : 1002 985 996 1010 1004 1003 1010 993 1002 1006 988 995

Cele două caracteristici X_1 și X_2 se consideră că sunt independente și că urmează fiecare legea normală, respectiv $X_1 \sim N(m_1, \sigma_1)$ și $X_2 \sim N(m_2, \sigma_2)$.

Folosind probabilitatea de risc $\alpha = 0.05$, se cere:

a) Să se determine un interval de încredere pentru raportul dispersiilor teoretice;

b) Presupunând că $\sigma_1 = \sigma_2$, să se determine un interval de încredere pentru definiția mediilor teoretice $m_1 - m_2$;

c) Presupunând că $\sigma_1 \neq \sigma_2$, să se determine un interval de încredere pentru definiția mediilor teoretice $m_1 - m_2$.

```
X_1 = [1010 993 992 1008 1006 998 1008 994 996 1006 1005 1002 ...
        997 1004 1002 1010 1003]';
n_1 = 17;
x1_m = mean(X_1);
var_x1 = var(X_1);
ab_x1 = std(X_1);
X_2 = [1002 985 996 1010 1004 1003 1010 993 1002 1006 988 995]';
n_2 = 12;
x2_m = mean(X_2);
var_x2 = var(X_2);
ab_x2 = std(X_2);
P = 0.95;
f1 = finv(P,n_1,n_2);
f0 = finv(1-P,n_1,n_2);
i1 = (1 ./ f1) .* (var_x1 ./ var_x2);
i2 = (1 ./ f0) .* (var_x1 ./ var_x2);
fprintf("Intervalul de încredere pentru raportul dispersiilor teoretice este " + ...
        "(%f, %f) \n", i1, i2);
```

```
Intervalul de încredere pentru raportul dispersiilor teoretice este (0.208538, 1.282270)
```

```
s_p = sqrt(((n_1 - 1) .* var_x1 + (n_2 - 1) .* var_x2) ./ (n_1 + n_2 - 1));
t1 = tinv(P, n_1 + n_2 - 2);
m1 = (x1_m - x2_m) - t1 .* s_p .* sqrt(1 ./ n_1 + 1 ./ n_2);
m2 = (x1_m - x2_m) + t1 .* s_p .* sqrt(1 ./ n_1 + 1 ./ n_2);
fprintf("Intervalul de încredere pentru diferența mediilor teoretice (când sigma_1 = sigma_2) e
        "(%f, %f) \n", m1, m2);
```

```
Intervalul de încredere pentru diferența mediilor teoretice (când sigma_1 = sigma_2) este (-1.864077, 6.864077)
```

```
c = ((var_x1 ./ n_1) ./ (var_x1 ./ n_1 + var_x2 ./ n_2));
n = (c .^ 2) ./ (n_1 - 1) + (1 - c .^ 2) ./ (n_2 - 1);
t1 = tinv(P, 1 ./ n);
m1 = (x1_m - x2_m) - t1 .* sqrt((var_x1 ./ n_1) + (var_x2 ./ n_2));
m2 = (x1_m - x2_m) + t1 .* sqrt((var_x1 ./ n_1) + (var_x2 ./ n_2));
fprintf("Intervalul de încredere pentru diferența mediilor teoretice (când sigma_1 =/= sigma_2
        "(%f, %f) \n", m1, m2);
```

```
Intervalul de încredere pentru diferența mediilor teoretice (când sigma_1 =/= sigma_2) este (-2.433901, 7.433901)
```